

В. В. Аврутов, Л. М. Рижков

ПРО МЕТОД АВТОНОМНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ДОВГОТИ
ТА ШИРОТИ РУХОМОГО ОБ'ЄКТУ

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»,
пр. Перемоги, 37, 03056, г. Київ, Україна, e-mail: vyshgorod@gmail.com

Abstract. The method for the determination of the longitude and latitude of the moving object is presented. This method is based on measuring the vehicle's angular rate using the Inertial Measurement Unit which should be consisted of at least three gyroscopes – the precision angular rate sensors. A latitude determination does not require integration of accelerometer output signals, whereas the longitude determination requires only the one-time integration of the gyroscope output signals. The error models of longitude and latitude determination are developed.

Key words: Inertial Measurement Unit, longitude, latitude, accelerometer, gyroscope.

Вступ.

На даний час параметри місцезнаходження рухомих об'єктів (широту та довготу) визначають, як правило, використовуючи супутникові навігаційні системи. Іноді виникає потреба автономного визначення місцезнаходження, коли сигнали супутникової навігаційної системи недоступні з тих чи інших причин. Наприклад, об'єкт може перебувати в тунелях, підземних спорудах, також сигнали супутникової навігаційної системи можуть придушуватися засобами радіо-електронної протидії [16]. Крім того, існує такий спосіб боротьби з дрона, як спуфінг (*англ.* spoofing), коли управління супутниковою навігаційною системою дрона встановлює третя сторона. Останнім часом все частіше спостерігаються випадки навмисного або ненавмисного використання спуфінгу, яке загрожує безпеці руху, як військових, так і цивільних повітряних і морських суден [10].

Автономними системами визначення місцезнаходження рухомих об'єктів є інерціальні навігаційні системи (ІНС) платформного типу [1] і безплатформні інерціальні навігаційні системи (БІНС) [20], в основі роботи яких лежить подвійне інтегрування показів акселерометрів – вимірювачів уявного прискорення об'єкта. Подвійне інтегрування вихідних сигналів акселерометрів, що містять нульові сигнали, призводить до накопичення похибок БІНС. Для підвищення точності БІНС інтегрують з супутниковими навігаційними системами [6]. При цьому такі системи перестають бути повністю автономними.

Зазвичай при створенні ІНС і БІНС використовують гіроскопи і акселерометри. Однак відомі випадки створення БІНС на основі тільки акселерометрів [14]. Завдяки розвитку МЕМС-технологій вдалося досягти значного прогресу в характеристиках і вартості мікромеханічних акселерометрів в порівнянні з характеристиками і вартістю мікромеханічних гіроскопів [23]. Особливо це важливо для робототехнічних систем, коли вартість системи управління не повинна перевищувати вартості самого робота. У літературі з'явився термін «безгіроскопні ІНС» – gyro-free INS (GFINS) [18, 19]. У таких системах за допомогою акселерометрів вимірюють не тільки лінійні, але й кутові

прискорення [7, 17]. Для отримання значень кутової швидкості потрібна процедура інтегрування [11]. При цьому точність таких систем залежить від конфігурації систем: кількості акселерометрів і схеми їх розташування [12, 13, 15]. Грубе виставлення в горизонті безгіроскопних ІНС, а також їх калібрування розглянуто в роботах [5, 21, 22].

Відомий метод автономного визначення початкової широти на нерухомій основі за допомогою інерціально-вимірювального модуля (ІВМ), що складається з трьох гіроскопів – датчиків кутової швидкості і трьох акселерометрів [8]. ІВМ також може використовуватися для грубого виставлення та аналітичного визначення курсу (при необхідності – азимута) на нерухомій основі [9].

Пропонується метод автономного визначення довготи і широти рухомого об'єкта, при якому використовується вимір абсолютної кутової швидкості об'єкта. Під автономним розуміється метод, який не використовує астрономічні, супутникові навігаційні або радіонавігаційні системи.

§1. Опис методу визначення широти і довготи.

Розглянемо наступні системи координат: $O\xi\eta\zeta$ – географічна система координат (рис. 1), причому вісь $O\eta$ спрямована на північ; вісь $O\xi$ – на схід, а $O\zeta$ – місцева вертикаль; $oxyz$ – система координат, яка пов'язана з ІВМ.

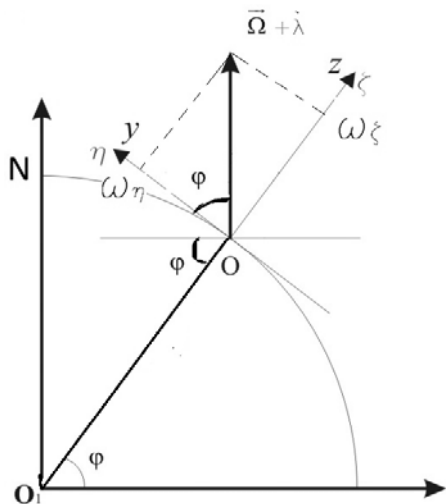


Рис. 1

Проекції абсолютної кутової швидкості на осі $O\eta$ і $O\zeta$ будуть мати вигляд:

$$\omega_\eta = (\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi; \quad \omega_\zeta = (\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi, \quad (1.1)$$

де Ω – кутова швидкість обертання Землі; φ, λ – поточні значення широти і довготи відповідно.

Очевидно, що широту можна визначити за формулою

$$\varphi = \arctg \omega_\zeta / \omega_\eta. \quad (1.2)$$

Для визначення поточної довготи скористаємося, наприклад, першим співвідношенням (1.1). Інтегруючи його, можна отримати

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(\frac{\omega_\zeta}{\cos \varphi} - \Omega \right) dt, \quad (1.3)$$

де t_k, t_{k-1} – моменти часу на k -ому і $k-1$ кроках інтегрування. Відзначимо, що для першого інтегрування необхідно знати початкове значення довготи λ_0 .

Для визначення поточних значень широти і довготи рухомого об'єкта виникає задача в вираженні $\omega_\eta, \omega_\zeta$ через проекції кутової швидкості об'єкта $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, які вимірюються, наприклад, гіроскопами ІВМ.

Розглянемо ІВМ, осі якого жорстко пов'язані з об'єктом. Нехай ψ, θ, γ – кути повороту об'єкта.

Зв'язок між осями $Oxyz$ і $O\xi\eta\zeta$ можна виразити через матрицю напрямних косинусів C_n^b :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

З останнього співвідношення, враховуючи ортогональність поворотів, можна отримати проекції $\omega_\eta, \omega_\zeta$:

$$\begin{bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

де \mathbf{C}_b^n – транспонована матриця \mathbf{C}_n^b .

Матрицю \mathbf{C}_b^n можна знайти, використовуючи узагальнене рівняння Пуассона [2 – 4]:

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n [\omega_b] - [\omega_n] \mathbf{C}_b^n, \quad (1.6)$$

де

$$[\omega_b] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}; \quad [\omega_n] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\zeta & \omega_\eta \\ \omega_\zeta & 0 & -\omega_\xi \\ -\omega_\eta & \omega_\xi & 0 \end{bmatrix}.$$

В силу матричного співвідношення (1.5) маємо

$$[\omega_n] = \mathbf{C}_b^n [\omega_b]. \quad (1.7)$$

Підставляючи праву частину матричного співвідношення (1.7) в узагальнене рівняння Пуассона (1.6), отримаємо:

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n [\omega_b] - \mathbf{C}_b^n [\omega_b] \mathbf{C}_b^n. \quad (1.8)$$

Позначимо

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

З матричного рівняння (1.5) отримаємо

$$\omega_\eta = c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z; \quad \omega_\zeta = c_{31}\omega_x + c_{32}\omega_y + c_{33}\omega_z. \quad (1.10)$$

Отже, для визначення проєкцій ω_η , ω_ζ необхідно знати проєкції абсолютної кутової швидкості об'єкта ω_x , ω_y , ω_z , які вимірюються гіроскопами ІВМ, і елементи матриці напрямних косинусів.

Отримані вирази (1.10) підставимо у вираз (1.2) для визначення широти:

$$\varphi = \arctg \frac{c_{31}\omega_x + c_{32}\omega_y + c_{33}\omega_z}{c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z}. \quad (1.11)$$

Аналогічно можна підставити значення ω_η з (1.10) у вираз (1.3) для визначення довготи

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(\frac{c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z}{\cos \varphi} - \Omega \right) dt. \quad (1.12)$$

На рис. 2, 3 представлено графічні залежності широти і довготи, які розраховані з використанням співвідношень (1.11) і (1.12) відповідно. Швидкість руху підстави приймалася рівною 200 м/с (крива 1), 400 м/с (крива 2) і 600 м/с (крива 3). Початкові координати приймалися рівними 50° п.ш. и 30° с.д.

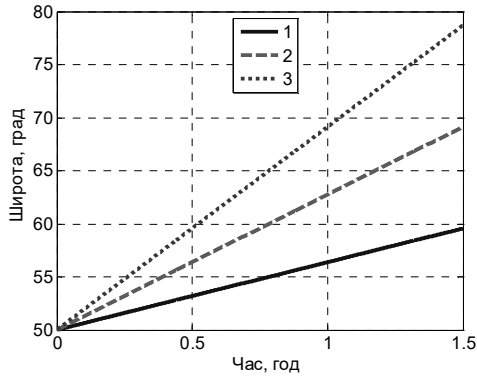


Рис. 2

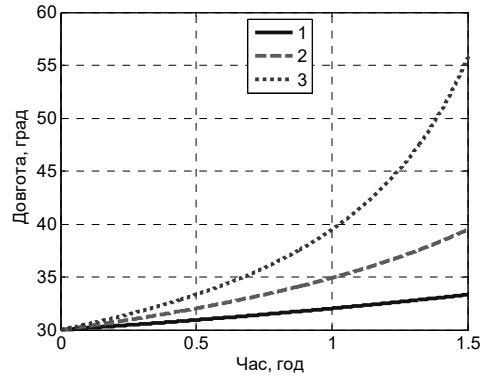


Рис. 3

Паралельно проводилися контрольні обчислення широти і довготи, інтегруючи відомі співвідношення:

$$\dot{\varphi} = \frac{v_N}{R}; \quad \dot{\lambda} = \frac{v_E}{R \cos \varphi}. \quad (1.13)$$

Результати показали повну відповідність обчислених значень широти і довготи «еталонним» значенням, які обчислені за формулами (1.13).

Отже, отримані вирази (1.11) і (1.12) дозволяють обчислювати широту і довготу об'єкта при його русі. При цьому вирази (1.11) і (1.12) не накладали обмежень на траєкторію руху. Відзначимо, що в порівнянні з традиційним алгоритмом БІНС обчислення широти обходиться без інтегрування показань акселерометрів, а обчислення довготи вимагає лише однократного інтегрування.

Якщо для визначення широти місця достатньо мати сигнали гіроскопів ІВМ і елементи матриці напрямних косинусів, то для визначення довготи необхідно, крім того, знати початкове значення довготи.

§2. Похибка визначення широти і довготи.

Отримаємо повне вираження для похибки визначення широти, варіюючи функцію (1.2)

$$\Delta \varphi = \frac{1}{\omega_\eta^2 + \omega_\zeta^2} (\omega_\eta \cdot \Delta \omega_\zeta - \omega_\zeta \cdot \Delta \omega_\eta), \quad (2.1)$$

де

$$\Delta \omega_\zeta = \omega_x \cdot \Delta c_{31} + \omega_y \cdot \Delta c_{32} + \omega_z \cdot \Delta c_{33} + c_{31} \cdot \Delta \omega_x + c_{32} \cdot \Delta \omega_y + c_{33} \cdot \Delta \omega_z;$$

$$\Delta \omega_\eta = \omega_x \cdot \Delta c_{21} + \omega_y \cdot \Delta c_{22} + \omega_z \cdot \Delta c_{23} + c_{21} \cdot \Delta \omega_x + c_{22} \cdot \Delta \omega_y + c_{23} \cdot \Delta \omega_z.$$

Отже, похибка визначення широти залежить від похибок гіроскопів $\Delta \omega_x$, $\Delta \omega_y$, $\Delta \omega_z$, а також похибок визначення елементів матриці напрямних косинусів Δc_{31} , Δc_{32} , Δc_{33} і Δc_{21} , Δc_{22} , Δc_{23} .

Для оцінки впливу похибок гіроскопів на точність визначення широти розглянемо окремо випадок, коли об'єкт рухається прямолінійно з постійною швидкістю. У цьому випадку формула (2.1) набуде вигляду

$$\Delta \varphi = \frac{1}{\omega_y^2 + \omega_z^2} (\omega_y \cdot \Delta \omega_z - \omega_z \cdot \Delta \omega_y). \quad (2.2)$$

На рис. 4 представлена залежність похибки визначення широти від величин $\Delta \omega_y$ і $\Delta \omega_z$.

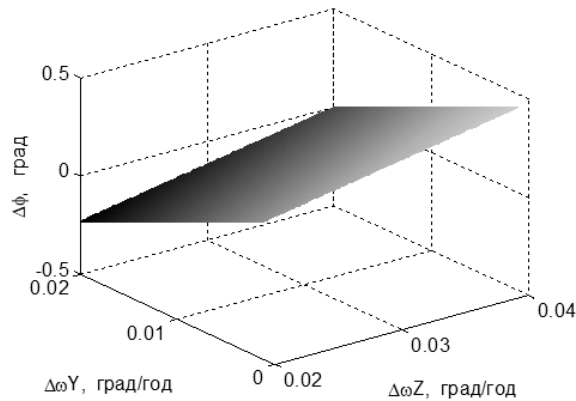


Рис. 4

Для отримання виразу похибки визначення довготи використовувалася формула (1.3), яка на кроці інтегрування Δt набуває вигляду

$$\lambda = \lambda_0 + \left(\frac{\omega_\eta}{\cos \varphi} - \Omega \right) \cdot \Delta t . \quad (2.3)$$

Повний вираз для похибки визначення довготи має вигляд

$$\Delta \lambda = \delta \lambda + \frac{\Delta \omega_\eta}{\cos \varphi} \Delta t + \frac{\omega_\eta \Delta t \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \Delta \varphi + \left(\frac{\omega_\eta}{\cos \varphi} - \Omega \right) \cdot \delta t , \quad (2.4)$$

де $\delta \lambda$ – похибка визначення початкової довготи; δt – похибка квантування.

Отже, похибка визначення довготи також, як і похибка визначення широти, залежить від похибок гіроскопів і похибок визначення елементів матриці напрямних косинусів. Крім того, похибка визначення довготи залежить від похибки визначення початкової довготи $\delta \lambda$ і похибки квантування δt .

Висновки.

Запропоновано автономний метод визначення довготи і широти на рухомому об'єкті без пред'явлення обмежень на характер траєкторії рухомого об'єкту. При цьому обчислення широти обходиться без інтегрування показів акселерометрів і гіроскопів, а обчислення довготи вимагає лише однократного інтегрування показів гіроскопів.

Отримано моделі похибки визначення широти і довготи. Похибки визначення довготи і широти залежать від похибок гіроскопів та похибок визначення елементів матриці напрямних косинусів. Крім того, похибка визначення довготи залежить ще від похибки визначення початкової довготи і похибки квантування при операції інтегрування.

РЕЗЮМЕ. Представлено метод визначення довготи та широти рухомого об'єкта. Метод базується на вимірюванні абсолютної кутової швидкості транспортного засобу. Для цього слід використовувати інерціально-вимірювальний модуль, який має складатися як мінімум з трьох гіроскопів – точних датчиків кутової швидкості. Визначення широти не вимагає інтегрування вихідних сигналів акселерометра, а визначення довготи вимагає одноразового інтегрування лише вихідних сигналів гіроскопа. Розроблено моделі похибок визначення довготи та широти.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: інерціально-вимірювальний модуль, довгота, широта, акселерометр, гіроскоп.

1. Кошляков В.Н. Об уравнениях местоположения движущегося объекта // Прикл. математика и механика. – 1964. – Вып. 6. – С. 1135 – 1137.
2. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – Москва: Машиностроение, 1982. – 216 с.
3. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – Санкт-Петербург: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»», 2009. – 280 с.
4. Мелешко В.В., Нестеренко О.И. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы. – Кировоград: Полимед-Сервис, 2011. – 172 с.
5. Некрасова М.В., Успенский В.Б. Определение требований к точности калибровки блока измерителей в составе акселерометрической БИНС // Авиационно-космическая техника и технология. Харьков. ХАИ. – 2015. – 119. – № 2. – С. 63 – 68.
6. Розенберг И.Н., Соколов С.В., Уманский В.И., Погорелов В.А. Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. – Москва: Физматлит, 2018. – 312 с.
7. Успенский В.Б., Некрасова М.В. Измерения ускорения и угловой скорости твердого тела с помощью избыточной системы акселерометров // Вісник Нац. техн. унів. «ХПШ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Харків, 2011. – № 63. – С. 138 – 145.
8. Avrutov V.V. Autonomous Determination of Initial Latitude with an Inertial Measuring Unit // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 5. – P. 594 – 599.
9. Avrutov V.V., Buhaiov D.V., Meleshko V.V. Gyrocompassing Mode of the Attitude and Heading Reference System // Proc. of the IEEE/APUAVD-2017, October 17 – 19, 2017, Kiev, Ukraine. – P. 134 – 138.
10. Baziari A.R., Moazedi M., Mosavi M.R. Analysis of single frequency GPS receiver under delay and combining spoofing algorithm // J. of Wireless Personal Communications. – 2015. – 83, N 3. – P. 1955 – 1970.
11. Chen J.H., Lee S.C., DeBra D.B. Gyroscope Free Strapdown Inertial Measurement Unit by Six Linear Accelerometers // J. of Guidance, Control, and Dynamics. – 1994. – 17, N 2. – P. 286 – 290.
12. Hanson R. Using Multiple MEMS IMUs to Form a Distributed Inertial Measurement Unit // Master's Thesis, Air Force Institute of Technology, 2005. – Wright-Patterson Air Force Base, Ohio. – 107 pp.
13. Klein I. Analytic error assessment of gyro-free INS // J. of Appl. Geodesy. – 2015. – 9, N 1. – P. 49 – 62.
14. Larin V.B., Tunik A.A. On Inertial-Navigation System without Angular-Rate Sensors // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N 4. – P. 488 – 500.
15. Nusbaum U., Klein I. Control Theoretic Approach to Gyro-Free Inertial Navigation Systems // IEEE AES Magazine special issue on navigation, August. – 2017 – P. 38 – 45.
16. Schmidt G.T. GPS Based Navigation Systems in Difficult Environments // Gyroscopy Navig. – 2019. – 10, N 2. – P. 41 – 53.
17. Schuler A.R., Grammatikos A., Fegley K.A. Measuring Rotational Motion with Linear Accelerometers // IEEE Transact. on Aerospace and Electronic Systems. – 1967. – AES-3, N 3. – P. 465 – 471.
18. Tan C.W., Park S., Mostov K., Varaiya P. Design of Gyroscope-Free Navigation Systems // IEEE Intelligent Transportation Systems Conf. Proc., 2001. – P. 286 – 291.
19. Tan C.W., Park S. Design of accelerometer based inertial navigation systems // Instrumentation and Measurement – IEEE Transactions. – 2005. – 54. – P. 2520 – 2530.
20. Titterton D.H., Weston J.L. Strapdown Inertial Navigation Technology // Navigation and Avionics. – IEEE Radar, Sonar. – 2004. – Series 17 – P. 558.
21. Vaknin E., Klein I. Coarse leveling of gyro-free INS // Gyroscopy Navig. – 2016. – 7. – P. 145 – 151.
22. Wu Z.C., Wang Z.F., Ge Y. Gravity based online calibration for monolithic triaxial accelerometers' gain and offset drift // Proc. 4th World Congr. Intell. Control Autom. – 2002. – P. 2171 – 2175.
23. Zemer H., Sarel R., Klein I. Feasibility Study of a Partial Gyro-Free Inertial Navigation System Mounted on a Ground Robot // 27th Mediterranean Conf. on Control and Automation, 2019. – P. 524 – 529.

Надійшла 15.07.2019

Затверджена до друку 15.12.2020