Ю.О.Ромасевич¹, В.С.Ловейкін¹, А.С.Хорошун², В.В.Макарець¹

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ СИСТЕМИ «КРАН-ВАНТАЖ» У ВИГЛЯДІ ЗВОРОТНОГО ЗВ'ЯЗКУ

¹Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 12 в, Київ, Україна; e-mail: lovvs@ukr.net, romasevichyuriy@ukr.net; walera10100@gmail.com; ²Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

Abstract. The problems of optimal control of motion of a mechanical system "craneload" are stated for three cases: riding up, slowing-down, full cycle of motion. In the statements, the restrictions on the maximum value of driving force and speed of its changing in time. All the problems are discretized. All the solutions are obtained in the feed-back form via ME-D-PSO application. The analysis of the obtained results are carried out with the extremal and root-mean-square indicators as well as by duration of motion.

Keywords: system «crane-load», optimization, constraints, feed-back.

Вступ.

Одна з важливих науково-прикладних задач, якій приділено значна кількість наукових досліджень, полягає у синтезі оптимального керування математичним маятником з рухомою точкою підвісу. Ця задача, окрім теоретичної цінності, дозволяє отримати результати, які забезпечують підвищення експлуатаційних показників робототехнічних систем, вантажопідйомних і транспортуючих машин, засобів індивідуального переміщення (гіроборди, сигвеї тощо), безпілотних літаючих апаратів [8, 15] та інших технічних систем.

Задача синтезу керування такою динамічною системою розв'язується з метою визначення оптимального способу керування (рушійного зусилля, що діє на точку підвісу маятника), яке дозволяє усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі у кінці керованого режиму. Загалом, проблемі усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі, які виникають при переміщенні точки підвісу (наприклад, вантажопідйомного крана), а також при дії зовнішніх стохастичних впливів (вітрових поривів [1]) присвячено достатньо значна кількість робіт. Пориви вітру та їх вплив на вантаж неможливо передбачити наперед, тому для розв'язку подібних задач доцільно використати керування у вигляді зворотного зв'язку.

Задачі оптимального керування рухом вантажопідйомних кранів із вантажем на гнучкому підвісі, рух яких описується рівняннями динаміки математичного маятника із рухомою точкою підвісу певної маси, розв'язували за допомогою різних підходів. При цьому керування шукали у вигляді зворотного зв'язку [9], у постановках задач використовували модифіковані обмеження на керування [10, 11], а критерієм виступала, як правило, швидкодія руху системи. Крім того, для розв'язування такого роду задач проводили налаштування ПІД-регуляторів з урахуванням довжини гнучкого підвісу вантажу. Налаштування коефіцієнтів ПІД-регуляторів проводилося за допомогою методу рою часток (PSO) [2, 4, 5 – 7]. Для визначення оптимальної траєкторії ру-

ISSN0032–8243. Прикл. механіка, 2022, **58**, № 2

ху системи також використано метод диференціальної площини. При цьому задають початкові режимні параметри руху системи (напрямок, усталену швидкість, тривалість розгону тощо), а потім розраховують траєкторію руху системи [13, 14]. Крім того, для розв'язування подібних задач використовувались нечіткі регулятори [16, 17], за допомогою яких виконувалось позиціонування крану та усунення маятникових коливань вантажу. Також для усунення коливань механічної системи використовувались пропорційно-інтегральні та пропорційно-інтегрально диференціальні регулятори шляхом додавання в їх структуру нелінійних функцій [3].

У даному дослідженні знайдено розв'язок задач оптимального керування рухом механічної системи «кран – вантаж» у вигляді зворотного зв'язку. Оптимізаційний критерій є комплексним, він відображає витрати енергії при русі та тривалість керування. У сукупності це дало змогу отримати оптимальне керування, яке дозволяє усувати маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі із забезпеченням високої швидкодії та енергоефективності руху системи «кран – вантаж».

§1. Постановка задач оптимального керування.

Для постановки задач оптимального керування використано двомасову динамічну модель, яка зображена на рис. 1.



Динамічна модель, яка показана на рис. 1, описується системою диференціальних рівнянь

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = F - W; \quad x_1 = x_2 + \frac{l}{g} \ddot{x}_2,$$
 (1.1)

де x_1 , x_2 – узагальнені координати зведених мас крана (точки підвісу вантажу) і вантажу; m_1 , m_2 – зведені маси крана і вантажу; F – зведене рушійне або гальмівне зусилля, що діє на кран; W – сила статичного опору переміщення крана (приймемо у розрахунках $W = (m_1 + m_2)g \cdot 0,01$); l – довжина гнучкого підвісу вантажу; g – прискорення вільного падіння.

В даній роботі задача оптимального керування рухом розв'язується для трьох окремих випадків: розгону, гальмування та для повного циклу переміщення. Відмінними є крайові умови руху зведених мас, які відображають початковий та кінцевий стан системи.

Крайові умови для режиму розгону системи описуються такими залежностями:

$$x_1(0) = x_2(0) = x_1(0) = x_2(0) = 0;$$

$$x_1(T) = x_2(T) = x_T; \quad \dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) = V.$$
(1.2)

Крайові умови для режиму гальмування мають такий вигляд:

$$x_{1}(0) = x_{2}(0) = 0; \ \dot{x}_{1}(0) = \dot{x}_{2}(0) = V;$$

$$x_{1}(T) = x_{2}(T) = x_{T}; \ \dot{x}_{1}(T) = \dot{x}_{2}(T) = 0.$$
(1.3)

Крайові умови для повного циклу переміщення системи можна представити у наступному вигляді:

$$x_1(0) = x_2(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0;$$

$$x_1(T) = x_2(T) = x_T; \quad \dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) = V.$$
(1.4)

де T – тривалість керованого режиму руху системи (для крайових умов (1.2) – це тривалість розгону; для крайових умов (1.3) – тривалість гальмування, а для крайових умов (1.4) – тривалість всього циклу переміщення системи); x_T – відстань, на яку переміститься кран у кінці розгону; V – усталена швидкість руху точки підвісу.

Для всіх оптимізаційних задач оптимізаційний критерій є комплексним:

$$\operatorname{Int} = \delta \sqrt{\frac{1}{T}} \int_{0}^{T} \left(\frac{P}{P_{\text{HOM}}}\right)^{2} dt + (1-\delta) \frac{T}{2\pi \sqrt{\frac{m_{1}+m_{2}}{m_{1}}\frac{L}{g}}} \to \min, \qquad (1.5)$$

де P – потужність двигуна приводу крана; $P_{\text{ном}}$ – номінальна потужність механізму переміщення крана; δ – ваговий коефіцієнт, який було обрано з міркувань однакової важливості мінімізації небажаних енергетичних втрат та підвищення швидкодії руху системи (тобто для цієї задачі $\delta = 0, 5$). Ліва частина критерію відображає витрати енергії при переміщенні крана, а права – його швидкодію.

Крім того, у постановках задач використано обмеження на величину рушійного зусилля та швидкість його зміни в часі. Перше обмеження пов'язане із перевантажувальною здатністю приводу механізму переміщення крана, а друге – із обмеженням на швидкість наростання струму в частотному перетворювачі, який виступає джерелом живлення електроприводу крана. Обмеження, що пов'язане із перевантажувальною здатністю приводу механізму переміщення крана представляється в наступному вигляді:

$$F_{\min} \le F \le F_{\max},\tag{1.6}$$

де F_{\min} та F_{\max} – мінімально та максимально можливі значення рушійного зусилля приводу механізму переміщення крана. Також накладається обмеження на швидкість зміни рушійного зусилля:

$$\dot{F}_{\min} \le \dot{F} \le \dot{F}_{\max},\tag{1.7}$$

де \dot{F}_{min} та \dot{F}_{max} – максимально можливі швидкості наростання та спадання рушійного зусилля, відповідно.

§2. Розв'язання задач.

Для того, щоб знайти розв'язок задач, виконаємо їх дискретизацію (перейдемо від неперервних функцій до дискретних). Це дасть змогу врахувати обмеження при розв'язуванні задач (1.6) та (1.7). Для дискретизації спочатку запишемо математичну модель системи (1.1) у нормальному вигляді:

$$\dot{x}_2 = v_2; \ \dot{v}_2 = (x_1 - x_2)\frac{g}{l}; \ \dot{x}_1 = v_1; \ \dot{v}_1 = \frac{F - W}{m_1} - \frac{m_2}{m_1}(x_1 - x_2)\frac{g}{l}.$$
 (2.1)

При дискретизації функцій x₁, x₂ та v₁, v₂, отримаємо наступну математичну модель системи:

$$\begin{aligned} x_{2,i} &= x_{2,i-1} + v_{2,i-1} \Delta t; \\ v_{2,i} &= v_{2,i-1} + (x_{1,i-1} - x_{2,i-1}) \frac{g}{l} \Delta t; \\ x_{1,i} &= x_{1,i-1} + v_{1,i-1} \Delta t; \end{aligned}$$

$$v_{1,i} &= v_{1,i-1} + \left(\frac{F_{i-1} - W}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} (x_{1,i-1} - x_{2,i-1}) \frac{g}{l} \right) \Delta t, \end{aligned}$$

$$(2.2)$$

де Δt – крок дискретизації часу; *i* – індекс, що пробігає значення від 1 до $T/\Delta t$.

Перейшовши до дискретних значень, перепишемо критерій оптимізації (1.5) у наступному вигляді:

Int
$$\approx \operatorname{Int}_{_{\mathrm{HHC}}} = \delta \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T/\Delta t} \left(\frac{F_i \cdot v_{1,i}}{P_{_{\mathrm{HOM}}}}\right)^2 \Delta t + (1-\delta) \frac{T}{2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{L}{g}}} \to \min,$$
 (2.3)

де Int_{дис} – дискретний критерій оптимізації.

Перепишемо обмеження на величину рушійного зусилля:

$$F_{\min} \le F_i \le F_{\max}.\tag{2.4}$$

Також у дискретній формі запишемо обмеження на швидкість зміни рушійного зусилля

$$\dot{F}_{\min}\Delta t \le F_i - F_{i-1} \le \dot{F}_{\max}\Delta t.$$
(2.5)

Таким чином, дискретизація задачі дала змогу врахувати обмеження (1.6) та (1.7). на рух системи. Дамо відповідні пояснення. Спочатку перевірялись обмеження (2.5), а після нього – обмеження (2.4). Якщо обмеження (2.5) порушується, то *i*-е значення зусилля обчислюється за формулою:

$$\begin{split} \tilde{F}_{\text{опт.}i} &= F_{i-1} + F_{\text{max}} \Delta t, \text{ якщо } F_{\text{опт.}i} - F_{i-1} \leq \dot{F}_{\text{max}} \Delta t; \\ F_{i-1} - \tilde{F}_{\min} \Delta t, \text{ якщо } F_{\text{опт.}i} - F_{i-1} \leq \dot{F}_{\min} \Delta t; \\ F_{\text{опт.}i}, \text{ якщо } \dot{F}_{\min} \Delta t \leq F_{\text{опт.}i} - \tilde{\tilde{F}}_{i-1} \leq \dot{F}_{\max} \Delta t, \end{split}$$

$$(2.6)$$

де $F_{\text{onr.}i} - i$ -е оптимальне значення рушійного зусилля, яке визначається наступним чином:

$$F_{\text{ontr},i} = K_1 \left(x_T - x_1 \right) + K_2 \left(x_T - x_2 \right) + K_3 \left(V - \dot{x}_2 \right) + K_4 \left(V - \dot{x}_1 \right), \tag{2.7}$$

де K_1, K_2, K_3, K_4 – коефіцієнти регулятора, які необхідно визначити.

Після того, як буде визначено $\tilde{F}_{\text{опг.}i}$ необхідно виконати перевірку умов (2.4). Це виконується за допомогою наступного виразу:

$$\tilde{\tilde{F}}_{_{\text{ourr},i}} = \begin{cases} \tilde{F}_{_{\text{ourr},i}}, \text{ якщо } F_{_{\text{min}}} \leq \tilde{F}_{_{\text{ourr},i}} \leq F_{_{\text{max}}}; \\ F_{_{\text{max}}}, \text{ якщо } \tilde{F}_{_{\text{ourr},i}} \geq F_{_{\text{max}}}; \\ F_{_{\text{min}}}, \text{ якщо } \tilde{F}_{_{\text{ourr},i}} \leq F_{_{\text{min}}}, \end{cases}$$
(2.8)

де $\tilde{\tilde{F}}_{\text{опт,}i}$ – оптимальне значення рушійного зусилля приводу, яке не порушує обмежень (1.6) та (1.7).

Зазначимо, що для того, щоб у механічних передачах системи не виникали удари, початкове значення рушійного зусилля незалежно від початкових фазових координат системи було прийнято нульовим:

$$\tilde{\tilde{F}}_{\text{orr},0} = 0. \tag{2.9}$$

Задавши чисельні значення параметрів системи m_1, m_2, l та величини коефіцієнтів K_1, K_2, K_3, K_4 , можемо знайти дискретні функції x_1, x_2, v_1, v_2 . Тепер задача зведена до пошуку величин коефіцієнтів K_1, K_2, K_3, K_4 , при яких забезпечуються кінцеві умови (1.2) - (1.4) та мінімізується значення критерію (2.3).

Для того, щоб врахувати кінцеві умови руху окремих мас системи введемо у розгляд термінальний критерій. Він залежить від кінцевих умов. Оскільки крайові умови в усіх трьох задачах подібні, то опишемо термінальний критерій тільки для одного випадку, а саме – повного циклу переміщення системи. Враховуючи кінцеві умови (1.4), термінальний критерій матиме наступний вигляд:

де ΔV_{max} та Δx_{max} – максимально допустимі значення відхилень, відповідно, швидкостей та положень крана і вантажу (за умовами технологічного процесу допускається $\Delta V_{\text{max}} = 0,004 \text{ м/c}$ та $\Delta x_{\text{max}} = 0,004 \text{ м}$); Δ_T – ваговий коефіцієнт, який показує важливість досягнення кінцевих умов руху системи (це дає змогу забезпечити прийняте досягнення кінцевих умов руху системи. Як тільки вони будуть досягнуті критерій Тег перетвориться в нуль).

Для того, щоб виконати мінімізацію критерію Ter та Int_{дис}, введемо у розгляд інтегрально-термінальний критерій:

$$Cr = Ter + Int_{nuc}.$$
 (2.11)

Оскільки критерії Тег та Int_{дис} є безрозмірними величинами, то коректність запису (2.11) є виправданою.

Для знаходження величини Cr необхідно мати чисельні значення m_1, m_2, l, g , які відповідають параметрам системи. У даному дослідженні приймаємо припущення, що m_1 = const та l = const. Параметри, при яких виконувались розрахунки коефіцієнтів регулятора K_1, K_2, K_3, K_4 , наведені у табл. 1.

		1 иолиця 1
Параметр	Одиниця вимірювання	Значення
m_1	КГ	4,20·10 ⁴
m_2	КГ	$2,50.10^4$
l	М	$5,00.10^{0}$
$F_{\rm max}$	Н	56,25·10 ⁴
F_{\min}	Н	-56,25·10 ⁴
$\dot{F}_{ m max}$	H/c	4,00.105
$\dot{F}_{ m min}$	H/c	-4,00.105
V	м/с	$1,2.10^{0}$

Tabanna 1

Для мінімізації критерію (2.11) було сформовано деяку функцію (назвемо її MISO-функцією: Multi In – Single Out). Аргументами функції є коефіцієнти K_1, K_2, K_3, K_4 . Певному набору чисельних значень цих аргументів відповідає певна величина критерію Cr. Надалі необхідно знайти такий набір аргументів, при яких MISO-функція набуває мінімуму. Для цієї задачі використано модифікований метод рою часток ME-D-PSO [12]. Дамо пояснення роботи алгоритму ME-D-PSO при його засто-суванні для розв'язування даних задач.

Робота алгоритму ME-D-PSO має ітераційний характер. На початку роботи алгоритму виконується ініціалізація рою – певної множини часточок, кожна з яких знаходиться у просторі значень коефіцієнтів K_1, K_2, K_3, K_4 . Надалі виконуються ітерації алгоритму. На кожній ітерації кожна частинка переходить у нове положення у просторі значень коефіцієнтів K_1, K_2, K_3, K_4 . Рух кожної частинки описують наступні правила (для спрощення викладок у рівняннях не вказані індекси частинок):

$$v_{j} = wv_{(j-1)} + c_{1}r_{1}(p_{(j-1)} - x_{(j-1)}) + c_{2}r_{2}(g - x_{(j-1)});$$

$$x_{j} = x_{(j-1)} + v_{j},$$
(2.12)

де x – вектор координат положення частинки; v – вектор координат швидкості частинки; w – інерційний коефіцієнт, який сповільнює рух частинки; c_1 і c_2 – когнітивний та соціальний коефіцієнти, відповідно; r_1 , r_2 – випадкові числа, які рівномірно формуються на інтервалі $0 \div 1$; p – вектор координат найкращого значення MISO-функції, яке частинка знайшла протягом j попередніх ітерацій (персональний найкращий); g – вектор координат найкращого значення функцій, який був знайдений роєм на j попередніх ітераціях (глобальний найкращий); j – номер поточної ітерації алгоритму ($j \in (\overline{1, J})$); J – загальна кількість ітерацій.

Після застосування виразів (2.12) р та д оновлюються за наступними формулами:

$$p_j = x_j,$$
 якщо $f(x_j) < f(p_j);$
 $g_j = p_j,$ якщо $f(p_j) < f(g_j),$ (2.13)

де f – позначення MISO-функції.

Описаний алгоритм (PSO) у деяких випадках має схильність збігатись до локальних мінімумів MISO-функції. Для того, щоб усунути вказаний недолік, у роботі [12] було запропоновано модифікацію ME-D-PSO, яка полягає у реініціалізації рою у випадку його низької ефективності пошуку мінімуму та забезпечення високої різноманітності рою. Перший механізм полягає у моніторингу зменшення величини p від ітерації до ітерації та реініціалізації рою, коли відносне зменшення величини p стає менше, ніж наперед задане (у розрахунках ця велична прийнята рівною 0,02). Механізм забезпечення високої різноманітності рою полягає у тому, що на кожній ітерації величини w, c_1 та c_2 змінюються у межах $0,1 \div 2$ випадковим чином. Обидва механізми до-

зволяють ефективно локалізувати глобальний мінімум критерію (2.11). Це добре видно на рис. 2, де наведено графік зменшення критерію Сг протягом процедури оптимізації. Як видно з рис. 2, на початку роботи алгоритму ME-D-PSO значення критерію Сг досить великі. Однак, вони поступово зменшуються і на 75-й ітерації алгоритм ME-D-PSO знаходить такі значення коефіцієнтів K_1, K_2, K_3, K_4 , при яких критерій Сг набуває мінімуму.



У результаті застосування методу ME-D-PSO отримано коефіцієнти для різних режимів руху системи: для повного циклу $K_1 = 3,171 \cdot 10^5$, $K_2 = -1 \cdot 10^6$, $K_3 = -1 \cdot 10^6$, $K_4 = 2,127 \cdot 10^6$; для гальмування $K_1 = -1,138 \cdot 10^5$, $K_2 = -4,993 \cdot 10^5$, $K_3 = -8,963 \cdot 10^5$, $K_4 = 6,294 \cdot 10^4$; для розгону $K_1 = -3,451 \cdot 10^4$, $K_2 = 9,988 \cdot 10^6$, $K_3 = -1 \cdot 10^6$, $K_4 = 3,114 \cdot 10^6$. Проілюструємо отримані результати.

На рис. 3 наведено графік потужності (чорна лінія) та рушійного зусилля (сіра лінія) крану під час режиму гальмування. З цього графіка видно, що значення потужності різко змінюються. Виключенням є тільки період з 1с до 2с, коли рушійне зусилля та потужність приводу механізму переміщення крана дорівнюють нулю, що відповідає руху механічної системи по інерції (при цьому привод крана відключений від мережі живлення). Рушійне зусилля наростає та спадає із кінцевою швидкістю, що відповідає обмеженню (1.7) та забезпечує можливість практичної реалізації оптимального режиму руху системи.



Puc. 3



На рис. 4 зображено фазовий портрет маятникових коливань вантажу на гнучкому підвісі під час процесу гальмування. Як видно з рис. 4, при гальмуванні присутні незначні відхилення канату з вантажем від вертикалі. Графік має замкнену форму: це означає, що коливання вантажу на гнучкому підвісі в кінці гальмування припиняються. Аналогічна форма характерна для інших режимів руху механічної системи.

На рис. 5 наведено графік зміни потужності та зусилля за повний цикл переміщення системи з підвішеним на гнучкому підвісі вантажем. На графіку видно, що потужність та рушійне зусилля мають знакозмінний характер. Практична реалізація такого закону вимагає застосування рекуперативного гальмування, що може бути виконано із використанням сучасних частотно-керованих приводів. Характер зміни рушійного зусилля є доволі плавним, що позитивно відображається на довговічності приводу та металоконструкції крану.



З рис. 6 видно, що на початку руху швидкість крана значно зростає. Вона перевищує усталену швидкість, що є недоліком даного режиму руху, оскільки при цьому з мережі споживається додаткова енергія на збільшення кінетичної енергії руху системи.



Puc. 6

Результати моделювання руху динамічної системи при оптимальних керуваннях у вигляді зворотного зв'язку представлено у табл. 2.

7	7 <i></i>	ົ
1	аолиця	4

Показник	Одиниця виміру	Повний цикл переміщення	Розгін	Гальмування
Екстремальні показники:	кВт	69,28	63,34	-59,71
потужність	кН	56,25 (-56,25)	56,25	-56,25
рушійне зусилля				
відхилення вантажу від вертикалі	М	0,925	0,723	0,722
Середньоквадратичні показники:	кВт	25,28	21,18	26,93
потужність	кН	31,10	40,63	40,39
рушійне зусилля				
відхилення вантажу від вертикалі	М	0,371	0,413	0,413
Тривалість руху	с	10,47	3,22	3,19

Як видно з табл. 2, під час повного циклу переміщення крана з вантажем максимальне відхилення вантажу не перевищує 0,925 метра. При розгоні та гальмуванні ці цифри менші. Отже, у випадку, коли критичним є саме цей показник, доцільно використовувати оптимальне керування для двох режимів: розгону та гальмування.

Показники максимальної (за модулем) потужності для різних режимів різняться між собою. Більше значення відповідає повному циклу переміщення системи, що також дає підстави рекомендувати застосовувати дворежимне оптимальне керування.

З іншої сторони, за середньоквадратичними величинами рушійного зусилля та відхилення вантажу від вертикалі повний цикл переміщення є кращим. Це, однак, пояснюється його більшою тривалістю.

Висновок.

У роботі знайдено розв'язок задач оптимального керування рухом системи «кран – вантаж», що забезпечує усунення коливань вантажу, мінімізацію енерговитрат та максимальну швидкодію руху системи. Задачі розв'язані для трьох випадків: розгону, гальмування, повного циклу переміщення. Розв'язки знайдено у формі зворотного зв'язку, що дозволяє враховувати фактори, які не були відображені у математичній моделі (наприклад, вітрові збурення) та забезпечує певний рівень робастності керування. В рамках даної роботи це питання не було досліджено. Однак, це стане предметом подальших досліджень авторів.

Основою для розв'язання задач стала методика їх зведення до задачі мінімізації MISO-функції без обмежень. Для цього було розроблено узагальнений критерій оптимізації. Мінімізація критерію виконана із використанням модифікованого методу рою часточок ME-D-PSO. Проаналізовано динаміку руху системи «кран – вантаж». Функція рушійного зусилля для всіх варіантів виходить на обмеження щодо максимальної величини (56,25 кН) і не перевищує його. Крім того, швидкість наростання зусилля є кінцевою, що також відповідає обмеженню (400 кН/с) і дає підстави для практичної реалізації оптимального керування. Для всіх варіантів маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі у кінці руху відсутні.

Подальші дослідження у цьому напрямку полягають у врахуванні інших обмежень на кінематичні, енергетичні та динамічні характеристики руху системи. Крім того, необхідно у оптимізаційному критерії враховувати інші показники руху системи (амплітуду коливань маятника, середньоквадратичне значення рушійного зусилля тощо).

РЕЗЮМЕ. Сформульовано задачі оптимального керування рухом механічної системи «кран – вантаж» для трьох випадків: розгону, гальмування та повного циклу руху. У постановках використано обмеження на величину рушійного зусилля та швидкість його зміни в часі. Для знаходження розв'язку задач виконано їх дискретизацію. Розв'язки отримано у вигляді зворотного зв'язку із використанням модифікованого методу рою часточок ME-D-PSO. Проведено аналіз отриманих результатів за екстремальними та середньоквадратичними показниками, а також тривалістю руху.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: система «кран – вантаж», оптимізація, обмеження, зворотний зв'язок.

- 1. Іваненко О.І., Приходько Л.О. Дослідження руху вантажопідйомних кранів під дією вітрових навантажень // Підйомно-транспортна техніка. 2016. N 4. С. 72 77.
- 2. *Aktas A*. LMI-based design of an I-PD+PD type LPV state feedback controller for a gantry crane // Trans. of the Institute of Measurement and Control. -2018. **41**. P. 1640 1655.
- 3. Andreev A.S., Peregudova O.A. Nonlinear controllers in the problem of stabilizing the position of a holonomic mechanical system // Applied Mathematics and Mechanics. 2018. 82, N 2. P. 156 176.
- 4. Azmi N.I.M. Optimization of the PID-PD parameters of the overhead crane control system by using PSO algorithm // MATEC Web of Conferences. 2018. **3**. P. 1 8.
- Diep D.V., Khoa V.V. PID-Controllers Tuning Optimization with PSO Algorithm for Nonlinear Gantry Crane System // Int. J. of Engineering and Computer Sci. – 2014. – 3, N 6. – P. 6631 – 6635.
- Huasen L. Using the Bezier Curve and Particle Swarm Optimization in Trajectory Planning for Overhead Cranes to Suppress the Payloads' Residual Swing // Math. Problems in Engng. – 2018. – P. 1–13.
- Jaafar H.I. Efficient control of a nonlinear double-pendulum overhead crane with sensorless payload motion using an improved PSO-tuned PID controller // J. Vibration and Control. – 2018. – 25, N 4. – P. 907 – 921.
- Larin V.B. Improving the Reliability of the Control System of a Quadcopter // Int. Appl. Mech. 2018. 54, N 4. – P. 95 – 104
- 9. Loveikin V.S., Romasevich Y.A. Closed-loop optimal control of a system "trolley payload" // UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engng. 2019. 81, N 2. P. 5 12.
- 10. Loveikin V.S., Romasevich Y.A., Khoroshun A.S., Shevchuk A.G. Time-Optimal Control of a Simple Pendulum with a Movable Pivot. Part 1 // Int. Appl. Mech. 2018. 54, N 3. P. 358 365.
- 11. Loveikin V.S., Romasevich Y.A., Khoroshun A.S., Shevchuk A.G. Time-Optimal Control of a Simple Pendulum with a Movable Pivot. Part 2 // Int. Appl. Mech. 2020. 56, N 3. P. 208 215.
- 12. Romasevich Y.A., Loveikin V.S., Makarets V.V. Optimal Constrained Tuning of PI-Controllers via a New PSO-Based Technique // Int. J. of Swarm Intelligence Research. 2020. 11. P. 129 142.
- 13. *Scherbakov V.S.* Suppression of load's pendular oscillations of a bridge crane with the relay drive at the minimum number of turning on // Vestnik SibADI. 2015. N 4. P. 88 94.
- Shestaka A. Proposals for a cargo anti-sway method using motor torque control // Computational Problems of Electrical Engng. – 2018. – 8. – P. 88 – 94.
- Tunik A.A., Nadsadnaya O.I. A Flight Control System for Small Unmanned Vehicle // Int. Appl. Mech. 2018. – 54, N 2. – P. 134 – 144.
- Zhe S. Designing and Optimization of Fuzzy Sliding Mode Controller for Nonlinear Systems // Computers, Materials and Continua. – 2019. – 61. – P. 119 – 128.
- Zhenyan W. On PSO Based Fuzzy Neural Network Sliding Mode Control for Overhead Crane // School of Electronics and Information Engineering / Taiyuan University of Sci. and Technology. – 2016. – 7. – P. 563 – 572.

Надійшла 09.03.2021

Затверджена до друку 09.12.2021

102