

В. П. Голуб, Я. В. Павлюк, В. С. Резник

К РАСЧЕТУ ДЕФОРМАЦИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ
НАПРЯЖЕНИЙ В ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТАХ
ИЗ ЛИНЕЙНО-ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ.

1. СУПЕРПОЗИЦИЯ СДВИГОВОЙ И ОБЪЕМНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины,
ул. Нестерова, 3, Киев, 03057, Украина; creep@inmech.kiev.ua*

Abstract. The problem of the creep strains and stress relaxations analysis of the linearly viscoelastic thin-wall tubular elements under combined loading of tension with torsion is solved. The solution is constructed basing on application of the viscoelasticity models in the form of superposition of the shear and volume creep. The creep and relaxation kernels are given by the fractional-exponential functions. The solutions are approved experimentally on the problems of the evaluation of strains of the longitudinal, transversal and shearing creep as well as the normal and tangential stress relaxations in thin-wall tubular elements made of organic glass and high-density polyethylene.

Key words: thin-wall tubular element, linearly viscoelastic material, tension with torsion, fractional- exponential functions, creep strain, stress relaxation, experimental approval.

Введение.

Широкое применение полимеров и композитов на их основе в ответственных элементах современных конструкций стимулировало развитие и активное использование в прочностных расчетах линейной и нелинейных моделей вязкоупругости [1, 4, 9, 10, 19]. В качестве основных задач таких расчетов чаще всего рассматриваются задачи расчета деформаций ползучести и релаксации напряжений как при одномерном, так и при сложном напряженно-деформированном состоянии.

В случае использования основных подходов вязкоупругости для описания процессов деформирования полимерных материалов и композиций из таких материалов в области малых напряжений удовлетворительные результаты могут быть получены в рамках линейной теории вязкоупругости. Эти результаты относятся, прежде всего, к описанию процессов деформирования при одномерном напряженном состоянии, для которого можно считать полностью сформулированными и экспериментально апробированными методы определения механических характеристик, включая параметры ядер наследственности, входящих в определяющие уравнения теории. В качестве примера можно указать на решение задач ползучести и релаксации напряжений неоднородно-старяющихся тел [1], стержневых систем, тонких плит и цилиндрических оболочек [19], армирующих волокон, однонаправленных и слоистых пластиков, полимернобетона при постоянных и переменных режимах нагружения [2, 3, 11, 15], а также при решении задач распространения трещин в пластинах из полимерных материалов [5].

Задача описания процессов ползучести и релаксации линейно-вязкоупругих материалов при сложном напряженном состоянии является существенно более сложной, поскольку нет даже единого мнения относительно структуры уравнений, связывающих компоненты тензоров деформаций и напряжений. В частности, в ряде полученных решений [10, 12, 16, 18, 19] исходили из предположения, что процесс ползучести таких материалов представляет собой изменение формы без изменения объема, так что ядро объемной ползучести принималось равным нулю. В действительности, одна-

ко, объемная деформация также зависит от времени и от истории нагружения и во многих случаях соизмерима с упругой деформацией и с деформацией ползучести, связанной с изменением формы [4, 6, 10].

В работах [6, 13, 14] для двух форм определяющих уравнений линейной теории вязкоупругости разработаны методы, позволяющие определять параметры ядер сдвиговой и объемной ползучести при сложном напряженном состоянии по ядрам продольной, поперечной и сдвиговой ползучести при одномерном напряженном состоянии. В качестве определяющих уравнений рассмотрены уравнения в форме суперпозиции сдвиговой и объемной ползучести и уравнения в форме, следующей из гипотезы пропорциональности девиаторов. В настоящей работе на основе вышеизложенных методов решаются задачи расчета деформаций ползучести и релаксации напряжений в тонкостенных трубчатых элементах при комбинированном нагружении растяжением с кручением.

§1. Постановка задачи. Исходные соотношения.

Рассматриваются процессы ползучести и релаксации напряжений в тонкостенных трубчатых элементах при комбинированном нагружении растяжением с кручением. В условиях ползучести компоненты тензора напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} задаются в виде

$$\sigma_{ij}(t) = h(t) \begin{Bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{21} & 0 \\ \tau_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}; \quad \varepsilon_{ij}(t) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}(t) & \varepsilon_{21}(t) & 0 \\ \varepsilon_{12}(t) & \varepsilon_{22}(t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}(t) \end{Bmatrix}, \quad (1.1)$$

а в условиях релаксации напряжений – в виде

$$\varepsilon_{ij}(t) = h(t) \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{21} & 0 \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{Bmatrix}; \quad \sigma_{ij}(t) = \begin{Bmatrix} \sigma_{11}(t) & \tau_{21}(t) & 0 \\ \tau_{12}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}, \quad (1.2)$$

где σ_{11} – одноосное растягивающее напряжение; τ_{12} , τ_{21} – касательные напряжения кручения; $\varepsilon_{11}(t)$, $\varepsilon_{22}(t)$, $\varepsilon_{33}(t)$, $\varepsilon_{12}(t)$, $\varepsilon_{21}(t)$ – продольная, поперечные и сдвиговые деформации, включающие начальные упругие деформации и деформации ползучести; ε_{11} , ε_{22} , ε_{33} , ε_{12} , ε_{21} – начальные упругие продольные, поперечные и сдвиговые деформации; $\sigma_{11}(t)$, $\sigma_{12}(t)$, $\sigma_{21}(t)$ – одноосное растягивающее и касательные напряжения кручения, изменяющиеся в процессе релаксации; $h(t)$ – единичная функция Хевисайда; t – физическое время.

Процессы нагружения (1.1) и деформирования (1.2) считаются простыми, так что выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \mu(t)\bar{\sigma}_{11}; \quad \sigma_{12} = \mu(t)\bar{\sigma}_{12}; \quad \sigma_{21} = \mu(t)\bar{\sigma}_{21}; \\ \varepsilon_{11} &= \eta(t)\bar{\varepsilon}_{11}; \quad \varepsilon_{22} = \eta(t)\bar{\varepsilon}_{22}; \quad \dots; \quad \gamma_{12} = \eta(t)\bar{\gamma}_{12}; \quad \gamma_{21} = \eta(t)\bar{\gamma}_{21}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где напряжения $\bar{\sigma}_{11}, \dots$ и деформации $\bar{\varepsilon}_{11}$ являются функциями только координат; $\mu(t)$, $\eta(t)$ – параметры нагружения и деформирования; $\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$, $\gamma_{21} = 2\varepsilon_{21}$.

Определяющие уравнения линейной теории вязкоупругости при сложном напряженном состоянии, устанавливающие зависимость между тензорами напряжений, деформаций и временем, задаются в форме суперпозиции уравнений сдвиговой и объемной ползучести. Для компонентов тензора деформаций ползучести $\varepsilon_{ij}(t)$ получаем в этом случае уравнение [6, 13]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(t) = e_{ij}(t) + \frac{1}{3} \delta_{ij} \varepsilon_v(t) = \frac{1}{2G} \left[s_{ij}(t) + \lambda_s \int_0^t K_s(t-\tau) s_{ij}(\tau) d\tau \right] + \\ + \frac{1}{3B} \delta_{ij} \left[\sigma_0(t) + \lambda_v \int_0^t K_v(t-\tau) \sigma_0(\tau) d\tau \right] \quad (i, j = \overline{1, 3}), \end{aligned} \quad (1.4)$$

решением которого является уравнение релаксации напряжений

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t) = 2G e_{ij}(t) - 2G \lambda_s \int_0^t R_s(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau + \\ + \delta_{ij} \left[3B \varepsilon_v(t) - 3B \lambda_v \int_0^t R_v(t-\tau) \varepsilon_v(\tau) d\tau \right] \quad (i, j = \overline{1, 3}). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь $\varepsilon_{ij}(t)$, $\sigma_{ij}(t)$ – компоненты тензора деформаций и тензора напряжений; $e_{ij}(t)$, $s_{ij}(t)$ – компоненты девиатора деформаций и девиатора напряжений; $\sigma_0(t)$ – среднее напряжение; $\varepsilon_0(t)$ – средняя деформация; $\varepsilon_v(t)$ – объемная деформация; $K_s(t-\tau)$, $K_v(t-\tau)$ – ядра сдвиговой и объемной ползучести; $R_s(t-\tau)$, $R_v(t-\tau)$ – ядра сдвиговой и объемной релаксации; G – модуль сдвига; B – объемный модуль; λ_s , λ_v – реологические параметры; δ_{ij} – дельта-функция Кронекера.

В качестве ядер ползучести $K(t-\tau)$ в (1.4) и релаксации $R(t-\tau)$ в (1.5) выбираются дробно-экспоненциальные функции [19]

$$\begin{aligned} K(t-\tau) = \frac{1}{(t-\tau)^{-\alpha}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta)^n (t-\tau)^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha)]}; \\ R(t-\tau) = \frac{1}{(t-\tau)^{-\alpha}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\lambda + \beta)^n (t-\tau)^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha)]}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где α и β – параметры ядер ($-1 < \alpha < 0$; $\beta > 0$); $\Gamma[\cdot]$ – гамма-функция Эйлера.

Задача заключается в определении параметров ядер наследственности линейно-вязкоупругих материалов при сложном напряженном состоянии и решении задач расчета деформаций ползучести и релаксации напряжений в тонкостенных трубчатых элементах при комбинированном нагружении растяжением с кручением.

§2. Объект исследования. Материальные функции и константы.

Решение задач ползучести и релаксации напряжений при сложном напряженном состоянии на основе определяющих уравнений линейной теории вязкоупругости (1.4) и (1.5) предполагает обоснование линейности вязкоупругих свойств материалов, определение упругих постоянных и определение параметров ядер сдвиговой и объемной ползучести.

2.1. Материалы трубчатых элементов. Базовые экспериментальные данные. В качестве материала для трубчатых элементов выбраны оргстекло СТ-1 и полиэтилен высокой плотности ПЭВП, а в качестве базовых экспериментальных данных рассматриваются кривые продольной и поперечной ползучести при одноосном растяжении и кривые сдвиговой ползучести при чистом кручении. Экспериментальные данные заимствованы соответственно из [6] и [7].

На рис. 1 приведены экспериментальные кривые продольной (a) и поперечной (b) ползучести оргстекла СТ-1 при одноосном растяжении напряжениями $\sigma_{11} = 7,65$ (1), 11,45 (2) и 15,30 (3) МПа. Здесь и далее экспериментальные данные наносятся точками.

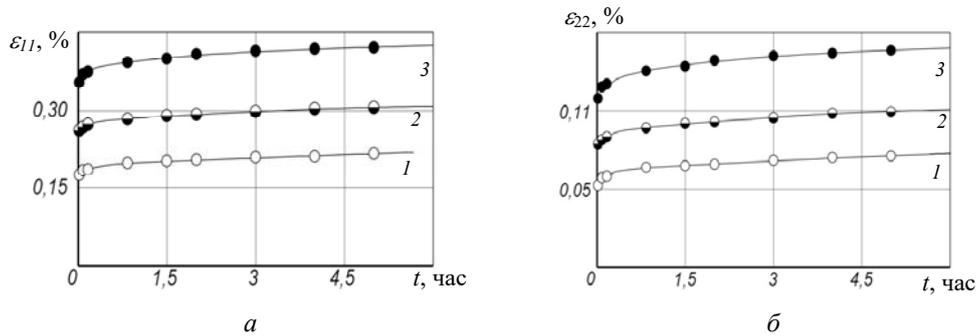


Рис. 1

Линиями нанесена аппроксимация экспериментальных данных сглаживающими кубическими сплайнами. Методика построения сглаживающих сплайн-аппроксимаций экспериментальных данных по ползучести изложена в работе [17].

На рис. 2, а приведены экспериментальные кривые продольной (○) и поперечной (●) ползучести полиэтилена высокой плотности ПЭВП при одноосном растяжении напряжениями $\sigma_{11} = 2,5$ (1) и 5,0 (2) МПа, а на рис. 2, б – экспериментальные кривые сдвиговой ползучести при чистом кручении напряжениями $\tau_{21} = 1,17$ (1) и 2,34 (2) МПа. Как и на рис. 1 Линиями, как и на рис. 1, нанесена аппроксимация экспериментальных данных сглаживающими кубическими сплайнами.

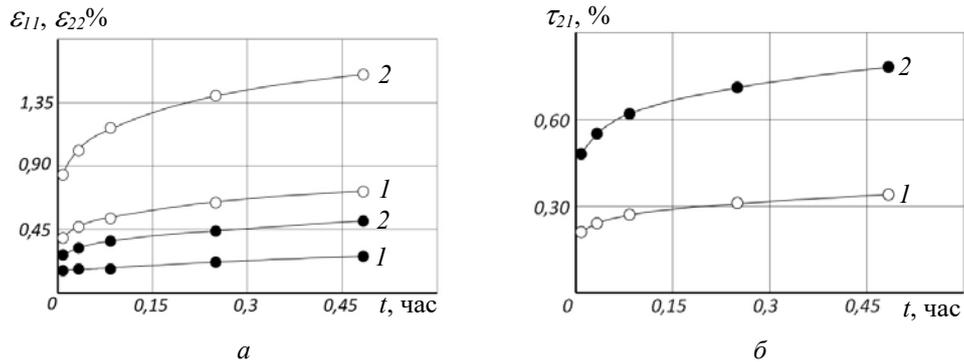


Рис. 2

2.2. Обоснование линейности вязкоупругих свойств. Считается [15], что материал является линейно-вязкоупругим в заданной области напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ с погрешностью δ и вероятностью p , если истинное значение функции ползучести $J(t_j)$ попадает в интервал

$$\bar{J}(t_j) - \delta \bar{J}(t_j) < J(t_j) < \bar{J}(t_j) + \delta \bar{J}(t_j) \quad (j = \overline{1, m}) \quad (2.1)$$

и соответственно в интервал

$$\bar{J}(t_j) - \frac{t_{\alpha, k} S_j(t_j)}{\sqrt{n}} < J(t_j) < \bar{J}(t_j) + \frac{t_{\alpha, k} S_j(t_j)}{\sqrt{n}}, \quad (2.2)$$

так что из совместного решения (2.1) и (2.2) следует условие линейности вязкоупругих свойств

$$t_{\alpha, k} = \frac{\delta \bar{J}(t_j) \sqrt{n}}{S_j(t_j)} \geq t_{\alpha, k}^*. \quad (2.3)$$

Здесь $\bar{J}(t_j)$ – выборочное среднее значение функции ползучести $J(t_j)$; $S_J(t_j)$ – выборочное среднее квадратичное отклонение функции ползучести $\bar{J}(t_j)$; $t_{\alpha,k}$, $t_{\alpha,k}^*$ – расчетное и табличное значения квантиля статистики; m – число временных интервалов разбиения экспериментальных кривых ползучести и соответствующих им функций ползучести; n – объем выборки, т.е. число функций ползучести.

Величины $J(t_j)$, $\bar{J}(t_j)$, $S_J(t_j)$ задаются соотношениями

$$J(t_j) = \frac{\varepsilon_1(t_j, \sigma_1)}{\sigma_1} = \frac{\varepsilon_2(t_j, \sigma_2)}{\sigma_2} = \dots = \frac{\varepsilon_n(t_j, \sigma_n)}{\sigma_n} \quad (j = \overline{1, m});$$

$$\bar{J}(t_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n J_k(t_j) \quad (j = \overline{1, m}); \quad S_J(t_j) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (J_k(t_j) - \bar{J}(t_j))^2},$$
(2.4)

где $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ – заданный интервал напряжений при испытании образцов материала на ползучесть; $\varepsilon_1(t_j, \sigma_1)$, $\varepsilon_2(t_j, \sigma_2)$, \dots , $\varepsilon_n(t_j, \sigma_n)$ – значения деформаций ползучести, соответствующие каждому из заданных уровней напряжений σ_k в момент времени t_j .

В случае, когда условие линейности (2.3) не выполняется, то истинное значение функции ползучести $J(t_j)$ не попадает с заданной вероятностью p в интервал (2.2) и материал соответственно не обладает линейными вязкоупругими свойствами.

Экспериментальные значения функций продольной $J_{11}(t_j)$ и поперечной $J_{22}(t_j)$ ползучести оргстекла СТ-1, рассчитанных согласно (2.4) с использованием экспериментальных данных, приведенных на рис. 1, представлены на рис. 3, а для напряжений $\sigma_{11} = 7,65$ (○), 11,45 (◐) и 15,30 (●) МПа, а на рис. 3, б приведены расчетные $t_{\alpha,k}$ и табличное $t_{\alpha,k}^*$ значения квантиля статистики. Сплошными линиями на рис. 3, а нанесены расчетные значения величины $\bar{J}(t_j)$, а штриховыми линиями нанесены границы интервала (2.1) для $\delta_{\max} = \pm 5\%$ от величины $\bar{J}(t_j)$. Расчетные значения квантиля статистики $t_{\alpha,k}$ для продольной ползучести нанесены штриховой линией, а для поперечной ползучести – штрихпунктирной линией. Табличные [8] значения квантиля статистики $t_{\alpha,k}^*$ нанесены жирными сплошными линиями.

Экспериментальные значения функций продольной $J_{11}(t_j)$ и поперечной $J_{22}(t_j)$ ползучести полиэтилена высокой плотности ПЭВП, рассчитанных согласно (2.4) с использованием экспериментальных данных, приведенных на рис. 2, представлены на рис. 4, а для растягивающих напряжений $\sigma_{11} = 2,5$ (○) и 5,0 (●) МПа, а на рис. 4, б –

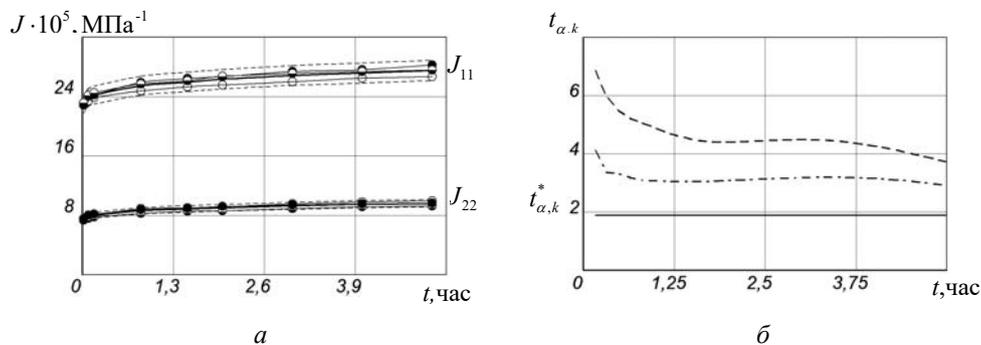
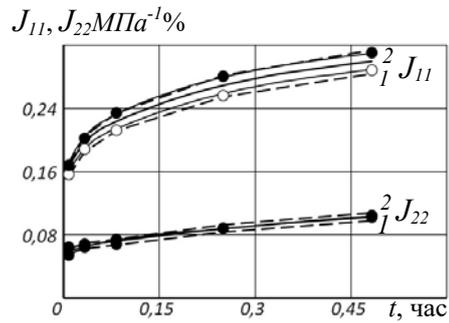
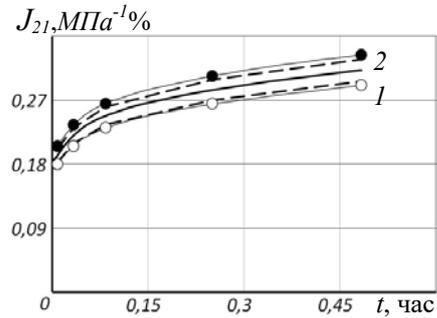


Рис. 3

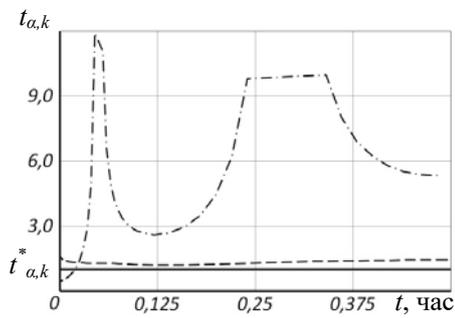


а

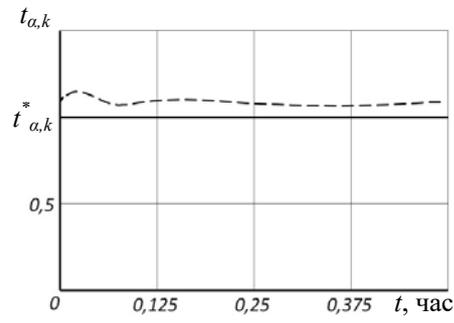


б

Рис. 4



а



б

Рис. 5

экспериментальные значения функций сдвиговой ползучести $J_{21}(t_j)$ для напряжений кручения $\tau_{21} = 1,17$ (○) и $2,34$ (●) МПа. Сплошными линиями нанесены расчетные значения величины $\bar{J}(t_j)$, а штриховыми линиями – границы интервала (2.1) для $\delta_{\max} = \pm 7,5\%$ от величины $\bar{J}(t_j)$.

На рис. 5 приведены расчетные $t_{\alpha,k}$ и табличные $t_{\alpha,k}^*$ значения квантиля статистики для продольной и поперечной (а) и сдвиговой (б) ползучести полиэтилена высокой плотности ПЭВП. Расчетные значения квантиля статистики для продольной и сдвиговой ползучести нанесены штриховыми линиями, а для поперечной ползучести – штрихпунктирной линией. Табличные значения квантиля статистики, найденные согласно данным [8], нанесены сплошными линиями.

В целом, как это следует из приведенных на рис. 3 – 5 данных, оргстекло СТ-1 и полиэтилен высокой плотности ПЭВП являются при заданных уровнях напряжений с погрешностью $\pm 7,5\%$ линейно-вязкоупругими материалами.

2.3. Определение параметров ядер наследственности. Решение задач ползучести и релаксации напряжений на основе определяющих уравнений (1.4) и (1.5) предполагает определение упругих постоянных материала G и B и определение параметров ядер сдвиговой $K_s(t-\tau)$ и объемной $K_v(t-\tau)$ ползучести или соответственно параметров ядер сдвиговой $R_s(t-\tau)$ и объемной $R_v(t-\tau)$ релаксации.

Методика определения упругих постоянных вязкоупругих материалов приведена в работах [4, 9]. В табл. 1 приведены значения упругих постоянных оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП.

Таблица 1

Материал	E , МПа	G , МПа	B , МПа	ν
Оргстекло СТ-1	$6,3 \cdot 10^3$	$2,64 \cdot 10^3$	$4,2 \cdot 10^3$	0,246
Полиэтилен ПЭВП	$8,67 \cdot 10^2$	$3,21 \cdot 10^2$	$9,63 \cdot 10^2$	0,350

Методы определения параметров ядер наследственности линейно-вязкоупругих материалов при сложном напряженном состоянии для случая суперпозиции сдвиговой и объемной ползучести приведены в работах [6, 13]. Методы основаны на результатах аппроксимации дискретных значений ядер ползучести при сложном напряженном состоянии функциями, задающими ядра. Дискретные значения ядер рассчитываются согласно соотношений, устанавливающих зависимость между ядрами сдвиговой и объемной ползучести при сложном напряженном состоянии и ядрами ползучести при одномерных напряженных состояниях. Одномерные напряженные состояния рассматриваются как базовые.

В работе в качестве базовых рассмотрены две группы одномерных напряженных состояний.

В первой группе в качестве базового выбрано одноосное растяжение с замером продольных и поперечных деформаций ползучести. В этом случае для зависимости между ядрами сдвиговой $K_s(t-\tau)$ и объемной $K_v(t-\tau)$ ползучести при сложном напряженном состоянии и ядрами продольной $K_{11}(t-\tau)$ и поперечной $K_{22}(t-\tau)$ ползучести при одноосном растяжении получено соотношение [6]

$$\lambda_s K_s(t-\tau) = \frac{\lambda_{11} K_{11}(t-\tau) + \nu_0 \lambda_{22} K_{22}(t-\tau)}{1 + \nu_0} \quad (2.5)$$

и, соответственно, соотношение

$$\lambda_v K_v(t-\tau) = \frac{\lambda_{11} K_{11}(t-\tau) - 2\nu_0 \lambda_{22} K_{22}(t-\tau)}{1 - 2\nu_0}, \quad (2.6)$$

где λ_{11} и λ_{22} – реологические параметры при одноосном растяжении; ν_0 – начальное значение коэффициента Пуассона.

Соотношения (2.5) и (2.6) позволяют рассчитывать дискретные значения ядер сдвиговой и объемной ползучести по ядрам продольной и поперечной ползучести. Методика нахождения параметров ядер продольной и поперечной ползучести при одноосном растяжении изложена в работе [11]. В табл. 2 приведены рассчитанные по изложенной в работе [11] методике значения параметров дробно-экспоненциальных ядер (1.6) продольной $K_{11}(t-\tau)$ и поперечной $K_{22}(t-\tau)$ ползучести оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП.

Таблица 2

Материал	$K_{11}(t-\tau)$, час ⁻¹			$K_{22}(t-\tau)$, час ⁻¹		
	α_{11}	β_{11} , час ^{-(1+\alpha_{11})}	λ_{11} , час ^{-(1+\alpha_{11})}	α_{22}	β_{22} , час ^{-(1+\alpha_{22})}	λ_{22} , час ^{-(1+\alpha_{22})}
Оргстекло	-0,8740	0,4000	0,7947	-0,8700	0,0548	0,6878
Полиэтилен	-0,6460	0,1398	1,9439	-0,5158	1,0137	3,1427
Материал	$K_s(t-\tau)$, час ⁻¹			$K_v(t-\tau)$, час ⁻¹		
	α_s	β_s , час ^{-(1+\alpha_s)}	λ_s , час ^{-(1+\alpha_s)}	α_v	β_v , час ^{-(1+\alpha_v)}	λ_v , час ^{-(1+\alpha_v)}
Оргстекло	-0,9820	0,7780	0,1480	-0,9900	0,838	0,3000
Полиэтилен	-0,6191	0,2764	2,1493	-0,6988	0,1229	1,6334

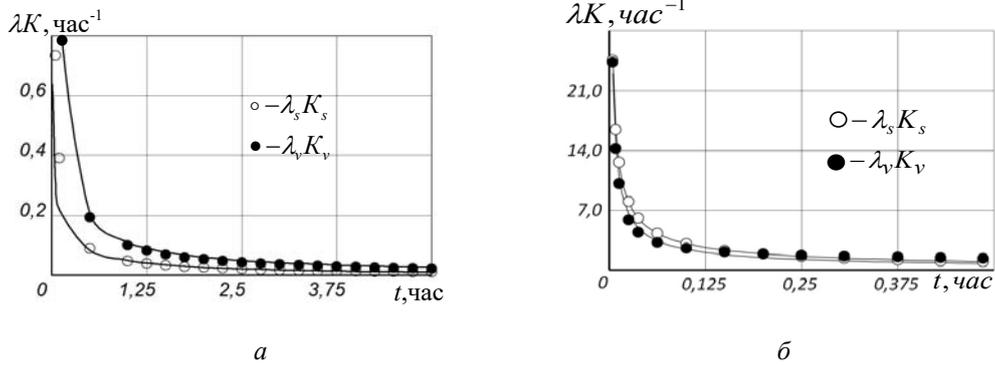


Рис. 6

Параметры ядер сдвиговой $K_s(t-\tau)$ и объемной $K_v(t-\tau)$ ползучести определяются по результатам аппроксимации дискретных значений ядер выбранными аналитическими функциями. На рис. 6 приведены дискретные значения (точки) ядер сдвиговой и объемной ползучести для оргстекла СТ-1 (а) и полиэтилена высокой плотности ПЭВП (б), рассчитанные по соотношениям (2.5) и (2.6) при $\sigma_{11} = \text{const}$ и $\tau = 0$ с использованием приведенных в табл. 1 и 2 данных. Линиями нанесена аппроксимация дискретных значений ядер дробно-экспоненциальной функцией (1.6). Параметры ядер α_s , β_s , λ_s и α_v , β_v , λ_v , найденные по результатам аппроксимации, приведены в табл. 2.

Во второй группе в качестве базовых выбраны одноосное растяжение с замером продольных деформаций ползучести и чистое кручение с замером угловых деформаций ползучести. В этом случае для зависимости между ядрами сдвиговой $K_s(t-\tau)$ и объемной $K_v(t-\tau)$ ползучести при сложном напряженном состоянии и ядрами продольной ползучести $K_{11}(t-\tau)$ при одноосном растяжении и сдвиговой ползучести $K_{21}(t-\tau)$ при чистом кручении получено соотношение [13]

$$\lambda_s K_s(t-\tau) = \lambda_{21} K_{21}(t-\tau) \quad (2.7)$$

и соответственно соотношение

$$\lambda_v K_v(t-\tau) = \frac{3\lambda_{11} K_{11}(t-\tau) - 2(1+\nu_0)\lambda_{21} K_{21}(t-\tau)}{(1-2\nu_0)}, \quad (2.8)$$

где λ_{11} и λ_{21} – реологические параметры при одноосном растяжении и чистом кручении; ν_0 – начальное значение коэффициента Пуассона.

Таблица 3

Материал	$K_{11}(t-\tau)$, час ⁻¹			$K_{21}(t-\tau)$, час ⁻¹		
	α_{11}	β_{11} , час ^{-(1+\alpha_{11})}	λ_{11} , час ^{-(1+\alpha_{11})}	α_{21}	β_{21} , час ^{-(1+\alpha_{21})}	λ_{21} , час ^{-(1+\alpha_{21})}
Оргстекло						
Полиэтилен	-0,6460	0,1398	1,9439	-0,4700	1,2467	2,0187
Материал	$K_s(t-\tau)$, час ⁻¹			$K_v(t-\tau)$, час ⁻¹		
	α_s	β_s , час ^{-(1+\alpha_s)}	λ_s , час ^{-(1+\alpha_s)}	α_v	β_v , час ^{-(1+\alpha_v)}	λ_v , час ^{-(1+\alpha_v)}
Оргстекло	-0,9820	0,7780	0,1480			
Полиэтилен	-0,4706	1,2402	2,0155	-0,6334	0,2971	9,1396

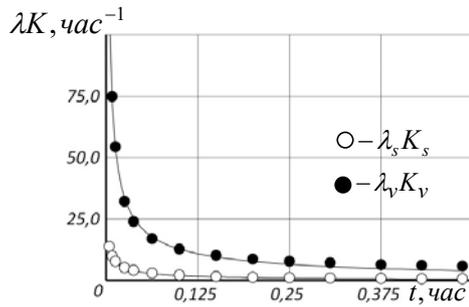


Рис. 7

Соотношения (2.7) и (2.8) позволяют рассчитывать дискретные значения ядер сдвиговой и объемной ползучести по ядрам продольной и одномерной сдвиговой ползучести. Методика определения параметров ядер продольной ползучести при одноосном растяжении и сдвиговой ползучести при чистом кручении изложена в работе [11]. В табл. 3 приведены рассчитанные по изложенной в работе [11] методике значения параметров дробноэкспоненциальных ядер (1.6) продольной $K_{11}(t-\tau)$ и сдвиговой $K_{21}(t-\tau)$ ползу-

чести оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП.

Параметры ядер сдвиговой $K_s(t-\tau)$ и объемной $K_v(t-\tau)$ ползучести определяются по результатам аппроксимации дискретных значений ядер выбранными аналитическими функциями. На рис. 7 приведены дискретные значения (точки) ядер сдвиговой и объемной ползучести для полиэтилена высокой плотности ПЭВП, рассчитанные по соотношениям (2.7) и (2.8) при $\sigma_{11} = \text{const}$, $\tau_{21} = \text{const}$ и $\tau = 0$ с использованием приведенных в табл. 1 и 3 данных. Линиями нанесена аппроксимация дискретных значений ядер дробно-экспоненциальной функцией (1.6). Параметры ядер α_s , β_s , λ_s и α_v , β_v , λ_v , найденные по результатам аппроксимации, приведены в табл. 3.

§3. Ползучесть тонкостенных трубчатых элементов.

Решаются задачи расчета деформаций продольной, поперечной и сдвиговой ползучести тонкостенных трубчатых элементов при одноосном растяжении, чистом кручении и комбинированном нагружении растяжением с кручением.

3.1. Продольная ползучесть. Рассчитываются деформации продольной ползучести $\varepsilon_{11}(t)$ тонкостенных трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП при одноосном растяжении напряжениями $\sigma_{11} = \text{const}$ ($\tau_{21} = \tau_{12} = 0$) и при комбинированном нагружении одноосным растяжением напряжениями $\sigma_{11} = \text{const}$ и кручением напряжениями $\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$.

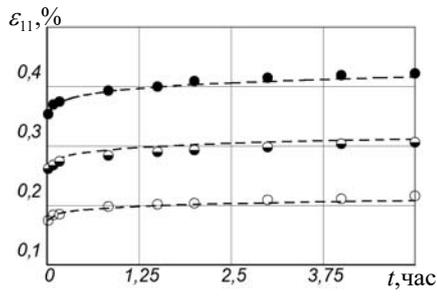
Для деформаций продольной ползучести $\varepsilon_{11}(t)$ из (1.4) при растяжении ($\sigma_{11} = \text{const}$; $\tau_{21} = \tau_{12} = 0$) и при растяжении с кручением ($\sigma_{11} = \text{const}$; $\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$) получаем с учетом (1.6) уравнение

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}(t) = \frac{1}{3G} \sigma_{11} \left\{ 1 + \lambda_s \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta_s)^n (t)^{n(1+\alpha_s)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha_s)]} \right\} + \\ + \frac{1}{9B} \sigma_{11} \left\{ 1 + \lambda_v \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta_v)^n (t)^{n(1+\alpha_v)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha_v)]} \right\}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

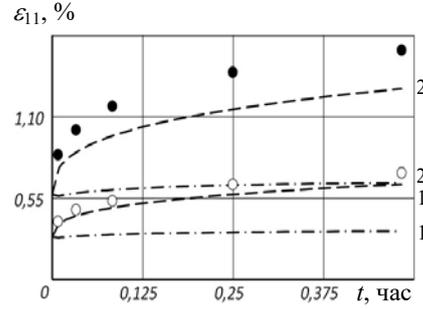
где принято

$$s_{ij} = s_{11} = \frac{2}{3} \sigma_{11}; \quad \sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{11}.$$

Результаты расчетов деформаций продольной ползучести $\varepsilon_{11}(t)$ тонкостенных трубчатых элементов при одноосном растяжении, выполненных по уравнению (3.1) с использованием приведенных в таблицах 1 – 3 значений материальных констант, сопоставлены на рис. 8 с экспериментальными данными для трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 (а) при напряжениях $\sigma_{11} = 7,65$ (○), 11,45 (◐) и 15,30 (●) МПа и поли-



а



б

Рис. 8

этилена высокой плотности ПЭВП (б) при напряжениях $\sigma_{11} = 2,5$ (1, \circ) и $5,0$ (2, \bullet) МПа. Здесь и далее экспериментальные данные нанесены точками, а результаты расчетов – линиями. Штриховыми линиями нанесены результаты расчетов с использованием параметров ядер $K_s(t-\tau)$ и $K_v(t-\tau)$, найденных по данным испытаний на одноосную ползучесть с замером продольных и поперечных деформаций и приведенных в табл. 2. Штрихпунктирными линиями нанесены результаты расчетов с использованием параметров ядер $K_s(t-\tau)$ и $K_v(t-\tau)$, найденных по данным испытаний на одноосную ползучесть с замером продольных деформаций и на сдвиговую ползучесть при кручении с замером угловых деформаций и приведенных в табл. 3.

Уравнение для расчета деформаций продольной ползучести $\varepsilon_{11}(t)$ при комбинированном нагружении одноосным растяжением ($\sigma_{11} = \text{const}$) и кручением ($\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$) совпадает с уравнением (3.1). В уравнении (3.1), как видно, влияние касательных напряжений τ_{21} на величину $\varepsilon_{11}(t)$ не учитывается и независимо от величины τ_{21} результаты расчетов деформаций $\varepsilon_{11}(t)$ будут совпадать с результатами расчетов $\varepsilon_{11}(t)$ при $\tau_{21} = 0$.

3.2. Поперечная ползучесть. Рассчитываются деформации поперечной ползучести $\varepsilon_{22}(t)$ тонкостенных трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП при одноосном растяжении напряжениями $\sigma_{11} = \text{const}$ ($\tau_{21} = \tau_{12} = 0$) и при комбинированном нагружении одноосным растяжением напряжениями $\sigma_{11} = \text{const}$ и кручением напряжениями $\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$.

Для деформаций поперечной ползучести $\varepsilon_{22}(t)$ из (1.4) при растяжении ($\sigma_{11} = \text{const}$; $\tau_{21} = \tau_{12} = 0$) и при растяжении с кручением ($\sigma_{11} = \text{const}$; $\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$) получаем с учетом (1.6) уравнение

$$\begin{aligned} \varepsilon_{22}(t) = & - \left\{ \frac{1}{12G} \sigma_{11} \left[1 + \lambda_s \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta_s)^n (t)^{n(1+\alpha_s)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha_s)]} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{18B} \sigma_{11} \left[1 + \lambda_v \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta_v)^n (t)^{n(1+\alpha_v)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha_v)]} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

которое, как и уравнение для расчета деформаций продольной ползучести (3.1), не учитывает влияние касательных напряжений.

Результаты расчетов деформаций поперечной ползучести $\varepsilon_{22}(t)$ тонкостенных трубчатых элементов при одноосном растяжении, выполненных по уравнению (3.2) с

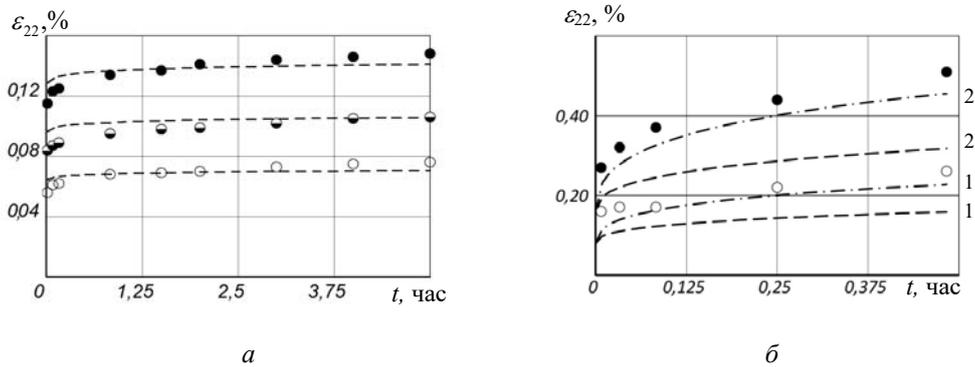


Рис. 9

использованием приведенных в таблицах 1 – 3 значений материальных констант, приведены на рис. 9 для трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 (а) и полиэтилена высокой плотности ПЭВП (б). Для оргстекла значения деформаций $\varepsilon_{22}(t)$ рассчитаны при напряжениях $\sigma_{11} = 7,65$ (○), 11,45 (◐) и 15,30 (●) МПа, а для полиэтилена ПЭВП – при напряжениях $\sigma_{11} = 2,5$ (1, ○) и 5,0 (2, ●) МПа.

3.3. Сдвиговая ползучесть. Рассчитываются деформации сдвиговой ползучести $\varepsilon_{21}(t)$ тонкостенных трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП при чистом кручении напряжениями $\tau_{21} = \text{const}$ ($\sigma_{11} = 0$) и при комбинированном нагружении одноосным растяжением напряжениями $\sigma_{11} = \text{const}$ и кручением напряжениями $\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$.

Для деформаций сдвиговой ползучести $\varepsilon_{21}(t)$ из (1.4) при чистом кручении ($\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$; $\sigma_{11} = 0$) и при кручении с растяжением ($\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$; $\sigma_{11} = \text{const}$) получаем с учетом (1.6) уравнение

$$\varepsilon_{21}(t) = \frac{1}{2G} \tau_{21} \left\{ 1 + \lambda_s \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta_s)^n t^{n(1+\alpha_s)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha_s)]} \right\}, \quad (3.3)$$

где принято $s_{ij} = \tau_{21}$.

Результаты расчетов деформаций сдвиговой ползучести $\varepsilon_{21}(t)$ тонкостенных трубчатых элементов при чистом кручении, выполненных по уравнению (3.3) с использованием приведенных в таблицах 1 – 3 значений материальных констант, приведены на рис. 10 для трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 (а) и полиэтилена высокой плотности ПЭВП (б). Для оргстекла значения деформаций $\varepsilon_{21}(t)$ рассчитаны при напря-

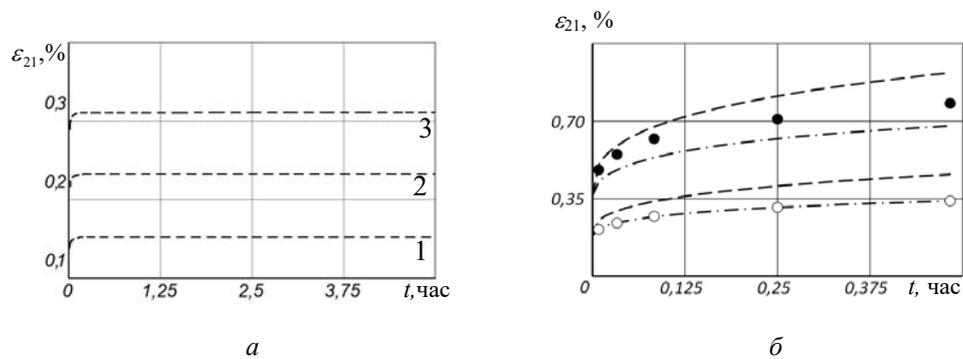


Рис. 10

жениях $\tau_{21} = 7,50$ (1), 11,45 (2), 15,30 (3) МПа, а для полиэтилена ПЭВП – при напряжениях $\tau_{21} = 1,17$ (1, \circ) и 2,34 (2, \bullet) МПа.

Уравнение для расчета деформаций сдвиговой ползучести $\varepsilon_{21}(t)$ при комбинированном нагружении кручением ($\tau_{21} = \tau_{12} = \text{const}$) и одноосным растяжением ($\sigma_{11} = \text{const}$) совпадает с уравнением (3.3). В уравнении (3.3), как видно, влияние растягивающих напряжений σ_{11} на величину ε_{21} не учитывается и независимо от величины σ_{11} результаты расчетов деформаций $\varepsilon_{21}(t)$ σ_{11} будут совпадать с результатами расчетов $\varepsilon_{21}(t)$ при $\sigma_{11} = 0$.

3.4. *Объемная ползучесть.* Рассчитываются деформации объемной ползучести $\varepsilon_v(t)$ тонкостенных трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП при одноосном растяжении и при растяжении с кручением. Решение строится на основе определяющего уравнения (1.4) с использованием значений упругих постоянных и значений параметров ядер объемной ползучести, приведенных в таблицах 1 – 3.

Для деформаций объемной ползучести $\varepsilon_v(t)$ из (1.4) с учетом (1.6) при растяжении ($\sigma_{11} = \text{const}$; $\tau_{21} = 0$) и при растяжении с кручением ($\sigma_{11} = \text{const}$; $\tau_{21} = \text{const}$) получаем уравнение

$$\varepsilon_v(t) = \frac{1}{3B} \sigma_{11} \left[1 + \lambda_v \sum_{n=0}^{n=100} \frac{(-1)^n (\beta_v)^n t^{n(1+\alpha_v)}}{\Gamma[(1+n)(1+\alpha_v)]} \right], \quad (3.4)$$

где принято

$$\varepsilon_0(t) = \frac{1}{3} \varepsilon_v(t); \quad \sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{11}.$$

Результаты расчетов (штриховые и штрихпунктирные линии) деформаций объемной ползучести $\varepsilon_v(t)$, выполненных по уравнению (3.4), сопоставлены на рис. 11 с экспериментальными данными для трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 (а) при напряжениях $\sigma_{11} = 7,65$ (\circ); 11,45 (\ominus) и 15,30 (\bullet) МПа и из полиэтилена высокой плотности ПЭВП (б) при напряжениях $\sigma_{11} = 1,77$; $\tau_{21} = 0,83$ (1, \circ) МПа и $\sigma_{11} = 3,54$; $\tau_{21} = 1,66$ (2, \bullet) МПа.

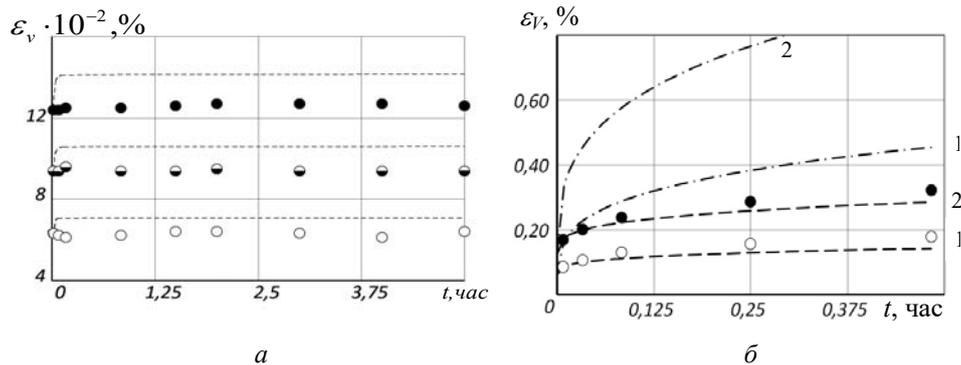


Рис. 11

Экспериментальные значения деформаций объемной ползучести $\varepsilon_v(t)$ задавались для двух систем базовых экспериментов соотношением $\varepsilon_v(t) = \varepsilon_{11}(t) - 2\varepsilon_{22}(t)$ и, соответственно, соотношением $\varepsilon_v(t) = (1 - 2\nu)\varepsilon_{11}(t)$, в котором коэффициент Пуассона ν не зависит от времени

§4. Релаксация напряжений в тонкостенных трубчатых элементах.

Решаются задачи расчета релаксации нормальных и касательных напряжений в тонкостенных трубчатых элементах при одноосном растяжении, чистом кручении и комбинированном нагружении растяжением с кручением.

4.1. Релаксация нормальных напряжений. Рассчитывается уменьшение во времени растягивающих напряжений σ_{11} в тонкостенных трубчатых элементах из оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП при одноосном деформировании удлинениями $\varepsilon_{11} = \text{const}$ ($\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = 0$) и комбинированном деформировании удлинениями $\varepsilon_{11} = \text{const}$ и сдвигами $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$.

Для расчета релаксации нормальных напряжений $\sigma_{11}(t)$ из (1.5) при $\varepsilon_{11} = \text{const}$; $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = 0$ и при $\varepsilon_{11} = \text{const}$; $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$, в случае замера в базовом эксперименте продольных и поперечных деформаций ползучести, получаем с учетом (1.6) уравнение

$$\sigma_{11}(t) = \frac{4}{3}G(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}) \left\{ 1 - \lambda_s \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\lambda_s + \beta_s)^n t^{(1+n)(1+\alpha_s)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_s)]} \right\} +$$

$$+ 3B(\varepsilon_{11} + 2\varepsilon_{22}) \left\{ 1 - \lambda_v \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\lambda_v + \beta_v)^n t^{(1+n)(1+\alpha_v)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_v)]} \right\}, \quad (4.1)$$

а в случае замера в базовом эксперименте продольных и сдвиговых деформаций ползучести – уравнение

$$\sigma_{11}(t) = \frac{4(1-\nu)}{3}G\varepsilon_{11} \left\{ 1 - \lambda_s \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\lambda_s + \beta_s)^n t^{(1+n)(1+\alpha_s)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_s)]} \right\} +$$

$$+ 3(1-2\nu)B\varepsilon_{11} \left\{ 1 - \lambda_v \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\lambda_v + \beta_v)^n t^{(1+n)(1+\alpha_v)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_v)]} \right\}, \quad (4.2)$$

где принято

$$e_{ij} = \varepsilon_{11} - \frac{1}{3}\varepsilon_v; \quad \varepsilon_v = \varepsilon_{11} + 2\varepsilon_{22}; \quad \varepsilon_v = (1-2\nu)\varepsilon_{11}.$$

Результаты расчетов релаксации нормальных напряжений $\sigma_{11}(t)$ в тонкостенных трубчатых элементах, выполненных по уравнениям (4.1) и (4.2) с использованием приведенных в таблицах 1 – 3 значений материальных констант, приведены на рис. 12 для трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 (а) и полиэтилена высокой плотности ПЭВП (б). Результаты расчетов по уравнению (4.1) нанесены штриховыми линиями, а по уравнению (4.2) – штрихпунктирными линиями. Для оргстекла фиксировались

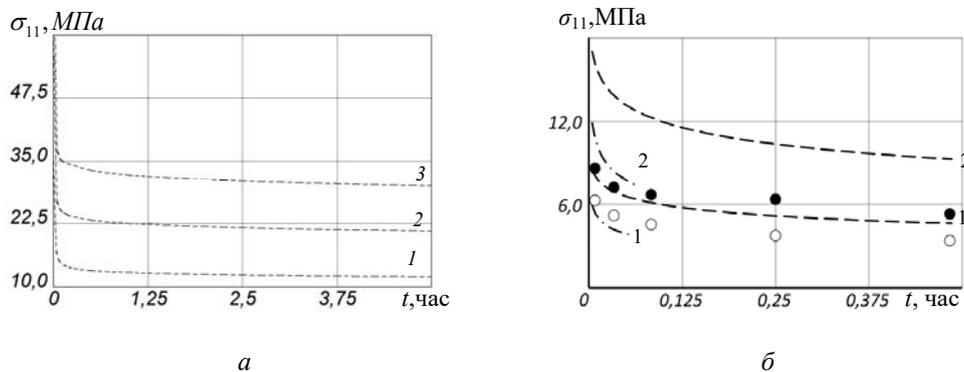


Рис. 12

значения деформаций $\varepsilon_{11} = 0,15$ (1), $0,25$ (2), $0,35$ (3) %, а для полиэтилена ПЭВП – $\varepsilon_{11} = 1,0$ (1, \circ) и $2,0$ (2, \bullet) %.

Уравнения для расчета релаксации нормальных напряжений $\sigma_{11}(t)$ при комбинированном нагружении одноосным растяжением ($\varepsilon_{11} = \text{const}$) и кручением ($\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$) совпадают с уравнениями (4.1) и (4.2), которые влияние сдвиговых деформаций ε_{21} на величину σ_{11} не учитывают и независимо от величины ε_{21} результаты расчетов нормальных напряжений $\sigma_{11}(t)$ будут совпадать с результатами расчетов $\sigma_{11}(t)$ при $\varepsilon_{21} = 0$.

4.2. Релаксация касательных напряжений. Рассчитывается уменьшение во времени касательных напряжений $\tau_{21}(t)$ в тонкостенных трубчатых элементах из оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП при чистом кручении сдвиговыми деформациями $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$ ($\varepsilon_{11} = 0$) и при комбинированном деформировании удлинениями $\varepsilon_{11} = \text{const}$ и сдвигами $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$.

Для расчета релаксации касательных напряжений $\tau_{21}(t)$ из (1.5) при $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$; $\varepsilon_{11} = 0$ и при $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$; $\varepsilon_{11} = \text{const}$ с учетом (1.6) получаем уравнение

$$\tau_{21}(t) = 2G\varepsilon_{21} \left\{ 1 - \lambda_s \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\lambda_s + \beta_s)^n t^{(1+n)(1+\alpha_s)}}{\Gamma[1+(1+n)(1+\alpha_s)]} \right\}, \quad (4.3)$$

где принято $\sigma_{ij} = \tau_{21}(t)$ и $e_{ij} = \varepsilon_{21}$.

Результаты расчетов релаксации касательных напряжений $\tau_{21}(t)$ в тонкостенных трубчатых элементах, выполненных по уравнению (4.3) с использованием приведенных в таблицах 1 – 3 значений материальных констант, приведены на рис. 13 для трубчатых элементов из оргстекла СТ-1 (а) и полиэтилена высокой плотности ПЭВП (б). Для оргстекла фиксировались значения сдвигов $\varepsilon_{21} = 0,35$ (1), $0,45$ (2), $0,55$ (3) %, а для полиэтилена ПЭВП – $\varepsilon_{21} = 0,87$ (1, \circ) и $1,73$ (2, \bullet) %.

Уравнение для расчета релаксации касательных напряжений $\tau_{21}(t)$ при комбинированном нагружении одноосным растяжением ($\varepsilon_{11} = \text{const}$) и кручением ($\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \text{const}$) совпадает с уравнением (3.6), которое влияние продольных деформаций ε_{11} на величину $\tau_{21}(t)$ не учитывает и независимо от величины ε_{11} результаты расчетов касательных напряжений $\tau_{21}(t)$ будут совпадать с результатами расчетов $\tau_{21}(t)$ при $\varepsilon_{11} = 0$.

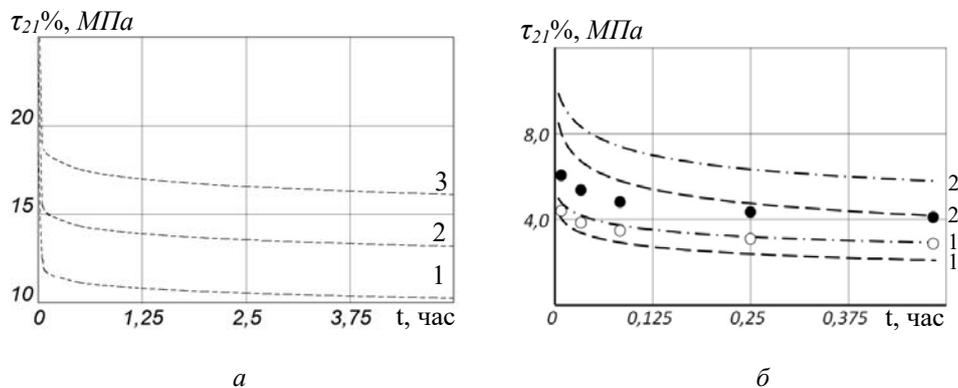


Рис. 13

§5. Обсуждение результатов.

Решены задачи по расчету деформаций ползучести и релаксации напряжений в тонкостенных трубчатых элементах из оргстекла СТ-1 и полиэтилена высокой плотности ПЭВП при одноосном растяжении, чистом кручении и комбинированном нагружении растяжением с кручением. Материалы трубчатых элементов в выбранном диапазоне напряжений рассматриваются как линейно-вязкоупругие. Результаты расчетов для полиэтилена ПЭВП и результаты расчетов деформаций продольной и поперечной ползучести оргстекла СТ-1 при одноосном растяжении сопоставлены с экспериментальными данными.

В целом, как это следует из сопоставления расчетных и экспериментальных данных, приведенных на рис. 8-13, получено вполне удовлетворительное согласование результатов расчетов с результатами экспериментов. В частности, максимальная погрешность при расчетах деформаций продольной и поперечной ползучести элементов из оргстекла СТ-1 не превышает 5% (см. рис. 8, *a* и 9, *a*). Максимальная погрешность при расчетах деформаций ползучести элементов из полиэтилена ПЭВП может достигать 40% и получена в случае, когда в качестве базовых экспериментов при определении параметров ядер ползучести используется одноосное растяжение и чистое кручение (штрихпунктирные линии на рис. 8, *б*; 9, *б*; 10, *б*). При расчетах релаксации напряжений максимальная погрешность не превышает 20% и практически не зависит от выбора системы базовых экспериментов.

В работе определяющие уравнения (1.4) и (1.5) линейной теории вязкоупругости при сложном напряженном состоянии выбираются в форме суперпозиции уравнений сдвиговой и объемной ползучести. Как следствие, уравнения (3.1), (3.2) и (3.3) при расчете деформаций продольной, поперечной и сдвиговой ползучести при сложном напряженном состоянии не учитывают взаимовлияние нормальных и касательных компонент тензора напряжений на процесс ползучести.

В действительности, однако, экспериментально установлено, что касательные напряжения оказывают влияние на деформации продольной и поперечной ползучести, которые связаны с нормальными напряжениями, а нормальные напряжения оказывают влияние на деформации сдвиговой ползучести, которые связаны с касательными напряжениями.

На рис. 14, в качестве примера, приведены расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (точки) кривые продольной (*a*) и сдвиговой (*б*) ползучести трубчатых элементов из полиэтилена высокой плотности ПЭВП. Деформации продольной ползучести $\varepsilon_{11}(t)$ рассчитывались по уравнению (3.1) при напряжениях $\sigma_{11} = 1,77$ МПа; $\tau_{21} = 0$ (кривые 1) и $\sigma_{11} = 3,54$ МПа; $\tau_{21} = 0$ (кривые 2), а сдвиговой ползучести $\varepsilon_{21}(t)$ – по уравнению (3.3) при напряжениях $\tau_{21} = 3,32$ МПа; $\sigma_{11} = 0$. Расчеты проводились с использованием параметров ядер ползучести, приведенных в табл. 2 (штриховые линии) и в табл. 3 (штрих-пунктирные линии). Экспериментальные значения деформаций продольной ползучести $\varepsilon_{11}(t)$ определялись при напряжениях $\sigma_{11} = 1,77$; $\tau_{21} = 0,83$ МПа (\circ) и $\sigma_{11} = 3,54$; $\tau_{21} = 1,66$ МПа (\bullet), а сдвиговой ползучести $\varepsilon_{21}(t)$ – при напряжениях $\tau_{21} = 3,32$ и $\sigma_{11} = 7,06$ МПа.

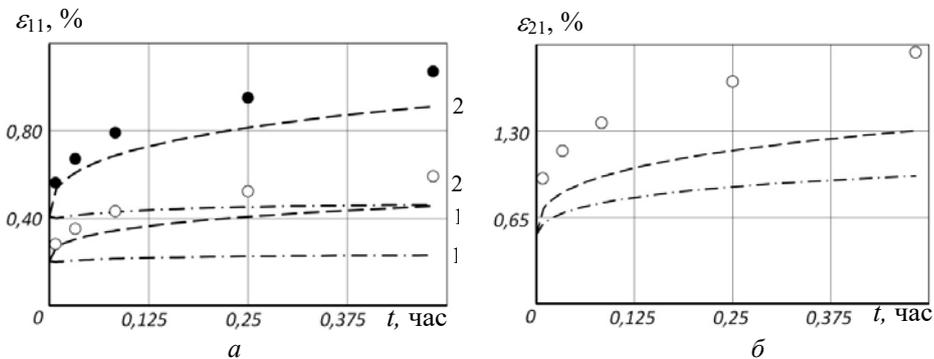


Рис. 14

В эксперименте, как видно, касательная компонента увеличивает деформации продольной ползучести, а нормальная компонента – деформации сдвиговой ползучести. Это увеличение может достигать 40% и не учитывается структурой уравнений (3.1), (3.2) и (3.3), построенных на основе суперпозиции сдвиговой и объемной ползучести. Аналогичные оценки получены при сопоставлении результатов расчета релаксации напряжений по уравнениям (4.1), (4.2) и (4.3) с экспериментальными данными при комбинированном деформировании удлинениями и сдвигами.

Заключение.

Один из подходов к решению задач ползучести и релаксации напряжений в тонкостенных трубчатых элементах из линейно-вязкоупругих материалов при двухосном нагружении может быть основан на принципе суперпозиции сдвиговой и объемной ползучести. В этом случае влияние двухосности нагружения на процесс ползучести учитывается только при комбинированном нагружении нормальными напряжениями, а на процесс релаксации напряжений – только при комбинированном деформировании удлинениями. Взаимовлияние нормальных и касательных напряжений на процесс ползучести не учитывается, равно как не учитывается и взаимовлияние удлинений и сдвигов на процесс релаксации напряжений.

Научные исследования, результаты которых опубликованы в данной статье, выполнены за счет средств бюджетной программы «Поддержка приоритетных направлений научных исследований» (КПКВК 6541230).

РЕЗЮМЕ. Розв'язано задачу розрахунку деформацій повзучості та релаксації напружень у тонкостінних трубчатих елементах із лінійно-в'язкоупругих матеріалів за умов комбінованого навантаження розтягом та крученням. Розв'язок побудовано за допомогою моделей в'язкопружності у формі суперпозиції зсувної та об'ємної повзучості. Ядра зсувної і об'ємної повзучості та релаксації напружень задано дробово-експоненціальними функціями. Розв'язки апробовано експериментально на задачах розрахунку деформацій поздовжньої, поперечної та зсувної повзучості, а також релаксації нормальних та дотичних напружень у тонкостінних трубчатих елементах із оргскла та поліетилену високої густини.

1. Арутюнян Н.Х., Колмановский В.Б. Теория ползучести неоднородных тел. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 336 с.
2. Голуб В.П., Павлюк Я.В., Фернати П.В. Длительное вязкоупругое деформирование слоистых пластиков при переменных режимах нагружения // Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Машинобудування. – 2009, № 56. – С. 72 – 79.
3. Голуб В.П., Павлюк Я.В., Фернати П.В. Нестационарная ползучесть линейных вязкоупругих материалов при одноосном растяжении и сжатии // Теоретическая и прикладная механика. – 2007. – 43. – С. 40 – 49.
4. Гольдман А.Я. Прочность конструкционных пластмасс. – Л.: Машиностроение, 1979. – 320 с.
5. Каминский А.А., Гаврилов Д.А. Механика разрушения полимеров. – К.: Наук. думка, 1988. – 224 с.
6. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. – М.: Высш. школа, 1976. – 277 с.
7. Крегерс А.Ф., Килевич М.Р. Комплексное исследование полиэтилена высокой плотности в условиях нелинейной ползучести и релаксации напряжений // Механика композитных материалов. – 1985. – № 2. – С. 195 – 201.
8. Степнов М.Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с.
9. Christensen R.M. Theory of Viscoelasticity. An Introduction. – New-York: Academic Press Inc., 1971 – 338 p.
10. Findley W.N., Lai J.S., Onaran K. Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials. – Amsterdam: North-Holland, 1976. – 367 p.
11. Golub V.P., Fernati P.V., Lyashenko Ya.G. Determining the Parameters of the Fractional Exponential Heredity of Linear Viscoelastic Materials // Int. Appl. Mech. – 2008. – 40, N 9. – P. 963 – 974.
12. Golub V.P., Kobzar Y.M., Fernati P.V. Determining the Parameters of the Hereditary Kernels of Isotropic Nonlinear Viscoelastic Materials in Combined Stress State // Int. Appl. Mech. – 2019. – 55, N 6. – P. 601 – 619.

13. *Golub V.P., Maslov B.P., Fernati P.V.* Identification of the Hereditary Kernels of Isotropic Linear Viscoelastic Materials in Combined Stress State. 1. Superposition of Shear and Bulk Creep // *Int. Appl. Mech.* – 2016. – **52**, N 2. – P. 165 – 175.
14. *Golub V.P., Maslov B.P., Fernati P.V.* Identification of the Hereditary Kernels of Isotropic Linear-Viscoelastic Materials in Combined Stress State. 2. Proportional Deviators // *Int. Appl. Mech.* – 2016. – **52**, N 6. – P. 648 – 660.
15. *Golub V.P., Pavluk Ya.V., Fernati P.V.* Calculating Creep Strains in Linear Viscoelastic Materials under Nonstationary Uniaxial Loading // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 10. – P. 1071 – 1083.
16. *Golub V.P., Pavluk Ya.V., Fernati P.V.* Determining Parameters of Fractional-Exponential Heredity Kernels of Nonlinear Viscoelastic Materials // *Int. Appl. Mech.* – 2017. – **53**, N 4. – P. 419 – 433.
17. *Golub V.P., Pogrebnyak A.D., Romanenko I.B.* Application of Smoothing Spline Approximations in Problems on Identification of Creep Parameters // *Int. Appl. Mech.* – 1997. – **33**, N 6. – P. 477 – 484.
18. *Maslov B.P.* Combined Numerical and Analytical Determination of Poisson's Ratio for Viscoelastic Isotropic Materials // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 2. – P. 220 – 230.
19. *Rabotnov Y.N.* Creep Problems in Structural Members. – Amsterdam: North-Holland, 1969. – 822 p.

Поступила 08.01.2019

Утверждена в печать 05.11.2019
