

Г.Р.Рашидов¹, Б.М.Мардонов², Е.В.Ан³

**СТІЙКІСТЬ І НАПРУЖЕНИЙ СТАН
ПІДЗЕМНОГО ТРУБОПРОВОДУ, СПРЯЖЕНОГО З ВУЗЛОМ**

^{1,3}*Інститут механіки і сейсмостійкості споруд ім. М.Т. Уразбаєва АН РУз,
Дурмон йули, 33, Академмістечко, 100125, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: ¹tur.rashidov@list.ru; ³ekaterinaan1986@gmail.com*

²*Ташкентський інститут текстильної і легкої промисловості,
Інститут механіки і сейсмостійкості споруд ім. М.Т. Уразбаєва АН РУз,
Дурмон йули, 33, Академмістечко, 100125, Ташкент, Узбекистан;
e-mail: batsam@list.ru*

Abstract: A stability of the pipeline jointed to a junction interacting with the surrounding soil is investigated. The pipeline is subjected to the action of the axial compression force. The stress state of the pipeline body (elastic beam) is directly related to the uplifting of the junction. A value of the axial force at which the stress reaches a critical value is calculated. The influence of the stiffness coefficient (the soil conditions) and the location of the junction on the stability of the pipeline are shown. The results of calculations for fixing the junction in the middle of the beam (pipeline) and its asymmetric location are given. The research results are presented in the form of curves of dependence of the reduced dimensionless frequency and distribution of the longitudinal stress along the beam axis. They are accompanied by comments. It was revealed that the asymmetric location of the junction leads to a decrease in the critical force at which the stability loss occurs.

Key words: underground pipeline, pipeline – soil interaction, elastic beam, junction with mass, stress state of pipeline, stability of pipeline, critical force.

Вступ.

Трубопровідні системи використовуються для водо-, нафто-, газопостачання і каналізації, тобто є однією з найважливіших галузей будівництва. Як правило, в практиці будівництва зустрічаються складні системи трубопроводів, які різним чином стиковано в складних вузлах, з врахуванням найважливіших особливостей комплексу і характеру будівництва. Як складні вузли можуть бути, зокрема, різні оглядові колодязі, місця розгалужень, поворотів, різні варіанти стиків, кріплення тощо.

Трубопровідні системи прокладаються на просторій території, яка характеризується великим різноманіттям кліматичних, ґрунтових, гідрогеологічних і інших умов, і перебувають під впливом різних силових впливів, в тому числі сейсмічних (якщо йдеться про сейсмічно активний регіон), які в тій чи іншій мірі впливають на їх міцність і стійкість. Основи сейсmodинамічної теорії просторово ортогонально розміщених підземних трубопровідних систем життєзабезпечення викладено, зокрема, в роботах [6, 7], розроблено схему дослідження напружено-деформованого стану (НДС) цих систем в умовах землетрусів. На основі цієї теорії базується будівництво різних унікальних об'єктів в Узбекистані. Однак недостатньо проведено дослідження щодо оцінки стійкості підземних трубопроводів і колодязів.

Проблеми оцінки стійкості підземних споруд для регіонів з високим рівнем сейсмічної активності приділяється підвищена увага в усьому світі. Є масові випадки підняття колодязів і підземних труб при землетрусах (див. рис. 1, *a* – піднята труба, що виявлена при реставраційних роботах в м. Nagaoka; *b* – піднятий колодязь в районі

Ohtsu в м. Toyokoro; *в* – піднятий колодязь в районі Toyokoro в м. Toyokoro) [15 – 17]. Таким чином, з'явилась потреба у вивченні стійкості труб і спряжених з ними колодязів, так як оцінка підйому є важливим фактором, який слід враховувати при проектуванні споруд.

Дана стаття є продовженням досліджень, які проводились авторами в останні 10 років. До теперішнього часу розв'язано ряд задач, що пов'язані з вивченням стійкості підземних трубопроводів з початковим прогином. Розглянуто такі задачі, як стійкість підземного трубопроводу, що взаємодіє з водонасиченим ґрунтом, при дії поздовжнього швидкозростаючого і поздовжнього пульсуючого навантаження [1, 3, 9, 11, 12]. Задача досліджується в геометрично лінійній і нелінійній постановках. Побудовано графіки залежності максимального поперечного переміщення трубопроводів від часу. А також отримано криві залежностей переміщень зосереджених мас від безрозмірного часу при дії на підземний трубопровід осьової сили $P(t) = mP_e$. Розрахунки проведено для різних значень параметра m , коефіцієнтів пружної і в'язкої взаємодії, початкових швидкостей. Виявлено вплив початкової швидкості, коефіцієнта пружної взаємодії трубопроводу з ґрунтом на стан динамічної нестійкості при дії сталого поздовжнього навантаження.

В роботах [10, 14] досліджено НДС підземних трубопроводів під довільним напрямком сейсмічного навантаження, а також вивчено НДС полімерних трубопроводів при змінних коефіцієнтах взаємодії [13].

В роботі [2] отримано перші результати по дослідженню підйому підземних колодязів, взаємодіючих з водонасиченим ґрунтом. Розглянуто трубопровід з масою на кінці. Для розв'язання задачі використувався наближений числовий метод розрахунку. Визначено переміщення, нормальні напруження, згинаючий момент і перерізуюча сила, результати представлені у вигляді графіків. Показано вплив зовнішньої дії і ґрунтових умов, в тому числі ступеня розрідження ґрунту, на підйом підземних трубопроводів.

В статті розглядається стійкість підземної трубопровідної системи (трубопровід, що приєднано до вузла), що контактує з навколишнім ґрунтом, при цьому трубопровід піддається дії осьової сили стиску. Відмінність від попередніх робіт полягає в тому, що раніше не було досліджено вплив вузла і його розміщення на стійкість трубопроводу.



а



б



в

Рис. 1

Таким чином, ідеї, які були закладено в основу варіанту динамічної теорії сейсмостійкості підземних споруд [6, 7], продовжують розвиватися.

1. Постановка задачі.

При дії статично прикладених сил на підземний трубопровід, що моделюється пружною балкою, яка взаємодіє з ґрунтовим середовищем, ця балка може перебувати як в стійкому, так і нестійкому станах рівноваги [4, 8]. При розгляді задач статичної стійкості трубопроводу (пружної балки) в ґрунтовому середовищі розглядаються принципи і методи визначення значень тих навантажень, при яких балка переходить зі стійкого в нестійкий стан, де враховуються скінченні переміщення в закритичній області. Розглянемо випадок втрати стійкості I роду, де балка характеризується ідеалізованими властивостями, строго прямолінійною, ідеальними шарнірами, силами прикладання на нескінченно малих ділянках. При цьому напружений стан тіла трубопроводу безпосередньо пов'язано з підйомом вузла, що викликано осью силою стиску. Слідуючи роботі [5] вважаємо, що кожен переріз трубопроводу і вузол здійснюють коливання з частотою ω , яку слід знайти, інші динамічні ефекти в тілі трубопроводу не враховуються. За умови стійкості трубопроводу приймається існування коливального процесу перерізів трубопроводу і вузла в околі рівноважного стану. Реакція ґрунту на одиницю довжини балки пропорційна прогину балки. Рівняння для прогину $v = v(x)$ записується у вигляді

$$EJ \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + cv = 0, \quad (1)$$

де E – модуль Юнга; J – момент інерції перерізу балки; c – коефіцієнт пружного опору ґрунту.

Направимо вісь Ox вздовж серединної лінії зліва направо. Позначимо прогини балки через $v = v_1(x)$ і $v_2(x)$, відповідно, в інтервалах $-L_1 < x < 0$, $0 < x < L_2$. Прогини $v = v_1(x)$ і $v_2(x)$ задовільняють рівняння (1).

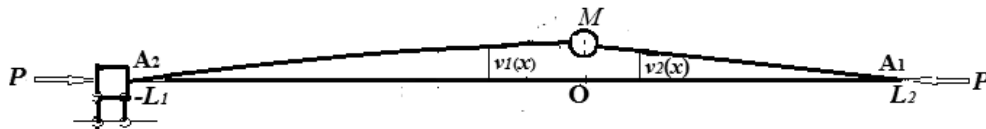


Рис. 2

На рис. 2 наведено схему деформування балки при наявності вузла. Розглянуто випадок, коли один кінець балки $x = L_2$ затиснений і нерухомий, а другий кінець $x = -L_1$ затиснуто в нерухомій опорі:

$$v_1 = 0; \quad \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = -L_1; \quad v_2 = 0; \quad \frac{\partial v_2}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = L_2. \quad (2)$$

Вважаємо, що балка в перерізі $x = 0$ шарнірно закріплена з вузлом масою M , що діє тільки вертикально. Таким чином, в цьому перерізі балки виконуються наступні умови:

$$v_1 = v_2 = v_0; \quad \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} = 0; \quad M \frac{d^2 v_{00}}{dt^2} = EJ \left(\frac{\partial^3 v_1}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 v_2}{\partial x^3} \right) \quad \text{при } x = 0. \quad (3)$$

2. Розв'язування і аналіз результатів.

Для визначення параметрів задачі, при яких відбувається втрата стійкості балки, розв'язок рівняння (1) і переміщення вузла шукатимемо у вигляді

$$v_1 = A_1(x) \sin(\omega t + \varepsilon); \quad v_2 = A_2(x) \sin(\omega t + \varepsilon); \quad v_{00} = v_0 \sin(\omega t + \varepsilon); \quad (4)$$

$A_i(x)$ задовольняють рівнянню (1) і, згідно (2) і (3), умовам

$$A_i^{iY} + k^2 A_i'' + r A_i = 0 \quad (i = 1, 2); \quad (5)$$

$$A_1(-L_1) = A_1'(-L_1) = 0; \quad A_2(L_2) = A_2'(L_2) = 0; \quad (6)$$

$$A_1''(0) = 0; \quad A_2''(0) = 0; \quad A_1(0) = A_2(0) = v_0; \quad (7)$$

$$-\omega^2 M v_0 = EJ [A_1'''(0) - A_2'''(0)]. \quad (8)$$

Розв'язки рівнянь (5), які задовольняють умовам (6), представимо у вигляді

$$A_1 = B_1 [m_2 \sin m_1(x + L_1) - m_1 \sin m_2(x + L_1)] + B_2 m_2 [\cos m_1(x + L_1) - \cos m_2(x + L_1)]; \quad (9)$$

$$A_2 = C_1 [m_2 \sin m_1(L_2 - x) - m_1 \sin m_2(L_2 - x)] + C_2 m_2 [\cos m_1(L_2 - x) - \cos m_2(L_2 - x)], \quad (10)$$

де $m_1 = \sqrt{k^2/2 + \sqrt{k^4/4 - r}}$; $m_2 = \sqrt{k^2/2 - \sqrt{k^4/4 - r}}$; $k^2 = P/EJ$; $r = c/EJ$ ($k \geq \sqrt[4]{2r}$).

Тут B_i і C_i – нові сталі.

Використовуючи умови (6) – (7), складемо систему алгебраїчних рівнянь для визначення сталих B_i і C_i

$$B_1 m_1 m_2 (m_1 \sin m_1 L_1 - m_2 \sin m_2 L_1) + B_2 m_2 (m_1^2 \cos m_1 L_1 - m_2^2 \cos m_2 L_1) = 0; \quad (11)$$

$$C_1 m_1 m_2 (m_1 \sin m_1 L_2 - m_2 \sin m_2 L_2) + C_2 m_2 (m_1^2 \cos m_1 L_2 - m_2^2 \cos m_2 L_2) = 0; \quad (12)$$

$$B_1 (m_2 \sin m_1 L_1 - m_1 \sin m_2 L_1) + B_2 m_2 (\cos m_1 L_1 - \cos m_2 L_1) = v_0; \quad (13)$$

$$C_1 (m_2 \sin m_1 L_2 - m_1 \sin m_2 L_2) + C_2 m_2 (\cos m_1 L_2 - \cos m_2 L_2) = v_0. \quad (14)$$

В рівняннях (11) – (14) виразимо сталі через переміщення вузла v_0 і підставимо їх значення в формули (9) і (10)

$$A_1 = v_0 b_1 [m_2 \sin m_1(x + L_1) - m_1 \sin m_2(x + L_1)] + q_1 m_2 [\cos m_1(x + L_1) - \cos m_2(x + L_1)]; \quad (15)$$

$$A_2 = v_0 b_2 [m_2 \sin m_1(L_2 - x) - m_1 \sin m_2(L_2 - x)] + q_2 m_2 [\cos m_1(L_2 - x) - \cos m_2(L_2 - x)], \quad (16)$$

де

$$b_1 = \frac{1}{m_2 \sin m_1 L_1 - m_1 \sin m_2 L_1 + q_1 m_2 (\cos m_1 L_1 - \cos m_2 L_1)};$$

$$b_2 = \frac{1}{m_2 \sin m_1 L_2 - m_1 \sin m_2 L_2 + q_2 m_2 (\cos m_1 L_2 - \cos m_2 L_2)};$$

$$q_1 = -\frac{m_1 (m_1 \sin m_1 L_1 - m_2 \sin m_2 L_1)}{m_1^2 \cos m_1 L_1 - m_2^2 \cos m_2 L_1}; \quad q_2 = -\frac{m_1 (m_1 \sin m_1 L_2 - m_2 \sin m_2 L_2)}{m_1^2 \cos m_1 L_2 - m_2^2 \cos m_2 L_2}.$$

Підставляючи похідні $A_1'''(0)$, $A_2'''(0)$ із (15) і (16) в рівняння (8), отримаємо вираз для ω^2

$$\omega^2 = \frac{EJ}{ML^3} m_2 \{ b_1 [(m_1 (m_1^2 \cos m_1 L_1 - m_2^2 \cos m_2 L_1) + q_1 (m_1^3 \sin m_1 L_1 - m_2^3 \sin m_2 L_1)) + b_2 [(m_1 (m_1^2 \cos m_1 L_2 - m_2^2 \cos m_2 L_2) + q_2 (m_1^3 \sin m_1 L_2 - m_2^3 \sin m_2 L_2))] \}. \quad (17)$$

Умовою стійкості коливань балки з частотою ω слугуватиме умова виконання додатності правої частини виразу (17).

Розрахунки проведено для конкретних числових значень параметрів. На рис. 3 і 5 представлено криві залежності приведенної частоти $(\omega_{\max}^2 - \omega^2) / \omega_{\max}^2$ від значень безрозмірного параметру $\bar{k} = P / P_e$ ($P_e = EJ\pi^2 / L^2$ – ейлерове навантаження) при різних значеннях безрозмірної величини $\bar{r} = rL^4 / \pi^4$. На рис. 4 і 6 – криві розподілу поздовжнього напруження $\sigma = \sigma_1 = M_1(x) / W_c$ при $-\bar{L}_1 < x < 0$, $\sigma = \sigma_2 = M_2(x) / W_c$ при $< x < 1 - \bar{L}_1$, де $M_1 = EJA_1''(x)$, $M_2 = EJA_2''(x)$ – згинаючі моменти; $W_c = 2J / D_1$ – момент опору перерізу, $\bar{L}_1 = L_1 / L$. При розрахунках прийнято наступні дані: $D_1 = 0,2$ м, $h = 0,01$ м, $L = 15$ м, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа (h – товщина стінки трубопроводу). Обчислення проведено при підйомі вузла на величину $v_0 = 0,05$ м. Критичне значення напруження в рамках закону Гука прийнято $\sigma_{кр} = 250$ МПа. Розрахунки проведено при

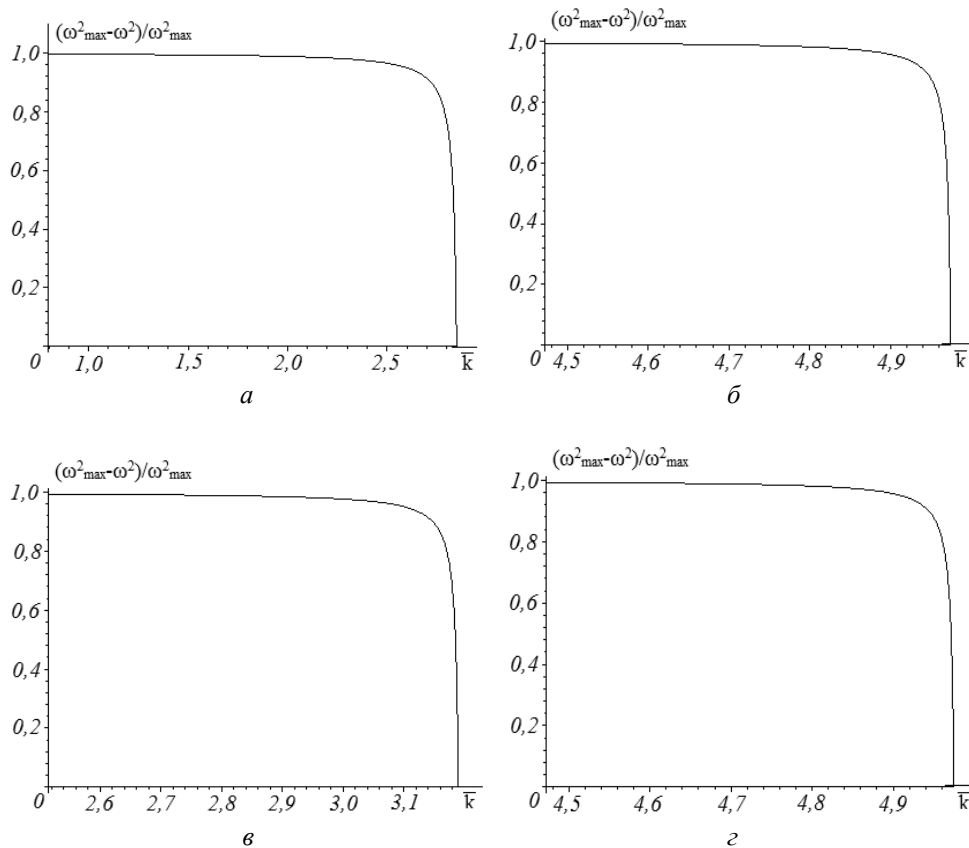


Рис. 3

різних значеннях параметрів \bar{r} , c , $k_{кр}$. ($k_{кр} = \sqrt{P_{кр} / P_e}$, $P_{кр}$ – критичне значення сили P , при якому відбувається втрата стійкості).

На рис. 3 графіки отримано при $L_1/L=0,5$ для наступних значень коефіцієнта жорсткості ($\bar{r} = cL^4/EJ\pi^4$): $\bar{r}=0,1$ ($c=0,525 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$), $k_{\text{пр}}=2,85$ (а); $\bar{r}=1$ ($c=5,25 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$), $k_{\text{пр}}=2,886$ (б); $\bar{r}=10$ ($c=5,25 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$), $k_{\text{пр}}=3,192$ (в); $\bar{r}=100$ ($c=5,25 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$), $k_{\text{пр}}=4,975$ (г).

Із аналізу графіків, що представлено на рис. 3 слідує, що з ростом величини \bar{r} (наприклад, коефіцієнта постелі c) значення критичної сили також збільшується, а інтервал зміни цієї сили зменшується. Таким чином, при великих значеннях параметра \bar{r} можна використовувати середнє по інтервалу значення \bar{k} .

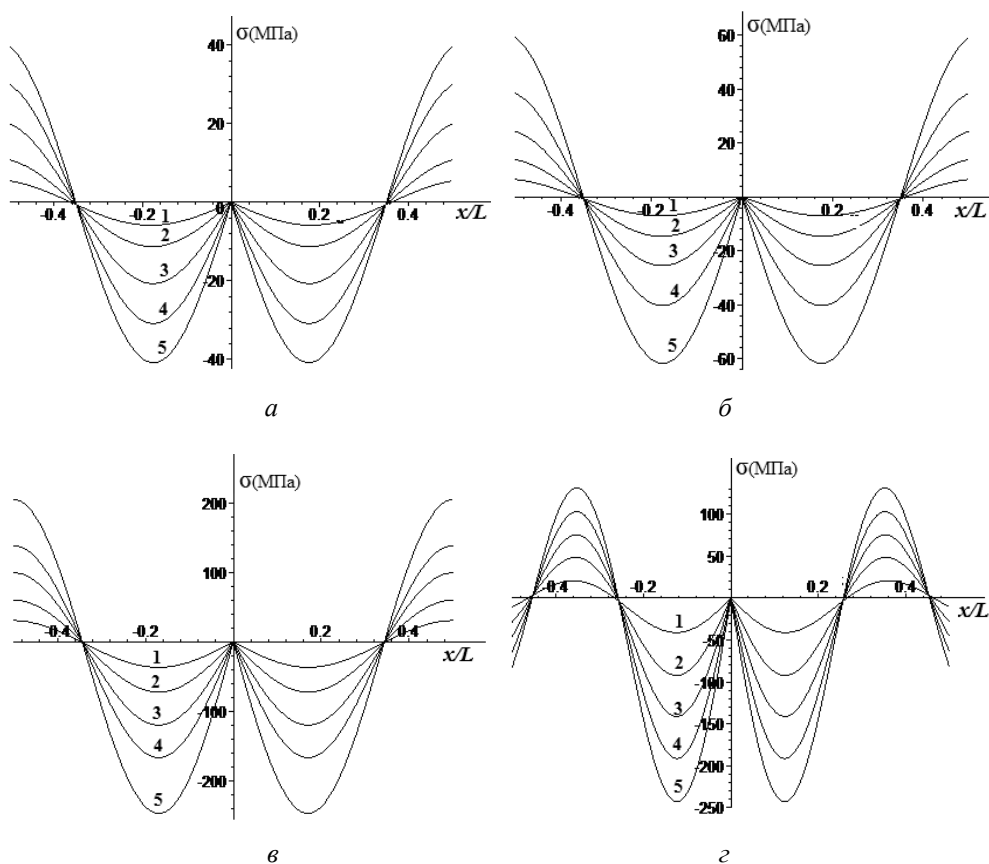


Рис. 4

А на рис. 4 наведено результати розрахунків при закріпленні вузла в середині балки. Представлено криві при $\bar{r}=0,1$, $k_{\text{пр}}=2,85$, лінія $1-\bar{k}=2,76$, лінія $2-\bar{k}=2,81$, лінія $3-\bar{k}=2,835$, лінія $4-\bar{k}=2,845$, лінія $5-\bar{k}=2,85$ (а); при $\bar{r}=1$, $k_{\text{пр}}=2,886$, лінія $1-\bar{k}=2,8$, лінія $2-\bar{k}=2,85$, лінія $3-\bar{k}=2,87$, лінія $4-\bar{k}=2,88$, лінія $5-\bar{k}=2,886$ (б); при $\bar{r}=10$, $k_{\text{пр}}=3,192$ лінія $1-\bar{k}=3,16$, лінія $2-\bar{k}=3,177$, лінія $3-\bar{k}=3,184$, лінія $4-\bar{k}=3,187$, лінія $5-\bar{k}=3,1895$ (в); при $\bar{r}=100$, $k_{\text{пр}}=4,975$ лінія $1-\bar{k}=4,85$, лінія $2-\bar{k}=4,92$, лінія $3-\bar{k}=4,94$, лінія $4-\bar{k}=4,95$, лінія $5-\bar{k}=4,956$ (г).

Із аналізу кривих рис. 4 слідує, що максимальні значення напружень в перерізах балки істотно залежать від величини \bar{r} . При цьому для значень $\bar{r} < 10$ втрата стійкос-

ті при підйомі вузла на величину $v_0 = 0,05$ м проходить в межах закону Гука. З ростом параметра \bar{r} напруження досягає значення за межею пружності, перш ніж відбувається втрата стійкості балки. Так, наприклад, якщо прийняти $\bar{r} = 100$ (рис. 4, з), то граничне значення поздовжнього зусилля буде дорівнювати $P = 24,75P_e$. Напруження досягає критичного значення при $P = 24,55P_e$.

Результати розрахунків у випадку несиметричного розміщення вузла в балці наведено на рис. 5 і 6. На рис. 5 показано криві при $L_1 = 0,6L$, $L_2 = 0,4L$ для різних значень безрозмірного коефіцієнта жорсткості (постелі) $\bar{r} = cL^4 / EJ\pi^4$: $\bar{r} = 0,1$ ($c = 0,525 \cdot 10^4$ Н/м²), $k_{\text{пр}} = 2,05$ (а); $\bar{r} = 1$ ($c = 5,25 \cdot 10^4$ Н/м²), $k_{\text{пр}} = 2,136$ (б); $\bar{r} = 10$ ($c = 5,25 \cdot 10^5$ Н/м²), $k_{\text{пр}} = 2,825$ (в); $\bar{r} = 100$ ($c = 5,25 \cdot 10^6$ Н/м²), $k_{\text{пр}} = 4,667$ (з).

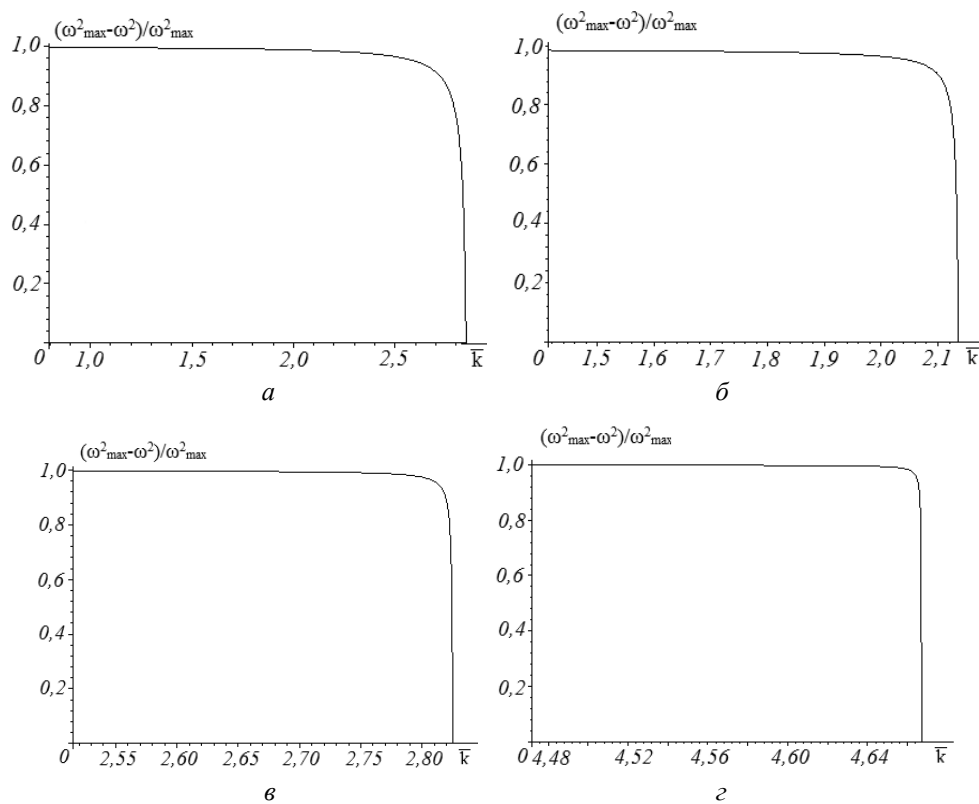


Рис. 5

Із рис. 5 видно, що несиметричне розміщення вузла призводить до зменшення значень критичної сили, при якій відбувається втрата стійкості.

А на рис. 6 представлено криві при $\bar{r} = 0,1$, $k_{\text{пр}} = 2,05$ лінія 1- $\bar{k} = 2,02$, лінія 2- $\bar{k} = 2,04$, лінія 3- $\bar{k} = 2,045$, лінія 4- $\bar{k} = 2,045$, лінія 5- $\bar{k} = 2,05$ (а); при $\bar{r} = 1$, $k_{\text{пр}} = 2,136$ лінія 1- $\bar{k} = 2,12$, лінія 2- $\bar{k} = 2,13$, лінія 3- $\bar{k} = 2,133$, лінія 4- $\bar{k} = 2,135$, лінія 5- $\bar{k} = 2,136$ (б); при $\bar{r} = 10$, $k_{\text{пр}} = 2,825$ лінія 1- $\bar{k} = 2,812$, лінія 2- $\bar{k} = 2,816$, лінія 3- $\bar{k} = 2,8185$, лінія 4- $\bar{k} = 2,82$, лінія 5- $\bar{k} = 2,521$ (в); при $\bar{r} = 100$, $k_{\text{пр}} = 4,667$ лінія 1- $\bar{k} = 4,58$, лінія 2- $\bar{k} = 4,62$, лінія 3- $\bar{k} = 4,64$, лінія 4- $\bar{k} = 4,65$, лінія 5- $\bar{k} = 4,655$ (з).

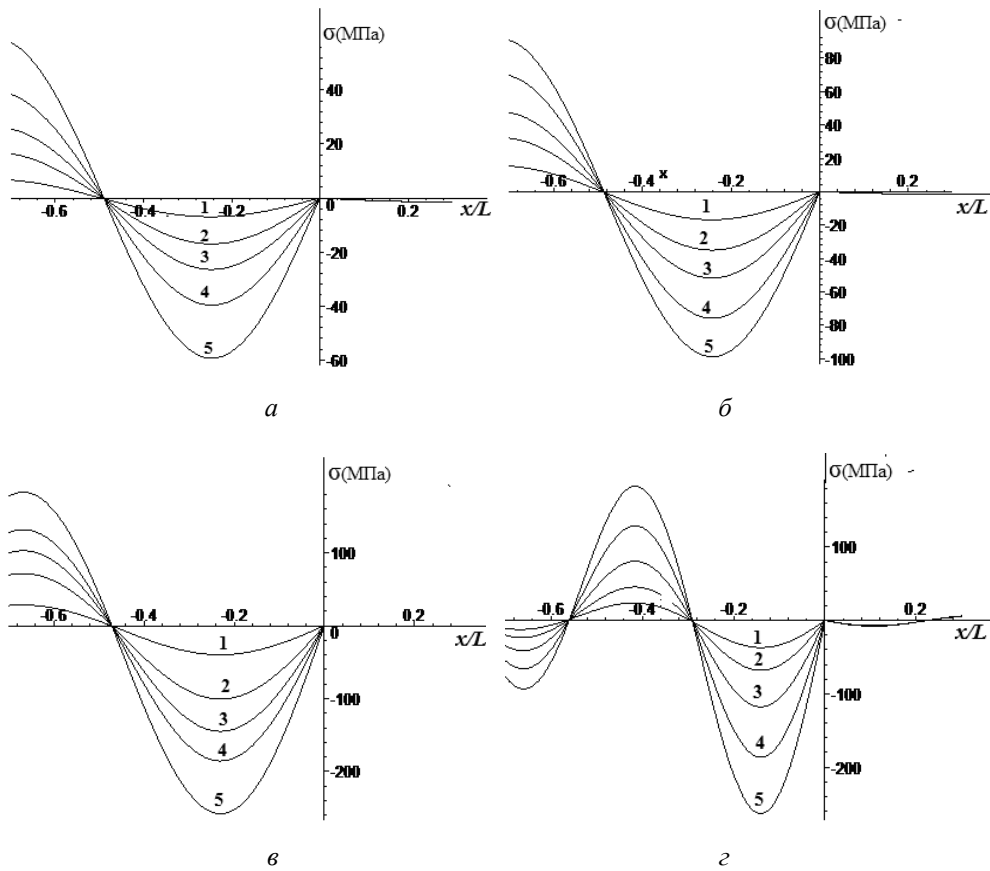


Рис. 6

Із рис. 6 видно, що при цьому в значній мірі змінюється закон розподілу напруження по осі трубопроводу. Найбільші напруження можуть виникати в довгій частині трубопроводу, які стають помітними при більших значеннях стискаючої сили P .

Висновок.

Робота є продовженням проведених досліджень в області стійкості підземних споруд і розвитком сейсמודинамічної теорії просторово розміщених підземних трубопроводів систем життєзабезпечення. Вперше досліджується стійкість підземного трубопроводу, що спряжений з вузлом, при дії осьової сили стиску. Для конкретних числових значень параметрів, що характеризують трубопровід і його взаємодію з оточуючим ґрунтом, побудовано графіки залежності приведеної безрозмірної частоти і кривих розподілу поздовжнього напруження вздовж осі труби.

Таким чином, на основі проведених теоретичних досліджень стійкості трубопроводів, що спряжені з вузлом, отримано наступні основні результати:

1) показано вплив коефіцієнта жорсткості (ґрунтових умов). Збільшення коефіцієнта постелі приводить до збільшення значень критичної сили;

2) максимальні значення напружень в перерізі труби суттєво залежать від величини \bar{r} . При $\bar{r} < 10$ втрата стійкості проходить в межах закону Гука, а з ростом параметра \bar{r} напруження досягає значення за межами пружності, перш ніж проходить втрата стійкості труби;

3) обчислено значення осьової сили, при якій напруження досягає критичного значення. При $\bar{r} = 100$ граничне значення поздовжнього зусилля дорівнюватиме $P = 24,75 P_e$. Напруження досягає критичного значення при $P = 24,55 P_e$;

4) виявлено вплив розміщення вузла на стійкість трубопроводу. Показано, що несиметричне розміщення вузла призводить до зменшення значення критичної сили, при якій відбувається втрата стійкості. Виявлено, що найбільші напруження можуть виникати в довгій частині трубопроводу, які стають помітними при більших значеннях стискаючої сили.

РЕЗЮМЕ. Досліджено стійкість трубопроводу при наявності вузла, що контактує з навколишнім ґрунтом. Трубопровід перебуває під дією осьової сили стиску. При цьому напружений стан тіла трубопроводу безпосередньо пов'язаний з підйомом вузла. Обчислено значення осьової сили, при якій напруження досягає критичного значення. Показано вплив коефіцієнта жорсткості (ґрунтових умов) і розміщення вузла на стійкість трубопроводу. Наведено результати розрахунків при закріпленні вузла в середині балки і при несиметричному його розташуванні. Результати досліджень представлено у вигляді кривих залежності приведеної безрозмірної частоти і розподілу поздовжнього напруження вздовж осі балки. Виявлено, що несиметричне розміщення вузла призводить до зменшення значення критичної сили, при якій відбувається втрата стійкості.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: підземний трубопровід, взаємодія «трубопровід – ґрунт», пружна балка, вузол з масою, напружений стан трубопроводу, стійкість трубопроводу, критична сила.

1. *Ан Е.В.* Динамическая устойчивость трубопроводов, расположенных в водонасыщенных грунтах. – Ташкент: Fan va texnologiya, 2013. – 112 с.
2. *Ан Е.В.* Подъем колодцев при сейсмическом нагружении подземных трубопроводов и меры по их недопущению // *Узбекский журнал «Проблемы механики».* – 2016. – № 3. – С. 11– 14.
3. *Ан Е.В.* Устойчивость подземных трубопроводов при продольных пульсирующих нагружениях // *Безопасность энергетических сооружений.* – 2015. – № 2(20). – С. 43 – 47.
4. *Вольмир А.С.* Устойчивость упругих систем. – Москва: Физматгиз, 1963. – 880 с.
5. *Меркин Д.Р., Бауэр С.М., Смирнов А.Л.* Задачи по теории устойчивости. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. – 128 с.
6. *Рашидов Т.Р.* Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. – Ташкент: Фан, 1973. – 180 с.
7. *Рашидов Т.Р., Хожметов Г.Х.* Сейсмостойкость подземных трубопроводов. – Ташкент: Фан, 1985. – 153 с.
8. *Филли А.П.* Прикладная механика твердого деформируемого тела. Т. III. – Москва: Наука, 1981. – 480 с.
9. *Ан Е.В., Rashidov T.R.* Seismodynamics of underground pipelines interacting with water-saturated fine-grained soil // *Mechanics of Solids.* – 2015. – **50**, N 3. – P. 305 – 317.
10. *Bekmirzaev D.A., Mirzaev I.* Dynamic processes in underground pipelines of complex orthogonal configuration at different incidence angles of seismic effect // *Int. J. of Scientific & Technology Research.* – 2020. – **9**, N 4. – P. 2449 – 2453.
11. *Rashidov T.R., An E.V.* Geometrically nonlinear buckling stability analysis of axially loaded underground pipelines // *Soil Mechanics and Foundation Engineering.* – 2017. – **54**, N 2. – P. 76 – 80.
12. *Rashidov T.R., Mardonov B.M., An E.V.* Transverse Vibrations of Buried Pipelines under Axial Loading within Geometrically Nonlinear Theory // *Int. Appl. Mech.* – 2019. – **55**, N 2. – P. 229 – 238.
13. *Rashidov T.R., Nishonov N.A.* Seismic Behavior of Underground Polymer Piping with Variable Interaction Coefficients // *Soil Mechanics and Foundation Engineering.* – 2016. – **53**, N 3. – P. 196 – 201.
14. *Rashidov T.R., Yuldashev T., Bekmirzaev D.A.* Seismodynamics of underground pipelines with arbitrary direction of seismic loading // *Soil Mechanics and Foundation Engineering.* – 2018. – **55**, N 4. – P. 243 – 247.
15. *Shinkai H.* Seismic design guidelines to mitigate upheaval buckling of small diameter pipes // *Second European conference on earthquake engineering and seismology.* – Istanbul, 2014. P. 1 – 10.
16. *Tobita T., Iai S., Kang G.C., Konishi Y.* Observed and estimated sewer manhole uplifts during earthquakes // *Performance-Based Design in Earthquake. Geotechnical Engineering.* – Japan. 2009. – P. 1061 – 1069.
17. *Yasuda S., Tanaka T., Kiku H.* Uplift of sewage man-holes during 1993 Kushiro-oki EQ., 2003 Tokachi-oki EQ. and 2004 Niigataken Chuetsu EQ // *Proc. of Int. conf. on performance-based design in earthquake geotechnical engineering.* In: *Earthquake geotechnical case histories for performance-based design.* – Tokyo, 2009. – P. 95 – 108.

Надійшла 14.05.2020

Затверджена до друку 18.03.2021