

В.О.Меньшиков¹, О.В.Меньшиков², О.Ю.Кладова¹

МІЖМАТЕРІАЛЬНА ТРІЩИНА ПРИ НАВАНТАЖЕННІ
ХВИЛЕЮ ЗСУВУ В УМОВАХ БЕЗФРИКЦІЙНОГО
І ФРИКЦІЙНОГО КОНТАКТУ БЕРЕГІВ

¹ Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», вул. Чкалова, 17, 61070, Харків, Україна;
e-mail: v.menshykov@ukr.net.ua; o.kladova@khai.edu

² Centre for Micro-and Nanomechanics (CEMINACS), School of Engineering, University
of Aberdeen, AB24 3UE Aberdeen, Scotland, UK; e-mail: o.menshykov@abdn.ac.uk

Abstract. The problem of elasticity theory for a bimaterial with an interface crack under the action of a harmonic shear wave is considered. The problem is solved numerically by the boundary element method. The computational study is carried out under conditions of frictionless contact of the crack faces and for the contact with friction. An analysis of the crack faces displacements distributions, dynamic contact zones of the faces, and contact forces is presented.

Key words: interface crack, harmonic shear wave, boundary element method, contact zone of crack faces, contact forces.

Вступ.

Результати числового розв'язування інтегрального рівняння задачі про міжматеріальну тріщину під дією статичного зсувного і комплексного навантаження вперше в науковій літературі були викладені в роботах [5 – 8]. В [7] досліджено ефект тертя при контакті берегів для міжфазної тріщини-розриву в умовах статичного навантаження зсувом. В [8] представлено результати аналізу зон контакту для аналогічної задачі при комплексній дії розтягу-стиску і зсуву. Показано існування зон контакту берегів біля вершин міжматеріальної тріщини, коли одна ділянка контакту завжди мала, а інша значна. В [4] представлено аналітичне дослідження задачі про тріщину-розрив на межі розділу матеріалів з однією (великою) ділянкою налягання берегів і здебільшого підтверджено результати роботи [8]. В [3] отримано розв'язок в замкнутій формі інтегрального рівняння статичної задачі про міжфазну тріщину на стику напівплощин і уточнено розв'язок з [7, 8].

Існує значна кількість робіт, присвячених розв'язуванню задач для тіл з міжматеріальними тріщинами під впливом гармонічного навантаження, наприклад, [9, 10, 12 – 16, 18]. У роботах [12 – 14] в рамках лінійної постановки отримано граничні інтегральні рівняння, що описують задачу про динамічне навантаження тріщини, розташованої в площині розділу пружних напівпросторів, і виконано тестові розрахунки. В [9, 10, 18] представлено дослідження параметрів напружено-деформованого стану міжматеріальних тріщин без урахування контакту берегів при навантаженні хвилями розтягу-стиску і зсуву.

В [2] авторами вперше представлено підхід до розв'язку нелінійних задач механіки тріщин (з урахуванням контакту берегів) при динамічних навантаженнях. В [11] реалізовано чисельний розв'язок задачі для кругової та еліптичної тріщин в однорідному матеріалі при врахуванні контакту берегів, що перебуває під впливом хвилі розтягу-стиску. В [17] представлено розв'язок задачі механіки руйнування для тріщини в однорідному матеріалі з урахуванням контакту берегів при гармонічному навантаженні.

У роботах [15, 16] реалізовано розв'язок задачі про міжматеріальну тріщину з урахуванням контакту берегів при навантаженні хвилею розтягу-стиску.

У науковій літературі немає відомостей про дослідження зон контакту та виникаючих контактних сил на берегах міжфазних тріщин при впливі хвилі зсуву. Таке дослідження пропонується в цій роботі. Вона реалізує один із напрямів наукових досліджень відділу динаміки і стійкості суцільних середовищ Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ [1] «Крихке руйнування матеріалів з тріщинами при дії динамічних навантажень (з урахуванням контактної взаємодії берегів тріщини)». Розв'язок даної задачі ґрунтується на:

ідеї дослідження нелінійних задач механіки тріщин, запропонованої в [2];

реалізованому в [11, 17] методі аналізу нелінійних задач для тріщин в однорідному матеріалі;

розробленій в [10, 12 – 14] методиці чисельного розв'язування лінійних задач для міжматеріальних тріщин.

1. Постановка задачі і метод її розв'язування.

Розглянемо тріщину (розріз) одиничної напівдовжини $-1 < x_1 < 1$ на межі розділу двох лінійно-пружних напівплощин $\Omega^{(1)}$ ($x_2 > 0$ – матеріал 1) і $\Omega^{(2)}$ ($x_2 < 0$ – матеріал 2) з пружними характеристиками $\lambda^{(1)}, \mu^{(1)}, \lambda^{(2)}, \mu^{(2)}$ і густинами $\rho^{(1)}, \rho^{(2)}$ (рис. 1). Вважається, що біматеріал навантажений гармонічною хвилею зсуву з круговою частотою $\omega = 2\pi/T$, що падає перпендикулярно лінії розділу матеріалів.

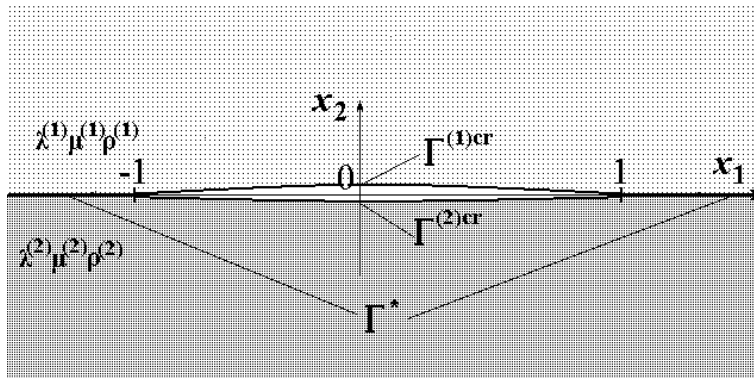


Рис. 1

Напружено-деформований стан кожної з напівплощин за відсутності об'ємних сил описується рівняннями лінійної динамічної теорії пружності в переміщеннях

$$(\lambda^{(m)} + \mu^{(m)}) \text{grad div} \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t) + \mu^{(m)} \Delta \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \rho^{(m)} \partial_t^2 \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

$$\mathbf{x} \in \Omega^{(m)}, \quad t \in [0, \infty),$$

де $\mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t)$ – вектор переміщень, $m = 1, 2$; Δ – оператор Лапласа.

На берегах тріщини $\Gamma^{(1)cr}$ і $\Gamma^{(2)cr}$ початково прикладене зусилля, що є результатом дії падаючої хвилі. Але під дією динамічного навантаження протилежні береги тріщини переміщуються відносно один одного, що призводить до їх налягання, виникнення зон контакту та сил контактної взаємодії берегів [2, 10]. Таким чином, вектор зусиль на берегах тріщини $\tilde{\mathbf{p}}^{(m)}(\mathbf{x}, t)$ є суперпозицію початкових зусиль $\mathbf{g}^{(m)}(\mathbf{x}, t)$ і контактних сил $\mathbf{q}(\mathbf{x}, t)$.

На решті частини лінії розділу матеріалів Γ^* (ділянки $-\infty < x_1 < -1$ і $1 < x_1 < \infty$) виконуються умови повного механічного контакту, що полягають у неперервності переміщень і напружень.

На нескінченності виконуються умови Зоммерфельда, що забезпечують скінченність енергії пружного тіла.

У початкових умовах немає необхідності з огляду на те, що на біматеріал діє ста- ле в часі навантаження.

Розглянута задача є задачею з невідомими границями. Дійсно, місце розташуван- ня і розміри зон контакту бере- гів у кожен момент часу заздалегідь невідомі. Такі за- дачі відносять до нелінійних, незважаючи на лінійні рівняння [2, 10]. Відомо [2, 4], що в цих випадках залучаються додаткові умови, що виключають взаємне проникнення бере- гів і розтягувальні зусилля в зонах контакту.

Згідно [10, 14], з метою зниження розмірності задачі перейдемо від рівнянь Ламе (1) до граничних інтегральних рівнянь динамічної задачі теорії пружності для тріщи- ни на поверхні розділу, використовуючи для їх побудови співвідношення Сомільяні і виведені з них граничні рівності для переміщень і зусиль.

Однак, нелінійність граничних умов задачі, що має місце з причини залежності від часу області контакту бере- гів і контактних сил, не дозволяє представити компоне- нти напружено-деформованого стану моногармонічними функціями, тому представимо компоненти векторів сил і переміщень рядами Фур'є [2, 10, 11]

$$f(\bullet, t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f^k(\bullet) e^{i\omega_k t} \right\},$$

$$\text{де } \omega_k = 2\pi k / T, \text{ а коефіцієнти Фур'є } f^k(\bullet) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T f(\bullet, t) e^{-i\omega_k t} dt.$$

У випадку гармонічного навантаження граничні інтегральні рівняння для коефі- цієнтів Фур'є мають вигляд [10]

$$\begin{aligned} - \int_{\Gamma^{(1)\text{cr}}} \tilde{p}_i^{k,(1)}(y) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy &= -\frac{1}{2} u_i^{k,(1)}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(1)\text{cr}}} u_i^{k,(1)}(y) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy + \\ &+ \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(y) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy - \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(y) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^{(1)\text{cr}}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} - \int_{\Gamma^{(2)\text{cr}}} \tilde{p}_i^{k,(2)}(y) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy &= -\frac{1}{2} u_i^{k,(2)}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(2)\text{cr}}} u_i^{k,(2)}(y) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy - \\ - \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(y) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy &+ \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(y) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^{(2)\text{cr}}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} - \int_{\Gamma^{(1)\text{cr}}} \tilde{p}_i^{k,(1)}(y) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy &= -\frac{1}{2} u_i^{k,*}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(1)\text{cr}}} u_i^{k,(1)}(y) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy + \\ &+ \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(y) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy - \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(y) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^*; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} - \int_{\Gamma^{(2)\text{cr}}} \tilde{p}_i^{k,(2)}(y) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy &= -\frac{1}{2} u_i^{k,*}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(2)\text{cr}}} u_i^{k,(2)}(y) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy - \\ - \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(y) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy &+ \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(y) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, y, \omega_k) dy, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^*, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\tilde{p}_i^{k,(m)}(\mathbf{x})$, $p_i^{k,*}(\mathbf{x})$, $u_i^{k,*}(\mathbf{x})$ і $u_i^{k,(m)}(\mathbf{x})$ – коефіцієнти Фур'є зусиль і переміщень на берегах тріщини і поверхні зчеплення. Фундаментальні рішення динамічної теорії пружності $U_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, y, \omega_k)$ і $W_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, y, \omega_k)$ мають вигляд [10, 15]:

$$U_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \frac{1}{2\pi\mu^{(m)}} \left(\psi^{(m)} \delta_{ij} - \chi^{(m)} \frac{(y_i - x_i)(y_j - x_j)}{r} \right);$$

$$W_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \lambda^{(m)} n_i^{(m)}(\mathbf{y}) \frac{\partial}{\partial y_k} U_{kj}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) +$$

$$+ \mu^{(m)} n_k^{(m)}(\mathbf{y}) \left[\frac{\partial}{\partial y_k} U_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) + \frac{\partial}{\partial y_i} U_{kj}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) \right],$$

δ_{ij} – дельта-функція Кронекера; r – відстань між точками \mathbf{x} і \mathbf{y} . Функції $\psi^{(m)}$ і $\chi^{(m)}$ в даному випадку мають вигляд:

$$\psi^{(m)} = K_0(l_2^{(m)}) + \frac{1}{l_2^{(m)}} \left[K_1(l_2^{(m)}) - \frac{c_2^{(m)}}{c_1^{(m)}} K_1(l_1^{(m)}) \right]; \quad \chi^{(m)} = K_2(l_2^{(m)}) - \left(\frac{c_2^{(m)}}{c_1^{(m)}} \right)^2 K_2(l_1^{(m)}),$$

де $K_n(\bullet)$ – модифікована функція Бесселя другого роду порядку n ; $l_1^{(m)} = i\omega r / c_1^{(m)}$, $l_2^{(m)} = i\omega r / c_2^{(m)}$; $c_1^{(m)} = \sqrt{(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}) / \rho^{(m)}}$ і $c_2^{(m)} = \sqrt{\mu^{(m)} / \rho^{(m)}}$ – швидкості поширення поздовжніх і поперечних хвиль в матеріалах напівпросторів.

Наслідуючи [2, 10], впровадимо обмеження, що виключають взаємне проникнення берегів і розтягувальні зусилля в зонах контакту.

Характеризуватимемо взаємні переміщення берегів тріщини вектором розриву переміщень $[\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)] = \mathbf{u}^{(1)}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{u}^{(2)}(\mathbf{x}, t)$. Припустимо, що контакт між берегами тріщини є одностороннім, а тертя задовольняє закону тертя Амонтона – Кулона.

Тоді обмеження для нормальних і дотичних компонент векторів контактних сил взаємодії і розриву переміщень берегів тріщини мають такий вигляд [2, 10]:

$$[u_n(\mathbf{x}, t)] \geq -h_0(\mathbf{x}); \quad q_n(\mathbf{x}, t) \geq 0; \quad [u_n(\mathbf{x}, t) + h_0(\mathbf{x})]q_n(\mathbf{x}, t) = 0; \quad (6)$$

$$|q_\tau(\mathbf{x}, t)| < k_\tau q_n(\mathbf{x}, t) \Rightarrow \frac{\partial [u_\tau(\mathbf{x}, t)]}{\partial t} = 0;$$

$$|q_\tau(\mathbf{x}, t)| = k_\tau q_n(\mathbf{x}, t) \Rightarrow \frac{\partial [u_\tau(\mathbf{x}, t)]}{\partial t} = - \frac{q_\tau(\mathbf{x}, t)}{|q_\tau(\mathbf{x}, t)|} \left| \frac{\partial [u_\tau(\mathbf{x}, t)]}{\partial t} \right|, \quad (7)$$

де $\mathbf{x} \in (-1; 1)$, $t \in [0; T]$, $h_0(\mathbf{x})$ – попереднє розкриття берегів; k_τ – коефіцієнт тертя.

Для числового розв'язання задачі використано прямий метод граничних елементів з постійною апроксимацією параметрів задачі на кожному елементі [10]. Для приведення компонент векторів контактних сил і переміщень берегів тріщини у відповідність з контактними обмеженнями використовувався ітераційний алгоритм динамічної теорії пружності [2, 10].

2. Тестові розрахунки.

З метою обґрунтування достовірності розв'язку динамічної задачі про міжматеріальні тріщини в умовах навантаження хвилею зсуву виконано тестові розрахунки. Пряме порівняння отриманих результатів з даними інших авторів не представляється можливим через їх відсутність в літературі. У той же час відомо, що при наближенні частоти навантаження до нуля розв'язки динамічних задач теорії пружності та механіки деформівного твердого тіла прагнуть до відповідних статичних рішень, що дозволяє використовувати останні для перевірки істинності одержуваних чисельних динамічних рішень [2]. Тому автори цієї статті використовували результати низько-частотного навантаження гармонічною хвилею зсуву (кругова частота $\omega = 1$) для порівняння з результатами роботи [7] про статичне навантаження зусиллями зсуву міжфазної тріщини.

З наукової літератури відомо, що при статичному навантаженні зсувом в одній з вершин міжматеріальної тріщини існує зона контакту берегів, яка може займати до 40 % довжини тріщини [3, 7].

В розрахунках саме така зона контакту була успішно одержана в процесі послідовних наближень при розв'язуванні системи граничних рівнянь (2) – (5) і задоволенні обмежень (6) та (7), які тягнуть за собою коригування граничних умов задачі, що і буде показано нижче.

При тестових розрахунках фізико-механічні параметри матеріалів, що утворюють пару, обрані таким чином, щоб відповідно [7] забезпечити параметр $\beta = 0,5$, де

$$\beta = \frac{\mu^{(2)}(\kappa^{(1)} - 1) - \mu^{(1)}(\kappa^{(2)} - 1)}{\mu^{(2)}(\kappa^{(1)} + 1) + \mu^{(1)}(\kappa^{(2)} + 1)}.$$

Тут: $\mu^{(m)}$ – модуль зсуву матеріалів; $\kappa^{(m)} = 3 - 4\nu^{(m)}$, $\nu^{(m)}$ – коефіцієнт Пуассона.

У нашому випадку це були матеріали з наступними параметрами: $\nu^{(1)} = 0,1$ і $E^{(1)} = 29,0$ ГПа; $\nu^{(2)} = 0,49$ і $E^{(2)} = 400,0$ ГПа, тут $E^{(m)}$ – модуль пружності матеріалів.

Порівняння проведено по довжині зони контакту і епюрі контактних сил взаємодії берегів тріщини для випадку безфрикційного контакту $k_\tau = 0$ і для випадку контакту берегів з тертям при $k_\tau = 1,0$.

На рис. 2 представлено розподіл уздовж напівдовжини тріщини отриманих відносних контактних зусиль q_n/σ_0 (тут і далі σ_0 – амплітуда напруги низько частотної хвилі зсуву), що виникають на лінії контакту берегів, у порівнянні з даними з [7].

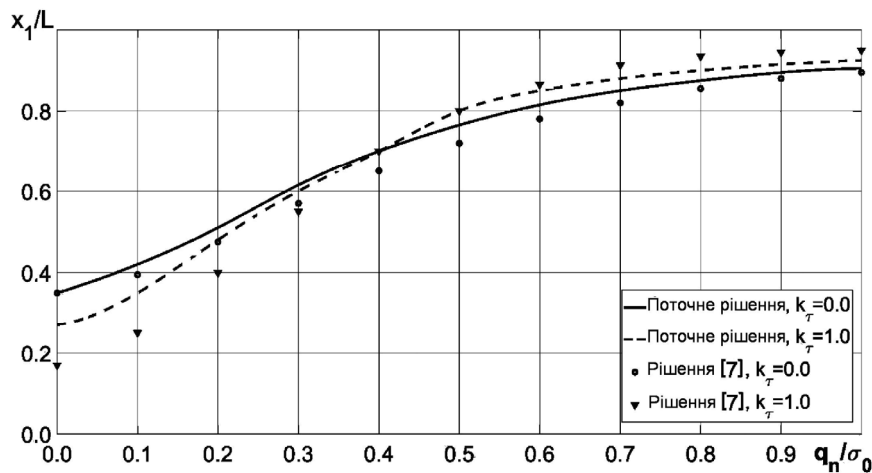


Рис. 2

На рис. 3, $a - z$ наведено результати ітераційної корекції розподілів уздовж довжини тріщини відносних нормальних (уздовж осі x_2 на рис. 1) компонент переміщень протилежних берегів тріщини для випадку $k_\tau = 0$. Переміщення берегів нормовані множителем $2\mu_0/L\sigma_0$, параметр μ_0 заданий наступним чином [18]

$$\mu_0 = \mu^{(1)} \frac{1 - \gamma_2}{1 + \kappa^{(1)}},$$

де

$$\gamma_2 = \left(\frac{a_1}{2} - a_2 \right); \quad a_1 = \frac{\mu^{(1)} - \mu^{(2)}}{\mu^{(1)} + \mu^{(2)}\kappa^{(1)}}; \quad a_2 = \frac{\mu^{(2)}\kappa^{(1)} - \mu^{(1)}\kappa^{(2)}}{2(\mu^{(2)} + \mu^{(1)}\kappa^{(2)})}.$$

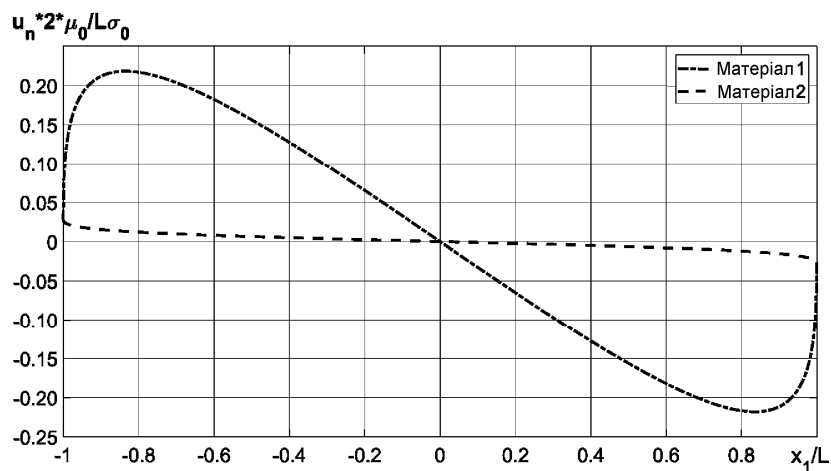


Рис. 3, а

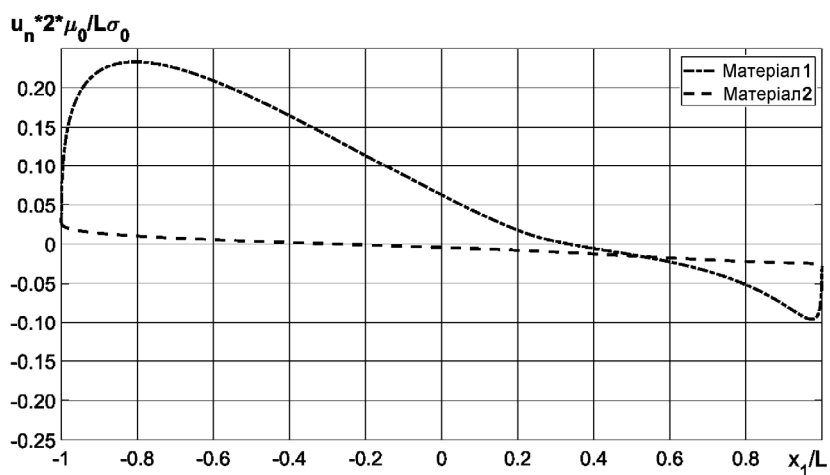


Рис. 3, б

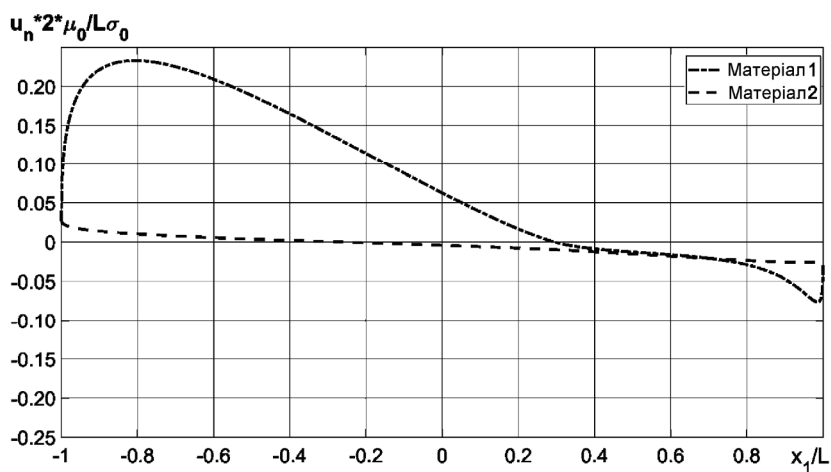


Рис. 3, в

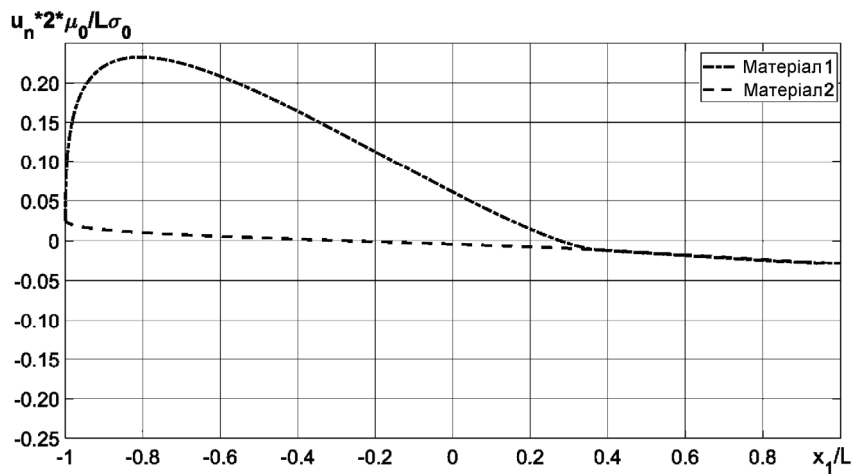


Рис. 3, з

Рис. 3, а – 1-а ітерація без корекції граничних умов. Видно, що на ділянці (0, 1) існує «взаємопроникнення» берегів.

Рис. 3, б – 50-а ітерація, рис. 3, в – 100-а ітерація – проміжні розв’язки в результаті послідовної корекції граничних умов на основі обмежень (6), (7). Ділянка «взаємопроникнення» берегів послідовно зменшується від ітерації до ітерації і формується зона контакту.

Рис. 3, з ілюструє розв’язок після 600 ітерацій і корекції. Тут «взаємопроникнення» берегів відсутнє, зона контакту берегів міжфазної тріщини сформувалася та її протяжність добре узгоджується з даними на рис. 2.

Аналіз наведених результатів розрахунків і порівняння протяжності зони контакту, величин контактних сил взаємодії берегів міжфазної тріщини з даними інших авторів [3, 7] свідчить про достовірність отриманих нами результатів.

3. Розрахункові дослідження.

Розрахунки виконані для тріщини-відрідка довжиною $2L = 2$ уздовж лінії з’єднання матеріалів сталь – алюміній. Матеріали характеризуються параметрами:

для сталі – модуль пружності $E = 207$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,288$ і густина $\rho = 7860$ кг / м³;

для алюмінію – модуль пружності $E = 70$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,347$ і густина $\rho = 2700$ кг / м³.

Верхній і нижній береги тріщини і лінія зчеплення матеріалів були апроксимовані одновимірними граничними елементами, які згущувалися біля вершин тріщини. В межах граничного елемента параметри задачі вважалися незмінними.

Навантаження на берегах тріщини задавалося за законом плоскої гармонічної хвилі зсуву, спрямованої по нормалі до лінії зчеплення матеріалів. Частота гармонічного навантаження характеризується наведеним хвильовим числом $k_2L = \omega L / c_2$ (c_2 – швидкість поперечних хвиль в алюмінії), що в розрахунках становило $k_2L = 1,0$. Контакт протилежних берегів тріщини виконувався в двох варіантах: безфрикційним при $k_\tau = 0$ і з тертям при $k_\tau = 1,0$.

Нижче представлено розподіл дотичних компонент (рис. 4), спрямованих уздовж осі x_1 , і нормальних компонент (рис. 5), спрямованих уздовж осі x_2 , переміщень протилежних берегів тріщини вздовж її довжини протягом періоду навантаження для випадку безфрикційного контакту (тут і далі: 1 – сталь, 2 – алюміній, напрямок осі x_1 та x_2 дивись на рис. 1). Наведений розподіл якісно описує напрями і величини зміщення берегів міжматеріальної тріщини як в умовах безфрикційного контакту, так і контакту її берегів з тертям.

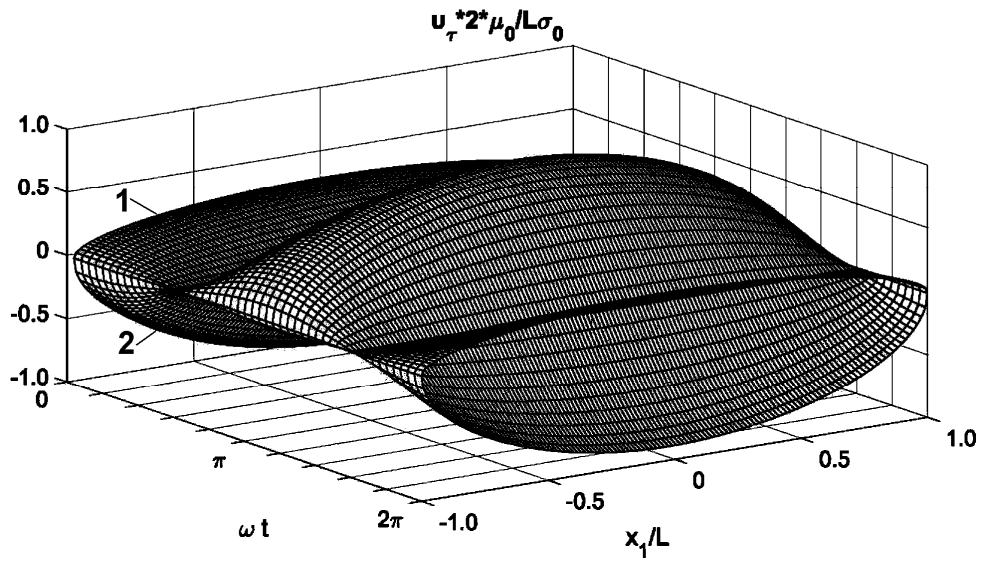


Рис. 4

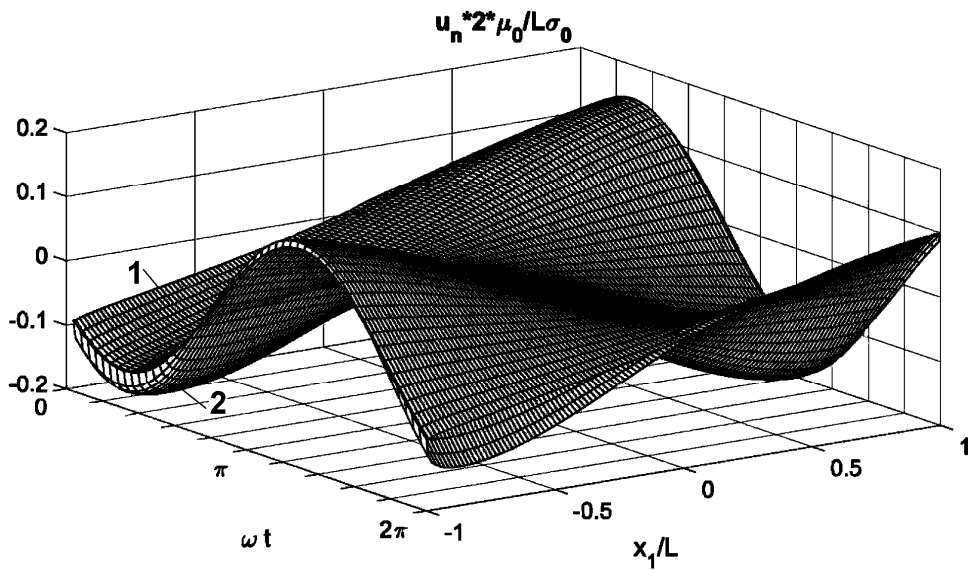


Рис. 5

Рис. 6 ілюструє розподіл максимальних на періоді навантаження (момент часу $\omega t = 0,15\pi$) дотичних компонент переміщень берегів по довжині тріщини для варіантів розрахунків без тертя і з тертям.

Симетричні графіки відносно середини тріщини (суцільні лінії) відповідають варіанту $k_\tau = 0$ і свідчать про відсутність тертя при контакті берегів. Для варіанту розрахунків $k_\tau = 1,0$ ця симетрія порушується (пунктирні лінії), величини дотичних зсувів берегів зменшуються в правій половині тріщини, в той час як у лівій половині вони практично не змінюються.

Зауважимо, що для моменту часу $\omega t = 1,15\pi$ картина несиметричності в розподілах дотичних зсувів берегів при $k_\tau = 1$ отримає дзеркальне відображення.

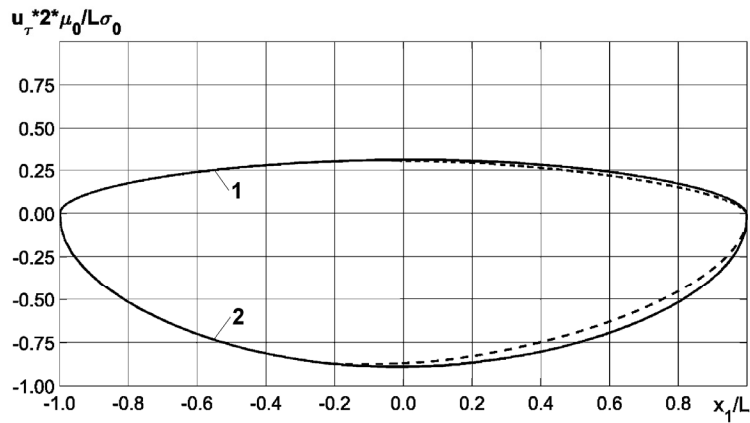
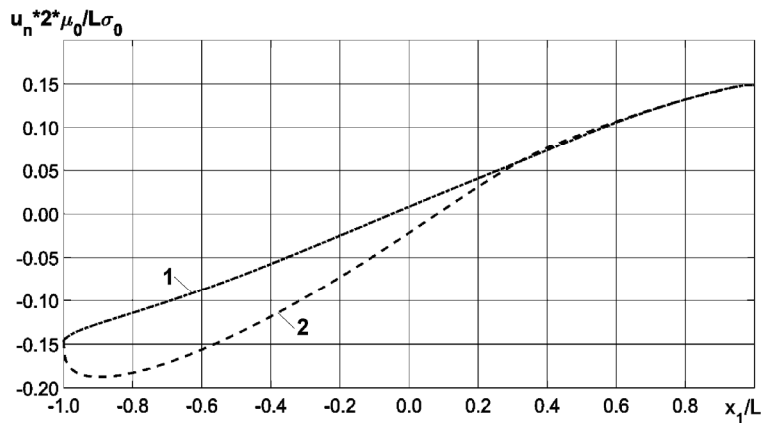
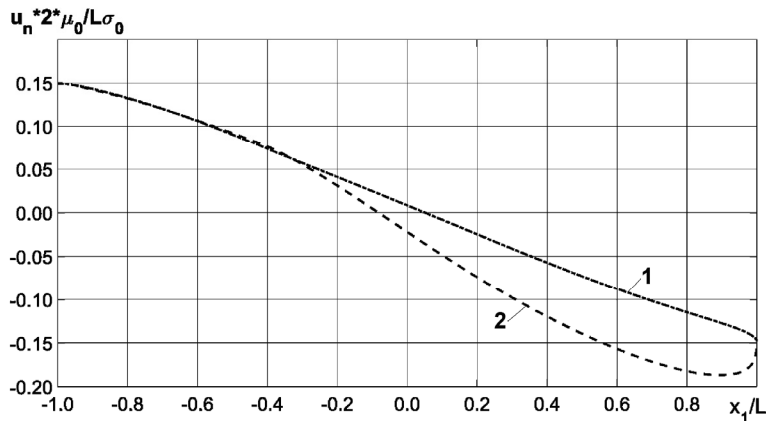


Рис. 6

На рис. 7 представлено нормальні відносні переміщення берегів для варіанту розрахунків $k_\tau = 0$, які є характерними і граничними для міжматеріальних тріщин в умовах зсувних навантажень. Розкриття берегів протягом періоду навантаження має два максимуми на різних кінцях тріщини ($\omega t = 0, 2\pi$ – рис. 7, а та $\omega t = 1, 2\pi$ – рис. 7, б) і два максимуми довжини зони контакту на протилежних кінцях.



а

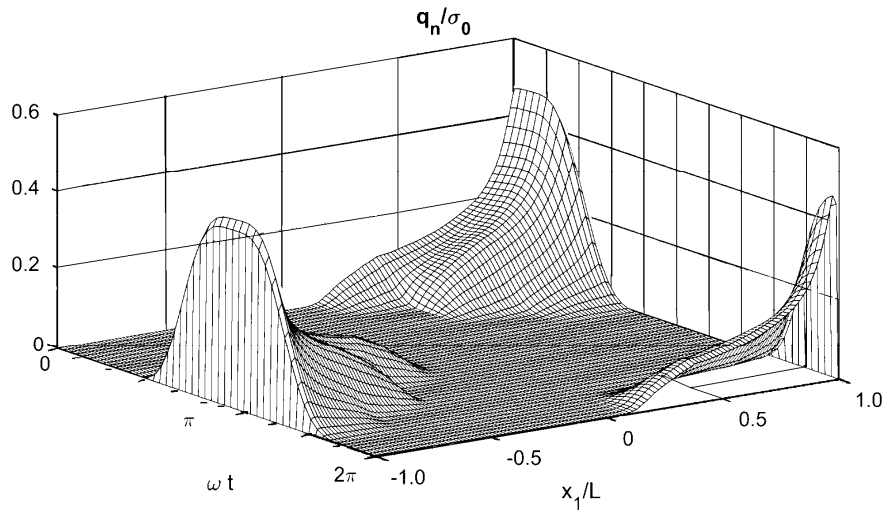


б

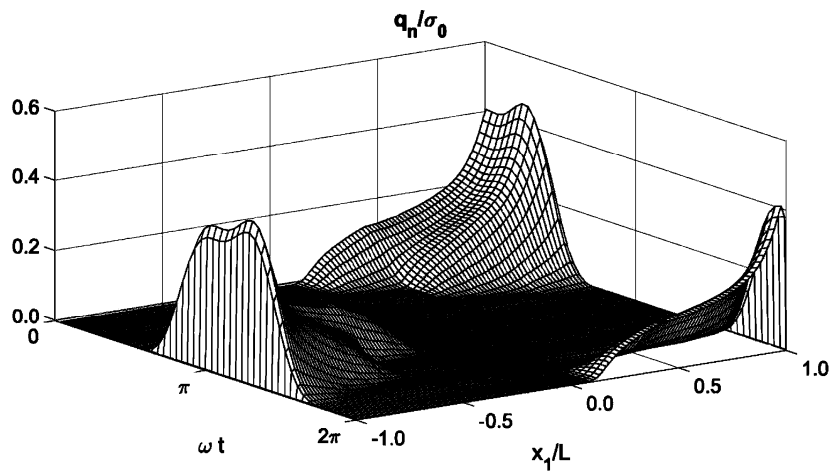
Рис. 7

Аналіз параметрів на рис. 5 і 7 показує, що на періоді навантаження максимальні довжини зони контакту берегів і зони максимального розкриття берегів розташовані через половину періоду та змінюють положення на тріщині відповідно до напрямку і величини діючого зсувного навантаження.

На рис. 8 наведено розподіл нормальної складової контактних сил уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження (рис. 8, *a* – при $k_\tau = 0$; рис. 8, *б* – при $k_\tau = 1,0$).



a

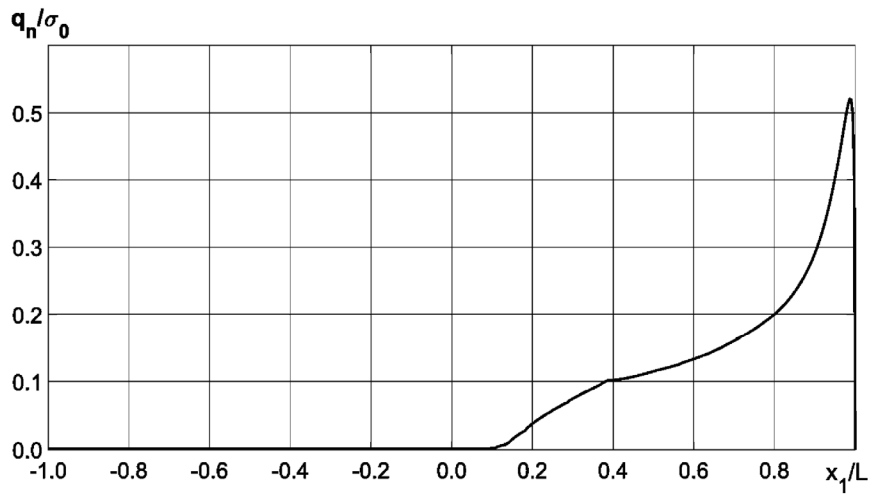


б

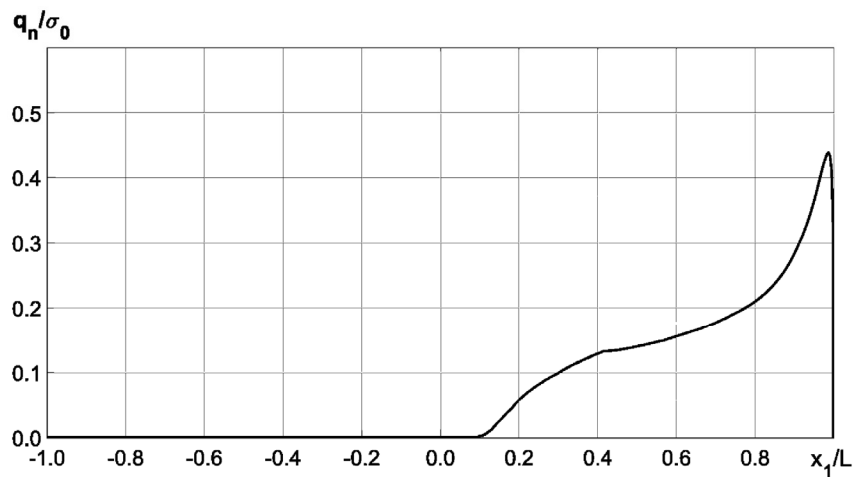
Рис. 8

На рисунках добре проявляються зони контакту берегів, видно, що місце розташування цих зон, їх протяжність уздовж тріщини змінюються протягом періоду навантаження.

Рис. 9 ілюструє розподіл максимальних на періоді навантаження нормальних складових контактних сил уздовж довжини тріщини (рис. 9, *a* – при $k_\tau = 0$; рис. 9, *б* – при $k_\tau = 1,0$).



a



б

Рис. 9

Аналізуючи розподіл параметрів на рис. 8 і 9, бачимо, що:

максимальні значення нормальних складових контактних сил на періоді навантаження в разі $k_\tau = 1,0$ менші, ніж у разі $k_\tau = 0$;

в разі $k_\tau = 0$ (рис. 8, *a*) максимальна довжина зони контакту берегів і максимальні значення нормальних складових контактних сил досягаються в одні й ті ж моменти навантаження (поблизу $\omega t = 0$ і $\omega t = \pi$);

у випадку $k_\tau = 1,0$ (рис. 8, *б*) моменти часу досягнення максимальних значень нормальних складових контактних сил зсуваються вправо і знаходяться поблизу $\omega t = 0,3\pi$ та $\omega t = 1,3\pi$, а моменти досягнення максимальної довжини зони контакту не змінюються.

Рис. 10, *a* ілюструє розподіл дотичної складової контактних сил уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження для варіанту розрахунків з $k_\tau = 1,0$. Видно, що дотичні складові контактних сил змінюють знаки і залежать від напрямку прикладеного до берегів зсувного навантаження.

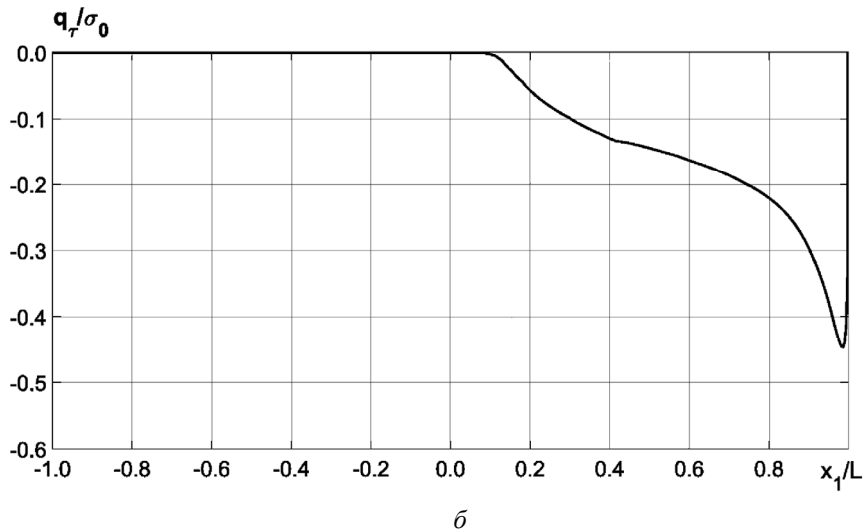
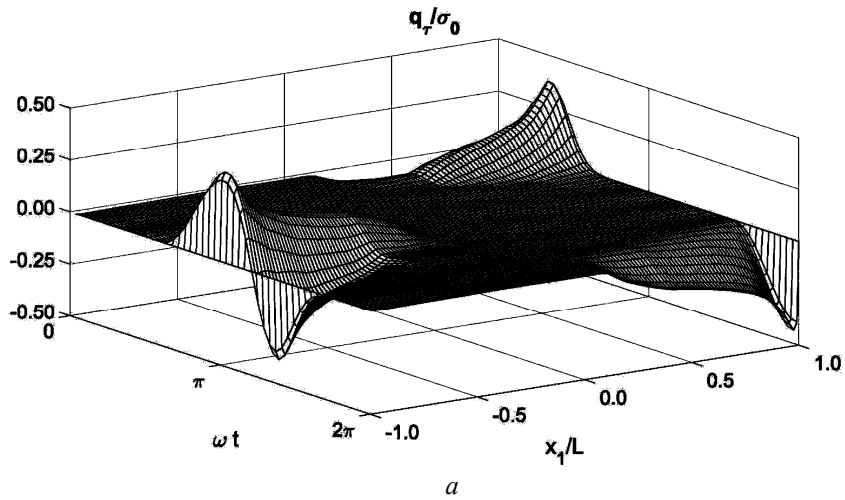


Рис. 10

Зауважимо, що в разі безфрикційного контакту берегів тріщини сили тертя відсутні, тому і дотична складова контактних сил протягом усього періоду навантаження дорівнює нулеві.

На рис. 10, б представлено розподіл максимальних на періоді навантаження дотичних складових контактних сил уздовж довжини тріщини.

Порівняльний аналіз розподілу максимальних на періоді навантаження дотичних (рис. 10, б) і нормальних (рис. 9, б) компонент переміщень берегів по довжині тріщини показує, що їх епюри практично ідентичні, а це цілком відповідає $k_r = 1,0$.

Висновки.

1. Вперше проведено розрахунки з визначення місця розташування і довжини зони контакту берегів міжматеріальної тріщини, а також величини контактних зусиль при навантаженні біматеріалу хвилею зсуву.

2. Аналіз розподілів переміщень берегів міжматеріальної тріщини, положення і протяжності зон контакту її берегів, контактних сил на берегах тріщини свідчить про те, що:

береги тріщини зміщуються в просторі в нормальному і дотичному напрямках, величини зсувів залежать від коефіцієнта тертя;

зона контакту берегів кардинально змінює положення на тріщині і свою протяжність уздовж довжини тріщини як протягом періоду навантаження, так і в залежності від коефіцієнта тертя;

контактні сили істотно залежать від коефіцієнта тертя між берегами тріщини.

РЕЗЮМЕ. Проаналізовано задачу теорії пружності для біматеріалу з тріщиною на межі поділу під дією гармонічної хвилі зсуву. Задачу розв'язано чисельно методом граничних елементів. Розрахунки виконано для тріщини-розрізу в умовах контакту берегів без тертя і з тертям. Проведено аналіз розподілу переміщень берегів тріщини, виникаючих динамічних зон контакту берегів і контактних сил.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: міжматеріальна тріщина, гармонійна хвиля зсуву, метод граничних елементів, зона контакту берегів, контактні сили.

1. Гузь А.Н. Восемь неклассических проблем механики разрушения. – Киев: Академперіодика, 2020. – 400 с.
2. Гузь А.Н., Зозуля В.В. Неклассические проблемы механики разрушения: в 4-х томах. Т.2. Хрупкое разрушение материалов при динамических нагрузках. – Киев: Наук. думка, 1993. – 236 с.
3. Острик В.І. Контакт з тертям берегів міжфазної тріщини за розтягу та зсуву // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2003. – 39, № 2. – С. 58 – 65.
4. Симонов І.В. Трещина на границе раздела в однородном поле напряжений // Механика композитов и материалов. – 1985. – № 6. – С. 969 – 976.
5. Comninou M. The interface crack // ASME J. Appl. Mech. – 1977. – 44, N 4. – P. 631 – 636.
6. Comninou M. The interface crack in a shear field // ASME J. Appl. Mech. – 1978. – 45, N 2. – P. 287 – 290.
7. Comninou M., Dundurs J. Effect of friction on the interface crack loaded in shear // J. of Elasticity – 1980. – 10, N 2. – P. 203 – 212.
8. Comninou M., Schmueser D. The interface crack in a combined tension-compression and shear field // ASME. J. Appl. Mech. – 1979. – 46, N 2. – P. 345 – 348.
9. Guz A.N., Guz I.A., Men'shikov A.V., Men'shikov V.A. Penny-Shaped Crack at the Interface between Elastic Half-Spaces under the Action of a Shear Wave // Int. Appl. Mech. – 2009. – 45, N 5. – P. 534 – 539.
10. Guz A.N., Guz I.A., Men'shikov A.V., Men'shikov V.A. Three-Dimensional Problems in the Dynamic Fracture Mechanics of Materials with Interface Cracks (Review) // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N 1. – P. 1 – 61.
11. Guz A.N., Menshykov O.V., Zozulya V.V. Surface contact of elliptical crack under normally incident tension-compression wave // Theoretical and Appl. Fract. Mech. – 2003. – 40, N 3. – P. 285 – 291.
12. Men'shikov V.A., Men'shikov A.V., Guz, I.A. Interfacial Crack Between Elastic Half-Spaces under Harmonic Loading // Int. Appl. Mech. – 2007. – 43, N 8. – P. 865 – 873.
13. Menshykov O.V., Menshykov V.A., Guz I.A. The effect of frequency in the problem of interface crack under harmonic loading // Int. J. of Fract. – 2007. – 146, N 3. P. 197 – 202.
14. Menshykov O.V., Menshykov V.A., Guz I.A. Elastodynamics of a crack on the bimaterial interface // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2009. – 33, N 3. – P. 294 – 301.
15. Menshykova M.V., Menshykov O.V., Guz I.A. Linear interface crack under plane shear wave // CMES – Computer Modeling in Engineering and Sci. – 2009. – 48, N 2. – P. 107 – 120.
16. Menshykova M.V., Menshykov O.V., Guz I.A. Modelling crack closure for an interface crack under harmonic loading // Int. J. of Fract. – 2010. – 165, N 1. – P. 127 – 134.
17. Menshykova M.V., Menshykov O.V., Guz I.A. An iterative BEM for the dynamic analysis of interface crack contact problems // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2011. – 35, N 5. – P. 735 – 749.
18. Menshykov O.V., Menshykova M.V., Wendland, W.L. On Use of the Galerkin Method to Solve the Fracture Mechanics Problem for a Linear Crack under Normal Loading // Int. Appl. Mech. – 2005. – 41, N 11. – P. 1324 – 1329.

Надійшла 17.11.2020

Затверджена до друку 09.12.2021