

Т.Р.Рашидов¹, Б.М.Мардонов², Е.В.Ан³

ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ
ПРИ ОСЕВОМ НАГРУЖЕНИИ В РАМКАХ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ

¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз,
Дурмон йули, 31, 100125 Узбекистан, г. Ташкент, Академгородок;

e-mail: tur.rashidov@list.ru;

²Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Институт
механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз (по совм.),
Дурмон йули, 31, 100125 Узбекистан, г. Ташкент, Академгородок;

e-mail: batsam@list.ru;

³Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз,
Дурмон йули, 31, 100125 Узбекистан, г. Ташкент, Академгородок;

e-mail: ekaterinaan@yandex.ru

Abstract: The transverse motions of underground pipeline located in the water-saturated fine-grained soil are studied using the developed interaction models in the system “pipeline – soil”. In the general case, this process should be described by a system of non-linear equations with the common taking into account the longitudinal and transverse motions. To solve the problem, an approximate numerical method is used. The possible uplifting of the pipelines located in the water-saturated soil is determined under action of the longitudinal seismic loading. An effect of the soil conditions and geometrical characteristics on transverse motion of the underground pipeline is shown. The results of studies are presented as curves of dependence of the pipeline transverse displacements on time and accompanied by analysis.

Key words: underground pipelines, transverse displacements, geometric nonlinearity, water-saturated soil, interaction in “pipeline – soil”.

Введение.

Трубопроводы, в зависимости от их назначения, могут испытывать значительные эксплуатационные нагрузки. К числу таких относятся магистральные трубопроводы, транспортирующие газ, нефть и нефтепродукты под очень высокими давлениями, энергетические трубопроводы, связанные с ТЭЦ, АЭС и другими промышленными предприятиями, предназначенные для перекачивания газообразных сред. Трубопроводные системы, в силу их протяженности, в значительной мере подвержены динамическим нагрузкам случайного характера: тепловые и гидравлические удары вследствие резкого изменения температуры и давления, вызванных аварийными ситуациями, а также сейсмические и взрывные воздействия.

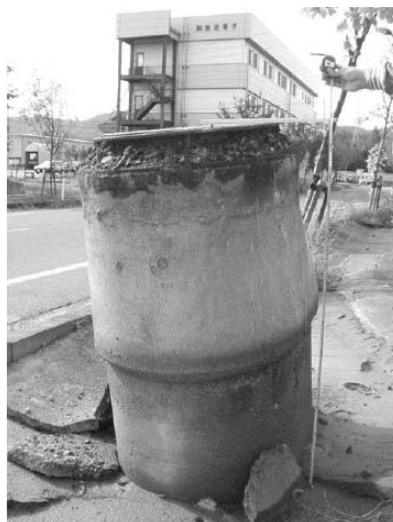
В результате землетрясения трубопроводы повреждаются и разрушаются, что приводит к утечке транспортирующего продукта и к другим вторичным факторам последствий землетрясений: пожары, наводнения, сели и т.д. Убытки и разрушения подземных систем трубопровода, получаемые при землетрясениях, серьезно угрожают социальной жизни и собственности. Главными причинами сейсмостойкости трубопроводов из различных материалов являются соотношения между параметрами сейсмического воздействия и характеристиками собственных колебаний сооружений, а также характеристиками окружающих грунтов.

Авторами выполнен обширный обзор последствий сильных землетрясений, произошедших в мире, используя материалы международных форумов и конференций, связанные с исследованием систем жизнеобеспечения типа подземных газо-, водо-, нефтепроводов и канализаций [1, 8, 17, 22 – 28]. Из обзора следует, что землетрясения причиняют ущерб зданиям, промышленным предприятиям, коммуникациям и инженерным системам жизнеобеспечения. С каждым годом увеличивается удельная аварийность подземных сооружений, что объясняется ежегодным увеличением числа их строителей для улучшения жизненных условий населения в отдаленных районах страны. Поэтому, чем экономически более развита страна, тем больше повреждений обслуживающих систем жизнеобеспечения.

В случае расположения подземных сооружений в водонасыщенных средах наблюдается подъем (выпучивание) участков подземных трубопроводов и колодцев из-под земли при землетрясении [8, 23 – 25, 27, 28]. При землетрясениях Kushiro-oki 1993 г., Hokkaido-toho-oki 1994 г., Tokachi-oki 2003 г. и Niigataken-chuetsu 2004 г., которые нанесли серьезный ущерб канализационным сооружениям в 22-х городах и поселках, отмечены большие подъемы труб и колодцев. Было повреждено 152,1 км труб, 1453 колодца, во многих местах трубопроводы оказались выпученными. Высота поднятых и осевших трубопроводов варьировалась от нескольких сантиметров до нескольких десятков сантиметров (рис. 1) [25, 27, 28]. На рис. 1 приведены примеры последствий землетрясений: (а) – выпученный трубопровод, найденный во время восстановительных работ в г. Nagaoka; (б) – поднятый колодец в результате землетрясения Niigataken chuetsu в 2004 г. и (в) – выпученный 4 дюймовый трубопровод.



а



б



с

Рис. 1

Как следует из имеющихся материалов, повреждения вследствие выпучивания особенно преобладали в магистральных линиях, пересекающих водонасыщенные грунты, либо разлом грунта. И анализ исследований поврежденных трубопроводов и колодцев, собранных после землетрясения, показывает, что глубина грунтовых вод и данные о грунтах являются основными параметрами при поведении подъема сооружения. Поэтому требуется определить, при каких комбинациях реологических параметров грунта, геометрических и механических характеристик трубопровода и показателей ожидаемых землетрясений, возможны выпучивания на том или ином участке магистрального трубопровода. Таким образом, одной из актуальных проблем является исследование поперечных перемещений сооружений типа трубопроводов, расположенных в разжиженных грунтах.

1. О математических моделях взаимодействия подземных трубопроводов с окружающим грунтом.

Известные механики (А.С. Вольмир, А.Н. Гузь, А.Г. Камерштейн, Г. Каудерер, В.Д. Кубенко, В.И. Малый, М. Azadi, R. Saeedzadeh, N. Hataf, H. Uno, S. Yasuda и др.) посвятили свои исследования проблемам решения задач механики деформируемого твердого тела; ими рассмотрен ряд линейных и нелинейных задач статики и динамики, которые опубликованы в мировой литературе; в частности, в известном Международном научном журнале «Прикладная механика» [1, 7, 9 – 14, 16, 17 – 22, 24, 26, 28]. А.С. Вольмир [7] исследовал устойчивость стержня при статическом, быстром и ударном нагружении без учета окружающей среды. А вопросы трехмерной теории устойчивости однородных упругих сред широко освещены в работах А.Н.Гузя. Рассмотрена устойчивость однородных сжимаемых и несжимаемых тел, разработаны методы и на их основе получено решение трехмерных задач при конечных докритических деформациях [9, 10]. В.Д. Кубенко и др. [14] предложили методику для анализа нестационарных колебаний цилиндрических оболочек, которые взаимодействуют с протекающей жидкостью. Ими проведены численные исследования динамических процессов прямого и обратного перехода в системе оболочка – жидкость через резонансные области. А в [13] изложены вопросы нелинейного деформирования цилиндрических оболочек при действии на них различного рода динамических нагрузок. Построены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) вынужденных колебаний, рассмотрены некоторые вопросы взаимодействия форм изгибных колебаний оболочек, частично заполненных жидкостью. В работах Г. Каудерера [12] и В.И. Малого [16] рассмотрены задачи с учетом геометрической нелинейности стержня. Также целесообразно отметить прикладную работу А.Б. Айнбиндера и А.Г. Камерштейна [1], в которой экспериментально исследуется система газопроводов, проложенных в районах Средней Азии в мелкозернистых барханных песках, и проанализированы случаи выпучивания отдельных участков. Этой проблеме в последнее время уделяется повышенное внимание во всем мире, так как оценка подъема трубопроводов является важным фактором, который следует учитывать при проектировании колодцев и труб, в особенности для районов, находящихся в сейсмически активной зоне. В подземных сооружениях выход из строя одной части влияет на работоспособность всей системы, а в наземных – это имеет локальный характер. Так, I. Friedmann и B. Debouvy [23] путем экспериментальных исследований объясняют процесс коромыслообразного выпучивания трубопровода. К. Wakamatsu, T. Tobita и другие исследователи [25, 27, 28] проводили натурные наблюдения. Проведенные ими исследования после землетрясений показали, что причиной подъема подземных сооружений является окружающая водонасыщенная среда. H. Uno и др. [26] ставили экспериментальные исследования относительно скорости подъема сооружения. Также вопросами подъема крупных подземных сооружений занимаются М. Azadi, R. Saeedzadeh и др. [22, 24]. Таким образом, сейсродинамическая теория подземных систем жизнеобеспечения различного назначения находится на прогрессивной стадии развития.

Главной задачей сейсродинамики подземных сооружений является определение взаимодействия сооружения с окружающим грунтом и их математическое описание; при этом подземный трубопровод можно рассматривать как стержень либо как оболочку. Первые исследования, посвященные моделям взаимодействия подземного сооружения с грунтом – это работы [4, 6, 11, 17, 21]. Экспериментальному исследованию в моделях и натуре посвящены работы [14, 17]. Иными словами: создана математическая модель взаимодействия подземного сооружения с окружающим грунтом. Принимая во внимание складывающуюся в мировой практике точку зрения на причины возрастающей аварийности подземных систем жизнеобеспечения, специалистами Института механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз разработаны классификация и математические модели взаимодействия продольных и поперечных колебаний трубопровода в водонасыщенном грунте [18, 19]; при этом подземный трубопровод моделируется как однородный стержень, а грунт принимается относительно неподвижным. Реакция грунта и его свойства учитываются через коэффициенты взаимодействия трубопровода с окружающим грунтом. Ниже приведены математические модели взаимодействия для продольных (Q_x) и поперечных колебаний (Q_z) трубопровода в водонасыщенном грунте согласно [18, 19]:

$$-Q_x = K_x u + \Lambda_x \frac{\partial u}{\partial t} + B_x \frac{\partial u}{\partial x} + M_x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}; \quad (1, a)$$

$$-Q_z = K_z w + \Lambda_z \frac{\partial w}{\partial t} - B_z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_z \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t}, \quad (1, б)$$

где u , w , соответственно, продольное и поперечное перемещения трубы; $\partial u / \partial t$, $\partial w / \partial t$ – скорость материальных частиц; $\partial u / \partial x$, $\partial^2 w / \partial x^2$ – деформация; $\partial^2 u / (\partial x \partial t)$, $\partial^3 w / \partial x^2 \partial t$ – скорость деформации; K_x , K_z , B_x , B_z – коэффициенты, учитывающие упругие свойства взаимодействия в системе «трубопровод – грунт»; Λ_x , Λ_z , M_x , M_z – коэффициенты, учитывающие вязкие свойства взаимодействия в системе «трубопровод – грунт». Схематично это означает параллельное «включение» упругого (Гуковского) элемента (H) и вязкого (Ньютоновского) элемента (N).

Действие каждого элемента в отдельности не наблюдаемо, они не могут быть независимыми. В работах [18, 19] проведены подробные обсуждения этих параметров и установлены следующие соотношения:

1) универсальное условие существования решения в виде затухающей волны:

$$K_x (M_x^2 + 4a_T^2) + B_x^2 = \Lambda_x (a_T^2 \Lambda_x + M_x B_x), \quad a_T - \text{скорость продольной волны в трубо-$$

проводе при отсутствии грунта;

2) корреляционные зависимости: $\Lambda_x B_x = K_x M_x$, $\Lambda_z B_z = K_z M_z$;

3) зависимости между параметрами при продольных и поперечных движениях:

$$B_z = h B_x; \quad M_z = h M_x.$$

Принимаем, что трубопровод совершает поперечные движения в водонасыщенном грунте, предположительно обладающий свойствами вязкой жидкости; тогда по [15] коэффициент Λ_z имеет вид: $\Lambda_z = 2\sqrt{2} F \sqrt{\rho_G \mu \omega} / R$. В данном случае трубопровод расположен в глинистых грунтах, поэтому коэффициент Λ_z с точностью до коэффициента α' выбираем в виде: $\Lambda_z = \alpha' (2\sqrt{2} F \sqrt{\rho_G \mu \omega}) / R$; здесь ρ_G – плотность грунта; μ – динамический коэффициент вязкости; ω – частота колебаний трубопровода в грунте; F – поперечное сечение трубопровода; R – радиус трубы.

В монографии [20] изложены методики организации и осуществления экспериментов по определению параметров K_x и K_z как для продольных, так и для поперечных движений трубопровода. На основе результатов этих экспериментов получены

эмпирические формулы зависимости коэффициентов K_x и K_z от глубины заложения, вида грунта и его влажности, геометрических размеров трубы и шероховатости ее поверхности и других факторов. Представлен обширный эмпирический материал, на основании которого установлено, что учет вязких свойств взаимодействия уменьшает значение коэффициента K_x . Значение коэффициента K_x заимствовано по аналогии с коэффициентом равномерного сдвига фундамента с основанием C_x [5].

Если в вышеприведенных четырехзвенных моделях взаимодействия приняты $\bar{\beta}_x = 0$, $\bar{\mu}_x = 0$, $\bar{\beta}_z = 0$, $\bar{\mu}_z = 0$, получим двухзвенные модели взаимодействия $-\bar{q}_x = \bar{k}_x u + \bar{\lambda}_x (\partial u / \partial t)$; $-\bar{q}_z = \bar{k}_z w + \bar{\lambda}_z (\partial w / \partial t)$. Если и $\bar{\lambda}_x = 0$, $\bar{\lambda}_z = 0$, то получим модели взаимодействия $-\bar{q}_x = \bar{k}_x u$; $-\bar{q}_z = \bar{k}_z w$ согласно работ [4, 6, 11, 17, 20, 21].

Сравнительный анализ результатов исследований, полученных на основе различных моделей взаимодействия трубопроводов с водонасыщенными грунтами дан в [2].

Таким образом, использование реологических моделей взаимодействия для поперечных и продольных перемещений трубопровода в грунте при исследовании поперечных колебаний подземных трубопроводов является естественным продолжением и усиленным развитием тех идей, которые были заложены в основу динамической теории сейсмостойкости подземных сооружений ее основателями [17].

2. Постановка задачи. Основные уравнения.

Рассмотрим задачу о поперечных перемещениях подземного трубопровода, расположенного в водонасыщенном грунте. В линейных моделях длина трубопровода остается неизменной, поэтому можно предположить возможность свободного движения одного из концов в направлении оси. Если же оба конца трубопровода закреплены, то поперечные движения неизбежно сопровождаются удлинением оси трубы, поэтому становится необходимым учитывать его геометрическую нелинейность.

Используем метод конечных элементов для решения задачи. Характерной особенностью для МКЭ явилось то, что аппроксимация искомых решений стала выполняться не во всей области, а в пределах отдельных простых элементов, на которые разбивается тело. Отдельные элементы стыкуются между собой по вершинам (узлам). Координатные функции, как правило, выбираются в виде кусочно-полиномиальных функций. Простота этого метода делает его удобным средством решения нелинейных задач механики сплошных сред и строительной механики.

Разделим трубопровод длиной l , шарнирно закреплённый по концам, на конечные элементы; их размеры полагаем одинаковыми и равными a . Принимая во внимание тот факт, что все подземные трубопроводы имеют начальные искривления, составим:

1) выражения полной работы деформации (изгиба и сжатия), учитывая геометрическую нелинейность –

$$A_U^i = \frac{1}{2} EF \int_0^a \left[\frac{\partial U^i}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W_1^i}{\partial x} \right)^2 \right]^2 dx + \frac{1}{2} EJ \int_0^a \left(\frac{\partial^2 (W_1^i - W_0^i)}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{P^2 a}{2EF}; \quad (2)$$

2) кинетическую энергию всей трубы –

$$E_k^i = \frac{1}{2} \mu \int_0^a \left[\left(\frac{\partial U^i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial W_1^i}{\partial t} \right)^2 \right] dx \quad (\mu = m_T + m_G), \quad (3)$$

где $W_1^i(x, t)$, $W_0^i(x)$ – полный и начальный прогибы i -го элемента; U^i – продольное перемещение i -ого элемента.

Для определения потенциала внешней нагрузки определим сближение концов трубопровода Δ .

Начальное расстояние между шарнирами равно:

$$a_0 = a - \frac{1}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial W_0^i}{\partial x} \right)^2 dx,$$

а конечное расстояние –

$$a_1 = a - \frac{Pa}{EF} - \frac{1}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial W_1^i}{\partial x} \right)^2 dx.$$

Сближение краев определяется уравнением

$$\Delta = a_0 - a_1 = \frac{Pa}{EF} + \frac{1}{2} \int_0^a \left[\left(\frac{\partial W_1^i}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial W_0^i}{\partial x} \right)^2 \right] dx.$$

Для потенциала нагрузки имеем уравнение

$$V_p^i = -P\Delta = -\frac{P^2 a}{EF} - \frac{P}{2} \int_0^a \left[\left(\frac{\partial W_1^i}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial W_0^i}{\partial x} \right)^2 \right] dx. \quad (4)$$

Работу взаимодействия трубопровода с грунтом представим в следующем виде:

$$A_{D1}^i = \frac{1}{2} \int_0^a \left[K_x (U^i)^2 + K_z (W_1^i - W_0^i)^2 \right] dx; \quad A_{D2}^i = \frac{1}{2} \int_0^a \left[\Lambda_x \frac{\partial}{\partial t} (U^i)^2 + \Lambda_z \frac{\partial}{\partial t} (W_1^i)^2 \right] dx. \quad (5)$$

Граничные условия принимают такой вид:

$$W_1^i = 0, \quad \frac{\partial^2 W_1^i}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x = 0; l; \quad U = r_1 \quad \text{при } x = 0; \quad U = 0 \quad \text{при } x = l. \quad (6)$$

Применяется гипотеза Кирхгоффа в пределах элемента трубы [12]; тогда уравнение (2) принимает такой вид:

$$A_U^i = \frac{1}{2a} EF \left[U^i [a, t] - U^i [0, t] + \frac{1}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial W_1^i}{\partial x} \right)^2 dx \right]^2 + \frac{1}{2} EJ \int_0^a \left(\frac{\partial^2 (W_1^i - W_0^i)}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{P^2 a}{2EF}. \quad (7)$$

Общая потенциальная энергия будет равна: $\Pi = A_u + V_p$.

Определим функцию Лагранжа $L = E_k - \Pi$. Составим уравнение Лагранжа II – рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = -\frac{\partial A_{D1}}{\partial q_i} - \frac{\partial A_{D2}}{\partial q_i}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial r_1} = -\frac{\partial A_{D1}}{\partial r_1} - \frac{\partial A_{D2}}{\partial r_1}. \quad (8)$$

Форму трубопровода в поперечном направлении представим через полиномы Эрмита кубической степени. Для произвольного i -го элемента полный прогиб балки представим в следующем виде:

$$W_1^i = \mathfrak{A}_1 q_i + \mathfrak{A}_2 q_{i+1} + \mathfrak{A}_3 q_j + \mathfrak{A}_4 q_{j+1}, \quad (9)$$

где q_i, q_j – прогибы; q_{i+1}, q_j – углы поворота в узлах элементов;

$$\mathfrak{A}_1 = 1 - \frac{3}{2} \xi^2 + \frac{1}{2} \xi^3; \quad \mathfrak{A}_2 = a \left(\xi - \frac{3}{2} \xi^2 + \frac{1}{2} \xi^3 \right);$$

$$\mathfrak{A}_3 = \frac{3}{2} \xi - \frac{1}{2} \xi^3; \quad \mathfrak{A}_4 = a \left(-\frac{\xi}{2} + \frac{\xi^3}{2} \right) \quad \left(\xi = \frac{x}{a} \right).$$

Учитывая граничные условия (6), получаем

$$W_1^{1,2} = \mathcal{A}_3 q_3 + \mathcal{A}_4 q_4;$$

$$W_1^{2,3} = \mathcal{A}_1 q_3 + \mathcal{A}_2 q_4 + \mathcal{A}_3 q_5 + \mathcal{A}_4 q_6;$$

$$W_1^{3,4} = \mathcal{A}_1 q_5 + \mathcal{A}_2 q_6 + \mathcal{A}_3 q_7 + \mathcal{A}_4 q_8;$$

$$-----$$

$$W_1^{i,i+1} = \mathcal{A}_1 q_{2i-1} + \mathcal{A}_2 q_{2i} + \mathcal{A}_3 q_{2i+1} + \mathcal{A}_4 q_{2i+2}, \quad (i = 2 \dots n-1);$$

$$-----$$

$$W_1^{n,n+1} = \mathcal{A}_1 q_{2n-1} + \mathcal{A}_2 q_{2n}.$$

Для произвольного i -го элемента продольное перемещение представим в виде

$$U^i = r_i \frac{a-x}{a} + r_{i+1} \frac{x}{a} = r_i (1-\xi) + r_{i+1} \xi, \quad \text{где } r_i, r_{i+1} - \text{ продольные перемещения узлов.}$$

Учитывая граничные условия (6), получаем равенства

$$U^{1,2} = r_1 (1-\xi) + r_2 \xi; \quad U^{2,3} = r_2 (1-\xi) + r_3 \xi; \quad U^{i,i+1} = r_i (1-\xi) + r_{i+1} \xi; \quad U^{n,n+1} = r_n (1-\xi).$$

Подставляя выражения W_1 и U в формулы (3) – (5) и (7), получаем

$$A_U = A_{U1}(\bar{q}_3, q_4, \bar{q}_5, q_6, \dots, \bar{q}_{2n-1}, q_{2n}) + A_{U2}(\bar{q}_3, q_4, \bar{q}_5, q_6, \dots, \bar{q}_{2n-1}, q_{2n}),$$

где принято:

$$A_{U1} = \frac{EF}{2a} \left[r_2 - r_1 + \frac{1}{2a} \int_0^1 \left(\frac{d}{d\xi} (\mathcal{A}_3 \bar{q}_3 + \mathcal{A}_4 q_4) \right)^2 d\xi \right]^2 +$$

$$+ \frac{EF}{2a} \sum_{i=2}^{n-1} \left[r_{i+1} - r_i + \frac{1}{2a} \int_0^1 \left(\frac{d(\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2i-1} + \mathcal{A}_2 q_{2i} + \mathcal{A}_3 \bar{q}_{2i+1} + \mathcal{A}_4 q_{2i+2})}{d\xi} \right)^2 d\xi \right]^2 +$$

$$+ \frac{EF}{2a} \left[-r_n + \frac{1}{2a} \int_0^1 \left(\frac{d(\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2n-1} + \mathcal{A}_2 q_{2n})}{d\xi} \right)^2 d\xi \right]^2;$$

$$A_{U2} = \frac{EJ}{2a^3} \int_0^1 \left[\frac{d^2}{d\xi^2} (\mathcal{A}_3 \bar{q}_3 + \mathcal{A}_4 q_4) - \frac{d^2 W_0^i}{d\xi^2} \right]^2 +$$

$$+ \sum_{i=2}^{n-1} \left[\frac{d^2}{d\xi^2} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2i-1} + \mathcal{A}_2 q_{2i} + \mathcal{A}_3 \bar{q}_{2i+1} + \mathcal{A}_4 q_{2i+2}) - \frac{d^2 W_0^i}{d\xi^2} \right]^2 +$$

$$+ \left[\frac{d^2}{d\xi^2} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2n-1} + \mathcal{A}_2 q_{2n}) - \frac{d^2 W_0^i}{d\xi^2} \right]^2 \left\} d\xi + \frac{P^2 a}{2EF};$$

$$E_k = \frac{\mu a}{2} \int_0^1 \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{d(r_i (1-\xi) + r_{i+1} \xi)}{dt} \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (\mathcal{A}_3 \bar{q}_3 + \mathcal{A}_4 q_4) \right]^2 + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=2}^{n-1} \left[\frac{d}{dt} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2i-1} + \mathcal{A}_2 q_{2i} + \mathcal{A}_3 \bar{q}_{2i+1} + \mathcal{A}_4 q_{2i+2}) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2n-1} + \mathcal{A}_2 q_{2n}) \right]^2 \right\} d\xi;$$

$$\begin{aligned}
V_p &= \frac{-P^2 a}{EF} - \frac{P}{2a} \int_0^1 \left\{ \left[\frac{d}{d\xi} (\mathcal{A}_3 \bar{q}_3 + \mathcal{A}_4 q_4) \right]^2 + \sum_{i=2}^{n-1} \left[\frac{d}{d\xi} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2i-1} + \mathcal{A}_2 q_{2i} + \mathcal{A}_3 \bar{q}_{2i+1} + \mathcal{A}_4 q_{2i+2}) \right]^2 + \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{d}{d\xi} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2n-1} + \mathcal{A}_2 q_{2n}) \right]^2 - \sum_{i=1}^n \left[\frac{dW_0^i}{d\xi} \right]^2 \right\} d\xi; \\
A_{D1} &= \int_0^1 \left\{ \frac{aK_x}{2} \sum_{i=1}^n [r_i (1-\xi) + r_{i+1} \xi]^2 + \frac{aK_z}{2} \left[(\mathcal{A}_3 \bar{q}_3 + \mathcal{A}_4 q_4)^2 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sum_{i=2}^{n-1} [\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2i-1} + \mathcal{A}_2 q_{2i} + \mathcal{A}_3 \bar{q}_{2i+1} + \mathcal{A}_4 q_{2i+2}]^2 + [\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2n-1} + \mathcal{A}_2 q_{2n}]^2 \right\} d\xi; \\
A_{D2} &= \int_0^1 \left\{ \frac{\Lambda_x a}{2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{d(r_i (1-\xi) + r_{i+1} \xi)}{dt} \right]^2 + \frac{\Lambda_z a}{2} \left\langle \left[\frac{d}{dt} (\mathcal{A}_3 \bar{q}_3 + \mathcal{A}_4 q_4) \right]^2 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sum_{i=2}^{n-1} \left[\frac{d}{dt} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2i-1} + \mathcal{A}_2 q_{2i} + \mathcal{A}_3 \bar{q}_{2i+1} + \mathcal{A}_4 q_{2i+2}) \right]^2 + \left[\frac{d}{dt} (\mathcal{A}_1 \bar{q}_{2n-1} + \mathcal{A}_2 q_{2n}) \right]^2 \right\rangle \right\} d\xi \\
&\quad (\xi = x/a, \bar{q}_k = q_k/a).
\end{aligned}$$

3. Решение задач и анализ результатов.

В частности, для трубопровода с двумя элементами ($n = 2$), тремя узлами ($n+1 = 3$) и обобщенными координатами $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, r_1$, имеем

$$\begin{aligned}
W_1^{1,2} &= \mathcal{A}_3 q_3 + \mathcal{A}_4 q_4; \quad W_1^{2,3} = \mathcal{A}_1 q_3 + \mathcal{A}_2 q_4; \\
U^{1,2} &= r_1 \frac{a-x}{a} + r_2 \frac{x}{a} = r_1 (1-\xi) + r_2 \xi; \quad U^{2,3} = r_2 \frac{a-x}{a} + r_3 \frac{x}{a} = r_2 (1-\xi) + r_3 \xi.
\end{aligned}$$

Относительная продольная деформация $\varepsilon = \Delta a / a$. Абсолютная продольная деформация $\Delta a = Pa / (EF)$. Тогда имеем формулу $\varepsilon = P / EF$.

С другой стороны имеем $\varepsilon^{1,2} = \frac{\partial U^{1,2}}{\partial x} = \frac{r_2 - r_1}{a}$; тогда окончательно получим такую формулу $\varepsilon^{1,2} = \frac{P}{EF} = \frac{r_2 - r_1}{a} \Rightarrow r_2 = r_1 + \frac{Pa}{EF}$.

Удовлетворяя граничным условиям (6) $r_3 = 0$, начальный прогиб выберем в виде: $W_0 = \bar{q}_3^0 \sin m\pi\xi$ ($\xi \in [0, 1]$).

После несложных преобразований определим функцию Лагранжа L , которую подставив в (8), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
0,9714\mu a \ddot{\bar{q}}_3 - \frac{EF}{a^2} (1,2\bar{q}_3 + 0,2q_4) r_1 - \frac{0,4P}{a} q_4 + \frac{EF}{a^3} [1,44\bar{q}_3^3 + 0,32\bar{q}_3 q_4^2] + \frac{6EJ}{a^3} (\bar{q}_3 - \bar{q}_3^0) - \\
- 2,4 \frac{P}{a} \bar{q}_3 = -0,9714K_z a \bar{q}_3 - 0,9714\Lambda_z a \dot{\bar{q}}_3; \\
0,038\mu a \ddot{q}_4 - \frac{EF}{a^2} (0,2q_3 + 0,2q_4) r_1 - \frac{0,4P}{a} q_3 + \frac{EF}{a^3} [0,32q_3^2 q_4 + 0,04q_4^3] + \\
+ \frac{6EJ}{a^3} q_4 - 0,4 \frac{P}{a} q_4 = -0,038K_z a q_4 - 0,038\Lambda_z a \dot{q}_4;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4\mu a}{3} \ddot{r}_1 + \frac{5\mu a^2}{6EF} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} + \frac{EFr_1}{a} + P - \frac{EF}{2a^2} (1,2q_3^2 + 0,4q_3q_4 + 0,2q_4^2) = \\ = -K_x a \left(\frac{4}{3} r_1 + \frac{5 Pa}{6 EF} \right) - \Lambda_x a \left(\frac{4}{3} \dot{r}_1 + \frac{5a}{6EF} \frac{dP}{dt} \right). \end{aligned}$$

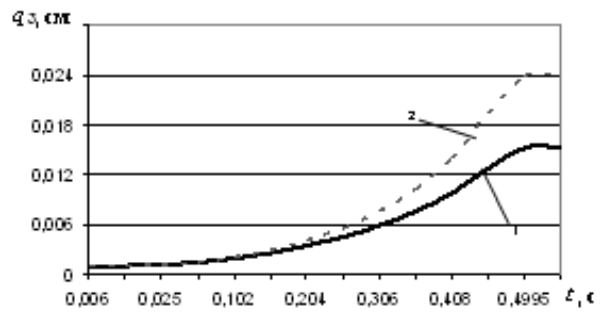
Введем безразмерный параметр времени: $t_1 = t / T_0$. Тогда последняя система примет такой вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{q}_3}{dt_1} &= y; \\ \frac{dy}{dt_1} &= \frac{EFT_0^2}{0,9714\mu a^3} (1,2\bar{q}_3 + 0,2q_4)r_1 + \frac{0,4PT_0^2}{0,9714\mu a^2} q_4 - \frac{EFT_0^2}{0,9714\mu a^4} [1,44\bar{q}_3^3 + 0,32\bar{q}_3q_4^2] - \\ &\quad - \frac{6EJT_0^2}{0,9714\mu a^4} (\bar{q}_3 - \bar{q}_3^0) + \frac{2,4PT_0^2}{0,9714\mu a^2} \bar{q}_3 - \frac{K_z T_0^2}{\mu} \bar{q}_3 - \frac{\Lambda_z T_0}{\mu} y; \\ \frac{dq_4}{dt_1} &= z; \\ \frac{dz}{dt_1} &= \frac{EFT_0^2}{0,038\mu a^3} (0,2q_3 + 0,2q_4)r_1 + \frac{0,4PT_0^2}{0,038\mu a^2} q_3 - \frac{EFT_0^2}{0,038\mu a^4} [0,32q_3^2q_4 + 0,04q_4^3] - \\ &\quad - \frac{6EJT_0^2}{0,038\mu a^4} q_4 + \frac{0,4PT_0^2}{0,038\mu a^2} q_4 - \frac{K_z T_0^2}{\mu} q_4 - \frac{\Lambda_z T_0}{\mu} z; \\ \frac{dr_1}{dt_1} &= x; \\ \frac{dx}{dt_1} &= \frac{-5a}{8EF} \frac{\partial^2 P}{\partial t_1^2} - \frac{3EFT_0^2 r_1}{4\mu a^2} - \frac{3PT_0^2}{4\mu a} + \frac{3EFT_0^2}{8\mu a^3} (1,2q_3^2 + 0,4q_3q_4 + 0,2q_4^2) - \\ &\quad - \frac{K_x T_0^2}{\mu} \left(r_1 + \frac{5 Pa}{8 EF} \right) - \frac{\Lambda_x T_0}{\mu} \left(x + \frac{5a}{8EF} \frac{dP}{dt_1} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

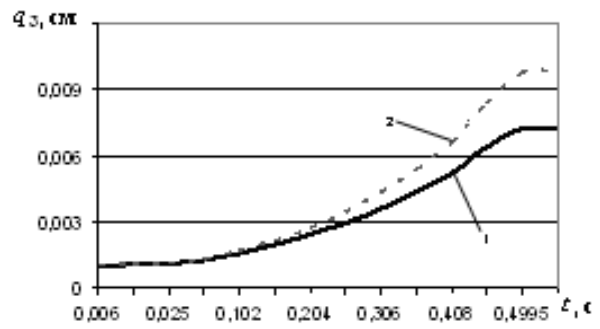
Систему дифференциальных уравнений (10) решаем методом Рунге-Кутты при начальных условиях: $q_j = q_{j0}$, $\dot{q}_j = \dot{q}_{j0}$, $r_1 = r_{10}$, $\dot{r}_1 = \dot{r}_{10}$ при $t = 0$.

Расчеты проведены для конкретных числовых значений параметров; на рис. 2 – 3 представлены зависимости максимального поперечного перемещения q_3/a от времени при действии на трубопровод осевой силы $P = P_0$ (при расчетах принято: $P_0 = mP_s$ ($P_s = 4\pi^2 EJ / l^2$ – эйлерова сила); $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $R = 20$ см; $\delta = 1$ см; $q_3^0/a = 0,001$. Расчеты проводились при различных значениях параметров P_0 , r_1 , коэффициентов жесткости упругого K_x элемента.

На рис. 2 и 3 приведены зависимости поперечных перемещений подземного трубопровода от времени при $l = 7$ м (а); $l = 8$ м (б). Линия 1 – без учета продольного перемещения; а линия 2 – при $r_1 = 0001$. На графике а) учет продольного перемещения r_1 увеличивает значение поперечного перемещения примерно в 1,56 раза, а на б) учет продольного перемещения r_1 увеличивает значение поперечного перемещения в 1,35 раз, т.е. продольное перемещение r_1 зависит от l ; чем длиннее трубопровод, тем влияние продольного перемещения r_1 меньше.

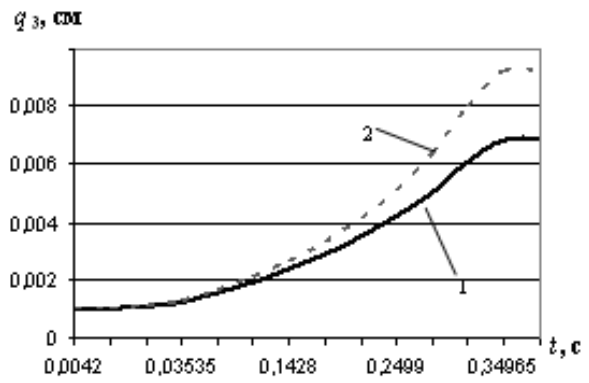


a

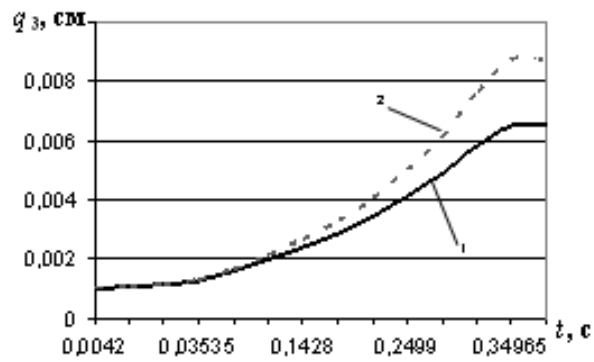


б

Рис. 2



a



б

Рис. 3

Аналогичный анализ следует из рис. 3 при $K_x = 19,61 \text{ Н/см}^3$ (а); $K_x = 29,42 \text{ Н/см}^3$ (б). Линия 1 – без учета продольного перемещения; а линия 2 – при $r_1 = 0,001$. На графике а) учет продольного перемещения r_1 увеличивает значение поперечного перемещения трубопровода в 1,34 раза, а на графике б) учет продольного перемещения r_1 увеличивает перемещение в 1,33 раза, т.е. в более твердых грунтах влияние продольного перемещения меньше. Таким образом, продольное перемещение r_1 зависит от изменения характеристик трубопровода и свойств окружающего грунта.

При действии осевой силы, имеющей значение меньше эйлеровой нагрузки, влияние продольного перемещения r_1 на подъем трубопровода в первой форме незначительно, т.е. численные значения поперечных перемещений одного порядка. Поэтому допущение о том, что концы трубопровода в продольном направлении принимаются не смещающимися, сделанное в работе [3], является приемлемым; это дает, в свою очередь, сравнительную оценку полученным результатам.

Заключение.

Таким образом, выпучивания трубопроводов наблюдаются только в водонасыщенных грунтах. Требуется определить при каких комбинациях реологических параметров грунта, геометрических и механических характеристиках трубопровода и показателях ожидаемых землетрясений, выражающихся через действие внешней осевой силы, возможны подъемы того или иного участка магистрального трубопровода. Особенностью выполненных расчетов является то, что проведенный анализ полученных результатов расчета хорошо согласуется с фактическими данными – результатами наблюдений повреждений подземных сооружений при сейсмических воздействиях.

РЕЗЮМЕ. Досліджено поперечні зміщення підземного трубопроводу, який перебуває у водонасиченому дрібнодисперсному ґрунті, з використанням розроблених моделей взаємодії в системі «трубопровід – ґрунт». Даний процес у загальному випадку повинен описуватись системою нелінійних рівнянь при сумісному врахуванні поздовжнього і поперечного переміщень. Для розв'язання задачі використано наближений числовий метод. Визначено можливе підняття трубопроводів, які укладено у водонасичених грунтах, під дією поздовжнього сейсмічного навантаження. Показано вплив стану ґрунтів і геометричних характеристик трубопроводу на його поперечне переміщення. Результати досліджень приведено у вигляді зміни графіків – залежностей поперечних переміщень трубопроводу з часом та дано їх аналіз.

1. Айнбіндер А.Б., Камерштейн А.Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. – М.: Недра, 1982. – 342 с.
2. Ан Е.В. Анализ влияния двух- и четырехзвенной моделей взаимодействия в исследованиях динамической устойчивости подземных трубопроводов при циклическом нагружении // Пробл. механики (Узбекистан). – 2016. – № 1. – С. 60 – 64.
3. Ан Е.В., Рашидов Т.Р. Сейсродинамика подземных трубопроводов, взаимодействующих с водонасыщенным мелкодисперсным грунтом // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2015. – № 3. – С. 89 – 104.
4. Аронов Р.И. Исследование условий взаимодействия трубы и грунта при продольных перемещениях трубопровода // Труды ВНИИСтройнефть. – 1953. – Вып. V. – С. 14 – 45.
5. Баркан Д.Д. Динамика оснований и фундаментов. – М.: Стройвоенмориздат, 1948. – 412 с.
6. Бородавкин П.П. Подземные магистральные трубопроводы (проектирование и строительство). – М.: Недра, 1982. – 384 с.
7. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
8. Гехман А.С., Зайнетдинов Х.Х. Расчет, конструирование и эксплуатация трубопроводов в сейсмических районах. – М.: Стройиздат, 1988. – 184 с.
9. Гузь А.Н., Спорыхин А.С. Трехмерная теория неупругой устойчивости: общие вопросы // Прикл. механика, 1982. – 18, № 7, – С. 3 – 28.
10. Гузь А.Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. – К.: Наук. думка, 1973. – 272 с.
11. Емельянов Л.М. О продольных напряжениях в подземных газопроводных трубах // Труды ВНИИ природного газа: Вопросы добычи, транспорта и переработки природных газов. – М., 1951. – С. 177 – 213.

12. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. – М.: ИЛ, 1961. – 778 с.
13. *Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Подчасов Н.П.* Нелинейные колебания цилиндрических оболочек. – К.: Выща шк., Головное изд-во, 1989. – 208 с.
14. *Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Подчасов Н.П.* Анализ нестационарных процессов в цилиндрических оболочках при взаимодействии с протекающей жидкостью // Прикл. механика. – 2010. – **46**, № 10. – С. 36 – 52.
15. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. – М.: Наука, 1988. – 736 с.
16. *Малый В.И.* Качественный анализ процесса выпучивания стержня при продольном ударе // Матер. межд. науч. симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 95-летию со дня рождения А.А. Ильюшина. – М., 2006. – С. 351 – 358.
17. *Рашидов Т.Р.* Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. – Ташкент: Фан, 1973. – 180 с.
18. *Рашидов Т.Р., Сибукаев Ш.М.* Реологическая модель взаимодействия трубопровода с водонасыщенным грунтом (при поперечных движениях) // Проблемы механики (Узбекистан). – 2009. – № 1. – С. 32 – 36.
19. *Рашидов Т.Р., Сибукаев Ш.М.* Реологическая модель взаимодействия трубопровода с водонасыщенным грунтом (при продольных и крутильных волновых движениях) // Проблемы механики (Узбекистан). – 2008. – № 2 – 3. – С. 15 – 23.
20. *Рашидов Т.Р., Хожметов Г.Х.* Сейсмостойкость подземных трубопроводов. – Ташкент: Фан, 1985. – 153 с.
21. *Ясин Э.М.* Устойчивость подземных трубопроводов. – М.: Недра, 1967. – 120 с.
22. *Azadi M., Mir Mohammad Hosseini S.* The uplifting behavior of shallow tunnels within the liquefiable soils under cyclic loadings // Tunneling and Underground Space Technology. – 2010. – **25**. – P. 158 – 167.
23. *Friedmann I., Debouvry B.* Analytical design method helps prevent buried pipe upheaval // Pipe Line Industry. – 1992. – **76**, N 11. – P. 63 – 69.
24. *Saeedzadeh R., Hataf N.* Uplift response of buried pipelines in saturated sand deposit under earthquake loading // Soil Dynamics and Earthquake Engineering – 2011. – **31**. – P. 1378 – 1384.
25. *Tobita T., Iai S., Kang G.C., Konishi Y.* Observed and estimated sewer manhole uplifts during earthquakes // Performance-Based Design in Earthquake Geotechnical Engineering. – 2009. – P. 1061 – 1069.
26. *Uno H., Oka F., Tanizaki S., Tateishi A.* Centrifuge model tests on the uplift behavior of an underground structure during liquefaction and its numerical modeling // Performance-Based Design in Earthquake Geotechnical Engineering. – 2009. – P. 1041 – 1049.
27. *Wakamatsu K., Yoshida N.* Ground failures and their effects on structures in Midorigaoka district, Japan during recent successive earthquakes // Proc. of the Int. Conf. on Performance-based Design in Earthquake Geotechnical Engineering “Earthquake geotechnical case histories for performance-based design”. – Tokyo, 2009. – P. 159 – 176.
28. *Yasuda S., Tanaka T., Kiku H.* Uplift of sewage man-holes during 1993 Kushiro-oki EQ., 2003 Tokachi-oki EQ. and 2004 Niigataken Chuetsu EQ // Proc. of the Int. Conf. on Performance-based Design in Earthquake Geotechnical Engineering “Earthquake geotechnical case histories for performance-based design”. – Tokyo, 2009. – P. 95 – 108.

Поступила 11.09.2018

Утверждена в печать 22.11.2018