

А. Ф. Булат<sup>1</sup>, В. И. Дырда<sup>1</sup>, В. Г. Карнаухов<sup>2</sup>

## ДОЛГОВЕЧНОСТЬ ТЕРМОУПРУГОНАСЛЕДСТВЕННЫХ ТЕЛ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

<sup>1</sup>Институт геотехнической механики им. Н.С.Полякова НАНУ,  
ул. Симферопольская, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: office.igtm@nas.gov.ua

<sup>2</sup>Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057. Киев. Украина; e-mail: karn@inmech.kiev.ua.

**Abstract.** An energy criterion of destruction of thermo-viscoelastic structural members under abrasive wear and tear with taking into account the dissipative heating is proposed. On its base, an algorithm of calculation of durability of such members under long-term cyclic loading is developed. A simple formula for the number of cycles to the destruction of member is obtained. The results of experimental study of destruction of the rubber liner are given. The good agreement of theoretical and experimental results is observed.

**Key words:** viscoelastic structure, cyclic loading, criterion of destruction, rubber liner.

### Введение.

Резиновая футеровка (обрезинивание) элементов конструкций различного назначения находит широкое применение на предприятиях металлургической, машиностроительной, перерабатывающей, горнодобывающей, горнообогатительной, химической и др. областей промышленности. Она позволяет избежать разрушения металлических элементов оборудования, продлить срок их службы за счет уменьшения износа, защитить от шума, коррозии, ударов, воздействия температуры и существенно снизить нагрузку на эти элементы. Циклическое нагружение является одним из основных видов нагружения футеровки. Резиновая футеровка обладает вязкоупругими свойствами и при циклическом нагружении нагревается за счет гистерезисных потерь. Поэтому расчет долговечности резиновой футеровки при таком нагружении с учетом указанных особенностей поведения материала является актуальной задачей механики деформируемого твердого тела.

В настоящей статье предложен энергетический критерий разрушения вязкоупругих элементов конструкций при длительном циклическом нагружении, в частности и резиновой футеровки. На его основе разработан алгоритм расчета долговечности таких элементов при указанном нагружении. Получена простая формула для количества циклов до разрушения. Приведены результаты экспериментального исследования разрушения резиновой футеровки, свидетельствующие об удовлетворительном согласовании теоретических и экспериментальных данных.

### 1. Обобщенный алгоритм расчёта.

Структурно-синергетическую модель разрушения футеровки можно представить следующим образом: разрушение футеровки на поверхности её взаимодействия с мельничной загрузкой происходит по двум механизмам: первый – абразивный износ, т.е. удаление агрегатов резины более твердыми контртелами; второй – микро- и макро-разрушение резины в объёме за счёт процессов утомления. Объединение этих двух механизмов приводит к абразивно-усталостному разрушению резины. Интенсивность этого разрушения в целом определяется усталостной поврежденностью резины.

Алгоритм исследования долговечности футеровки строится на комплексном подходе расчёта футеровки с учётом взаимосвязи аналитических расчётов и экспериментальной информации об усталостных, термомеханических, реологических характеристиках резины, информации о типе износа и истирания поверхности резины и модели её разрушения. Он включает в себя решение таких задач:

расчет напряженно-деформированного состояния футеровки с учетом вязкоупругих эффектов в резине;

решение уравнения теплопроводности с внутренним источником тепла для определения температуры диссипативного разогрева в резиновом массиве;

использование критериальных уравнений разрушения, связывающих параметры разрушения (абразивно-усталостного износа и старения материала во времени) со временем наработки футеровки до отказа по принятым в инженерной практике критериям.

Рассмотрим этот алгоритм применительно к расчёту отдельной плиты футеровки.

Решение задач по расчёту НДС вязкоупругих элементов конструкций и температурного поля диссипативного разогрева представлено в работах [1, 2, 6 – 8].

**Двухкритериальное уравнение долговечности резиновой футеровки (РФ).** Для открытых термодинамических систем, обменивающихся энергией с окружающей средой, энергию диссипации  $dU_\delta$  за время  $dt$  можно разложить на слагаемые [3]:

$$dU_\delta = dU_T + dU_p,$$

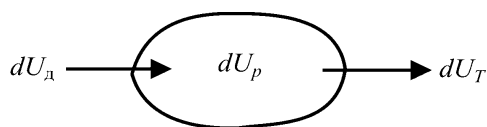


Рис. 1

где  $dU_T$  – поток тепловой энергии в окружающую среду (рис. 1);  $dU_p$  – энергия, идущая на осуществление необратимых процессов внутри системы, т.е. на разрушение структуры резины; для всех реальных процессов работа разрушения  $dU_p > 0$ .

Для рассматриваемого случая разрушения РФ по абразивно-усталостному механизму для полной энергии разрушения  $\Delta U_p$  запишем:

$$\Delta U_p = \Delta U_y + \Delta U_{из},$$

где  $\Delta U_y$  – энергия, идущая на разрушение структуры резины в объёме футеровки;  $\Delta U_{из}$  – энергия, идущая на разрушение поверхностного слоя резины от абразивного износа.

Деформируемую плиту футеровки будем считать термодинамической системой. Известно, что состояние всякой термодинамической системы наиболее полно характеризуется её внутренней энергией. Исходя из этого, предположим, что существует взаимно однозначное соответствие между степенью разрушенности системы и её внутренней энергией. Опираясь на это предположение, построим критериальное уравнение разрушения.

Запишем первый закон термодинамики для случая, когда на образец действуют механические силы и некоторые силы немеханического происхождения, например, радиация:

$$\dot{U} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} + \dot{\chi} + \dot{\xi}.$$

Здесь  $U$  – внутренняя энергия системы;  $\chi$  – энергия немеханического воздействия;  $\xi$  – энергия разрушения от абразивного износа (здесь и далее точкой обозначена производная по времени).

Итогом этих воздействий оказывается, как видно, увеличение внутренней энергии системы. Однако всякая система стремится занять состояние с минимальным значе-

нием энергии. Поэтому увеличившаяся внутренняя энергия расходуется внутри системы. Согласно первому закону термодинамики выполнение работы внутри системы направлено на изменение внутренней структуры системы и тепловыделение, т.е.

$$\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} + \dot{\xi} + \dot{\chi} = \dot{U}_p + \dot{q},$$

где  $U_p$  – часть внутренней энергии, которая используется на перестройку структуры системы, т.е. на разрушение;  $q$  – часть внутренней энергии, выделяющаяся в виде теплоты.

По истечении времени  $t^*$  энергетический баланс будет следующим:

$$\Delta U_p^* = \int_0^{t^*} (\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{q} + \dot{\xi} + \dot{\chi}) dt. \quad (1)$$

Зная внешние условия воздействия на систему и время  $t^*$ , из (1) можно определить значение  $\Delta U_p^*$ , и, наоборот, зная  $\Delta U_p^*$  и внешние условия воздействия на систему, можно установить время  $t^*$  до разрушения. Таким образом, уравнение (1) является критерием длительной прочности и позволяет определить время до разрушения характерного объёма твёрдого тела при известных условиях деформирования и экспериментально найденной константе  $\Delta U_p^*$ .

Уравнение для локальной долговечности резиновой плиты ( $N^*$  – количество циклов до разрушения) имеет вид:

$$N^* = \frac{\eta_\phi \delta_m \Delta U_p^*}{0,5 |E^*| \varepsilon^2 \psi (1 - \eta_T)}, \quad f(x, y, z), \quad (2)$$

где  $\delta_m$  – коэффициент несимметрии загрузки по длине мельницы;  $|E^*|$  – абсолютное значение комплексного модуля упругости;  $\eta_\phi$  – коэффициент, характеризующий профиль резиновой футеровки;  $\varepsilon$  – относительная деформация плит футеровки;  $\eta_T$  – коэффициент, показывающий, какая часть диссипируемой в резине энергии расходуется на теплообразование; функция  $f(x, y, z)$  характеризует распределение напряжений и деформаций.

В рассматриваемом случае нагружение плиты футеровки характеризуется стационарным полем температур от диссипативного саморазогрева. Поэтому параметр  $\eta_T$  в первом приближении можно принимать независимым от условий нагружения и температуры внешней среды.

При таких допущениях критериальное уравнение (2) запишем в более простом виде:

$$t^* = N^* = \frac{\eta_\phi \delta_m \Delta U_p^*}{0,5 |E^*| \varepsilon^2 \psi \eta_p}, \quad (3)$$

где  $\eta_p = 1 - \eta_T$  – коэффициент, характеризующий часть энергии, идущей непосредственно на разрушение структуры резины.

С учётом

$$\eta_p = \frac{\Delta U_p^*}{\Delta U_\delta^*}$$

получаем

$$N^* = \frac{\eta_\phi \delta_m \Delta U_\delta^*}{0,5 |E^*| \varepsilon^2 \psi}, \quad (4)$$

где  $\Delta U_\delta^*$  – критическое (допускаемое) значение плотности энергии, диссипируемой в плите футеровки при нагружении.

Отметим, что время до локального разрушения плиты футеровки  $t^*$  отождествляется с разрушением центральной области резинового массива.

Для резины 541933-1 допустимая плотность энергии разрушения от процесса длительной усталости, найденная при прямых экспериментальных исследованиях, равняется  $\Delta U_d^* = 1,28 \cdot 10^{10}$  Дж/м<sup>3</sup>.

## 2. Феноменологическая модель абразивного износа РФ.

При взаимодействии технологической загрузки с РФ острые и твёрдые контртела (шары и частицы перерабатываемого материала) вдавливаются в резину под определённым углом и некоторое время находятся в контакте с её поверхностным слоем. Характер взаимодействия абразивной частицы с поверхностным слоем резинового футеровки показан на рис. 2, где  $N$  – усилие среды;  $\sigma_y$  – нормальное напряжение;  $\tau_x$  – касательное напряжение;  $F$  – обобщённая сила.

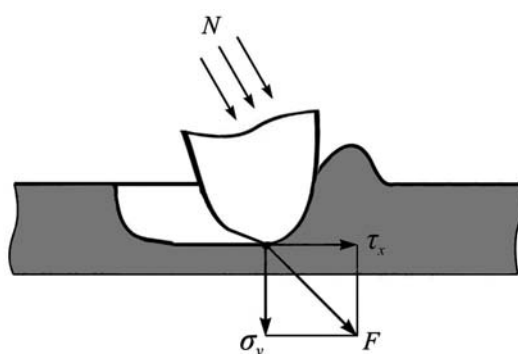


Рис. 2

Впереди острого выступа контртела резина находится в сжатом состоянии, а позади испытывает большие деформации растяжения, что приводит к раздиру резины и образованию полос, которое по направлению совпадает с направлением скольжения. Именно наличие продольных полос на поверхности истирания является внешним проявлением абразивного вида износа. При этом в месте контакта возникают большие напряжения, приводящие к разрушению локальных объёмов резины, к порезам (собственно

к раздиру) и к массопереносу частиц резины, т.е. к отделению частиц материала и выносу их с барабана охлаждающей жидкостью. В локальном объёме резины возникает сложное напряжённое состояние, которое в простейшем случае, следуя модели Герца – Динника, можно свести к нормальным  $\sigma_y$  и касательным  $\tau_x$  напряжениям (рис. 2). Интенсивность абразивного износа определяется величиной нагрузки, твёрдостью и остротой выступов контртел, углом атаки и механическими характеристиками резины. Как видно, механизм абразивного износа довольно сложен; следует также учитывать нелинейность и стохастичность этого процесса и тот факт, что резина в поверхностном слое имеет намного большую степень повреждённости, чем в объёме [3].

Таким образом, абразивный износ резины можно представить, как процесс механического отрыва некоторых частиц (агрегатов) материала и износостойкость при этом, естественно, будет обусловлена прочностными свойствами резины. Износостойкость также будет зависеть от температуры и в целом, как и прочность резины, будет следовать концепции температурно-временной суперпозиции. Этот факт имеет важное значение, т.к. он указывает на общую вязко-эластичную природу разрушения резин при механических разрывах и истирании, что позволяет для описания процесса применять одни и те же физические модели, алгоритмы расчёта и критерии разрушения.

**Определение энергии разрушения при абразивном износе резин.** Как уже отмечалось [4], разрушение резиновых футеровок барабанных мельниц происходит по абразивно-усталостному механизму. Рассмотрим абразивную составляющую этого довольно сложного многопараметрического процесса. Известно, что в основе абразивного износа лежат следующие составляющие: износ, обусловленный разрушением внутренних когезионных связей материала; адгезии, обусловленной молекулярными силами; деформации, обусловленной преимущественно диссипативными силами.

Современные возможности эксперимента позволяют выделить, в основном, адгезионную составляющую износа, которая обусловлена разрывом «молекулярных агрегатов» (термин, используемый Шалламахом, более подходящий для процесса макро-

разрушения [5], Грошем [6] и другими). Ниже будет использоваться термин «агрегат» при абразивном износе резиновой футеровки.

Примем следующие важные допущения, которые дают общее представление о механизме разрушения резины вследствие абразивного износа и не выходят за рамки принятой феноменологической модели:

будем считать, что между матрицей и контртелом (т.е. между резиновой футеровкой и загрузкой) существует однородное относительное скольжение со скоростью  $V$ ;

температура  $T$  в зоне контакта не превышает допустимую температуру  $[T]$  для рассматриваемого типа резины:  $T < [T]$ ;

для исследуемого процесса характерна совместимость с принципом эквивалентности скорости и температуры, т.е. величина  $A(V, T)$ , зависящая от скорости и температуры, подчиняется принципу температурно-временной суперпозиции (так называемое уравнение ВЛФ – Вильямса – Ландела – Ферри); для деформационных характеристик резин этот принцип изложен в работах [1, 2], для характеристик при износе – в работе [4];

будем считать, что отрыв агрегата резины от матрицы, т.е. разрыв связи, происходит в то время, когда энергия, накопленная агрегатом во время процесса износа, достигнет некоторого критического значения  $U_0$ ; Шалламах, Грош и позже Хетфилд при исследовании единичных актов износа (царапание иглой) наполненных резин показали (в том числе подтвердили экспериментально), что энергия, поглощённая «молекулярным агрегатом» во время износа, по порядку совпадает с энергетическим барьером, существующим между свободным и связанным состояниями агрегата; такая концепция разрушения при абразивном износе обоснована в работах этих авторов;

будем считать, что для исследуемой резины функция релаксации агрегатов известна и определяется свойствами материала. При этом, зная релаксационную функцию и закон смещения двух находящихся в контакте материалов (однородное относительное скольжение с заданной скоростью), на основании интеграла Больцмана можно получить уравнение силы связи для элементарного агрегата, что позволит вычислить силу трения (износа), как среднее значение сил связи.

При известном динамическом пределе одной связи (эту величину можно найти экспериментально, исходя из величины трения при скоростях, близких к скорости при нулевом скольжении), полученной силе износа и согласно энергетическому критерию разрушения можно определить критическую энергию разрушения резины при абразивном износе.

**Энергетический критерий разрушения резины при абразивном износе.** В случае отрыва агрегата резины от матрицы предполагается, что функция релаксации резины  $r(t)$  известна (т.е. известны механические параметры резины) и между загрузкой и футеровкой существует однородное относительное движение, в большинстве случаев с постоянной и ограниченной малыми величинами скоростью  $V$ . Используя интеграл Больцмана, можно получить уравнение силы связи для элементарного агрегата резины и затем определить силу трения (износа), как среднее значение сил связи.

Пусть  $n$  – общее число агрегатов, подвергающихся действию сил связи вблизи поверхности контакта;  $n_0$  и  $n_1$  – число агрегатов соответственно в связанном и свободном (т.е. после разрыва) состоянии;  $t_0$  и  $t_1$  – время, в течение которого агрегат находится соответственно в связанном и свободном состоянии; эти величины связаны статистическими соотношениями

$$\frac{n_0}{t_0} = \frac{n_1}{t_1} = \frac{n}{t_0 + t_1}. \quad (5)$$

Предположение, что время, в течение которого агрегат находится в свободном состоянии, пропорционально времени релаксации  $\tau$  агрегата,

$$t_1 = a\tau,$$

где  $a$  – некоторая постоянная, будет справедливо, если принять, что время, необходимое для достижения агрегатом известного динамического уровня, пропорционально  $\tau$ , а смещение при этом будет пропорционально  $V$ .

С учётом приведённых предположений силу связи  $f(t)$  агрегатов определим, пользуясь интегралом Больцмана:

$$f(t) = V \int_0^t r(t-t') dt'. \quad (6)$$

Если динамический предел связи  $f_0$  одного агрегата резины известен, то его можно определить экспериментально, исходя из величины трения при скоростях, близких к скорости при нулевом скольжении (например, при применении смазки), из выражения:

$$f_0 = 2F(0)/n_0, \quad (7)$$

где  $F(0)$  – сила трения при нулевом скольжении.

Предполагая, что связь между агрегатами резины исчезает, когда сила достигает величины  $f_0$ , уравнение (6) записываем в виде:

$$f(t_0) = f_0. \quad (8)$$

В этом случае общая сила трения, как среднее значение сил связи агрегатов, находящихся в контакте с контртелом, равна:

$$F = \frac{n_0}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt. \quad (9)$$

Положим, что резина характеризуется функцией релаксации вида:

$$r(t) = E_0(1 + be^{-t/\tau}), \quad (10)$$

где  $E_0$  – модуль упругости резины;  $\tau$  – время релаксации;  $b$  – некоторая постоянная;  $t$  – текущее время.

Элементарную силу связи каждого агрегата определяют в соответствии с (6) при заданном виде функции (5) из выражения

$$f(t) = vtE_0 + \tau vbE_0 - vbE_0\tau e^{-t/\tau}. \quad (11)$$

Введем обозначения

$$L = v \cdot \tau \text{ и } \alpha = t/\tau, \quad (12)$$

где  $L$  – длина релаксации агрегата молекул материала;  $\tau$  – время релаксации.

Тогда зависимость (11) можно записать в виде

$$f(t) = LE_0[\alpha + b(1 - e^{-\alpha})]. \quad (13)$$

Величины  $\tau$  и  $L$  (по порядку значений) совпадают: длина релаксации  $L$  – со средней длиной свободного пробега агрегатов резины, а время релаксации  $\tau$  – со средним временем их свободного пробега [4, 5].

С учётом принятых обозначений (12) из условий (8)

$$f_0 = f(t-t_0) = E_0L[\alpha_0 + b(1 - e^{-\alpha_0})], \quad (14)$$

пользуясь уравнением

$$L = \frac{f_0}{E_0} [\alpha_0 + b(1 - e^{-\alpha_0})]^{-1}, \quad (15)$$

можно определить  $t_0$  (а также  $a_0$ ).

Сила трения  $F$ , как общая сила, определяется усреднением сил связи агрегатов резины по формуле:

$$F = \frac{n_0}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt. \quad (16)$$

После интегрирования уравнение общего износа (16) примет вид

$$F = \frac{n_0 E_0 L}{\alpha_0} \left[ \frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1) \right] \quad (17)$$

или с учётом (5)

$$F = \frac{n E_0 L}{\alpha_0 + a} \left[ \frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1) \right]. \quad (18)$$

При исследовании изменения адгезионной составляющей трения в зависимости от скорости скольжения  $F(L)$  достаточно исключить  $a_0$  совместным решением уравнений (15) и (18) и исследовать получаемые таким образом результаты.

С учётом изложенного можно утверждать следующее: энергетический критерий разрушения резины, постулирующий, что разрыв связи агрегата с матрицей происходит, когда энергия, накопленная агрегатом во время износа резины, достигает некоторого критического значения  $U_0$ , позволяет определить величину  $U_0$  согласно уравнению:

$$U_0 = V \int_0^{t_0} f(t) dt \quad (19)$$

или с учётом (9), (12)

$$U_0 = V t_0 F / n_0. \quad (20)$$

Согласно принятой пропорциональности (5)

$$\frac{n_0}{t_0} = \frac{n}{t_0 + t_1} = \frac{n}{\alpha_0 \tau + a \tau} = \frac{n}{\tau(\alpha_0 + a)}$$

зависимость (20) преобразуется к виду:

$$U_0 = \frac{L(\alpha_0 + a)}{n} F \quad (21)$$

или через силу трения

$$F = \frac{n U_0}{L(\alpha_0 + a)}. \quad (22)$$

Для резины, функция релаксации которой имеет вид (10), с учётом вычисленного интеграла (18), выражение для параметра  $L$  с учетом зависимостей (21) или (22) будет иметь вид:

$$L = \sqrt{\frac{U_0 / E_0}{\frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1)}}. \quad (23)$$

Изменение силы трения  $F$ , как функции скорости  $F(L)$ , находится из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} L = \sqrt{\frac{U_0/E_0}{\frac{\alpha_0^2}{2} + b(\alpha_0 + e^{-\alpha_0} - 1)}}; \\ F = \frac{nU_0}{L(\alpha_0 + a)}. \end{cases} \quad (24)$$

Таким образом, для наполненных резин, используемых в качестве защитных футеровок барабанных рудоизмельчительных мельниц, при абразивно-усталостном механизме износа определение энергии разрушения целесообразно проводить по формуле (20) при известной релаксационной кривой и экспериментально найденных параметрах износа модельных образцов.

**Экспериментальные исследования.** Такие исследования проводились согласно ГОСТ 426-77 (Метод определения сопротивления истиранию при скольжении). Использовался экспериментальный стенд МИ-2 и стандартные образцы из футеровочной резины 541933-1 размером (в мм) 20×20×8; образцы присоединялись к специальной рамке-держателю и истирались на шлифовальной шкурке (по ГОСТ 344-74). Для статистической обработки данных проводилось не менее девяти испытаний. Полученные таким образом результаты были следующими: сила трения  $F=16$  Н; время истирания  $t=150$  с; скорость истирания  $V=0,285$  м/с.

Количество частиц износа  $n=60 \cdot 10^3$  (усреднённое значение по результатам девяти испытаний; усреднённая масса частиц – 0,5 г; при усреднённом диаметре частиц  $d=0,4$  мм количество частиц в одном кубическом метре  $n^*=22 \cdot 10^9$  1/м<sup>3</sup>).

В этом случае энергия разрушения для одного фрагмента резины (т.е. энергия отделиения его от матрицы) согласно уравнению (20) будет

$$U_0 = \frac{F \cdot V \cdot t}{n} = \frac{16 \cdot 0,285 \cdot 150}{6,0 \cdot 10^3} = 114 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Плотность энергии разрушения от абразивного износа, т.е. энергия разрушения в единице объёма материала, будет

$$\Delta U_{из} = U_0 \cdot n^* = 114 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \cdot 22 \cdot 10^9 = 0,25 \cdot 10^{10} \text{ Дж/м}^3.$$

Экспериментальные исследования показывают, что даже для материала из одной партии плит резиновой футеровки плотность энергии разрушения находится в пределах  $(0,22 \div 0,28) \cdot 10^{10}$  Дж/м<sup>3</sup>, что вполне объяснимо, учитывая стохастический характер износа и технологические факторы.

### 3. Пример расчёта долговечности резиновой футеровки барабанной рудоизмельчительной мельницы.

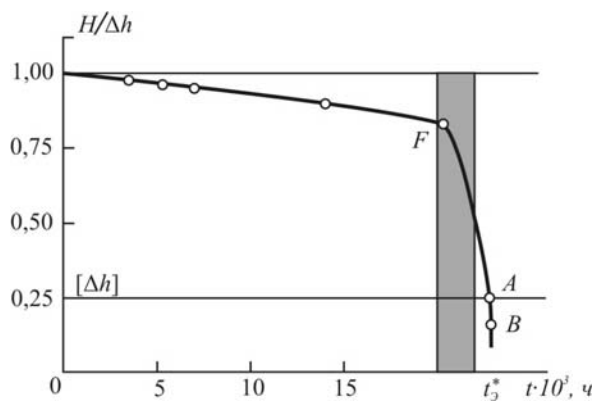


Рис. 3

**Предпосылки к расчету.** Предпосылкой для расчёта локальной долговечности  $t^*$  помимо общих теоретических моделей служат также кривые износа резиновой футеровки, полученные при многолетних экспериментальных наблюдениях. На рис. 3 показана такая кривая износа для резиновой футеровки типа «Плита – Волна», установленной в мельнице МШЦ 3,2×4,5.



Точка  $F$  соответствовала локальной долговечности РФ, т.е.  $t^* = 0,87t_3^*$ , где  $t_3^* = 23100$  ч – эксплуатационное время, определяемое по установленным критериям отказа; точка  $A$  соответствовала износу при остаточной толщине РФ  $[\Delta h] = 40$  мм, т.е. при нормальном режиме эксплуатации; точка  $B$  соответствовала износу при остаточной толщине РФ  $[\Delta h] = 27$  мм, т.е. при работе мельницы в предаварийном режиме; после этого РФ была демонтирована. Время наработки РФ на отказ для конкретной мельницы составило  $t_3^* = 23100$  ч; для мельниц рассматриваемого типа эксплуатационная долговечность РФ на отказ составляла  $(22 \dots 24) \cdot 10^3$  ч.

Физико-механические характеристики резины определялись на модельных образцах по методикам [3].

Постоянные, характеризующие особенности конструкции РФ определялись следующим образом:

коэффициент  $\eta_\phi$ , характеризующий профиль РФ, находится как соотношение долговечности трапециевидных плит с нишами; экспериментально было установлено, что долговечность трапециевидных плит на  $(12 \div 20)$  % больше, чем гладких плит, поэтому и коэффициент был принят равным  $\eta_\phi = 1,12 \div 1,20$ ;

коэффициент  $\delta_m$ , характеризующий влияние несимметрии загрузки по длине мельницы, был принят, как соотношение долговечности РФ для зоны умеренного износа и зоны интенсивного износа (в зоне умеренного износа долговечность РФ была на  $(10-12)$  % выше, чем в зоне интенсивного износа); поэтому и величина коэффициента для зоны принятого износа была принята  $\delta_m = 1,12$ . Эти коэффициенты были получены на протяжении более 15 лет эксплуатации мельниц МШЦ с резиновой футеровкой.

#### Данные для расчёта.

1. Мельница МШЦ 3,2×4,5; шаровая загрузка – шары диаметром 40 мм; скорость вращения барабана  $\omega = 19,8$  об./мин ( $\omega/60 = 0,33$  циклов/с).

2. Резиновая футеровка «Плита – Волна»; плиты трапециевидной формы с нишами, максимальная высота плит  $h_\phi = 160$  мм; экспериментально найденная усреднённая деформация плит  $\Delta_\phi = 6,4$  мм (относительное сжатие  $\varepsilon = 0,04$ );  $\eta_\phi = 1,20$ ;  $\delta_m = 1,12$ .

3. Резина марки 541933-1 со следующими физико-механическими характеристиками: динамический модуль Юнга  $E_\phi = 5,67 \cdot 10^6$  Па; коэффициент диссипации энергии  $\psi = 0,59$ ; коэффициент  $\eta_T = 0,75$ ; функция распределения полей напряжения и деформации согласно расчету по методике [5]  $f(x, y, z) = 1,23$ .

4. Экспериментально найденная суммарная энергия разрушения РФ при абразивно-усталостном механизме износа

$$\Delta U_p^* = \Delta U_y^* + \Delta U_{из}^* = (1,28 + 0,25) \cdot 10^{10} \text{ Дж/м}^3 = 1,53 \cdot 10^{10} \text{ Дж/м}^3.$$

С учётом этих данных количество циклов до локального разрушения резиновой футеровки можно определить по зависимости:

$$N^* = \frac{\delta_m \eta_\phi \Delta U_p^*}{0,5 E_\phi \varepsilon^2 \psi (1 - \eta_T) f(x, y, z)} =$$

$$= \frac{1,20 \cdot 1,12 \cdot 1,53 \cdot 10^{10}}{0,5 \cdot 5,67 \cdot 10^6 \cdot 0,04^2 \cdot 0,59 \cdot 0,25 \cdot 1,23} = 0,249 \cdot 10^8 \text{ циклов}$$

или

$$t^* = \frac{N^*}{\omega} = \frac{0,249 \cdot 10^8}{0,33} = 0,754 \cdot 10^8 \text{ с} = 20960 \text{ ч.}$$

Экспериментально найденная локальная долговечность РФ составляет 20300 ч (см. рис. 3); эксплуатационная долговечность РФ в нормальном режиме составляет 23100 ч. Как видно, совпадение расчётных и экспериментальных данных вполне удовлетворительное. Такое совпадение не является случайным: все физико-механические характеристики резин определялись экспериментально; за параметрами РФ в реальной мельнице велось постоянное наблюдение с фиксацией экспериментальной кривой износа; расчёт проводился для зоны умеренного износа.

При использовании приведённого алгоритма в случае отсутствия достоверных информационных параметров (например, при прогнозировании долговечности РФ из новой марки резины или новых конструкций футеровочных плит) погрешность, безусловно, будет несколько больше.

**РЕЗЮМЕ.** Запропоновано енергетичний критерій руйнування в'язкопружних елементів конструкцій при їх абразивному зношенні з врахуванням дисипативного розігріву. На його основі розроблено алгоритм розрахунку довготривалості таких елементів при довготривалому циклічному навантаженні. Отримано просту формулу для кількості циклів до руйнування. Наведено результати експериментального дослідження руйнування гумової футеровки. Має місце задовільне узгодження теоретичних та експериментальних даних.

1. Булат А.Ф., Дырда В.И., Карнаухов В.Г., Звягильский Е.Л., Кобец А.С. Прикладная механика упруго-наследственных сред: в 4-х томах. Т. 3. Термомеханическая теория вязкоупругих тел. – К.: Наук. думка, 2013. – 428с.
2. Булат А.Ф., Дырда В.И., Карнаухов В.Г., Звягильский Е.Л., Кобец А.С. Прикладная механика упруго-наследственных сред: в 4-х томах. Т. 4. Вынужденные колебания и диссипативный разогрев неупругих тел. – К.: Наук. думка, 2014. – 520 с.
3. Калашиников В.А., Головкин Л.Г., Дырда В.И., Стойко А.В., Хмель И.В. Резиновая футеровка шаровых мельниц в новой ресурсо- и энергосберегающей технологии измельчения крепких руд // Черная металлургия. – 2016. – Вып. 1. – С. 70 – 74.
4. Grosch K.A. Viscoelastic properties and the friction of solids. Friction of polymers: Influence of speed and temperature // Nature. – 1963. – 197. – P. 856 – 863.
5. Grosch K.A., Schallamach A. Relation between Abrasion and Strength of Rubber // Rubber Chem. Technol. – 1966. – 39. – P. 287 – 305.
6. Kaloerov S.A., Koshkin A.A. Solving the Problem of Linear Viscoelasticity for Piecewise-Homogeneous Anisotropic Plate // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 6. – P. 688 – 703.
7. Karnaukhov V. G., Kirichok I. F., Kozlov V. I. Termomechanics of Inelastic Thin-Walled Structural Members with Piezoelectric Sensors and Actuators under Harmonic Loading (Review) // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 1. – P. 6 – 59.
8. Kirichok I.F. Resonant Vibrations and Vibrational Heating of Physically Nonlinear Viscoelastic Shells and Their Damping Using Piezoelectric Sensor and Actuator // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 5. – P. 556 – 561.
9. Kirichok I.F., Chernyushok O.A. Forced Vibration and Self-Heating of a Viscoelastic Beam with Piezoelectric Sensor and Actuator with Account of Shear Strain // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 5. – P. 568 – 576.
10. Schallamach A. A theory of dynamic rubber friction // Wear. – 1963. – 6. – P. 375 – 385.

Поступила 21.05.2018

Утверждена в печать 04.06.2019