

І. Ф. Киричок¹, О. А. Чернюшок²

**ВПЛИВ ГРАНИЧНИХ УМОВ І ВІБРОРОЗІГРІВУ НА ВИМУШЕНІ
КОЛИВАННЯ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ПОДАТЛИВИХ НА ЗСУВ НЕПРУЖНИХ
ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З П'ЄЗОАКТУАТОРАМИ**

¹*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: term@inmech.kiev.ua;*

²*Національний університет харчових технологій,
вул. Володимирська, 68, 01601, Київ, Україна; e-mail: chernyshokolqa@ukr.net.*

Abstract. A refined statement of the coupled problem on the forced resonant vibrations and dissipative heating of the compliant to the shear viscoelastic cylindrical shell with piezoelectric actuators is given. An influence of boundary conditions of fixing the shell ends, deformation of transverse shear, and temperature dependence of electromechanical characteristics of materials on the forced vibrations of the shell is studied. Basing on the criterion of estimating the durability by the admissible values of the maximal temperature of dissipative heating, the capacity for work in time of the system under consideration under extreme temperatures of loading and heat exchange is studied.

Key words: resonance vibration, dissipative heating, inelastic material, piezoelectric actuators.

Вступ.

Як конструктивні складові тонкостінні елементи типу балок, пластинок і оболонок широко застосовуються в різних галузях сучасної техніки. В багатьох випадках вони виготовлені із податливих на зсув пружних і непружних матеріалів та експлуатуються в умовах гармонічних навантажень, при яких реалізуються вимушені (часто резонансні) коливання з високим рівнем механічних напружень, прогинів і вібророзігріву. Для контролю вимушених коливань тонкостінних елементів в останні роки знаходять застосування п'єзоелектричні включення, одні із яких виконують роль збуджувачів або гасителів коливань (актуатори), а інші дають інформацію про термомеханічний стан об'єкта (сенсори) [7, 8, 17, 18]. При цьому задачі про електротермомеханічну поведінку і прогнозування довговічності таких елементів необхідно розв'язувати на основі уточнених теорій оболонок, які враховують ефекти деформацій поперечного зсуву і дисипативного розігріву [2 – 6, 8, 12, 13].

Побудові на основі класичних гіпотез Кірхгофа – Лява і уточнених типу С.П.Тимошенка електротермомеханічних моделей динамічної поведінки шаруватих тонкостінних оболонок із непружних пасивних (без п'єзоефекту) п'єзоактивних матеріалів з врахуванням дисипативного розігріву, фізичної і геометричної нелінійностей, а також розв'язанню конкретних задач про активне демпфування п'єзоактуаторами і сенсорами таких елементів присвячено багато журнальних статей [11, 14 – 16 та ін.], значна частина яких представлені в монографіях [3, 4 та ін.] або обговорюються в оглядах [9, 10, 12].

В даній статті дається чисельний розв'язок задачі про резонансні осесиметричні коливання і дисипативний розігрів податливої на зсув в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоактуаторами при моногармонічному електромеханічному навантаженні і різних способах закріплення її торців. Задача розв'язується в рамках елек-

ISSN0032–8243. Прикл. механіка, 2021, 57, № 4

тротермомеханічної моделі шаруватих оболонок, оснований на гіпотезах типу С.П.Тимошенка. Досліджується вплив умов закріплення торців і теплообміну на поверхнях, деформації поперечного зсуву і температурної залежності властивостей матеріалів на амплітудно- і температурно-частотні характеристики оболонки з п'єзоактуаторами і довговічності функціонування системи в умовах високих рівнів температур дисипативного розігріву.

1. Постановка задачі. Основні рівняння.

Розглянемо тришарову циліндричну оболонку з радіусом R , довжиною l і товщиною h_0 , яка віднесена до ортогональної системи координат α, θ, z з початком нормальної координати $z=0$ на серединній поверхні та виготовлена із пасивного трансверсально-ізотропного в'язкопружного матеріалу. Поверхні $z = \pm h_0/2$ жорстко скріплені з п'єзоелектричними в'язкопружними шарами товщиною h_1 . П'єзошари (актуатори) виготовлено із одної і тієї ж п'єзочермаміки, яка поляризована за товщиною в протилежних напрямках. Вважаємо, що властивості матеріалів шарів залежать від температури, а поляризація зовнішнього ($z \geq h_0/2$) і внутрішнього ($z \leq h_0/2$) п'єзошарів характеризується значеннями п'єзомодулів $+d_{31}$ і $-d_{31}$, відповідно. Зовнішні і контактуючі з пасивним шаром внутрішні поверхні п'єзошарів електродовані. На внутрішніх електродах задані електричні потенціали $\varphi_{1,2}(\pm h_0/2) = 0$. Електродовані зовнішні поверхні $z = \pm(h_0/2 + h_1)$ нескінченно тонкими кільцевими розрізами з координатами α_1, α_2 ($0 \leq \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 \leq l$) розділено на окремі ділянки.

В оболонці реалізуються осесиметричні механічні коливання під дією поверхневого тиску $q_z = q'_z(\alpha) \cos \omega t$, що гармонічно змінюється за часом t з амплітудою q'_z і коловою частотою ω , яка близька до резонансної. Для підсилення або зниження амплітуди механічних коливань з такою ж частотою і фазою або протифазою, відповідно, до зовнішніх електродів актуатора на ділянках $s^\pm = 2\pi R \Delta_\alpha$ ($\Delta_\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$) підводиться різниця електричних потенціалів з амплітудою $\pm V_a$. На ділянках $\alpha < \alpha_1$, $\alpha > \alpha_2$ електроди закорочені ($V_a = 0$).

Математичне моделювання електротермомеханічної поведінки оболонки, яка розглядається, ґрунтується на справедливості по всьому пакету шарів відносно механічних змінних гіпотез С.П.Тимошенка, які враховують деформацію поперечного зсуву і інерцію повороту нормального елемента [1]. Відносно електричних величин в п'єзошарах вважається, що складовими D_α, D_θ вектора електричної індукції можна знехтувати. При цьому складові E_α, E_θ вектора електричної напруженості знаходяться із визначальних рівнянь $D_\alpha = 0, D_\theta = 0$, а з рівнянь електростатики випливає, що нормальна складова $D_z = \text{const}$ не залежить від товщинної координати z [3]. В'язкопружні властивості матеріалів описуються концепцією комплексних модулів [3, 4]. Температуру дисипативного розігріву оболонки вважаємо постійною по товщині пакету шарів. На поверхнях $z = \pm(h_0/2 + h_1)$ реалізуються умови конвективного теплообміну.

На основі методології [3] і прийнятих гіпотез задача про електротермомеханічну поведінку оболонки, яка розглядається відносно комплексних величин, зводиться до розв'язку:

рівнянь гармонічних коливань (множник $e^{i\omega t}$ пропускаємо)

$$\frac{\partial N_\alpha}{\partial \alpha} + \rho_\bullet \omega^2 u = 0; \quad \frac{\partial Q_\alpha}{\partial \alpha} - \frac{N_\theta}{R} + \rho_{\bullet\bullet} \omega^2 w + q_z = 0; \quad \frac{\partial M_\alpha}{\partial \alpha} - Q_\alpha + \rho_{\bullet\bullet} \omega^2 \psi_\alpha = 0; \quad (1)$$

визначальних співвідношень для зусиль і моментів

$$N_\alpha = C_{11}\varepsilon_\alpha + C_{12}\varepsilon_\theta; N_\theta = C_{12}\varepsilon_\alpha + C_{11}\varepsilon_\theta; Q_\alpha = k_s C_{44}\varepsilon_{\alpha z};$$

$$M_\alpha = D_{11}\kappa_\alpha + M_E; \theta = D_{12}\kappa_\alpha + M_E;$$
(2)

залежностей між амплітудними значеннями деформацій і переміщень

$$\varepsilon_\alpha = \frac{du}{d\alpha}; \varepsilon_\theta = \frac{w}{R}; \kappa_\alpha = \frac{d\psi_\alpha}{d\alpha}; \mathcal{G}_\alpha = -\frac{dw}{d\alpha}; \varepsilon_{\alpha z} = \psi_\alpha - \mathcal{G}_\alpha;$$
(3)

виразів для нормальної складової вектора електричної індукції в п'єзосферах

$${}^{1,2}D_z = -b_{33} \frac{V_a}{h_1} \pm b_{31}(\varepsilon \mp \bar{h}_1 \kappa_\alpha) \quad (z \leq -h_0/2, z \geq h_0/2);$$
(4)

усередненого за період коливань і по товщині оболонки рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial \alpha^2} - \frac{2\alpha_s}{\lambda H} (T - T_c) + \frac{\omega}{2\lambda H} \langle W \rangle$$
(5)

з дисипативною функцією

$$\langle W \rangle = N'_\alpha \varepsilon'_\alpha - N'_\alpha \varepsilon''_\alpha + N'_\theta \varepsilon'_\theta - N'_\theta \varepsilon''_\theta + M'_\alpha \kappa'_\alpha - M'_\alpha \kappa''_\alpha +$$

$$+ Q'_\alpha \varepsilon'_{\alpha z} - Q'_\alpha \varepsilon''_{\alpha z} + ({}^1D_z'' + {}^2D_z'') V'_a - ({}^1D_z' + {}^2D_z') V''_a.$$
(6)

Відносно механічних граничних умов (ГУ) приймаємо, що обидва торці оболонки вільні в тангенціальному напрямку, а в поперечному напрямку обидва краї шарнірно оперті

$$N_\alpha = 0, w = 0, M_\alpha = 0 \quad (\alpha = 0, l);$$
(7)

один край шарнірно опертий, а другий – жорстко защемлений

$$N_\alpha = 0, w = 0, M_\alpha = 0 \quad (\alpha = 0); N_\alpha = 0, w = 0, \psi_\alpha = 0 \quad (\alpha = l);$$
(8)

обидва краї жорстко закріплені

$$N_\alpha = 0, w = 0, \psi_\alpha = 0 \quad (\alpha = 0, l).$$
(9)

Граничні і початкові умови для рівнянь теплопровідності мають вигляд

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial \alpha} = \pm \alpha_{0,l} (T - T_c) \quad (\alpha = 0, l); \quad T = T_0 \quad (t = 0).$$
(10)

В рівняннях (1) – (10) введено наступні позначення:

$$C_{1n} = c_{1n} h_0 + 2c_{1n}^E h_1; \quad C_{44} = G_{\alpha z} h_0 + 2c_{44}^E h_1; \quad D_{1n} = (c_{1n} h_0^3 + 2c_{1n}^E \bar{h}_{13} + 2\gamma_{33} h_1^3) / 12;$$

$$c_{11} = E / (1 - \nu^2); \quad c_{12} = \nu c_{11}; \quad c_{11}^E = 1 / [s_{11}^E (1 - \nu_E^2)]; \quad c_{12}^E = \nu_E c_{11}^E; \quad \nu_E = -s_{12}^E / s_{11}^E;$$

$$c_{44}^E = 1 / (s_{44}^E - d_{15}^2 / \varepsilon_{11}^T); \quad b_{31} = d_{31} / [s_{11}^E (1 - \nu_E)]; \quad b_{33} = \varepsilon_{33}^T (1 - k_p^2);$$
(11)

$$k_p^2 = 2d_{31}^2 / [\varepsilon_{33}^T s_{11}^E (1 - \nu_E)]; \quad \gamma_{33} = b_{31}^2 / b_{33}; \quad \rho_\bullet = 2\rho_1 h_1 + \rho_0 h_0;$$

$$\rho_{\bullet\bullet} = (2\rho_1 \bar{h}_{13} + \rho_\bullet h_0^3) / 12; \quad \bar{h}_{13} = 4h_1^3 + 6h_1^2 h_0 + 3h_1 h_0^2; \quad \bar{h}_1 = (h_0 + h_1) / 2;$$

$$H = 2h_1 + h_0; \quad M_E = -\bar{h}_1 b_{31} V_a; \quad \varepsilon = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\theta;$$

$s_{kk}^E = s'_{kk} (1 - i\delta_{kk}^s)$, $d_{ik} = d'_{ik} (1 - i\delta_{ik}^d)$, $\varepsilon_{kk}^T = \varepsilon'_{kk} (1 - i\delta_{kk}^e)$ – залежні від температури комплексні податливості, п'єзомодулі і діелектричні проникливості п'єзокераміки;

$\nu = \text{const}$ – коефіцієнт Пуассона пасивного матеріалу; $E = E' + iE''$ і $G_{\alpha z} = G'_{\alpha z} + iG''_{\alpha z}$ – модулі Юнга і поперечного зсуву, відповідно; k_s – коефіцієнт поперечного зсуву; $w = w' + iw''$ і $u = u' + iu''$ – амплітуди прогинів і поздовжніх переміщень; $\psi_\alpha = \psi'_\alpha + i\psi''_\alpha$ – кут повороту спочатку недеформованого нормального елемента; $N_\alpha, N_\theta, Q_\alpha$ і M_α, M_θ – комплексні амплітуди зусиль і згинних моментів; ρ_0, ρ_1 – питомі густини пасивного і п'єзоактивного матеріалів; λ, a – усереднені коефіцієнти тепло- і температуропровідності; $\alpha_s = (\alpha_+ + \alpha_-)/2$, $\alpha_\pm, \alpha_{0,l}$ – коефіцієнти тепловіддачі на поверхнях і торцях оболонки; T_0 – початкова температура.

2. Методика побудови розв'язку задачі.

В силу залежності електромеханічних характеристик від температури поставлена задача електротермомеханіки (1) – (10) є взаємно-зв'язаною і нелінійною. Для її розв'язку використовується покроковий за часом метод [3]. При цьому розв'язувальну систему рівнянь (1) – (3) відносно величин $u, w, \psi_\alpha, N_\alpha, Q_\alpha, M_\alpha$ представимо у вигляді звичайних диференціальних рівнянь нормальної форми

$$\begin{aligned} \frac{dN_\alpha}{d\alpha} &= -\rho_\bullet \omega^2 u; & \frac{dM_\alpha}{d\alpha} &= Q_\alpha - \rho_{\bullet\bullet} \omega^2 \psi_\alpha; \\ \frac{dQ_\alpha}{d\alpha} &= \frac{\nu_c}{R} N_\alpha + \frac{\tilde{C}_{11}}{R^2} w - \rho_\bullet \omega^2 w - q_z; & & \\ \frac{du}{d\alpha} &= J_c N_\alpha - \frac{\nu_c}{R} w; & \frac{dw}{d\alpha} &= -\psi_\alpha + J_{SD} Q_\alpha; & \frac{d\psi_\alpha}{d\alpha} &= J_D (M_\alpha + M_E), \end{aligned} \quad (12)$$

де $\nu_c = C_{12}/C_{11}$; $\tilde{C}_{11} = C_{11}(1 - \nu_c^2)$; $J_c = 1/C_{11}$; $J_D = 1/D_{11}$; $J_{SD} = 1/k_s C_{44}$.

Диференціальні рівняння (12) і граничні умови (7) – (9) розділяємо на дійсні і уявні складові. Одержану систему на кожному кроці за часом інтегруємо за допомогою типової програми розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь. На першому кроці розв'язуємо лінійну задачу при ізотермічних властивостях матеріалів. Потім обчислюємо дисипативну функцію (6) і розв'язуємо задачу теплопровідності (5), (10) методом кінцевих різниць з використанням явної схеми. Далі на основі отриманого розподілу температур обчислюємо жорсткісні характеристики (11) і процес повторюємо на наступному кроці за часом. Задачу розв'язуємо з використанням безрозмірних просторової $x = \alpha/l$ і за часом $\tau = at/l^2$ координат, а також параметра теплообміну $\gamma_s = \alpha_{s,0,l}l/\lambda$. Протифазність підведеного до актуатора електричного потенціалу для демпфування коливань оболонки враховується по закону $V_a \cos(\omega t + \pi) = -V_a \cos \omega t$.

3. Результати числових розрахунків і їх аналіз.

Числові розрахунки проведені для оболонки, пасивний шар якої виготовлено з полімера, а п'єзошари актуатора – з в'язкопружної п'єзокераміки ЦТСтБС – 2 [6]. Апроксимації експериментальних залежностей від температури електромеханічних властивостей цих матеріалів приведені в роботі [15]. Розглядаються випадки вимушених коливань і вібророзігріву оболонки, обумовлені поверхневим тиском постійної амплітуди $q'_z(\alpha) = q_0$; електричним навантаженням різницею електричних потенціалів амплітудою $\pm V_a$; сумісною дією цих навантажень. При сумісному навантаженні оболонки поверхневим тиском і електричним потенціалом для компенсації тиску q_0 амплітуда V_a визначається залежністю

$$V_a = k_a(\Delta_\alpha)q_0. \quad (13)$$

Значення коефіцієнта керування k_a в (13), що відповідає максимальному гасінню коливань оболонки, обчислюється по формулі $k_a = |w_{q \max}| / |w_{E \max}|$, в якій $|w_{q \max}|$ і $|w_{E \max}|$ – обчислені на частоті лінійного резонансу максимальні амплітуди прогину на основі розв’язку еталонних задач при $q_0 = 1 \text{ Па}$, $V_a = 0$ і при $q_0 = 0$, $V_a = 1 \text{ В}$, відповідно.

При розглядуваних способах моногармонічного навантаження в оболонці реалізуються переважно згинні коливання. Тому числові розрахунки проводились в околі першої частоти найбільш енергоємної згинної моди коливань. Ширина актуатора вибиралась так, щоб його середина співпадала з координатою максимальних прогинів оболонки. Розміри елементів оболонки такі: $R = l = 0,2 \text{ м}$; $h_0 = 0,04 \text{ м}$; $h_1 = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

На рис. 1 в залежності від безрозмірного параметра $\Delta = \Delta_\alpha / l$ ширини кільцевого актуатора показано розподіл максимальних амплітуд прогину $\tilde{w}_E = |w_{E \max}^1| \cdot 10^6 \text{ м}$ при підведенні до електродів актуатора різниці потенціалів $V_a = 1 \text{ В}$ ($q_0 = 0$), які розраховано на ізотермічних резонансних частотах на основі класичної (суцільні криві) і уточненої (штрихові криві) теорії оболонок. Криві 1, 2, 3 відповідають граничним умовам шарнірного (7), шарнірно-жорсткого (8) і жорсткого (9) закріплення країв оболонки.

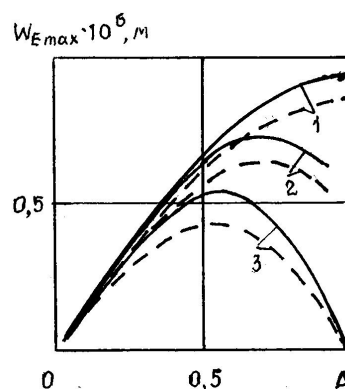


Рис. 1

Аналогічні розрахунки проведені для одиничної амплітуди поверхневого тиску $q_0 = 1 \text{ Па}$ ($V_a = 0$).

При такому навантаженні для граничних умов (7) – (9) значення резонансних частот ω_p , максимальних значень амплітуд прогинів w_p^1 і $w_{E \max}^1$, які відповідають максимальним розмірам Δ актуатора, приведені в таблиці. Тут цифрові значення в чисельнику розраховані згідно класичної, а в знаменнику – на основі уточненої теорії оболонок.

ΓY	Δ	$\omega_p \cdot 10^{-4}, \text{с}^{-1}$	$w_p^1 \cdot 10^6, \text{м}$	$w_{E \max}^1 \cdot 10^8, \text{м}$
(7)	1,0	0,900	0,928	0,463
		0,870	0,855	0,476
(8)	0,725	1,060	0,726	0,335
		0,983	0,640	0,385
(9)	0,570	1,320	0,538	0,225
		1,130	0,428	0,300

При навантаженні оболонки поверхневим тиском з амплітудою $q_0 = 0,4 \cdot 10^4 \text{ Па}$ частотні залежності амплітуд прогину (АЧХ) і усталеної температури (ТЧХ) при $\gamma_{s,0,l} = 0,4$ показані на рис. 2 і 3, відповідно. Криві 1 – 3 відповідають граничним умовам (7) – (9) з приведеними в таблиці розмірами актуатора Δ . При цьому суцільні лінії розраховано на основі класичної, а штрихові – згідно уточненої теорії оболонок. Аналіз результатів, які представлено на рис. 1 – 3 і в таблиці, показують, що як в класичній (суцільні криві), так і в уточненій (штрихові криві) постановках задачі механічні закріплення торців оболонки суттєво впливають на оптимальні розміри Δ п'єзоактуатора, при електричному навантаженні якого досягаються максимальні прогини $w_{E \max}$ оболонки. Із порівняння кривих АЧХ (рис. 2) і ТЧХ (рис. 3) між собою

витає, що посилення жорсткіших умов закріплення торців оболонки приводить до зміщення АЧХ і ТЧХ в сторону збільшення частоти і зменшення амплітуд прогину і температури вібророзігріву. При цьому врахування деформації поперечного зсуву вносить більш значний вклад в розподіл АЧХ і ТЧХ (штрихові криві) для оболонок з більш жорстким закріпленням її країв. В порівнянні з АЧХ і ТЧХ, які розраховано на основі класичної теорії оболонок (суцільні криві), врахування деформації поперечного зсуву (штрихові криві) приводить до деякого зміщення АЧХ і ТЧХ в сторону зменшення резонансної частоти і збільшенню прогинів і температури вібророзігріву.

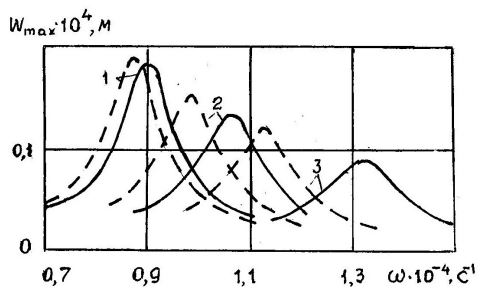


Рис. 2

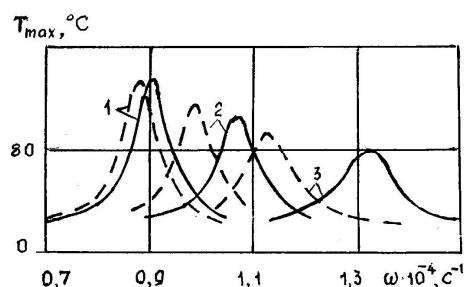


Рис. 3

На рис. 4 і 5 представлено графіки АЧХ і ТЧХ для оболонки з жорстко-шарнірним закріпленням її торців (8), які розраховано при підводі до оптимального актуатора ($\Delta = 0,725$) різниці електричних потенціалів амплітуди $\pm V_a = 19,4$ В у випадку класичної постановки задачі (криві 1) і $\pm V_a = 21,5$ В при врахуванні деформації поперечного зсуву (криві 2). Тут штрихові лінії АЧХ і ТЧХ розраховано при ізотермічних властивостях матеріалів ($T = T_0$), а суцільні – при врахуванні їх залежності від температури. Значення V_a , які обчислено по формулі (13), компенсують механічне навантаження $q_0 = 0,7 \cdot 10^4$ Па при сумісній дії на оболонку. Термомеханічну поведінку демпфованої оболонки з указаними параметрами q_0 і V_a демонструють штрихпунктирні криві АЧХ і ТЧХ. Видно, що при активному демпфуванні механічних коливань оболонки за допомогою п'єзоактуатора амплітуди коливань зменшуються більш ніж на два порядки, а температура вібророзігріву близька до початкової. Як в класичній, так і в уточненій постановках задачі врахування температурної залежності електромеханічних властивостей пасивного і п'єзоактивного матеріалів супроводжується трансформацією АЧХ і ТЧХ в характеристики м'якого типу. На частотах неізотермічного резонансу має місце помітне зниження амплітуди прогину і температури вібророзігріву в порівнянні з їх величинами на ізотермічному резонансі.

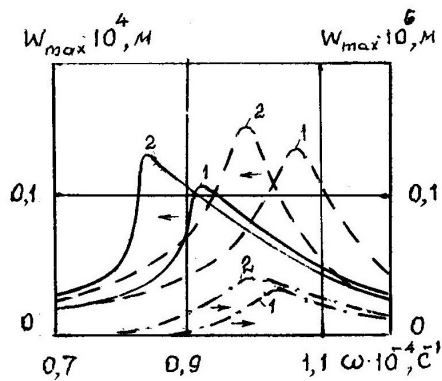


Рис. 4

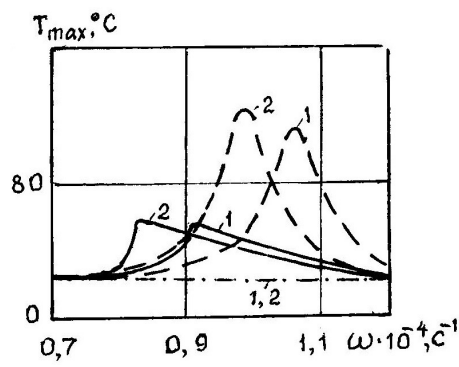


Рис. 5

При високих амплітудах гармонічних механічного або електричного навантажень і відповідних умовах теплообміну з навколишнім середовищем температура дисипативного розігріву оболонки, яка розглядається, може досягати критичного значення T_k (точка деградації системи). При температурі T_k виникає теплове руйнування оболонки через розм'якшення пасивного або деполяризації (точка Кюрі) п'єзоактивного матеріалів. Значення T_k для конкретного непружного матеріалу визначається експериментально.

Для прогнозування довговічності конструктивних елементів, які експлуатуються в умовах великих амплітуд гармонічних навантажень, в інженерній практиці широко використовуються односторонні оцінки довговічності по допустимим значенням напружень, деформацій і температур, які найбільш повно характеризують їх роботу при заданих умовах навантаження і теплообміну [2]. Однією з таких оцінок довговічності працюючих в екстремальних умовах елементів конструкцій є прогнозування по допустимим значенням максимальної температури вібророзігріву, яка не перевищує температури деградації ($T_{\max} \leq T_k$). При цьому необхідно визначити значення критичного механічного q_k або електричного V_{ak} навантажень, які відповідають критичному значенню T_k усталеної температури дисипативного розігріву. При навантаженнях $q_0 < q_k$ або $V_a < V_{ak}$ довговічність конструктивного елемента буде відповідати деякому визначеному практикою часу. В цьому випадку задача зводиться до розв'язку стаціонарного рівняння теплопровідності при незалежних від температури електромеханічних характеристиках матеріалів. При навантаженні, що перевищує критичне ($q_0 \geq q_k$), необхідно визначити критичний час τ_k працездатності системи на основі розв'язку задачі нестационарної теплопровідності. Для конкретності в числових розрахунках прийемо, що деградація розглядуваної системи настає при досягненні критичної температури дисипативного розігріву $T_k = 120^\circ\text{C}$ принаймні в одній точці оболонки.

На рис. 6 для оболонки з шарнірно – жорстким закріпленням торців (8) показані кривими 1 – 3 залежності максимальної усталеної температури дисипативного розігріву T_m від амплітуди поверхневого тиску q_0 , які розраховано на основі уточненої постановки задачі з частотою $\omega = 9800\text{c}^{-1}$ відповідно для параметрів теплообміну Біо $\gamma_{s,0,l} = 0,1; 0,2; 0,4$ при ізотермічних характеристиках матеріалів. Критичне значення температури деградації T_k системи і критичної амплітуди механічного навантаження q_k позначено хрестиками на осях ординат і абсцис, відповідно. Аналіз кривих 1 – 3 показує, що в умовах вимушених коливань оболонки, яка розглядається, на резонансній частоті інтенсифікація процесу теплообміну на поверхнях супроводжується значним збільшенням амплітуди критичного навантаження q_k , при якому досягається температура деградації T_k і система втрачає свою працездатність.

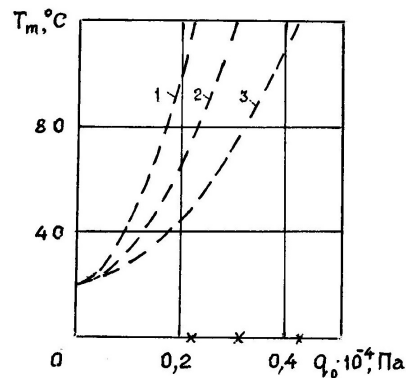


Рис. 6

На рис. 7 кривими 1 – 3 показано розподіл максимальної температури дисипативного розігріву за часом τ , які розраховано на основі нестационарної задачі теплопровідності для амплітуд механічного навантаження $q_0 = (0,15; 0,218; 0,25) \cdot 10^4$ Па з параметром Біо $\gamma_{s,0,l} = 0,1$. Хрестиками на осях ординат і абсцис позначено точки температури деградації T_k і критичного часу τ_k . Видно, що при амплітудах поверхнево-

го тиску $q_0 < q_k = 0,218 \cdot 10^4 \text{ Па}$ максимальна температура дисипативного розігріву стає усталеною (крива 1), не досягаючи температури деградації T_k оболонки. При $q_0 \geq q_k$ (криві 2, 3) настає момент часу $\tau \geq \tau_k$, коли температура вібророзігріву досягає критичного значення T_k і система стає непрацездатною.

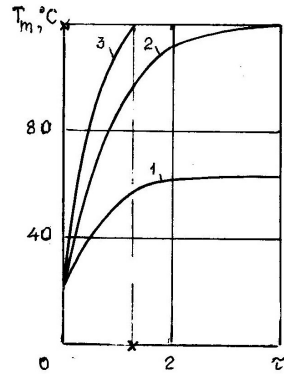


Рис. 7

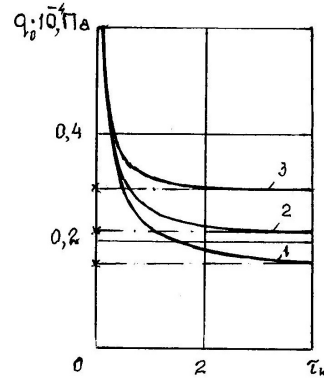


Рис. 8

На рис. 8 представлені криві 1 – 3 залежності амплітуди навантаження $q_0 \geq q_k$ (значення q_k показано на осі ординат хрестиком) від критичного параметра часу τ_k , які розраховано для коефіцієнтів теплообміну $\gamma_{s,0,l} = 0,05; 0,1; 0,2$, відповідно. Видно, що зі збільшенням $\gamma_{s,0,l}$ зростає значення q_k , при якому вібророзігрів досягає критичної температури T_k , а час $\tau < \tau_k$ працездатності коливального режиму оболонки зменшується. Відмітимо, що криві 1 – 3 є аналогом кривих Велера із теорії циклічного навантаження матеріалів і характеризують час працездатності системи до її теплової деградації через екстремальні умови експлуатації.

Висновок.

В рамках уточненої теорії шаруватих оболонок типу С.П.Тимошенка представлено постановку і чисельний розв'язок зв'язаної задачі про термомеханічну поведінку і довговічність в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоактуаторами при вимушених резонансних коливаннях. Для найбільш енергоємної першої моди осесиметричних згинних коливань оболонки чисельно досліджено вплив механічних умов закріплення її торців і умов теплообміну, врахування деформації поперечного зсуву і температурної залежності електромеханічних властивостей матеріалів на амплітудно- і температурно-частотні характеристики при механічному і електричному навантаженні. Показано можливість демпфування коливань оболонки п'єзоелектричним актуатором. На основі оцінки довговічності коливальної системи по допустимим значенням температури вібророзігріву досліджено залежність часу її працездатності при навантаженні, що перевищує критичне.

Наукові дослідження, результати яких опубліковані в даній статті, виконано за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка пріоритетних напрямків наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

РЕЗЮМЕ. Дано уточнену постановку зв'язаної задачі про осесиметричні резонансні коливання і вібророзігрів податливої на зсув в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними актуаторами. Досліджено вплив граничних умов закріплення її країв, деформації поперечного зсуву та температурної залежності електромеханічних властивостей матеріалів на амплітудно- і температурно-частотні характеристики вимушених коливань оболонки. На основі критерія оцінки довговічності по допустимим значенням максимальної температури вібророзігріву досліджено працездатність системи, яка розглядається, за часом при екстремальних амплітудах навантаження і теплообміну.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: резонансні коливання, дисипативний розігрів, в'язкопружний матеріал, п'єзоелектричний актуатор.

1. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. – Киев: Наук. думка. – 1981. – 516 с.
2. Дырда В.И. Прочность и разрушение эластомерных конструкций в экстремальных условиях. – Киев: Наук. думка. – 1988. – 232 с.
3. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек. – Киев: Наук. думка. – 1986. – 222 с.
4. Карнаухов В.Г., Михайленко В.В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. – Житомир: ЖГТУ, 2005. – 428с.
5. Нестеренко Н.П., Червинко О.П., Сенченков И.К. Моделирование ультразвукового разогрева структурных элементов полимерных волокнистых композитов при нормальном нагружении // Вест. нац. техн. ун-та «ХПИ» – 2002. – № 9. – С. 3 – 8.
6. Bolkisev A.M., Karlash V.L., Shul'ga N.A. Temperature Dependence of the Properties of Piezoelectric Ceramics // Sov. App. Mech. – 1984. – 20. – N 7. – P. 650 – 653.
7. Blaguenon A., Lene F., Bernadou M. Active control a beam a piezoceramic element // Smart Mater. Struct. – 1999. – 8. – P. 116 – 124.
8. Gabbert U., Tzou H.S. Smart Structures and Structronic Systems. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001. – 384p.
9. Karnaukhov V.G., Kirichok I.F., Kozlov V.I. Electromechanical Vibrations and Dissipative Heating of Viscoelastic Thin-walled Piezoelements (Review) // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37, N 2. – P. 182 – 212.
10. Karnaukhov V.G., Kirichok I.F., Kozlov V.I. Thermomechanics of Inelastic Thin-Wall Structural Members with Piezoelectric Sensors and Actuators under Harmonic Loading (Review) // Int. Appl. Mech. – 2017. – 53, N 1. – P. 6 – 58.
11. Karnaukhov V.G., Kozlov V.I., Karnaukhova T.V. Forced Vibrations and Dissipative of Heating Flexible Viscoelastic Rectangular Plates with Actuators under Shear Deformation // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 1. – P. 85 – 93.
12. Katunin A. Criticality of the Self-Heating Effect in Polymers and Polymer Matrix Composites during Fatigue and Their Application in Non – Destructive Testing // Polymers. – 2019. – 11, №1. – P. 1 – 19.
13. Katunin A., Fidali M. Fatigue and thermal failure of polymeric composites subjected to cyclic heating // Adv. Compos. Lett. – 2012. – 21. – P. 64 – 69.
14. Kirichok I.F. Resonance Axisymmetric Vibrations and Vibrational Heating of a Viscoelastic Cylindrical Shell with Piezolayers Subject to Elektromechanical Excitation // Int. Appl. Mech. – 2015. – 51, N 5. – P. 567 – 573.
15. Kirichok I.F., Cherniushok O.A. Axisymmetric Vibrations and Vibroheating of a Thermoviscoelastic Cylindrical Shell with Piezoactuators and Shear Deformation Taken into Account // Int. Appl. Mech. – 2020. – 56. – N 3. – P. 340 – 346.
16. Kirichok I.F., Cherniushok O.A. Forced Vibration and Self-Heating of a Thermoviscoelastic Cylindrical Shear Compliant Shell with Piezoelectric Actuators and Sensors // Int. Appl. Mech. – 2020. – 54. – N 6. – P. 723 – 731.
17. Tzou H.S. Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). – Dordrecht: Kluwer, 1993. – 400 p.
18. Tzou H.S., Bergman L.A. Dynamics and Control of Distributed Systems. – Cambridge: Cambridge University Pres, 1998. – 374 p.

Надійшла 01.06.2020

Затверджена до друку 18.03.2021