

М. О. Бабешко, В. Г. Савченко

ПРО РІЗНІ ВАРІАНТИ ВРАХУВАННЯ РОЗПУШЕННЯ В ТЕОРІЇ
ПЛАСТИЧНОСТІ ІЗОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ

*Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: plast@inmech.kiev.ua*

Abstract. Two variants of constitutive equations taking into account the stress-state form and loosening of material during the elastic-plastic deformation processes are considered. The first constitutive equations contain two nonlinear dependences between the first invariants of the stress and strain tensors and the second deviator invariants as well as the stress deviator third invariant. The second constitutive equations use the equivalence stress containing the first and second invariant of the stress tensor. The published in literature experimental data for the pipe-like samples from the isotropic materials under tension, compression, torsion, and internal pressure are used for the estimation of loosening.

Key words: elastic-plastic deformation process, constitutive equations, stress deviator invariant, plastic loosening of material.

Вступ.

Оптимізація параметрів сучасних конструкцій та їх відповідальних елементів можлива лише при розвитку і вдосконаленні методів розрахунків, які базуються на теоріях деформування, що враховують залежність властивостей матеріалів від реальних режимів роботи конструкцій. Врахування пластичного деформування в багатьох випадках дає можливість знайти додаткові ресурси міцності конструкцій. Класичні теорії пластичності [4, 5, 21, 31] використовують положення, які відображають ідеальні уявлення про властивості конструкційних матеріалів, а саме закон пружної зміни об'єму і незалежність зв'язку між другими інваріантами девіаторів напружень і деформацій від виду напруженого стану. Таким чином, як одна з основних гіпотез в класичних теоріях пластичності використовується гіпотеза про лінійну залежність між першими інваріантами тензорів напружень та деформацій. Інше формулювання цієї гіпотези – за рахунок пластичної деформації зміни об'єму не відбувається. Ця гіпотеза вважається обґрунтованою експериментальними дослідженнями значної кількості конструкційних матеріалів. Проте відомі дослідження, в яких ця гіпотеза не використовується. Про пластичне збільшення об'єму в області великих деформацій згадано в [6]. В [7] також стверджується, що будь-яка пластична деформація супроводжується залишковим монотонним збільшенням об'єму. Припущення про пластичне збільшення об'єму теоретично підтверджено при використанні асоційованого закону течії та кількох відомих [20, 23, 29] критеріїв текучості. При цьому тіло вважається системою великої кількості елементів [19, 23, 29], між якими існує значне зчеплення і які при збільшенні навантаження поступово переходять в пластичний стан. Залишкове збільшення об'єму трактується як утворення в тілі мікропорожнин, тобто як пластичне розпушення, за рахунок якого відбувається незворотне пошкодження матеріалу. Зауважимо, що інший напрямок уявлень про руйнування структури матеріалу базується на кінематичній теорії повзучості [9], оснований на способах накопичення пошкоджень при зростанні непружних деформацій. Розглянуті в [7] критерії текучості було

узагальнено і в усіх випадках показано, що при появі пластичних складових компонент деформації з'являється середня пластична деформація $\varepsilon_0^{(p)} \neq 0$. В [7] відзначено, що є випадок навантаження, коли пластичне збільшення об'єму має значний практичний інтерес – у випадку циклічного знакозмінного навантаження. В цьому випадку величина пластичної деформації зростає пропорційно числу циклів і при значній кількості останніх може досягнути значної величини, незважаючи на незначне пластичне збільшення об'єму в окремому циклі. В [1, 10] розглянуто пластичне збільшення об'єму при циклічних навантаженнях та в умовах повзучості. З використанням експериментальних даних показано [10], що при циклічному навантаженні знакозмінним крученням трубчастих зразків з алюмінієвого сплаву величина $\varepsilon_0^{(p)} \neq 0$ досягає значень 0,2 – 0,4%.

На відміну від [1, 7, 10], в деяких дослідженнях [2, 3, 26 – 28] запропоновано варіанти теорії пластичності, в яких прийнята гіпотеза про наявність залишкового збільшення об'єму при початковому навантаженні за межами пружності. Це стосується матеріалів, властивості яких залежать від виду напруженого стану (ВНС). В даній роботі розглянемо два експериментально обґрунтовані варіанти теорії пластичності, які припускають можливість пластичного збільшення об'єму, і для підтвердження такої можливості скористаємось результатами теоретичних та експериментальних досліджень, опублікованих в [2, 3, 26 – 28].

В [26 – 28] розвинуто теорію термопластичного деформування, яка враховує ВНС. Визначальні рівняння цієї теорії містять дві нелінійні залежності, одна з яких здійснює зв'язок між другими інваріантами девіаторів напружень і деформацій, температурою та кутом ВНС [4] (кутом подібності девіаторів [9]), а друга – між першими інваріантами відповідних тензорів, температурою та кутом ВНС. Оскільки між середнім напруженням та середньою пружною деформацією зв'язок лінійний, то нелінійність залежності між першими інваріантами тензорів напружень та повних деформацій обумовлена наявністю пластичної складової середньої деформації $\varepsilon_0^{(p)} \neq 0$.

В [2, 3] запропоновано і експериментально обґрунтовано для сірого чавуну теорію пластичності для опису процесів деформування різноопірних тіл, з рівнянь якої випливає, що при деформуванні матеріалу за межами пружності $\varepsilon_0^{(p)} \neq 0$.

Користуючись наведеними в [2, 3, 26 – 28] визначальними рівняннями та експериментальними даними для конкретних матеріалів, оцінимо величину пластичного збільшення об'єму при початковому навантаженні.

§1. Оцінка величини пластичного збільшення об'єму з врахуванням залежності властивостей матеріалів від виду напруженого стану.

Різні варіанти теорії пластичності необхідні для визначення зміщень, компонентів деформацій і напружень в елементах конструкцій, які працюють за межами пружності матеріалів, що мають специфічні властивості порівняно з традиційними матеріалами. Для цього при формулюванні рівнянь теорії пластичності, які описують деформування попередньо ненапруженого ізотропного матеріалу тільки при силовому навантаженні вздовж траєкторій у вигляді ліній малої кривизни з урахуванням ВНС, було використано загальноновживані припущення, а саме:

1) тензори напружень σ_{ij} і деформацій ε_{ij} є сумами відповідних девіаторів і кульових тензорів, тобто

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma_0 \delta_{ij}, \quad \sigma_0 = \sigma_{ii} / 3; \quad \varepsilon_{ij} = e_{ij} + \varepsilon_0 \delta_{ij}, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_{ii} / 3, \quad (1.1)$$

де s_{ij} і e_{ij} – компоненти девіаторів напруження і деформації, відповідно; σ_0 і ε_0 – середні напруження та деформація, відповідно; $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$;

2) компоненти тензора і девіатора деформацій є сумами відповідних пружних $\varepsilon_{ij}^{(e)}$, $e_{ij}^{(e)}$ і пластичних $\varepsilon_{ij}^{(p)}$, $e_{ij}^{(p)}$ складових, тобто $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(e)} + \varepsilon_{ij}^{(p)}$; $e_{ij} = e_{ij}^{(e)} + e_{ij}^{(p)}$;

3) для пружних складових деформації має місце узагальнений закон Гука;

4) диференціали пластичних складових девіатора деформацій пропорційні компонентам девіатора напружень.

Ці рівняння мають вигляд [26]

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + (K - 2G)\varepsilon_0\delta_{ij} - \sigma_{ij}^*, \quad (1.2)$$

де

$$K = \frac{2G(1+\nu)}{1-2\nu}, \quad (1.3)$$

G і ν – модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу.

Додаткові напруження σ_{ij}^* мають вигляд

$$\sigma_{ij}^* = 2Ge_{ij}^{(p)} - [F_1(\varepsilon_0, \omega_\sigma) - K\varepsilon_0]\delta_{ij}, \quad (1.4)$$

де компоненти девіатора пластичних складових деформації $e_{ij}^{(p)}$ визначаємо як суми їх приростів $\Delta e_{ij}^{(p)}$ в кінці N -го етапу

$$e_{ij}^{(p)} = \sum_{k=1}^N \Delta_k e_{ij}^{(p)}. \quad (1.5)$$

Приріст $\Delta_k e_{ij}^{(p)}$ на довільному k -му етапі навантаження визначаємо за формулою

$$\Delta_k e_{ij}^{(p)} = \left\langle \frac{s_{ij}}{S} \right\rangle_k \Delta_k \Gamma^{(p)}, \quad (1.6)$$

де $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0\delta_{ij}$; S – інтенсивність дотичних напружень,

$$S = \left(\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{1/2}, \quad (1.7)$$

$\Delta_k \Gamma^{(p)}$ – приріст на k -му етапі інтенсивності пластичних деформацій зсуву

$$\Gamma^{(p)} = \sum_{k=1}^N \Delta_k \Gamma^{(p)}. \quad (1.8)$$

Кутові дужки в (1.6) означають середнє за етап значення величини в них.

Через F_1 в (1.4) позначено нелінійну залежність

$$\sigma_0 = F_1(\varepsilon_0, \omega_\sigma), \quad (1.9)$$

де ω_σ – кут ВНС, який визначаємо за формулою [4, 26]

$$\omega_\sigma = \frac{1}{3} \arccos \left[-\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{I_3(D_\sigma)}{S^3} \right] \quad \left(0 \leq \omega_\sigma \leq \frac{\pi}{3} \right). \quad (1.10)$$

В (1.10) $I_3(D_\sigma)$ – третій інваріант девіатора напружень

$$I_3(D_\sigma) = |s_{ij}|.$$

Як видно з (1.10), кут ω_σ визначається через компоненти напружень, на відміну від параметра Лоде [22], який визначається через головні напруження. Цей кут пов'язаний з параметром Лоде μ_σ тригонометричною залежністю [4] і між ними існує така

відповідність: при розтязі $\omega_\sigma = \pi/3$, $\mu_\sigma = -1$; при рівності головних напружень $\sigma_1 = \sigma_2$, $\omega_\sigma = 0$, $\mu_\sigma = 1$; при зсуві або співвідношенні головних напружень $2\sigma_1 = \sigma_2$, $\omega_\sigma = \pi/6$, $\mu_\sigma = 0$.

Приріст $\Delta_k \Gamma^{(p)}$ визначаємо з використанням припущення про існування залежності

$$S = F_2(\Gamma, \omega_\sigma) \quad (1.11)$$

між інтенсивністю дотичних напружень S (1.7), інтенсивністю деформацій зсуву Γ і кутом ВНС ω_σ (1.10). Для конкретизації залежностей (1.9), (1.11) використовують [26 – 28] результати експериментів на пропорційне навантаження трубчастих зразків розтягуючим осьовим зусиллям та рівномірним внутрішнім тиском при кількох постійних значеннях кута $0 \leq \omega_\sigma \leq \pi/3$.

При конкретизації залежності (1.11) припускаємо, що

$$\Gamma = \frac{S}{2G} + \Gamma^{(p)}. \quad (1.12)$$

Обчислення залежностей (1.9), (1.11) детально описано в [17, 26 – 28].

Наведені визначальні рівняння мають такий же вигляд, як і співвідношення теорії процесів деформування вздовж траєкторій малої кривизни [11], лінеаризовані методом додаткових напружень [11, 14, 15, 24, 25, 30] і відрізняються лише конкретизацією додаткових напружень σ_{ij}^* (1.4), яка здійснюється з використанням нелінійних залежностей (1.9) і (1.11). В роботах [18, 24] розглянуто варіант використання даних визначальних рівнянь у випадку, коли залежність (1.9) приймається лінійною $\sigma_0 = K\varepsilon_0$, тобто розпушення не враховується; тоді у визначальних рівняннях залишається лише залежність (1.11), що містить кут ВНС ω_σ (1.10). Заміна нелінійної залежності (1.9) на лінійну спрощує розрахунки при розв'язанні крайових задач з використанням даних визначальних рівнянь, але необхідно оцінити величину розпушення і визначити, коли ним можна знехтувати.

Розглянемо експериментальні дані, які наведені в роботі [27], і визначимо $\varepsilon_0^{(p)}$ в процесах розтягу $\omega_\sigma = \pi/3$ (табл. 2 статті [27]), розтягу та внутрішнього тиску $\omega_\sigma = \pi/6$ (табл. 5 статті [27]), внутрішнього тиску $\omega_\sigma \approx 0$ (табл. 4 статті [27]). Умови проведення експериментальних досліджень сталі X18H10T на трубчастих зразках описано в [26 – 28]; значення її модуля пружності – $E = 1,92 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона – $\nu = 0,27$. В експериментах з внутрішнім тиском визначались значення осьової та колової деформацій, а радіальна деформація була обчислена наближено. В даній роботі, на відміну від [27], радіальну деформацію наближено обчислено за формулою

$$\varepsilon_{rr} = -\frac{\nu^*}{1-\nu^*} (\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{\varphi\varphi}), \quad (1.13)$$

де ν^* – коефіцієнт поперечної деформації. Його вважаємо залежним від інтенсивності дотичних напружень і цю залежність визначаємо за результатами експерименту на розтяг. Таким чином, для обчислення $\varepsilon_0^{(p)}$ використано значення відомих з експерименту осьової та колової деформацій, обчисленої радіальної деформації (1.13) та закону Гука для пружних складових деформацій. В табл. 1 наведено залежності $\sigma_0 \sim \varepsilon_0^{(p)}$ для процесів з різними постійними значеннями кута ВНС. Значення $\varepsilon_0^{(p)}$ при $\omega_\sigma = \pi/6$ та $\omega_\sigma \approx 0$ є наближеними.

Таблиця 1

$\omega_\sigma = \pi/3$		$\omega_\sigma = \pi/6$		$\omega_\sigma \approx 0$	
σ_0 , МПа	$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^4$	σ_0 , МПа	$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^4$	σ_0 , МПа	$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^4$
64,1	0	167	0,2	157,8	0
83,7	0	193,6	4,4	168,8	0
112,2	8,3	215,6	6,8	186,8	1
119,6	6,4	232,9	14,9	205,8	7,8
127,3	7,3	233,1	17,5	220,5	10,7
132,4	10,2	237,5	18,2	276,7	15,0
139,1	10,3	240,6	20,2	286,0	22,7
144,9	16,2	246,9	27,6	297,0	23,3
158,0	23,6	249,7	31,5	305,6	29,0
174,4	60,1	252,9	33,4	317,7	42,0
178,9	81,9	259,6	33,3	325,8	52,3
181,1	89,2	262,8	37,5	332,5	62,0
184,6	138,8	264,4	39,5	342,0	82,2
188,5	205,0	267,8	46,1	348,8	93,7
		272,1	52,5	356,0	115,9
				364,6	144,5
				367,7	160,8
				372,2	185,3
				374,7	199,2

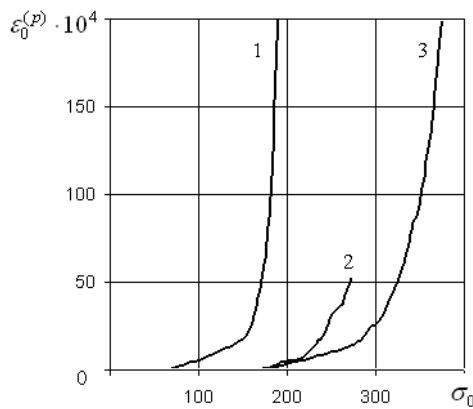


Рис. 1

Залежності $\varepsilon_0^{(p)} \sim \sigma_0$, що відповідають даним табл. 1, для наочності зображено на рис. 1 у вигляді ліній 1 ($\omega_\sigma = \pi/3$), 2 ($\omega_\sigma = \pi/6$), 3 ($\omega_\sigma \approx 0$). З рис. 1 видно, що вони залежать від кута ВНС. В області малих деформацій значення $\varepsilon_0^{(p)}$ досягають величин 0,2% – 0,3%.

Обчислені значення $\varepsilon_0^{(p)}$ для процесу, експериментальні дані для якого одержано [11] в процесі деформування трубчастих зразків зі сплаву ЕІ 437 розтягуючим зусиллям та крутним моментом, приведено в табл. 2.

Таблиця 2

σ_{zz} , МПа	$\sigma_{\varphi z}$, МПа	$\varepsilon_{zz} \cdot 10^4$	$\varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{rr} \cdot 10^4$	$\varepsilon_{\varphi z} \cdot 10^4$	σ_0 , МПа	$\varepsilon_0 \cdot 10^4$	$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^4$
559,6	0	28,6	-7,5	0	186,5	4,5	0
612,4	0	62,4	-19,4	0	204,1	7,8	0
650,3	11,2	134,1	-37,9	0,5	216,8	19,4	14,2
650,3	82,4	147,7	-42,5	6,9	216,8	20,9	15,6
650,3	161,6	197,7	-63,0	42,2	216,8	23,9	18,6
650,3	176,0	229,5	-73,6	60,7	216,8	27,5	22,2
650,3	196,6	259,8	-84,2	77,0	216,8	30,5	25,2
650,3	202,0	290,0	-95,4	94,5	216,8	33,1	27,9
650,3	228,5	411,7	-152,7	162,2	216,8	35,4	30,2
650,3	231,7	440,5	-163,9	178,9	216,8	37,6	32,3

З табл. 2 видно, що величина $\varepsilon_0^{(p)}$ зростає при збільшенні крутного моменту і постійному значенні осевого зусилля.

На основі визначальних рівнянь (1.2) та їх спрощеної форми, коли залежність (1.9) прийнята лінійною, розроблено методи послідовних наближень для визначення термопружнопластичного стану осесиметричних тонкостінних та просторових тіл [12,

13, 16, 24] і розв’язано ряд крайових задач. Розрахункова практика показала, що в багатьох випадках нехтування величиною $\varepsilon_0^{(p)}$ мало впливає на результати визначення напружено-деформованого стану тіла.

Наведемо приклад процесу, в якому нехтування величиною $\varepsilon_0^{(p)}$ може привести до значного відхилення величин деформацій від тих значень, які одержано з урахуванням $\varepsilon_0^{(p)}$. Розглянемо процес навантаження трубчастого зразка (тонкостінної циліндричної оболонки) осьовим зусиллям та внутрішнім тиском, які на 9 етапах навантаження задано наступними значеннями:

номер етапу	1;	2;	3;	4;	5;	6;	7;	8;	9;
$N_z^* \cdot 10^{-3}$, Н/м	745;	1489;	1769;	1999;	2297;	2347;	2436;	2493;	4696;
q_r^* , МПа	1490;	2959;	3538;	3991;	4577;	4673;	4853;	4982;	4780.

При заданих умовах навантаження значення компонент деформації можна визначити, користуючись розробленою методикою розв’язування осесиметричних задач пластичності для тонких оболонок з урахуванням ВНС. При цьому задаються граничні умови на торцях оболонки, що забезпечують однорідний напружено-деформований стан. Але, оскільки дана задача статично визначена, компоненти деформацій визначаються навантаженнями і їх можна обчислити безпосередньо з визначальних рівнянь. Було виконано розрахунки (1 – 3) компонент деформації з використанням рівнянь (1.2): (1) – що містять дві нелінійні залежності; (2) – спрощеного варіанту рівнянь (1.2), в якому нелінійна залежність (1.9) замінена лінійною; (3) – з використанням теорії процесів малої кривизни, тобто не враховується залежність від ВНС. Результати цих розрахунків наведено в табл. 3.

Таблиця 3

Номер етапу	$\varepsilon_{zz} \cdot 10^5$			$\varepsilon_{\varphi\varphi} \cdot 10^5$			$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^5$
	ТПВНС (1)	спрощені р-ня (2)	ТПМК (3)	ТПВНС (1)	спрощені р-ня (2)	ТПМК (3)	
1	18	18	18	67	67	67	0
2	38	37	38	309	308	571	2
3	62	44	46	624	605	1533	18
4	101	50	52	1496	1444	2487	51
5	192	62	63	4096	3966	4633	130
6	233	66	66	5247	5077	5014	167
7	302	72	70	6671	6439	5848	230
8	354	74	72	7708	7426	6451	280

З табл. 3 видно, що нехтування величиною $\varepsilon_0^{(p)}$ призводить до значного відхилення значень осьової деформації від відповідних значень, одержаних з урахуванням $\varepsilon_0^{(p)}$. Це пояснюється тим, що в даному процесі деформування величини осьової деформації і розпушення одного порядку. Також зауважимо, що з одержаних результатів з використанням теорії процесів малої кривизни видно, що вони значно відрізняються від відповідних значень, одержаних з урахуванням ВНС та $\varepsilon_0^{(p)}$.

§2. Оцінка величини пластичного збільшення об’єму при непружному деформуванні різноопірних матеріалів.

В роботах [2, 3] запропоновано визначальні рівняння для опису процесів пропорційного навантаження різноопірних ізотропних матеріалів. При формулюванні рівнянь введено еквівалентне напруження σ_e у вигляді

$$\sigma_e = BI_1 + \sigma_2, \quad (2.1)$$

де

$$\sigma_2 = [AI_1^2 + 4CI_2]^{1/2}, \quad (2.2)$$

I_1 і I_2 – перший і другий інваріанти тензора напружень; A, B, C – постійні величини, що підлягають визначенню за результатами експериментів на розтяг, стиск та кручення зразків з матеріалу, що досліджується. При використанні асоційованого закону течії та припущення про пропорційність навантаження одержано [2, 3] аналітичні вирази для пластичних складових компонент деформації, а для пружних складових, як і в попередніх рівняннях, прийнято закон Гука. Сформульовані в [2, 3] визначальні рівняння можуть бути записані у вигляді (1.2), де додаткові напруження σ_{ij}^* мають вигляд

$$\sigma_{ij}^* = 2G \left(\varepsilon_{ij}^{(p)} + \frac{3\nu}{1-2\nu} \varepsilon_0^{(p)} \delta_{ij} \right), \quad (2.3)$$

а пластичні складові деформацій визначаються за формулами [2]

$$\varepsilon_{ij}^{(p)} = \nu(\sigma_e) \left[\frac{(A-2C)I_1\delta_{ij} + 2C\sigma_{ij}}{\sigma_2} + B\delta_{ij} \right]; \quad (2.4)$$

$$\nu(\sigma_e) = \sigma_e^n. \quad (2.5)$$

Показник степені n в (2.5), як і постійні A, B, C , що входять до (2.2), (2.4), визначаємо з експериментальних даних. З (2.4) одержуємо $\varepsilon_0^{(p)} = \varepsilon_{ii}^{(p)} / 3$, тобто

$$\varepsilon_0^{(p)} = \nu(\sigma_e) \left[\frac{(A-4C/3)I_1}{\sigma_2} + B \right]. \quad (2.6)$$

Скориставшись формулами (2.4) – (2.6) та експериментальними даними [3, 8], одержимо значення компонент деформації в процесах розтягу, стиску та кручення та при їх комбінованій дії. Нижче в табл. 4 наведено обчислені значення середньої пластичної деформації в цих процесах.

Таблиця 4

розтяг		стиск		Стиск+кручення	
σ_0 , МПа	$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^4$	$ \sigma_0 $, МПа	$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^4$	$ \sigma_0 $, МПа	$\varepsilon_0^{(p)} \cdot 10^4$
16,5	0	32,1	0	4,9	0
22,0	0,1	51,0	0,3	7,3	0,3
30,3	0,6	71,0	1,6	9,7	1,2
35,7	1,4	82,3	3,1	13,3	4,8
41,3	2,7	103,0	7,8	15,7	9,9
46,7	4,5	122,0	16,8	15,9	13,6
52,3	7,4	135,0	25,8	17,6	16,2
54,7	9,0	160,0	55,7	18,3	19,0

В експериментах середня пластична деформація не замірялась, тому достовірність розрахунку будемо вважати такою ж, як і достовірність обчислених за допомогою тих же формул (2.4) – (2.6) повних деформацій, які можна порівняти з експериментальними значеннями. При розтязі обчислені за формулами (2.4) – (2.6) максимальні значення осьових деформацій відрізняються від експериментальних не більше ніж на 5%; при стиску – на 2,4%; при комбінованому навантаженні (стиск + кручення) – на 2%. На рис. 2 зображено залежності $\varepsilon_0^{(p)} \sim \sigma_0$ у вигляді кривих 1 – при розтязі; 2 – стиску; 3 –комбінованій дії стиску та кручення. З рис. 2 видно, що одержані залежності $\varepsilon_0^{(p)} \sim \sigma_0$ в розглянутих процесах навантаження залежать від виду навантаження. Зауважимо, що в розглянутих процесах максимальні значення компонент деформації не

перевищують 5%; максимальні значення $\varepsilon_0^{(p)}$ мають порядок величин, якими можна знехтувати порівняно зі значеннями компонент деформації в цих процесах. Останнє зауваження підтверджується розрахунками [19] компонент деформації в цих процесах з використанням спрощених рівнянь теорії пластичності [18], що враховують ВНС за рахунок залежності (1.11), але не враховують $\varepsilon_0^{(p)}$.

Висновки.

З використанням описаних в літературі експериментальних даних, одержаних на трубчастих зразках при розтязі, стиску, крученні та дії внутрішнього тиску, встановлено, що в області малих деформацій при початковому навантаженні з'являється пластична складова об'ємної деформації (розпушення), яка в розглянутих процесах досягає величини 0,32%.

Пластична складова об'ємної деформації матеріалів, властивості яких залежать від виду напруженого стану, також залежить від виду напруженого стану.

Показано існування процесів деформування, де нехтування пластичною складовою об'ємної деформації може призвести до неправильного визначення компонент деформації. Це має місце в тих процесах, де одна з компонент деформації того ж порядку, що і пластична складова об'ємної деформації.

Розглянуто два варіанти теорії пластичності, які дозволяють наближено враховувати (при початковій температурі) пластичну складову об'ємної деформації. Для більш достовірного врахування явища розпушення необхідне проведення поглиблених і розширених як теоретичних, так і відповідних експериментальних досліджень.

Наукові дослідження, результати яких опубліковано у цій статті, виконано за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка пріоритетних напрямків наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

РЕЗЮМЕ. Розглянуто два варіанти визначальних рівнянь для врахування виду напруженого стану та розпушення матеріалу в процесах пружнопластичного деформування. Одні визначальні рівняння містять дві нелінійні залежності – між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій і другими інваріантами відповідних девіаторів, а також містять третій інваріант девіатора напружень. Другі визначальні рівняння використовують еквівалентне напруження, до якого входять перший і другий інваріанти тензора напружень. Для оцінки розпушення використано опубліковані в літературі експериментальні дані, одержані на трубчастих зразках з ізотропних матеріалів під дією розтягу, стиску, кручення та внутрішнього тиску.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: процес пружнопластичного деформування, визначальні рівняння, інваріант девіатора напруження, пластичне розпушення матеріалу.

1. Волков В.М. Разрыхление металлов и разрушение конструкций машин // Научные проблемы водного транспорта. ВГАВТ (Вестник Волжской государственной академии водного транспорта). Надежность и ресурс. – 2003. – 4. – С. 50 – 68.
2. Золочевский А.А. Вариант теории пластичности материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию, при простых процессах нагружения // Прикл. механика. – 1988. – 24, № 12. – С. 79 – 84.
3. Золочевский А.А., Скелус А.Н., Скелус С.Н. Нелинейная механика деформируемого твердого тела. – Харків: Бізнес Інвестор Груп, 2011. – 720 с.
4. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – Москва: ГИТТЛ, 1956. – 324 с.
5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – Москва: Машиностроение, 1975. – 400 с.
6. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. – Москва: ИЛ, 1954. – 647 с.
7. Новожиллов В.В. О пластическом разрыхлении // Прикл. математика и механика. – 1965. – 29, вып. 4. – С. 681 – 689.

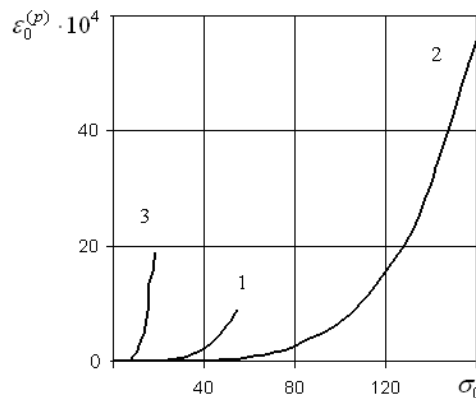


Рис. 2

8. *Паняев В.А.* О деформациях и разрушении полухрупких тел: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Фрунзе, 1970. – 16 с.
9. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. – Москва: Наука, 1979. – 744 с.
10. *Рыбакина О.Г., Сидорин И.С.* Экспериментальные исследования закономерностей пластического разрыхления металлов // Инженерный журнал. МТТ. – 1966, № 1. – С. 120 – 124.
11. *Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г.* Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1992. – 328 с.
12. *Babeshko M.E., Savchenko V.G.* Analyzing Processes of Nonisothermal Loading of Shells of Revolution with Allowance for Repeated Plastic Strain // *Int. Appl. Mech.* – 2017. – **53**, N 6. – P. 639 – 646.
13. *Babeshko M.E., Savchenko V.G.* Allowing for the Third Deviatoric Stress Invariant in Analyzing the Deformation of Thin Shells // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 2. – P. 163 – 171.
14. *Babeshko M.E., Savchenko V.G.* Method of Solving the Problem of Thermoradiation Plasticity for Layered Axisymmetric Bodies Made of Isotropic and Orthotropic Materials // *Int. Appl. Mech.* – 2021. – **57**, N 3. – P. 306 – 319.
15. *Babeshko M.O., Savchenko V.G.* Elastoplastic Axisymmetric Stress-Strain State of Thin Shells Made of Materials with Different Compressive and Tensile Moduli // *Int. Appl. Mech.* – 2021. – **57**, N 4. – P. 414 – 423.
16. *Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N.* Method of Successive Approximations for Solving Boundary-Value Problems of Plasticity with Allowance for the Stress Mode // *Int. Appl. Mech.* – 2010. – **46**, N 7. – P. 744 – 752.
17. *Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N., Tormakhov N.N.* Constitutive Equations of Elastoplastic Isotropic Materials that Allow for the Stress Mode // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 11. – P. 1189 – 1195.
18. *Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N., Tormakhov N.N.* Approximate Description of the Inelastic Deformation of an Isotropic Material with Allowance for the Stress Mode // *Int. Appl. Mech.* – 2010. – **46**, N 2. – P. 139 – 148.
19. *Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N., Tormakhov N.N.* Applicability of the Constitutive Equations Incorporating the Third Deviatoric Stress Invariant to the Description of the Nonlinear Deformation of Coarse-Grained Metal // *Int. Appl. Mech.* – 2015. – **51**, N 4. – P.403 – 407.
20. *Guest J.J.* On the strength of ductile materials under combined stresses // *Philos. Magazine and J. of Sci.* – 1900. – **50**, N 302. – P. 69 – 132.
21. *Hill R.* The Mathematical Theory of Plasticity. – Oxford: Clarendon Press, 1950. – 350 p.
22. *Lode W.* Versuche über den Einfluss der mittleren Hauptspannung auf das Fließen der Metals – Eisen, Kupfer und Nickel // *Z. Physik.* – 1926. – **36**. – S. 913 – 939.
23. *Prandtl L.* Spannungsverteilung in plastischen Körpern // *Proc. of the first Int. Congr. Appl. Mech.* – Delft, 1924. – P. 43 – 54.
24. *Savchenko V.G.* A Method to Study the Nonaxisymmetric Plastic Deformation of Solids of Revolution with Allowance for the Stress Mode // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – **44**, N 9. – P. 975 – 981.
25. *Shevchenko Yu.N., Savchenko V.G.* Three-Dimensional Problems of Thermoviscoplasticity: Focus on Ukrainian Research (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2016. – **52**, N 3. – P. 217 – 271.
26. *Shevchenko Yu.N., Terekhov R.G., Tormakhov N.N.* Constitutive Equations for Describing the Elastoplastic Deformation of Elements of a Body along Small-Curvature Paths in View of the Stress Mode // *Int. Appl. Mech.* – 2006. – **42**, N 4. – P. 421 – 430.
27. *Shevchenko Yu.N., Terekhov R.G., Tormakhov N.N.* Linear Relationship between the First Invariants of the Stress and Strain Tensors in Theories of Plasticity with Strain Hardening // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – **43**, N 3. – P. 291 – 302.
28. *Shevchenko Yu.N., Terekhov R.G., Tormakhov N.N.* Elastoplastic Deformation of Elements of an Isotropic Solid along Paths of Small Curvature: Constitutive Equations Incorporating the Stress Mode // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – **43**, N 6. – P. 621 – 630.
29. *Schleicher F.* Der Spannungszustand an der Fließgrenze // *ZAMM* – 1926. – **6**, N 3. – S. 199 – 216.
30. *Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N.* Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal – Plasticity Problems. In.: «Encyclopedia of thermal Stresses. In. 11 volumes (Ed. R.B.Hetnarski). – New York, Dordrecht: Springer, 2014. Vol. 2, C-D, P. 507-1084». – P. 623 – 630.
31. *Zyczkowski M.* Combined Loadings in the Theory of Plasticity. –Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe – Polish Scientific Publishers, 1981. – 714 p.

Надійшла 16.06.2021

Затверджена до друку 31.05.2022