

М. О. Бабешко, В. Г. Савченко

МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ТЕРМОРАДІАЦІЙНОЇ
ПЛАСТИЧНОСТІ ДЛЯ ШАРУВАТИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ТІЛ
ІЗ ІЗОТРОПНИХ І ОРТОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: plast@inmech.kiev.ua*

Abstract. The method of numerical study of the elastoplastic stress-strain state of layered bodies of revolution from isotropic and orthotropic materials under thermo-force loading and irradiation is proposed. The modified constitutive equations that describe the non-elastic deformation processes of isotropic materials along the trajectories of small curvature are used. The equations of theory of elasticity for description of deformation of the orthotropic material are used. The temperature and irradiation dependence of the physical – mechanical properties of the materials are taken into account. For convenience of construction of the algorithm, the relation between the components of the stress and strain tensors in arbitrary element of body are reduced to the Hooke's law in general form for the orthotropic body with additional terms. The loading process is divided into a number of small stages. To determine the stress-strain state components, it is necessary to construct the process of successive approximations at an arbitrary loading stage. As example, the stress-strain state of thin layered shell under thermo-force loading and irradiation is considered.

Key words: thermoelastoplastic deformation process, constitutive equations, stress-strain state, thermo-force loading, irradiation.

Вступ.

Експериментальні дані показують, що під дією радіаційного опромінення помітно змінюються фізико-механічні властивості матеріалів і ці зміни зберігаються тривалий час. Стабільність набутих в процесі опромінення властивостей вимагає розробки теорій і методів моделювання поведінки конструкцій, елементи яких працюють в умовах термосилового навантаження і радіаційного опромінення. Такі конструкції зустрічаються в деяких галузях техніки, які пов'язані з аерокосмічними дослідженнями та атомною енергетикою.

Для прогнозування ресурсу таких конструкцій потрібне адекватне чисельне моделювання кінетики напружено-деформованого стану (НДС) цих конструкцій при експлуатаційних і аварійних режимах з урахуванням реальних умов навантаження, при яких відбувається зміна властивостей матеріалів в залежності від температури і опромінення, а також непружних деформацій, при виникненні яких на НДС тіла істотно впливає історія навантаження.

Відомо [8 – 10, 14, 25], що під впливом потоку нейтронів пружні властивості матеріалів можуть змінюватися (наприклад, для графіту [4] модуль пружності може значно збільшитися). Але для більшості конструкційних матеріалів збільшення модуля пружності незначне і його можна не враховувати. Помічено, що під впливом опромінення межа текучості і межа міцності таких матеріалів помітно зростає, а пластичні властивості знижуються. Наведені в роботах [8, 10, 14] експериментальні дані свідчать про збільшення більш ніж вдвічі межі текучості деяких сортів нержавіючої сталі, а також про значне збільшення межі текучості конструкційних сталей, які використовуються в реакторах. В загальному випадку в літературі відмічено істотні зміни діаг-

рам розтягу металів, які під дією опромінення наближаються до ідеально пластичної моделі. В кількісному вимірі зміна механічних та фізичних властивостей матеріалів при різних температурах залежить від інтенсивності і тривалості дії опромінення. Крім того, розподіл напружень і деформацій в конструктивному елементі при радіаційному опроміненні істотно залежить від явища, яке називають радіаційним розпуханням. В роботах [2, 9], які присвячені дослідженню цього явища, показано, що в залежності від температури, інтенсивності і тривалості опромінення, розпухання, тобто збільшення об'єму, досягає 3 – 13%. В цілому, експериментальні дослідження [2, 8 – 10, 14, 25] підтверджують істотний вплив опромінення на працездатність конструкцій, і при оцінці їх ресурсу потрібно це враховувати. Необхідно також мати на увазі можливість з допомогою опромінення впливати на експлуатаційні характеристики елементів конструкцій.

Таким чином, розробка методів чисельного дослідження НДС елементів конструкцій в процесах термосилового навантаження і радіаційного опромінення є актуальною проблемою механіки твердого тіла, яке деформується. Для вирішення цієї проблеми необхідно використовувати відповідні визначальні рівняння, які враховують вплив на властивості матеріалів основних факторів, що супроводжують термосилове навантаження та радіаційне опромінення. На основі цих рівнянь необхідно розробляти методи та відповідні алгоритми з програмною реалізацією і використовувати їх для чисельного дослідження тонкостінних та товстостінних тіл, що моделюють елементи конструкцій під дією термосилового навантаження та радіаційного опромінення.

Особливо актуальними здаються дослідження НДС елементів конструкцій, на які діють одночасно нерівномірне нагрівання та опромінення, так як підвищення температури, як правило, знижує межу текучості та зміцнення конструкційних сталей, в той час як збільшення дози опромінення підвищує межу текучості при зменшенні пластичних властивостей. Також варто приділити увагу дослідженням НДС елементів конструкцій, в яких з метою здешевлення та оптимізації параметрів міцності при виготовленні було використано ізотропні та анізотропні матеріали.

В деяких сучасних роботах описано методи та наведено числові результати дослідження пружнопластичного НДС конкретних тіл та оболонок при радіаційному опроміненні. Описані в роботах [7, 21, 26] методи базуються на визначальних рівняннях теорії малих пружнопластичних деформацій. В деяких роботах [15, 16] розроблено методи та виконано чисельне дослідження НДС конкретних елементів устаткування реакторів на основі рівнянь термопластичності, що описують процеси деформування ізотропних матеріалів вздовж траєкторій деформування у вигляді прямих та ліній малої кривизни; властивості матеріалів вважаються зміненими в результаті опромінення.

На відміну від вказаних робіт, в даній статті описано метод чисельного дослідження НДС дискретно однорідних тонкостінних та товстостінних тіл обертання з ізотропних та ортотропних матеріалів з урахуванням зміни їх властивостей в процесі термосилового навантаження та опромінення.

1. Постановка задачі.

В ортогональній системі координат q_i ($i = 1, 2, 3$) розглядається складене тіло обертання, яке знаходиться в процесі неізотермічного навантаження під дією об'ємних та поверхневих сил та опромінення. Складеним тілом обертання вважаємо дискретно однорідне тіло, всі складові частини якого є тілами обертання зі спільною віссю. Частини тіла можуть бути виготовлені з ізотропних або ортотропних матеріалів; головні осі ортотропії співпадають з координатними напрямками. Припускається, що в початковий момент часу t_0 тіло знаходиться в ненапруженому та неопроміненому стані при температурі T_0 ; складові частини тіла скріплено між собою без натягу і на їх спільній границі виконуються умови ідеального контакту. Ізотропні матеріали деформуються в межах та за межами пружності вздовж траєкторій малої кривизни, а ортотропні – в межах пружності. В зонах пластичного деформування можливе розвантаження і повторне навантаження; деформації повзучості вважаємо малими порівняно з пластичними та пружними складовими і ними будемо нехтувати. Силоне навантаження, нагрівання та опромінення тіла відбуваються таким чином, що процес навантаження

кожного елемента тіла можна вважати квазістатичним, а деформування відбувається в межах малих деформацій. В довільний момент навантаження відомі розподіл температури та дози опромінення, як і величина силових навантажень та умови закріплення тіла. Температура тіла в довільний момент нагріву визначається шляхом розв'язання задачі теплопровідності за відповідними алгоритмами [3, 18, 19]. Для визначення дози опромінення в тілі запропоновано [25] різні підходи, відповідно до яких формулюється певна крайова задача або використовуються деякі наближені способи визначення дози опромінення в конкретних умовах. При відомих розподілах температури та дози опромінення в тілі необхідно визначити в довільний момент часу по шість компонент тензорів напруження $\sigma_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ і деформації $\varepsilon_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ та три компоненти вектора переміщення u_i . Для цього процес навантаження необхідно розділити на етапи таким чином, щоб моменти розмежування етапів, по можливості, найкраще відповідали моментам зміни напрямку процесу деформування елементів тіла за межами пружності, тобто моментам зміни активного процесу на розвантаження чи навпаки і щоб траєкторії деформування елементів тіла добре апроксимувалися відповідними ламаними лініями.

На кожному етапі навантаження для визначення компонентів НДС тіла використовується система визначальних рівнянь, рівнянь статички та геометричних співвідношень. За визначальні рівняння для опису деформування ізотропних матеріалів використано модифіковані рівняння терморадіаційної пластичності, а для ортотропних – рівняння пружності. Статичними рівняннями є три диференціальні рівняння рівноваги [12], що записані у відповідній системі координат. Геометричні співвідношення – це шість співвідношень Коші [12], що пов'язують компоненти тензора деформації з компонентами вектора переміщення. Використавши згадані співвідношення, формулюємо розв'язувальну систему рівнянь і розглядаємо крайову задачу при відомих граничних умовах. На кожному етапі навантаження крайова задача розв'язується методом послідовних наближень з використанням результатів, які одержано на попередньому наближенні та попередньому етапі.

2. Визначальні рівняння.

Визначальні рівняння для опису термопружнопластичного деформування ізотропних матеріалів з урахуванням залежності механічних характеристик від опромінення відомі для процесів, що характеризуються прямолінійними траєкторіями деформування [7, 10] і траєкторіями у вигляді ліній малої кривизни [1, 17]. Використовуватимемо модифіковані рівняння терморадіаційної пластичності для опису процесів вздовж ліній малої кривизни, які враховують залежність механічних характеристик матеріалу і об'ємної деформації від температури та опромінення. Ці рівняння сформульовано з використанням тих же основних припущень, що і в [1, 17]:

компоненти тензора деформації є сумами пружних $\varepsilon_{ij}^{(e)}$ і пластичних $\varepsilon_{ij}^{(p)}$ складових, тобто $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(e)} + \varepsilon_{ij}^{(p)}$;

тензор пружних складових деформації пов'язаний з тензором напруження узагальненим законом Гука [12];

тензори напружень і деформації є сумами відповідних девіаторів і кульових тензорів, тобто

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma_0 \delta_{ij}; \quad \sigma_0 = \sigma_{ii}/3; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \varepsilon_0 \delta_{ij}; \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}/3, \quad (2)$$

де s_{ij} і e_{ij} – компоненти девіаторів напруження і деформації відповідно; σ_0 і ε_0 – середні напруження та деформації відповідно; $\delta = 1$ при $i = j$, $\delta = 0$ при $i \neq j$;

диференціали пластичних складових компонент девіатора деформації пропорційні компонентам девіатора напруження

$$de_{ij}^{(p)} = \frac{s_{ij}}{S} d\Gamma_p, \quad (3)$$

де

$$S = \left(\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{1/2} \quad (4)$$

інтенсивність дотичних напружень,

$$\Gamma_p = \int_0^t \left(\frac{1}{2} \frac{de_{ij}^{(p)}}{dt} \frac{de_{ij}^{(p)}}{dt} \right)^{1/2} dt \quad (5)$$

інтенсивність накопиченої пластичної деформації зсуву (параметр Одквіста);

при зміні температури T має місце закон температурного розширення, а при зміні інтегрального потоку радіаційного опромінення (флюенса) Φ – закон радіаційного розпухання;

середня деформація пов'язана лінійною залежністю з середнім напруженням, тобто в усьому діапазоні навантаження має місце закон пружної зміни об'ємної деформації:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{K} + \varepsilon_{T\Phi}; \quad (6)$$

$$K = \frac{E}{1-2\nu}; \quad E = 2G(1+\nu); \quad (7)$$

$$\varepsilon_{T\Phi} = \varepsilon_T + \varepsilon_\Phi; \quad \varepsilon_T = \alpha_T (T - T_0); \quad \varepsilon_\Phi = \alpha_\Phi \Phi. \quad (8)$$

В (6) – (8) позначено: E – модуль пружності матеріалу; G – модуль зсуву; ν – коефіцієнт Пуассона; α_T – коефіцієнт лінійного теплового розширення; α_Φ – коефіцієнт розпухання матеріалу. В загальному випадку E , G , ν , α_T , α_Φ залежать від температури та опромінення. Варто зауважити, що деформація розпухання в загальному випадку залежить від температури, дози опромінення і напруженого стану елемента тіла [2, 9]; в даній роботі прийнято найпростіший лінійний закон (8) аналогічно [1, 7, 10, 17].

Запишемо закон Гука для пружних складових девіатора у вигляді

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - e_{ij}^{(p)}), \quad (9)$$

де $e_{ij}^{(p)} = \varepsilon_{ij}^{(p)}$, а (6) запишемо у вигляді

$$\sigma_0 = K(\varepsilon_0 - \varepsilon_{T\Phi}). \quad (10)$$

Склавши (9) і (10) і врахувавши (7), одержимо

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + (K - 2G)\varepsilon_0\delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(D)}; \quad (11)$$

$$\sigma_{ij}^{(D)} = 2G\varepsilon_{ij}^{(p)} + K\varepsilon_{T\Phi}\delta_{ij}. \quad (12)$$

Співвідношення (11) мають вигляд закону Гука з додатковими напруженнями (12); останні містять пластичні складові деформацій $e_{ij}^{(p)} = \varepsilon_{ij}^{(p)}$, теплову деформацію ε_T та деформацію радіаційного розпухання ε_Φ . Співвідношення (11), (12) називатимемо модифікованими рівняннями терморадіаційної пластичності. Модифікація цих рівнянь порівняно з [1, 17] полягає в запису зв'язку між компонентами тензорів напружень і деформацій, а не приростів останніх. Вважаємо додаткові напруження $\sigma_{ij}^{(D)}$ (12) відомими з попереднього наближення, тобто нелінійні співвідношення терморадіаційної пластичності (11), (12) мають форму лінеаризованих методом додаткових

напружень [6, 18, 19, 22 – 24, 30 – 33]. Пластичні складові компонент деформації $\varepsilon_{ij}^{(p)} = e_{ij}^{(p)}$ в (12) визначимо шляхом інтегрування (3) в межах довільного етапу m з використанням теореми про середнє значення. Одержимо приріст за етап пластичних складових у вигляді

$$\Delta_m e_{ij}^{(p)} = \langle s_{ij} / S \rangle_m \Delta_m \Gamma_p, \quad (13)$$

де кутові дужки позначають середнє на етапі значення виразу в них. Пластичні складові деформацій $\varepsilon_{ij}^{(p)} = e_{ij}^{(p)}$ на m -тому етапі визначатимемо як суму їх приростів

$$e_{ij}^{(p)} = \sum_{k=1}^{k=m-1} \Delta_k e_{ij}^{(p)} + \Delta_m e_{ij}^{(p)}. \quad (14)$$

Вираз (13) містить приріст $\Delta_m \Gamma_p$ інтенсивності накопиченої пластичної деформації зсуву (5). Інтеграл в (5) заміняємо сумою приростів

$$\Gamma_p = \sum_{k=1}^{m-1} \Delta_k \Gamma_p + \Delta_m \Gamma_p. \quad (15)$$

Приріст $\Delta_m \Gamma_p$ визначатимемо в процесі послідовних наближень на поточному етапі. При цьому використаємо припущення про існування залежності між інтенсивністю дотичних напружень S , інтенсивністю деформацій зсуву $\Gamma = \left(\frac{1}{2} e_{ij} e_{ij} \right)^{1/2}$, температурою T і флюєнсом Φ у вигляді

$$S = F(\Gamma, T, \Phi). \quad (16)$$

Для конкретизації залежності (16) використовуємо діаграми $\sigma \sim \varepsilon$ (σ – напруження в зразку, ε – поздовжня деформація), які одержано в експериментах на розтяг циліндричних зразків при різних фіксованих значеннях температури і дози радіаційного опромінення, які виконано при швидкості навантаження, що не впливає на форму діаграми. Перехід від σ і ε до S і Γ здійснюється за формулами [18, 19]

$$S = \sigma / \sqrt{3}; \quad \Gamma = S / (2G) + \sqrt{3} \varepsilon^{(p)} / 2; \quad \varepsilon^{(p)} = \varepsilon - \sigma / E. \quad (17)$$

Припускаємо, що при пружньому розвантаженні $\Gamma = S / (2G) + \Gamma_p^{(1)}$, де $\Gamma_p^{(1)}$ – інтенсивність накопиченої пластичної деформації зсуву (15) в момент розвантаження.

Приріст $\Delta_m \Gamma_p$ визначаємо в процесі послідовних наближень на етапі навантаження під номером m за формулами

$$\Delta_m \Gamma_p = \sum_{i=1}^{L-1} \Delta_{mi} \Gamma_p + \Delta_{mL} \Gamma_p; \quad \Delta_{mL} \Gamma_p = \frac{S - S^{(d)}}{2G}, \quad (18)$$

де L – номер наближення на етапі, інтенсивність дотичних напружень S обчислено за формулою (4), а значення $S^{(d)}$ знайдено з використанням діаграми $\sigma \sim \varepsilon$ і формул (17).

Для опису пружнього деформування ортотропних матеріалів використовуємо рівняння узагальненого закону Гука [11], в яких, по аналогії з ізотропними матеріалами, враховано залежність механічних характеристик матеріалу і об'ємної деформації від температури і опромінення. Вони мають вигляд

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} - \varepsilon_1^{(T\Phi)} \\ \varepsilon_{22} - \varepsilon_2^{(T\Phi)} \\ \varepsilon_{33} - \varepsilon_3^{(T\Phi)} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix}, \quad (19)$$

де

$$\varepsilon_i^{(T\Phi)} = \varepsilon_{iT} + \varepsilon_{i\Phi} - \quad (20)$$

сума теплової деформації $\varepsilon_{iT} = \alpha_{iT}(T - T_0)$ і деформації розпухання $\varepsilon_{i\Phi} = \alpha_{i\Phi}\Phi$ в напрямку i ; α_{iT} і $\alpha_{i\Phi}$ – відповідно коефіцієнти теплового розширення і розпухання в цьому напрямку. Через $a_{ij} = a_{ji}$ в (19) позначено:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{E_1}; & a_{22} &= \frac{1}{E_2}; & a_{33} &= \frac{1}{E_3}; & a_{12} &= -\frac{\nu_{21}}{E_1} = -\frac{\nu_{12}}{E_2}; & a_{13} &= -\frac{\nu_{31}}{E_1} = -\frac{\nu_{13}}{E_3}; \\ a_{23} &= -\frac{\nu_{32}}{E_2} = -\frac{\nu_{23}}{E_3}; & a_{44} &= \frac{1}{2G_{12}}; & a_{55} &= \frac{1}{2G_{13}}; & a_{66} &= \frac{1}{2G_{23}}, \end{aligned} \quad (21)$$

де E_i – модуль пружності в напрямку i ; G_{ij} – модуль зсуву між напрямками i та j ; ν_{ij} – коефіцієнт Пуассона при дії сили в напрямку i і деформації в напрямку j .

Визначальні рівняння запишемо в єдиній формі, що спільна для ізотропних та ортотропних матеріалів:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \sigma_{11}^* \\ \sigma_{22}^* \\ \sigma_{33}^* \\ \sigma_{12}^* \\ \sigma_{13}^* \\ \sigma_{23}^* \end{Bmatrix}. \quad (22)$$

Вони мають вигляд узагальненого закону Гука для ортотропного тіла з додатковими напруженнями σ_{ij}^* . Коефіцієнти співвідношень (22) $A_{ij} = A_{ji}$ і додаткові члени σ_{ij}^* визначаються за різними формулами для ізотропних і ортотропних матеріалів. Для ізотропних матеріалів вони мають вигляд

$$\begin{aligned} A_{11} = A_{22} = A_{33} &= \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu}; & A_{44} = A_{55} = A_{66} &= 2G; \\ A_{12} = A_{13} = A_{23} &= \frac{K-2G}{3} = \frac{2G\nu}{1-2\nu}; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}^{(D)} = 2G\varepsilon_{ij}^{(p)} + K\varepsilon_{T\Phi}\delta_{ij}. \quad (24)$$

Для ортотропних матеріалів коефіцієнти співвідношень (22) визначаються за формулами

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{a_{22}a_{33} - a_{23}^2}{\Omega}; & A_{22} &= \frac{a_{11}a_{33} - a_{13}^2}{\Omega}; & A_{33} &= \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}{\Omega}; & A_{12} &= \frac{a_{13}a_{23} - a_{12}a_{33}}{\Omega}; \\ A_{13} &= \frac{a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}}{\Omega}; & A_{23} &= \frac{a_{12}a_{13} - a_{11}a_{23}}{\Omega}; & A_{44} &= \frac{1}{a_{44}}; & A_{55} &= \frac{1}{a_{55}}; & A_{66} &= \frac{1}{a_{66}}; \\ \Omega &= a_{11}a_{22}a_{33} + 2a_{12}a_{13}a_{23} - a_{11}a_{23}^2 - a_{12}^2a_{33} - a_{13}^2a_{22}. \end{aligned} \quad (25)$$

Додаткові напруження σ_{ij}^* містять теплову деформацію та деформацію розпухання і мають вигляд

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^* &= A_{11}\varepsilon_1^{(T\Phi)} + A_{12}\varepsilon_2^{(T\Phi)} + A_{13}\varepsilon_3^{(T\Phi)}; & \sigma_{22}^* &= A_{21}\varepsilon_1^{(T\Phi)} + A_{22}\varepsilon_2^{(T\Phi)} + A_{23}\varepsilon_3^{(T\Phi)}; \\ \sigma_{33}^* &= A_{31}\varepsilon_1^{(T\Phi)} + A_{32}\varepsilon_2^{(T\Phi)} + A_{33}\varepsilon_3^{(T\Phi)}, \end{aligned} \quad (26)$$

де $A_{ij} = A_{ji}$ визначаються формулами (25).

Наведені співвідношення (22) спростують розробку і реалізацію алгоритму розв'язання даної задачі. Зауважимо, що співвідношення (22) мають такий же вигляд, як в описаних раніше [6, 18, 27 – 31] методах розв'язку задачі термопластичності для замкнених шаруватих осесиметричних просторових тіл і оболонок, і відрізняються лише конкретизацією характеристик матеріалів і додаткових напружень. У зв'язку з цим для розв'язання просторової задачі терморадіаційної пластичності можна використати розроблений підхід, що базується на напіваналітичному методі скінчених елементів, за допомогою якого тривимірна задача зводиться до ряду двовимірних в меридіональному перерізі тіла обертання, що розглядається. Процедура одержання систем розв'язувальних рівнянь цього методу детально описано в [18, 19, 28], але при розв'язуванні задачі терморадіаційної пластичності існує інший алгоритм обчислення коефіцієнтів цих систем. Аналогічно при розв'язанні задачі терморадіаційної пластичності для тонких шаруватих оболонок обертання система розв'язувальних рівнянь має той же вигляд, що і в [30, 31], і відрізняється лише обчисленням коефіцієнтів системи. Покажемо ефективність використання запропонованого методу розв'язку задачі терморадіаційної пластичності на прикладі визначення НДС осесиметрично навантаженої шаруватої оболонки.

3. Розв'язування осесиметричної задачі терморадіаційної пластичності для тонких шаруватих оболонок.

Розглянемо оболонку обертання з шарами з ізотропних та трансверсально-ізо-тропних матеріалів в ортогональній криволінійній системі координат s , θ , ζ , що пов'язана з неперервною координатною поверхнею таким чином, що s ($s_a \leq s \leq s_b$) – меридіональна координата; s_a , s_b – координати, що відповідають торцям оболонки; θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) – колова координата, а ζ ($\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_k$) – координата, яку відраховують по нормалі до координатної поверхні; $h = \sum_{i=1}^k (\zeta_i - \zeta_{i-1})$ – товщина оболонки; ζ_0 відповідає внутрішній поверхні оболонки, ζ_k – її зовнішній поверхні; k – кількість шарів. За координатну поверхню можна вибрати середину, внутрішню, зовнішню або одну з поверхонь, що розділяють шари оболонки. В початковий момент навантаження оболонка знаходиться в ненапруженому стані при початковій температурі $T = T_0$, а потім

знає осесиметричної дії силового навантаження, нерівномірного нагріву та опромінення. Рівень навантажень і геометрія оболонки такі, що оболонка не втрачає стійкості, а її шари деформуються без прослизання та відриву. Вважаємо, що температурні поля оболонки і інтегральні потоки радіаційного опромінення (флюєнс) відомі в будь-який момент навантаження. Задачу про пружнопластичний НДС шаруватої оболонки під дією нагріву та опромінення розв'язуємо в межах гіпотез Кірхгофа – Лява для пакету шарів. У вибраній системі координат НДС оболонки характеризується меридіональними σ_{ss} , коловими $\sigma_{\theta\theta}$ компонентами тензора напружень, меридіональними ε_{ss} , коловими $\varepsilon_{\theta\theta}$, нормальними $\varepsilon_{\zeta\zeta}$ компонентами тензора деформацій та переміщеннями точок координатної поверхні u в напрямку s і w в напрямку ζ .

Для розв'язання задачі процес навантаження розподіляємо на ряд етапів. На кожному з них використовуємо систему рівнянь рівноваги [13], геометричні співвідношення [13] і визначальні рівняння (22). Рівняння рівноваги використаємо у вигляді [20]

$$\begin{aligned} \frac{d(rN_s)}{ds} + \frac{r}{R_s} Q_s - N_\theta \cos \varphi + r q_s = 0; \quad \frac{d(rQ_s)}{ds} - \frac{r}{R_s} N_s - N_\theta \sin \varphi + r q_\zeta = 0; \\ \frac{d(rM_s)}{ds} + r Q_s - M_\theta \cos \varphi + r m_s = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

де N_s , M_s – нормальне зусилля та момент, що діють в перерізі оболонки $s = \text{const}$; N_θ , M_θ – аналогічні зусилля та момент, що діють в перерізі $\theta = \text{const}$; Q_s – перерізує зусилля в перерізі $s = \text{const}$; r – радіус паралельного круга координатної поверхні оболонки; $\pi - \varphi$ – кут між нормаллю до цієї поверхні і віссю обертання; R_s – радіус кривизни меридіана; q_s , q_ζ , m_s – компоненти розподіленого навантаження.

Геометричні співвідношення мають вигляд [20]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ss} = \varepsilon_s + \zeta \kappa_s; \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_\theta + \zeta \kappa_\theta; \\ \varepsilon_s = \frac{du}{ds} + \frac{w}{R_s}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \cos \varphi + \frac{w}{r} \sin \varphi; \\ \kappa_s = \frac{d\mathcal{G}_s}{ds}; \quad \kappa_\theta = \frac{\cos \varphi}{r} \mathcal{G}_s; \quad \mathcal{G}_s = \frac{u}{R_s} - \frac{dw}{ds}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\kappa_s = \frac{d\mathcal{G}_s}{ds}; \quad \kappa_\theta = \frac{\cos \varphi}{r} \mathcal{G}_s; \quad \mathcal{G}_s = \frac{u}{R_s} - \frac{dw}{ds}, \quad (29)$$

де ε_s , ε_θ і κ_s , κ_θ – деформації і зміни кривизни координатної поверхні в напрямках s і θ ; \mathcal{G}_s – кут повороту нормалі координатної поверхні в меридіональній площині.

Визначальні рівняння (22), які лінеаризовано методом додаткових напружень, у випадку осесиметричної задачі теорії тонких оболонок зводяться до виду

$$\begin{aligned} \sigma_{ss} = A_{11} \varepsilon_{ss} + A_{12} \varepsilon_{\theta\theta} - \sigma_{ss}^*; \\ \sigma_{\theta\theta} = A_{21} \varepsilon_{ss} + A_{22} \varepsilon_{\theta\theta} - \sigma_{\theta\theta}^*, \end{aligned} \quad (30)$$

де коефіцієнти A_{ij} і додаткові напруження σ_{ss}^* , $\sigma_{\theta\theta}^*$ визначаються за різними формулами для ізотропних і трансверсально-ізотропних матеріалів. Для ізотропних матеріалів вони мають вигляд

$$\begin{aligned} A_{11} = A_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}; \quad A_{12} = A_{21} = A_{11} \nu; \quad \sigma_{ss}^* = A_{1D} = A_{11} [e_{ss}^{(p)} + \varepsilon_{T\Phi} (1+\nu)] + A_{12} e_{\theta\theta}^{(p)}; \\ \sigma_{\theta\theta}^* = A_{2D} = A_{11} [e_{\theta\theta}^{(p)} + \varepsilon_{T\Phi} (1+\nu)] + A_{12} e_{ss}^{(p)}. \end{aligned} \quad (31)$$

Для трансверсально-ізоотропних матеріалів A_{ij} і $\sigma_{ss}^*, \sigma_{\theta\theta}^*$ визначаються за формулами

$$A_{11} = \frac{E_s}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}}; \quad A_{11} = \frac{E_\theta}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}}; \quad A_{12} = A_{21} = \frac{\nu_{s\theta}E_s}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}} = \frac{\nu_{\theta s}E_\theta}{1 - \nu_{s\theta}\nu_{\theta s}}; \quad (32)$$

$$\sigma_{ss}^* = A_{1D} = A_{11}\varepsilon_s^{(T\Phi)} + A_{12}\varepsilon_\theta^{(T\Phi)}; \quad \sigma_{\theta\theta}^* = A_{2D} = A_{21}\varepsilon_\theta^{(T\Phi)} + A_{22}\varepsilon_s^{(T\Phi)}; \quad (33)$$

$$\varepsilon_s^{(T\Phi)} = \varepsilon_{sT} + \varepsilon_{s\Phi}; \quad \varepsilon_\theta^{(T\Phi)} = \varepsilon_{\theta T} + \varepsilon_{\theta\Phi}; \quad \varepsilon_{sT} = \alpha_{sT}(T - T_0); \quad (34)$$

$$\varepsilon_{\theta T} = \alpha_{\theta T}(T - T_0); \quad \varepsilon_{s\Phi} = \alpha_{s\Phi}\Phi; \quad \varepsilon_{\theta\Phi} = \alpha_{\theta\Phi}\Phi.$$

Скориставшись рівняннями (30), одержимо співвідношення між зусиллями, моментами і деформаціями координатної поверхні у вигляді

$$\begin{aligned} N_s &= C_{11}^{(0)}\varepsilon_s + C_{12}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(1)}\kappa_s + C_{12}^{(1)}\kappa_\theta - N_{1D}^{(0)}; \\ N_\theta &= C_{12}^{(0)}\varepsilon_s + C_{11}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(1)}\kappa_s + C_{11}^{(1)}\kappa_\theta - N_{2D}^{(0)}; \\ M_s &= C_{11}^{(1)}\varepsilon_s + C_{12}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(2)}\kappa_s + C_{12}^{(2)}\kappa_\theta - N_{1D}^{(1)}; \\ M_\theta &= C_{12}^{(1)}\varepsilon_s + C_{11}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(2)}\kappa_s + C_{11}^{(2)}\kappa_\theta - N_{2D}^{(1)}. \end{aligned} \quad (35)$$

В (35) позначено

$$C_{mn}^{(j)} = \sum_{i=0}^k \int_{\zeta_{i-1}}^{\zeta_i} A_{mn}\zeta^j d\zeta; \quad N_{mD}^{(j)} = \sum_{i=0}^k \int_{\zeta_{i-1}}^{\zeta_i} A_{mD}\zeta^j d\zeta \quad (m, n = 1, 2; j = 0, 1, 2). \quad (36)$$

Співвідношення (35) разом з трьома рівняннями рівноваги (27) і п'ятьма геометричними співвідношеннями (29) утворюють систему 12 рівнянь, яка зводиться до шести звичайних диференціальних рівнянь відносно шести невідомих функцій $N_s, M_s, Q_s, u, w, \vartheta_s$. Одержана система рівнянь у векторній формі має вигляд

$$\frac{d\vec{Y}}{ds} = P(s)\vec{Y} + \vec{f}(s) \quad (37)$$

при заданих граничних умовах

$$B_1\vec{Y}(s_a) = \vec{b}_1; \quad B_2\vec{Y}(s_b) = \vec{b}_2. \quad (38)$$

В (37), (38) \vec{Y} – вектор розв'язувальних функцій: $\vec{Y} = \{N_s, Q_s, M_s, u, w, \vartheta_s\}$; $P(s)$ – матриця системи; $\vec{f}(s)$ – вектор додаткових членів; B_1, B_2 – задані матриці; \vec{b}_1, \vec{b}_2 – задані вектори граничних умов. Ненульові елементи матриці $P(s)$ мають вигляд

$$p_{11} = -\frac{\cos\varphi}{r}(1 + \lambda_1); \quad p_{12} = -\frac{1}{R_s}; \quad p_{13} = -\frac{\cos\varphi}{r}\lambda_2;$$

$$p_{14} = \frac{\cos^2\varphi}{r^2}(\lambda_1 C_{12}^{(0)} + C_{22}^{(0)} + \lambda_2 C_{12}^{(1)}); \quad p_{15} = p_{14} \operatorname{tg}\varphi;$$

$$p_{16} = -\frac{\cos^2\varphi}{r^2}(\lambda_3 C_{12}^{(0)} + \lambda_4 C_{12}^{(1)} - C_{22}^{(1)}); \quad p_{21} = \frac{1}{R_s} - \frac{\lambda_1 \sin\varphi}{r}; \quad p_{22} = -\frac{\cos\varphi}{r};$$

$$\begin{aligned}
p_{23} &= -\frac{\sin \varphi}{r} \lambda_2; & p_{24} &= p_{15}; & p_{25} &= p_{15} \operatorname{tg} \varphi; & p_{26} &= p_{16} \operatorname{tg} \varphi; & p_{31} &= -p_{22} \lambda_3; & p_{32} &= -1; \\
p_{33} &= -\frac{\cos \varphi}{r} (1 - \lambda_4); & p_{34} &= \frac{\cos^2 \varphi}{r^2} (\lambda_1 C_{12}^{(1)} + C_{22}^{(1)} + \lambda_2 C_{12}^{(2)}); & p_{35} &= p_{34} \operatorname{tg} \varphi; \\
p_{36} &= -\frac{\cos^2 \varphi}{r^2} (\lambda_3 C_{12}^{(1)} - C_{22}^{(2)} + \lambda_4 C_{12}^{(2)}); & p_{41} &= \frac{C_{11}^{(2)}}{\delta_1}; & p_{43} &= -\frac{C_{11}^{(1)}}{\delta_1}; & p_{44} &= -\lambda_1 p_{22}; \\
p_{45} &= -p_{21}; & p_{46} &= -p_{31}; & p_{54} &= -p; & p_{56} &= -1; \\
p_{61} &= p_{43}; & p_{63} &= \frac{C_{11}^{(0)}}{\delta_1}; & p_{64} &= -p_{13}; & p_{65} &= -p_{23}; & p_{66} &= \lambda_4 p_{22},
\end{aligned} \tag{39}$$

де

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= (C_{11}^{(1)} C_{12}^{(1)} - C_{12}^{(0)} C_{11}^{(2)}) / \delta_1; & \lambda_2 &= (C_{11}^{(1)} C_{12}^{(0)} - C_{12}^{(1)} C_{11}^{(0)}) / \delta_1; \\
\lambda_3 &= (C_{11}^{(2)} C_{12}^{(1)} - C_{12}^{(2)} C_{11}^{(1)}) / \delta_1; & \lambda_4 &= (C_{11}^{(0)} C_{12}^{(2)} - C_{12}^{(1)} C_{11}^{(2)}) / \delta_1; & \delta_1 &= C_{11}^{(0)} C_{11}^{(2)} - (C_{11}^{(1)})^2.
\end{aligned}$$

Компоненти вектора $\vec{f}(s)$ визначаються за формулами

$$\begin{aligned}
f_1 &= -\frac{\cos \varphi}{r} [\lambda_1 N_{1D}^{(0)} + \lambda_2 N_{1D}^{(1)} + N_{2D}^{(0)}] - q_s; & f_2 &= -\frac{\sin \varphi}{r} [\lambda_1 N_{1D}^{(0)} + \lambda_2 N_{1D}^{(1)} + N_{2D}^{(0)}] - q_\varepsilon; \\
f_3 &= \frac{\cos \varphi}{r} [\lambda_3 N_{1D}^{(0)} + \lambda_4 N_{1D}^{(1)} - N_{2D}^{(0)}]; & f_4 &= \frac{C_{11}^{(2)} N_{1D}^{(0)} - C_{11}^{(1)} N_{1D}^{(1)}}{\delta_1}; \\
f_5 &= 0; & f_6 &= -\frac{C_{11}^{(1)} N_{1D}^{(0)} - C_{11}^{(0)} N_{1D}^{(1)}}{\delta_1}.
\end{aligned} \tag{40}$$

З формул (39), (40) видно, що елементи матриці розв'язувальної системи обчислюються через параметри геометрії оболонки, пружні характеристики матеріалів її шарів, які залежать від температури і опромінення, а в компоненти вектора $\vec{f}(s)$, як видно з $N_{mD}^{(j)}$ (36), входять ще теплова деформація, деформація розпухання і пластичні складові деформацій, які необхідно обчислювати в процесі послідовних наближень.

При виконанні розрахунку НДС оболонки необхідно задати параметри її геометрії, характеристики матеріалів шарів, кількість етапів навантаження, силові навантаження та умови закріплення, а також розподіл в меридіональному перетині оболонки температури і дози радіаційного опромінення на кожному етапі. Характеристиками ізотропних матеріалів є діаграми $\sigma \sim \varepsilon$, коефіцієнти Пуассона, лінійного теплового розширення і розпухання для ряду фіксованих значень температури і дози радіації. Для трансверсально-ізотропних матеріалів потрібно задати значення модулів пружності E_s , E_θ , коефіцієнт Пуассона $\nu_{s\theta}$, коефіцієнти теплового розширення α_{sT} , $\alpha_{\theta T}$ і коефіцієнти розпухання $\alpha_{s\Phi}$, $\alpha_{\theta\Phi}$ для певних значень температури і дози опромінення.

При виконанні розрахунків на першому етапі навантаження припускаємо, що в (31) $\varepsilon_{ss}^{(p)} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(p)} = 0$. На довільному етапі $m > 1$ вважаємо, що відомі компоненти НДС і значення $(\varepsilon_{ss}^{(p)})_{m-1}$, $V > V_K$, $(\Gamma_p)_{m-1}$, які одержано на попередньому етапі. При обчисленні компонентів матриці (39) системи (37) скористаємось заданими таблицями характеристик матеріалів і шляхом лінійної інтерполяції по температурі та дозі опро-

міння визначимо значення модулів пружності і коефіцієнтів Пуассона на даному етапі в кожній точці меридіонального перерізу оболонки і обчислимо інтеграли, що входять до $C_{mn}^{(j)}$ (36). При обчисленні компонент (40) вектора \bar{f} знаходимо шляхом лінійної інтерполяції по заданих таблицях значення коефіцієнтів $\alpha_T, \alpha_\Phi, \alpha_{sT}, \alpha_{\theta T}, \alpha_{s\Phi}, \alpha_{\theta\Phi}$ для відповідних значень температури і дози опромінення і визначимо $\varepsilon_{T\Phi}$ (8), $\varepsilon_s^{(T\Phi)}, \varepsilon_\theta^{(T\Phi)}$ (34), а також обчислимо $N_{mD}^{(j)}$ (36), використавши значення пластичних складових деформації, які відомі з попереднього наближення (в першому наближенні – з попереднього етапу). Далі розв'язуємо крайову задачу (37), (38) з використанням методу Рунге – Кутта з дискретною ортогоналізацією [5]. Точність розв'язку крайової задачі оцінюємо шляхом послідовного зменшення кроку інтегрування по меридіану і товщині. Одержавши в результаті розв'язання крайової задачі розв'язувальні функції, визначаємо компоненти деформацій, через які обчислюємо компоненти напружень, тобто одержуємо компоненти НДС в поточному наближенні. Для елементів оболонки з ізотропного матеріалу скористаємось заданими таблицями діаграм $\sigma \sim \varepsilon$, які з використанням формул (17) зведемо до виду $S \sim \Gamma$, а потім, інтерполюючи їх по T і Φ , обчислимо відповідну залежність $S \sim \Gamma$, по якій визначимо значення $S^{(d)}$, відповідне значенню $\Gamma = (\Gamma_p)_{m-1} + S/2G$, де S обчислено за формулою (4). Тоді $\Delta_m \Gamma_p = (S - S^{(d)})/2G$; це значення $\Delta_m \Gamma_p$ потрібне для визначення приростів (13) пластичних складових деформацій (14). Далі визначаємо значення додаткових напружень $\sigma_{ss}^* = A_{1D}, \sigma_{\theta\theta}^* = A_{2D}$ (33) і розв'язуємо крайову задачу (37), (38) в наступному наближенні. В загальному випадку на довільному наближенні поточного етапу приріст інтенсивності накопиченої пластичної деформації зсуву обчислюється за формулою (18).

Описаний алгоритм процесу послідовних наближень відповідає активному деформуванню ізотропних елементів оболонки. Для визначення напрямку процесу деформування в кожному елементі, в якому виникли пластичні деформації ($\Gamma_p > 0$), після першого наближення на поточному етапі необхідно перевірити виконання умови $\Delta \Gamma_p > 0$. Виконання цієї умови свідчить про активність процесу деформування даного елемента оболонки і обчислення необхідно здійснювати по алгоритму, що описано. В протилежному випадку в елементі оболонки відбувається розвантаження і необхідно покласти $\Delta \Gamma_p = 0$ і продовжити розрахунки, використовуючи значення пластичних складових деформації, які відповідають попередньому етапу. Процес послідовних наближень на етапі завершається, коли відповідні значення компонент деформації в двох сусідніх наближеннях відрізняються не більше ніж на задану величину, що характеризує точність обчислень, тобто при виконанні умови

$$\max \left[(\varepsilon_{ij})_L - (\varepsilon_{ij})_{L-1} \right] < \delta, \quad (41)$$

де L – номер останнього наближення на етапі, а δ – наперед задана величина. Правильність розділення на етапи перевіряється шляхом повторного розв'язання задачі при зменшенні величини етапів вдвічі.

4. Апробація методу.

Визначимо осесиметричний НДС двошарової циліндричної оболонки, радіус середньої поверхні якої $r = R = 0,1\text{м}$; довжина $0,4\text{м}$; товщина кожного шару $h/2 = 0,005\text{ м}$. Внутрішній шар оболонки виготовлено з ізотропного матеріалу, а зовнішній – з трансверсально-ізотропного. Початкова температура оболонки $T = T_0 = 20^\circ\text{C}$. На оболонку діють рівномірне нагрівання і опромінення, а також стискаюче осьове зусилля N_s і рівномірний внутрішній тиск q_c . При розв'язанні даної задачі процес навантаження

поділено на 20 етапів. На першому етапі значення навантажень такі: $N_s = 0$, $q_\zeta = 0$, $T = 200^\circ\text{C}$, $\Phi = 1,5 \cdot 10^{22}$ нейтрон/м²; на наступних етапах температура $T = 300^\circ\text{C}$ і доза опромінення $\Phi = 2 \cdot 10^{22}$ нейтрон/м² залишаються постійними, а силові навантаження $N_s = N_{sj}^*$ і $q_\zeta = q_{\zeta j}^*$ в залежності від номера етапу $j = 2, \dots, 20$ мають наступні значення:

$$N_{sj}^* = 0; -54 \cdot 10^4 \text{ н/м}; -55 \cdot 10^4 \text{ н/м}; \dots, -71 \cdot 10^4 \text{ н/м};$$

$$q_{\zeta j}^* = 0; 4 \text{ МПа}; 5 \text{ МПа}; \dots, 12 \text{ МПа}; \dots, 12 \text{ МПа}.$$

Граничні умови на всіх етапах мають вигляд:

$$\text{при } s = s_a = 0, u = 0, \vartheta_s = 0, Q_s = 0; \text{ при } s = s_b = 0,2 \text{ м}, N_s = N_{sj}^*, \vartheta_s = 0, Q_s = 0.$$

Для ізотропного матеріалу (сталь 347, [8]) задано значення $\sigma \sim \varepsilon$ при різних температурах і дозах опромінення у вигляді табл. 1. Для трансверсально-ізотропного матеріалу (графіт, [4]) модулі пружності задано в табл. 2.

Значення коефіцієнтів Пуассона, теплового розширення і розпухання в діапазоні температури і доз радіації, що розглядаються, приймаємо постійними і відповідно для ізотропного та трансверсально-ізотропного матеріалу рівними:

$$\nu = 0,3; \alpha_T = 0,12 \cdot 10^{-4} (\text{град})^{-1}; \alpha_\Phi = 3 \cdot 10^{-26} (\text{нейтрон/м}^2)^{-1}; \nu_{s\theta} = 0,2;$$

$$\alpha_{sT} = \alpha_{\theta T} = 0,2 \cdot 10^{-5} (\text{град})^{-1}; \alpha_{s\Phi} = \alpha_{\theta\Phi} = 1 \cdot 10^{-26} (\text{нейтрон/м}^2)^{-1}.$$

Таблиця 1

$T = 20^\circ\text{C}$			$T = 300^\circ\text{C}$		
Φ , нейтрон/м ²	0	$2 \cdot 10^{22}$	Φ , нейтрон/м ²	0	10^{25}
ε	σ , МПа	σ , МПа	ε	σ , МПа	σ , МПа
0	0	0	0	0	0
0,001	200	200	0,0005	96	96
0,0015	250	300	0,001	160	192
0,003	320	580	0,003	238	288
0,004	340	620	0,004	255	318
0,005	350	625	0,005	265	338
0,008	370	627	0,008	288	380
0,013	375	630	0,013	298	422

Таблиця 2

$T = 20^\circ\text{C}$			$T = 300^\circ\text{C}$		
Φ , нейтрон/м ²	0	$2 \cdot 10^{22}$	Φ , нейтрон/м ²	0	$2 \cdot 10^{22}$
E_s , МПа	$1 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$	E_s , МПа	$2 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^4$
E_θ , МПа	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^4$	E_θ , МПа	$1 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4$

Задачу терморадіаційної пластичності розв'язано по описаному алгоритму методом послідовних наближень при $\delta = 1 \cdot 10^{-5}$ (41). Розрахунки показали, що на кожному етапі при дії вказаних навантажень функції $N_s, Q_s, M_s, w, \vartheta_s$ постійні, при цьому $Q_s = 0$, $\vartheta_s = 0$, а переміщення u змінюється по лінійному закону вздовж координати s ;

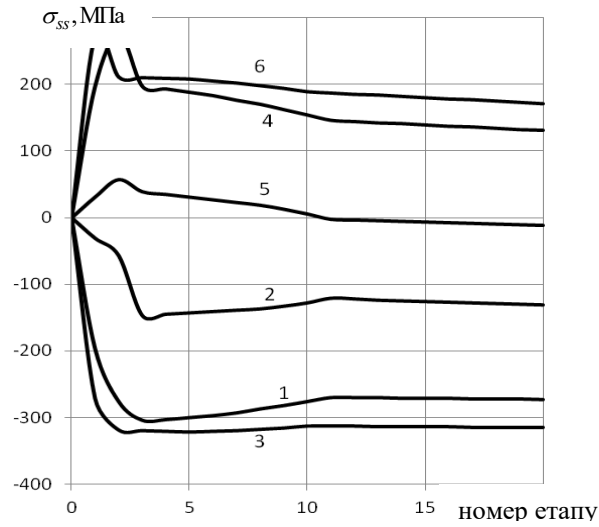


Рис. 1

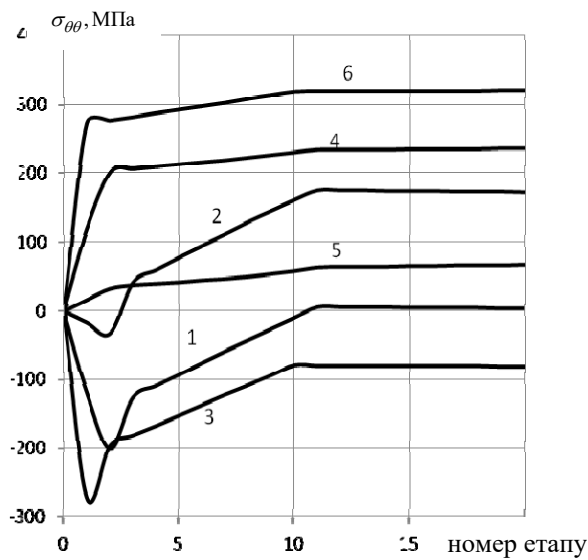


Рис. 2

НДС оболонки не змінюється вздовж меридіана; значення компонент деформації постійні по оболонці; значення компонент напружень постійні по кожному шару. В результаті розрахунків встановлено, що непружне деформування ізотропних елементів оболонки починається з другого етапу і до кінця процесу, що розглядається, відбувається зростання інтенсивності накопичених пластичних деформацій зсуву. На рис. 1 і 2 показано, як змінюються в процесі навантаження напруження σ_{ss} і $\sigma_{\theta\theta}$ відповідно; криві 1 відповідають значенням напружень в ізотропному шарі, криві 4 – в трансверсально-ізотропному. Для того, щоб оцінити вплив опромінення на НДС оболонки, виконано розрахунок, в якому прийнято $\Phi = 0$ при збереженні інших навантажень. Результати цього розрахунку зображено у вигляді кривих 2 (ізотропний матеріал) і 5 (трансверсально-ізотропний) на рис. 1 і 2. Зіставлення кривих 1 і 2, 4 і 5 свідчать про суттєве (в декілька разів) зменшення абсолютних значень напружень при відсутності опромінення. Також виконано розрахунок НДС оболонки при заданих навантаженнях,

в якому для трансверсально-ізотропного матеріалу прийнято $E_\theta = E_s$ (табл. 2). Одержані в цьому розрахунку напруження зображено у вигляді кривих 3 (ізотропний матеріал) і 6 (трансверсально-ізотропний) на рис. 1 і 2. З цих рисунків видно, що в цьому розрахунку максимальне по абсолютному значенню колове напруження в ізотропному шарі збільшилося на 40% порівняно з розрахунком, в якому властивості трансверсально-ізотропного матеріалу відповідають табл. 2.

Результати розв'язання даної задачі можна підтвердити шляхом перевірки виконання співвідношень, які використано. Числові результати першого розрахунку на етапах 1, 5, 10, 15, 20 наведено в табл. 3, де в першій колонці стоїть номер етапу; в колонках 6 і 7 вгорі поміщено напруження в ізотропному шарі, а внизу – в трансверсально-ізотропному. Зауважимо, що наведені в табл. 3 переміщення u відповідають координаті $s = s_b = 0,2$ м.

Таблиця 3

№	$N_s \cdot 10^{-3}$, н/м	$M_s \cdot 10^{-1}$, н	$w \cdot 10^6$, м	$u \cdot 10^6$, м	σ_{ss} , МПа	$\sigma_{\theta\theta}$, МПа	$\varepsilon_{ss} \cdot 10^4$	$\varepsilon_{\theta\theta} \cdot 10^4$	$\Gamma_p \cdot 10^4$
1	0	492	632	1147	-197	-119	57	63	0
					197	119			
5	-560	610	900	1000	-300	-92	50	90	29
					188	212			
10	-610	538	970	872	-276	-10	44	97	34
					154	230			
15	-660	512	992	820	-271	5	41	99	37
					139	235			
20	-710	504	998	790	-273	4	40	100	38
					131	236			

Значення напружень узгоджуються зі значеннями зусиль та моментів, що можна перевірити безпосередньо за формулами

$$N_s = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ss} d\zeta = \frac{(\sigma_{ss}^{(i)} + \sigma_{ss}^{(a)})h}{2}; \quad M_s = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ss} \zeta d\zeta = \frac{(-\sigma_{ss}^{(i)} + \sigma_{ss}^{(a)})h^2}{8} \quad (s, \theta), \quad (42)$$

де індексом (i) позначено напруження в ізотропному шарі, а індексом (a) – в анізотропному.

З другого рівняння рівноваги (27) маємо $N_\theta = Rq_\zeta$; це підтверджується підстановкою значень колових напружень в першу з формул (42). З геометричних співвідношень (28), (29) маємо $\varepsilon_s = \varepsilon_{ss} = (du)/(ds)$, $\varepsilon_\theta = \varepsilon_{\theta\theta} = w/R$, що відповідає одержаним результатам.

Було перевірено, як задовольняються визначальні рівняння (30) – (34). За даними табл. 1 обчислено діаграму $\sigma \sim \varepsilon$ при $T = 300^\circ\text{C}$ і $\Phi = 2 \cdot 10^{22}$ нейтрон/м². Ця діаграма і значення напружень $\sigma_{ss}, \sigma_{\theta\theta}$ в ізотропному шарі оболонки (табл. 3) використані для обчислення на кожному етапі значень компонент деформації і інтенсивності накопиченої пластичної деформації зсуву Γ_p . Для обчислення компонент деформацій в трансверсально-ізотропному шарі використано значення компонент напруження в цьому шарі (табл. 3) і дані табл. 2. Одержані значення наведено в табл. 4.

Таблиця 4

№ етапу	$\varepsilon_{ss}^{(i)} \cdot 10^4$	$\varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} \cdot 10^4$	$\Gamma_p \cdot 10^4$	$\varepsilon_{ss}^{(a)} \cdot 10^4$	$\varepsilon_{\theta\theta}^{(a)} \cdot 10^4$
1	57	63	0	57	63
5	52	89	29	50	90
10	46	96	35	44	97
15	43	98	37	41	99
20	42	98	38	40	100

Зіставлення результатів, які наведено в табл. 3 і 4, свідчить про узгодженість результатів, які одержано методом послідовних наближень і безпосереднім використанням характеристик матеріалів. Таким чином, виконана перевірка підтверджує ефективність та працездатність запропонованої методики.

Висновки.

Дано постановку задачі терморадіаційної пластичності для осесиметричних шаруватих тіл з ізотропних і ортотропних матеріалів і запропоновано метод її розв'язання. Для опису деформування ізотропних матеріалів використано модифіковані рівняння терморадіаційної пластичності, що лінеаризовано методом додаткових напружень. Враховано залежність властивостей матеріалу від температури і радіаційного опромінення. При дослідженні деформування ортотропних матеріалів використано рівняння теорії пружності з урахуванням залежності пружних характеристик матеріалу від температури і радіаційного опромінення. З метою спрощення побудови і реалізації алгоритму розв'язання задачі визначальні рівняння записано в єдиній формі для ізотропних і ортотропних матеріалів. Процес навантаження розділяється на етапи, на кожному з яких НДС тіла визначається в процесі послідовних наближень. Запропонований метод застосовано для визначення термопружнопластичного НДС шаруватої оболонки в умовах радіаційного опромінення і одержано числові результати. Оцінено вплив від урахування залежності властивостей матеріалів від опромінення.

Наукові дослідження, результати яких опубліковано в даній статті, виконано за рахунок бюджетної програми «Підтримка пріоритетних напрямків наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

РЕЗЮМЕ. Запропоновано метод чисельного дослідження пружнопластичного напружено-деформованого стану шаруватих тіл обертання з ізотропних та ортотропних матеріалів. Для ізотропних матеріалів використовуються модифіковані рівняння терморадіаційної пластичності процесів деформування вздовж траєкторій малої кривизни. При дослідженні деформування ортотропних матеріалів використовуються рівняння теорії пружності. Враховано залежність фізико-механічних властивостей матеріалів від температури та опромінення. Для зручності побудови алгоритму співвідношення між компонентами тензорів напружень та деформацій в довільному елементі тіла записані у вигляді узагальненого закону Гука для ортотропного матеріалу з додатковими членами. Процес навантаження розділено на ряд малих етапів. Для визначення компонент напружено-деформованого стану необхідно на кожному етапі побудувати процес послідовних наближень. Як приклад розглянуто напружено-деформований стан тонкої шаруватої оболонки під дією термосилового навантаження і опромінення.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: процес термопружнопластичного деформування, визначальні рівняння, напружено-деформований стан, термосилове навантаження, опромінення.

1. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории. – Москва: Физматлит, 2004. – 144 с.
2. Васина Н.К., Марголин Б.З., Гуленко А.Г., Курсевич И.П. Радиационное распухание аустенитных сталей: влияние различных факторов. Обработка экспериментальных данных и формулировка определяющих уравнений // Вопросы материаловедения. – 2006. – № 4. – С. 55 – 68.
3. Галишин А.З., Стебляко П.А., Шевченко Ю.Н. Определение нестационарных температурных полей в тонких слоистых оболочках вращения при осесимметричном нагреве // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки). Тематичний випуск «Математичні проблеми технічної механіки» / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2012. – Випуск 2 (19). – С. 3 – 12.
4. Графит как высокотемпературный материал. Сборник статей под ред. К.П. Власова. – Москва: Мир, 1964. – 424 с.
5. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Методы расчета оболочек: в 5-ти томах. Т.4. Теория оболочек переменной жесткости. – Киев: Наук. думка, 1981. – 544 с.
6. Григоренко Я.М., Шевченко Ю.Н. и др. Механика композитов: в 12-ти томах. / Под общ. ред. А.Н. Гузя. Т.11. Численные методы. – Киев: «А.С.К.», 2002. – 448 с.
7. Ильюшин А.А., Огибалов П.М. О прочности оболочек, толстостенного цилиндра и полого шара, подвергнутого облучению // Инж. Сборник. – 1960. – 28. – С. 134 – 144.
8. Киселевский В.Н. Изменение механических свойств сталей и сплавов при радиационном облучении. – Киев: Наук. думка, 1977. – 104 с.

9. Курсевич И.П., Марголин Б.З., Прокошев О.Ю., Кохонов В.И. Механические свойства аустенитных сталей при нейтронном облучении: влияние различных факторов // Вопросы материаловедения. – 2006. – N 4. – С. 55–68.
10. Ленский В.С. Влияние радиоактивных облучений на механические свойства твердых тел // Инж. Сборник. – 1960. – 28. – С. 97–133.
11. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – Москва: Наука, 1977. – 416 с.
12. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. – Москва: Гостехиздат, 1955. – 492 с.
13. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Ленинград: Судпромгиз, 1962. – 432 с.
14. Писаренко Г.С., Киселевский В.Н. Прочность и пластичность материалов в радиационных потоках. – Киев: Наук. думка, 1979. – 284 с.
15. Харченко В.В., Чирков А.Ю., Кобельский С.В., Кравченко В.И. Развитие методики упруго-пластического расчета на сопротивление разрушению элементов конструкций АЭС. В кн.: Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд, машин. – Київ, Ін-т електровзарювання ім. Є.О. Патона НАН України, 2012. – С. 205–210.
16. Харченко В.В., Чирков А.Ю., Кобельский С.В., Кравченко В.И. Методы расчетного анализа в задачах прочности элементов оборудования реакторных установок ВВЭР. – Киев: Ин-т проблем прочности им. Г.С.Писаренко НАН Украины, 2018. – 293 с.
17. Шевченко Ю.Н. Уравнения терморadiационной пластичности // Тепловые напряжения в элементах конструкций. – 1972. – Вып. 12. – С. 39–52.
18. Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г. Термовязкопластичность: Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5-ти томах. Т.2. – Киев: Наук. думка, 1987. – 264 с.
19. Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г. Пространственные задачи термовязкопластичности: фокус на украинские исследования (обзор). В.кн.: Современные проблемы механики: в 3-х томах. / Под редакцией А.Н. Гузя. Т.3. – Киев: Литера ЛТД, 2018. – 704 с. – С 304–370.
20. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Пискун В.В., Прохоренко И.В., Савченко В.Г. Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ. – Киев: Наук. думка, 1980. – 196 с.
21. Babeshko M.E., Savchenko V.G. Study of the Elastoplastic Axisymmetric Stress – Strain State of Irradiated Laminated Shells with a Loading History // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37, N 11. – P. 1441–1446.
22. Babeshko M.E., Savchenko V.G. Axisymmetric Elastoplastic State of Compound Shells Subject to Thermal and Mechanical Loading and Radiation Exposure // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 4. – P. 368–373.
23. Babeshko M.E., Savchenko V.G. Allowing for the Third Deviatoric Stress Invariant in Analyzing the Deformation of Thin Shells // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 2. – P.163–171.
24. Babeshko M.E., Savchenko V.G. Elastoplastic Axisymmetric Deformation of Shells under Thermomechanical Loading and Radiation // Int. Appl. Mech. – 2019. – 55, N 6. – P. 620–628.
25. Olszak W., Rychlewski J., Urbanowski W. Plasticity under Non-Homogenous Conditions. – New York: Academic Press, 1962. – 152 p.
26. Savchenko V.G., Babeshko M.E. The Elastoplastic Axisymmetric Stress – Strain State of Flexible Layered Shells Exposed to Radiation // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, N 9. – P. 1218–1224.
27. Savchenko V.G., Babeshko M.E. Thermostressed State of Layered Bodies of Revolution Damaging under Deformation // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 3. – P. 287–305.
28. Savchenko V.G., Babeshko M.E. Technique of Allowing for Plastic Strain under Unloading in Thermoplasticity Problems for Axisymmetric Bodies // Int. Appl. Mech. – 2019. – 55, N 4. – P. 416–425.
29. Savchenko V.G., Shevchenko Yu.N. Nonaxisymmetric thermal stress state of laminated rotational bodies of orthotropic materials under nonisothermic loading // Mechanic of Composite Materials. – 2004. – 40, N 6. – P. 731–752.
30. Shevchenko Yu.N., Babeshko M.E. Numerical Analysis of the Thermoelastoplastic Stress-Strain State of Laminated Orthotropic Shells Under Axisymmetric Loading // J. Thermal Stresses. – 2006. – 29, N 12. – P. 1143–1162.
31. Shevchenko Yu.N., Babeshko M.E. The thermoviscoelastoplastic state of laminated shells of revolution under axisymmetric complex loading. – In: Proc. of the 6th Intern. Congress on Thermal Stress and Related Topics, TS2005, 26–29 May 2005, Vienna. – P. 227–230.
32. Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N. Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal – Plasticity Problems. In: "Encyclopedia of Thermal Stresses". In. 11 volumes (Ed. R.B.Hetnarski). – New York: Springer, 2014. Vol. 2, C-D, P. 507–1084". – P. 623–630.
33. Zyczkowski M. Combined Loadings in the Theory of Plasticity. – Warszawa: PWN, 1981. – 714 p.

Надійшла 03.02.2020

Затверджена до друку 18.03.2021