

В.О.Меньшиков¹, О.В.Меньшиков², О.Ю.Кладова¹

ДО МЕХАНІКИ МІЖМАТЕРІАЛЬНОЇ ТРІЩИНИ ПРИ
НАВАНТАЖЕННІ ХВИЛЕЮ ЗСУВУ В УМОВАХ КОНТАКТУ ЇЇ БЕРЕГІВ

¹Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут»,

вул. Чкалова, 17, 61070, Харків, Україна;

e-mail: v.menshykov @ ukr.net.ua; o.kladova@khai.edu;

²Centre for Micro- and Nanomechanics (CEMINACS),

School of Engineering, University of Aberdeen,

AB24 3UE Aberdeen, Scotland, UK; e-mail: o.menshykov@abdn.ac.uk

Abstract. The study is devoted to the solution of the nonlinear problem for a bimaterial with an interface crack under the action of a harmonic shear wave. The problem is solved numerically by the boundary element method. Computational studies are carried out to analyze the distribution of the displacements of the crack faces and the bonding interface. The results of the analysis of the effects of the frequency of the loading on the crack opening, the length of the contact zone, and contact forces are presented.

Key words: interface crack, harmonic shear wave, boundary element method, contact zone of crack faces, contact forces.

Вступ.

Задачі про тріщину на межі розділу пружних середовищ без урахування контакту берегів при статичному навантаженні зсувом неодноразово розглядалися в роботах (наприклад, в [4, 5]). Аналітична оцінка результатів розгляду цієї проблеми в [4] вказує, що зони розкриття і контакту протилежних берегів тріщини повинні займати половину довжини тріщини. Результати чисельного розв'язування задачі про міжфазну тріщину під дією статичного зсувного навантаження, які викладені в роботах [2, 3, 5 – 9, 23], демонструють, що існує зона контакту розміром від 33% до 42% довжини тріщини, відповідно решта – зона розкриття берегів.

Розв'язанню задач для тіл з міжматеріальними тріщинами при динамічному навантаженні в лінійній постановці присвячено роботи [15, 16], де отримано граничні інтегральні рівняння і виконано тестові розрахунки. В [22] розроблено гранично-інтегральні моделі для опису хвильових полів у кусково-однорідних тілах з тріщинами поза поверхнями розділу матеріалів при гармонічних навантаженнях.

Спробу чисельного дослідження параметрів напружено-деформованого стану біматеріалу з міжфазною тріщиною без урахування контакту берегів (лінійна постановка задачі) при навантаженні хвилею зсуву зроблено в роботах [11, 19]. Отримані результати підтверджують висновки з [2, 7 – 9, 23] про існування контактної взаємодії протилежних берегів міжматеріальної тріщини, однак не мають фізичного сенсу, оскільки на половині довжини тріщини спостережено взаємне проникнення протилежних берегів, що в дійсності неможливо. Останнє свідчить про необхідність враховувати налягання берегів міжматеріальної тріщини, що можливо при нелінійній постановці задачі [1, 10].

В [1] вперше представлено підхід до аналізу задачі механіки тріщин з урахуванням контакту берегів при динамічних навантаженнях. В [12 – 14, 18] реалізовано чи-

сельне розв'язання задач для тріщин в однорідному матеріалі, що перебуває під впливом гармонічного навантаження. Автори робіт [17, 20, 21] реалізували задачу про міжматеріальну тріщину з урахуванням контакту берегів при навантаженні хвилею розтягу-стиску.

Аналіз нелінійної задачі для міжматеріальної тріщини ґрунтується на розробленій в [11, 15, 16] методиці розв'язування лінійних задач для міжфазних тріщин і ідеї дослідження нелінійних задач механіки тріщин [1], що відповідає напрямку наукових досліджень Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ [10]. Автори провели числові дослідження, присвячені виявленню особливостей зсувів берегів міжматеріальної тріщини і прилеглої до неї інтерфейсної поверхні при зміні частоти хвилі зсуву, залежності від частоти навантаження величини розкриття і довжини зони контакту берегів, величини контактних сил, що при цьому виникають.

1. Формулювання задачі.

В площині $R^2 = \{\bar{x} : x_3 = 0\}$ розглянемо плоску деформацію двох лінійно-пружних напівплощин $x_2 \geq 0$, $x_2 \leq 0$ з різними механічними характеристиками (параметрами Ламе λ , μ і густинами ρ). Напівплощини жорстко зчеплені між собою вздовж лінії $x_2 = 0$ всюди, за винятком проміжку $-1 < x_1 < 1$, який представляє собою міжматеріальну тріщину. Береги тріщини ($-1 < x_1 < 1$, $x_2 = \pm 0$) попередньо не навантажені. Перпендикулярно до лінії зчеплення матеріалів (уздовж осі x_2) поширюється гармонічна хвиля зсуву з частотою $\omega = 2\pi/T$, де T – період коливань. Під дією динамічного навантаження протилежні береги тріщини деформуються, що призводить до їх розкриття і налягання з виникненням зон контакту та сил контактної взаємодії.

Напружено-деформований стан кожної з півплощин описується рівняннями лінійної динамічної теорії пружності в переміщеннях [1, 11]

$$\begin{aligned} (\lambda^{(m)} + \mu^{(m)}) \text{grad div } \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t) + \mu^{(m)} \Delta \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \\ = \rho^{(m)} \partial_t^2 \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t), \mathbf{x} \in \Omega^{(m)}, t \in [0, \infty) \end{aligned} \quad (1)$$

($\mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t)$ – вектор переміщень; $m = 1, 2$; Δ – оператор Лапласа) з наступними граничними умовами:

– на лінії зчеплення матеріалів (ділянки $-\infty < x_1 \leq -1$ і $1 \leq x_1 < \infty$) виконуються умови повного механічного контакту, які полягають у неперервності переміщень і напружень;

– на берегах тріщини ($-1 < x_1 < 1$, $x_2 = \pm 0$) зусилля являє собою суперпозицію сил від падаючої хвилі і виникаючих контактних сил на заздалегідь невідомих ділянках налягання берегів.

Отже, в задачі, що розглядається, невідомі межі, а саме, місце розташування і розміри зон контакту берегів, що змінюються протягом навантаження. Крім того, зусилля на берегах тріщини невідомі, бо заздалегідь невідомі контактні сили. Такі задачі відносять до нелінійних, незважаючи на лінійні рівняння (1). Вони розв'язуються із залученням додаткових умов [1, 3], що виключають взаємне проникнення берегів і існування розтягувальних зусиль у зонах контакту (однобічні обмеження Сінйоріні).

З метою зниження розмірності задачі перейдемо від задачі в двовимірній області до еквівалентної задачі на межах цієї області, використовуючи співвідношення Сомільяні і граничні рівності для переміщень і зусиль [11, 16], що впливають з них. В отриманих таким чином граничних інтегральних рівняннях представимо компоненти векторів сил і переміщень рядами Фур'є [1, 13 – 15], оскільки нелінійність граничних умов задачі не дозволяє представити компоненти напружено-деформованого стану моногармонічними функціями.

У випадку гармонічного навантаження, що розглядається, граничні інтегральні рівняння для коефіцієнтів Фур'є мають вигляд [11]:

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Gamma^{(1)cr}} \tilde{p}_i^{k,(1)}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2} u_i^{k,(1)}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(1)cr}} u_i^{k,(1)}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \\
& + \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^{(1)cr};
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Gamma^{(2)cr}} \tilde{p}_i^{k,(2)}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2} u_i^{k,(2)}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(2)cr}} u_i^{k,(2)}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \\
& - \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^{(2)cr};
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Gamma^{(1)cr}} \tilde{p}_i^{k,(1)}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2} u_i^{k,*}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(1)cr}} u_i^{k,(1)}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \\
& + \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^*;
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Gamma^{(2)cr}} \tilde{p}_i^{k,(2)}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2} u_i^{k,*}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(2)cr}} u_i^{k,(2)}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \\
& - \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y}) W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y}) U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^*,
\end{aligned} \tag{5}$$

де $p_i^{k,(m)}(\mathbf{x})$; $p_i^{k,*}(\mathbf{x})$; $u_i^{k,*}(\mathbf{x})$ і $u_i^{k,(m)}(\mathbf{x})$ – коефіцієнти Фур'є зусиль і переміщень на берегах тріщини і поверхні зчеплення; $U_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k)$ і $W_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k)$ – фундаментальні розв'язки динамічної теорії пружності.

Для приведення компонент векторів контактних сил і переміщень берегів тріщини у відповідність з контактними обмеженнями Сінйоріні використовувався ітераційний алгоритм динамічної теорії пружності [11]:

– задається початковий розподіл навантаження на берегах тріщини від падаючої хвилі;

– задача розв'язується без урахування однобічних обмежень, обчислюються складові вектора розриву переміщень;

– коригуються нормальні складові вектора розриву переміщень так, щоб задовольняти однобічним обмеженням;

– обчислюються складові вектора контактних сил взаємодії;

– складові вектора контактних сил взаємодії берегів тріщини коригуються, щоб задовольняти однобічним обмеженням і закону тертя;

– відбувається перехід до наступного ітераційного кроку до досягнення необхідної точності розв'язку задачі.

Для чисельного розв'язання граничних інтегральних рівнянь задачі (2) – (5) був використаний прямий метод граничних елементів з постійною апроксимацією параметрів задачі на кожному елементі [11]. Верхній і нижній береги тріщини і лінія зчеплення матеріалів були апроксимовані одновимірними граничними елементами.

2. Розрахункові дослідження.

Розрахунки виконано для тріщини-відрізка довжиною $2L = 2$ уздовж лінії з'єднання матеріалів сталь – алюміній. Матеріали характеризуються такими параметрами:

для сталі – модуль пружності $E = 207$ ГПа; коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,288$ і щільність $\rho = 7860$ кг/м³;

для алюмінію – модуль пружності $E = 70$ ГПа; коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,347$ і щільність $\rho = 2700$ кг/м³.

Навантаження на берегах тріщини було задано за законом плоскої гармонічної хвилі зсуву, спрямованої по нормалі до лінії зчеплення матеріалів. Частота гармоніч-

ного навантаження характеризувалася зведеним хвильовим числом $k_2L = \omega L/c_2$, де c_2 – швидкість поперечних хвиль в алюмінії. Зведене хвильове число в розрахунках становило: $k_2L = 0,5; 1,0; 1,5$. Вважалося, що контакт протилежних берегів тріщини здійснюється з тертям, при цьому коефіцієнт тертя задавався рівним $k_\tau = 0,5$.

Досліджувалися напрямки і величини зсувів берегів міжматеріальної тріщини, протяжність зони контакту берегів і контактні сили, що виникають на берегах тріщини, залежність перелічених параметрів від частоти гармонічного навантаження.

На рис. 1 – 4 представлено результати розрахункових досліджень дотичних компонент переміщень ($\bar{U}_\tau = U_\tau/L$) берегів міжматеріальної тріщини і ділянок лінії зчеплення біматеріалу при різних зведених частотах.

Рис. 1 ілюструє розподіл дотичних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження при параметрі $k_2L = 0,5$ (1 – сталь, 2 – алюміній). Розподіли дотичних компонент переміщень при параметрах навантаження $k_2L = 1,0$ і $k_2L = 1,5$ візуально близькі до представленого на рис. 1 і тому не наводяться в статті.

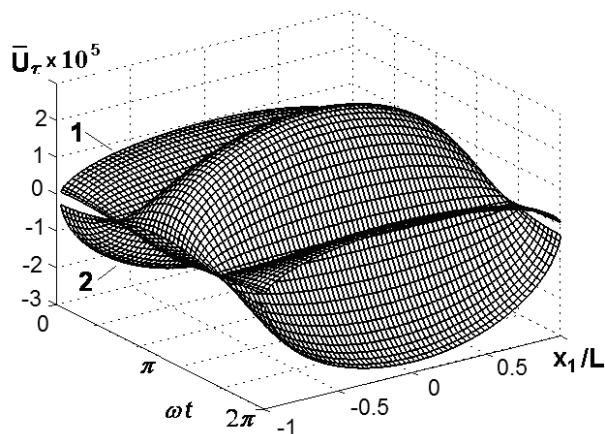


Рис. 1

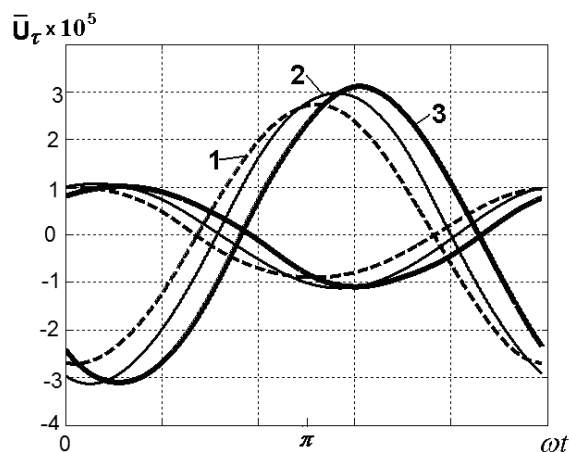


Рис. 2

На рис. 2 представлено розподіли дотичних компонент переміщень протилежних берегів на середині тріщини протягом періоду навантаження $x_1/L = 0$ (рис. 1) для різних параметрів навантаження (1 – $k_2L = 0,5$; 2 – $k_2L = 1,0$; 3 – $k_2L = 1,5$).

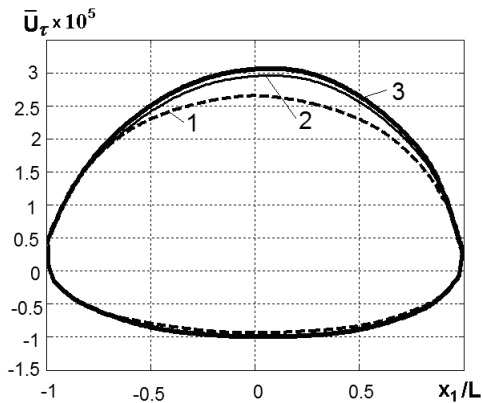
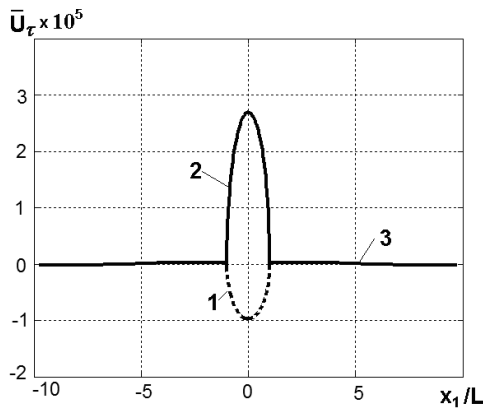


Рис. 3

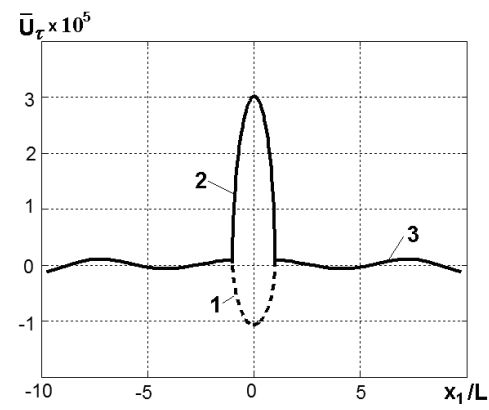
На рис. 3 представлено розподіл максимальних на періоді навантаження дотичних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини при різних зведених хвильових числах ($1 - k_2L = 0,5$; $2 - k_2L = 1,0$; $3 - k_2L = 1,5$). Тут $\omega t \in [\pi, 6\pi/5]$ (рис. 2).

Аналіз параметрів на зазначених рисунках свідчить, що з ростом зведеного хвильового числа в досліджуваних межах:

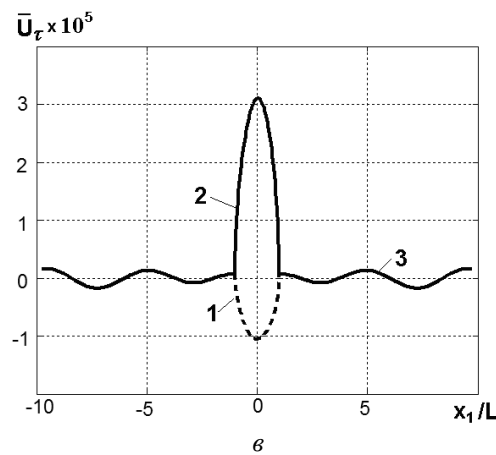
- максимальні значення дотичних компонент переміщень зміщуються на 10% (рис. 2) в бік більших значень ωt на періоді навантаження;
- найбільше зростання дотичних зсувів берегів спостерігається в більш «м'якому» матеріалі з досліджуваної пари (в даному випадку це алюміній).



а



б



в

Рис. 4

На рис. 4 представлено розподіл максимальних дотичних компонент переміщень ділянок лінії зчеплення біматеріалу в порівнянні з переміщеннями протилежних берегів уздовж довжини тріщини при різних зведених хвильових числах. Рис. 4, а – $k_2L = 0,5$; рис. 4, б – $k_2L = 1,0$; рис. 4, в – $k_2L = 1,5$. Тут 1 і 2 – переміщення берегів тріщини; 3 – переміщення ділянок лінії зчеплення сталі та алюмінію.

Порівняльний аналіз параметрів на рисунках свідчить що:

- максимальні дотичні компоненти переміщення лінії зчеплення матеріалів і берегів тріщини відрізняються на порядок;
- з ростом зведеного хвильового числа зростає амплітуда і частота зміни дотичних компонент переміщень лінії зчеплення матеріалів, що примикає до тріщини.

На рис. 5 – 8 представлено результати розрахункових досліджень нормальних компонент переміщень ($\bar{U}_n = U_n/L$) берегів міжфазної тріщини і ділянок лінії зчеплення біматеріалу при різних зведених частотах падаючої хвилі зсуву.

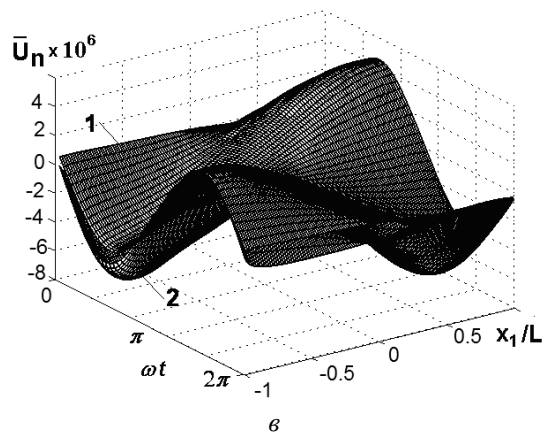
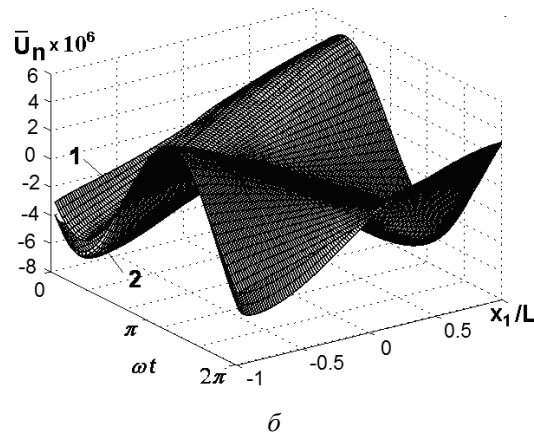
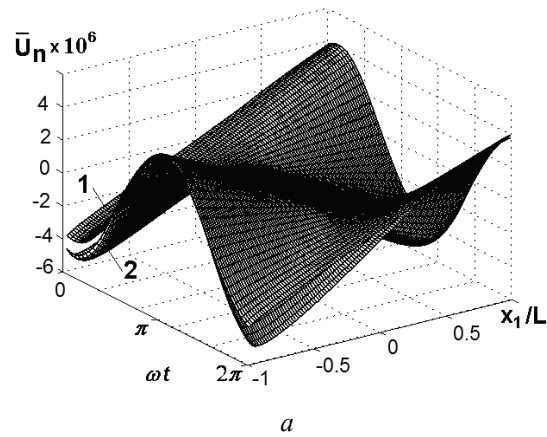


Рис. 5

Рис. 5 ілюструє розподіл нормальних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження (1 – сталь, 2 – алюміній) при $k_2L = 0,5$ (рис. 5, а); при $k_2L = 1,0$ (рис. 5, б); при $k_2L = 1,5$ (рис. 5, в).

Добре видно, що з ростом зведеного хвильового числа істотно трансформуються розподіли нормальних компонент як вздовж періоду навантаження, так і по довжині тріщини.

Встановлено, що протягом періоду навантаження змінюється положення на тріщині зони контакту і зони розкриття протилежних берегів. Рис. 5, а наочно відображає цей факт:

– на початку і в кінці періоду навантаження ($\omega t = 0, \omega t = 2\pi$) зона розкриття знаходиться на лівій половині тріщини, а зона контакту – на правій;

– в середині періоду навантаження ($\omega t = \pi$) на лівій половині тріщини знаходиться зона контакту, а на правій – зона розкриття.

На рис. 6 представлено розподіл максимальних нормальних компонент переміщень протилежних берегів поблизу лівого краю тріщини (рис. 5) протягом періоду навантаження при різних параметрах навантаження (1 – $k_2L = 0,5$; 2 – $k_2L = 1,0$; 3 – $k_2L = 1,5$).

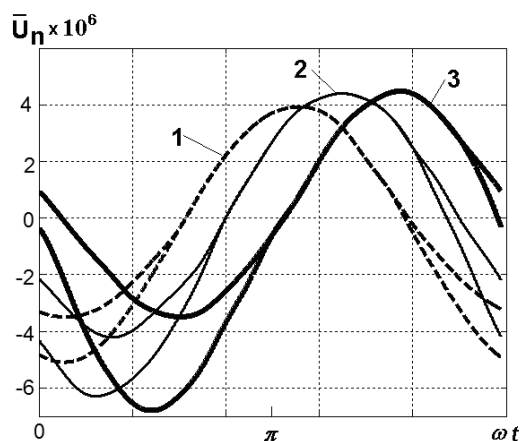


Рис. 6

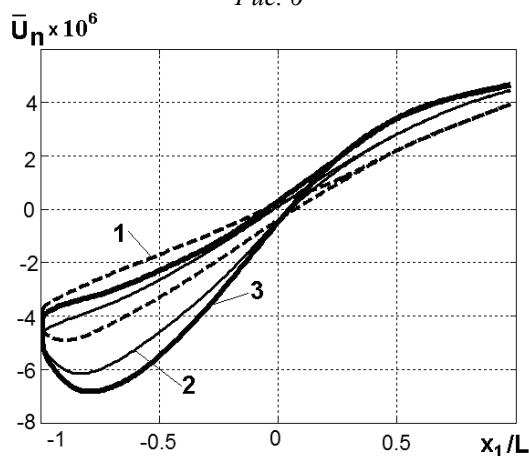


Рис. 7

На рис. 7 представлено розподіл максимальних на періоді навантаження нормальних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини при різних зведених хвильових числах (1 – $k_2L = 0,5$; 2 – $k_2L = 1,0$; 3 – $k_2L = 1,5$). Тут $\omega t \in [\pi/10, \pi/2]$.

Аналіз параметрів на рис. 5 – 7 свідчить, що з ростом зведеного хвильового числа в досліджуваних межах:

– величини нормальних компонент переміщень берегів змінюються значно, розкриття тріщини зростає на 100% (рис. 6, 7);

– максимальні значення нормальних компонент переміщень берегів зміщуються на 20% в бік більших значень ωt на періоді навантаження (рис. 6).

На рис. 8 представлено розподіл максимальних нормальних компонент переміщень ділянок лінії зчеплення біматеріалу у порівнянні з переміщеннями протилежних берегів уздовж довжини тріщини при різних зведених хвильових числах. Рис 8, *a* – $k_2L = 0,5$; рис. 8, *б* – $k_2L = 1,0$; рис. 8, *в* – $k_2L = 1,5$. Тут 1 і 2 – переміщення берегів тріщини; 3 – переміщення ділянок лінії зчеплення сталі та алюмінію.

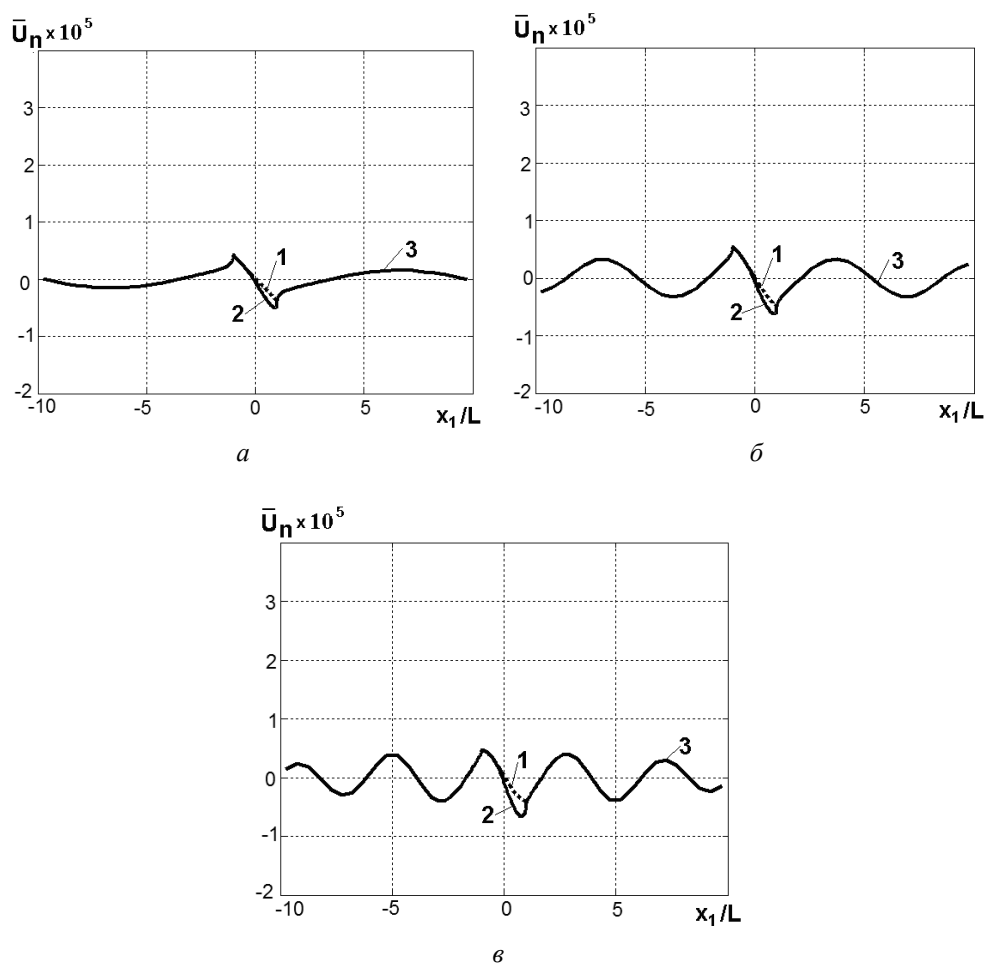


Рис. 8

Аналіз розподілів показує, що:

– максимальні нормальні компоненти зміщення берегів тріщини і лінії зчеплення матеріалів мають близькі значення (на відміну від дотичних компонент на рис. 4);

– з ростом зведеного хвильового числа зростає амплітуда і частота зміни нормальних компонент переміщень на ділянках лінії зчеплення матеріалів, що примикають до тріщини.

Результати досліджень величини зони контакту і контактних сил на берегах міжматеріальної тріщини при різних зведених частотах падаючої хвилі зсуву представлено на рис. 9 – 13.

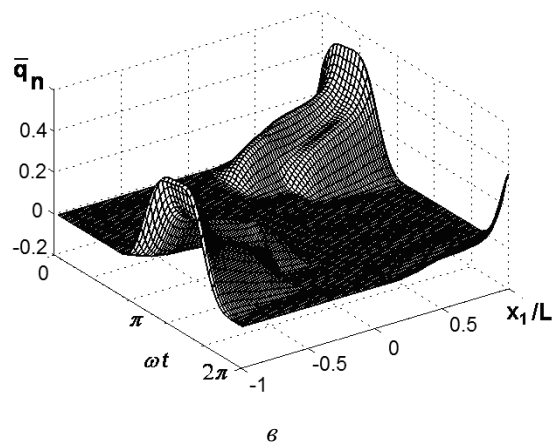
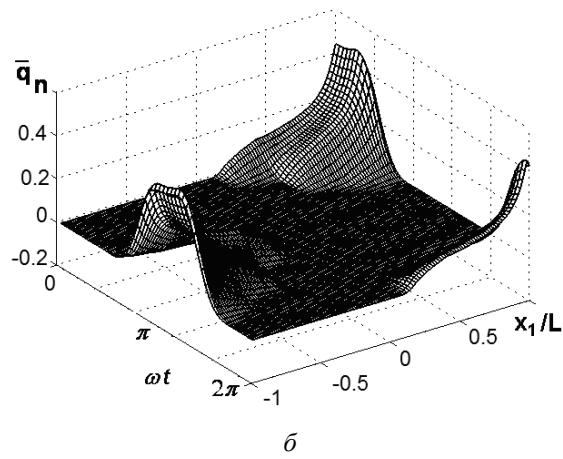
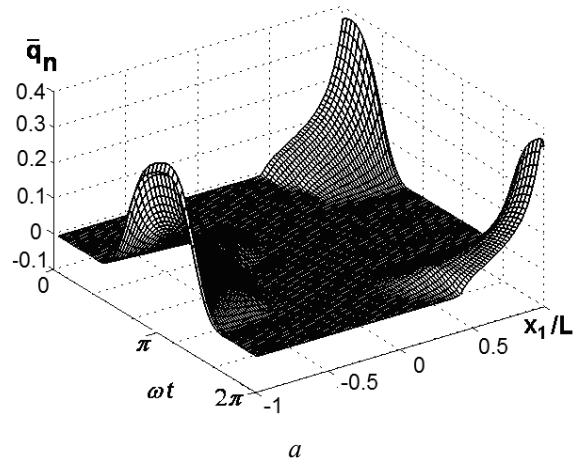


Рис. 9

Рис. 9 ілюструє положення і протяжності зон контакту берегів і розподілу нормальних компонент контактних сил (тут і далі $\bar{q}_n = q_n/\sigma_0$; σ_0 – амплітуда напруги хвилі зсуву) уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження при $k_2L = 0,5$ (рис. 9, а); при $k_2L = 1,0$ (рис. 9, б); при $k_2L = 1,5$ (рис. 9, в).

На рис. 10 представлено графіки зміни максимальних значень нормальних компонент контактних сил у лівій вершині тріщини протягом періоду навантаження при різних зведених хвильових числах (1 – $k_2L = 0,5$; 2 – $k_2L = 1,0$; 3 – $k_2L = 1,5$).

Рис. 11 ілюструє положення і протяжності зон контакту берегів і розподілу дотичних компонент контактних сил (тут і далі $\bar{q}_\tau = q_\tau / \sigma_0$; σ_0 – амплітуда напруги хвилі зсуву) уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження при $k_2L = 0,5$ (рис. 11, а), при $k_2L = 1,0$ (рис. 11, б), при $k_2L = 1,5$ (рис. 11, в).

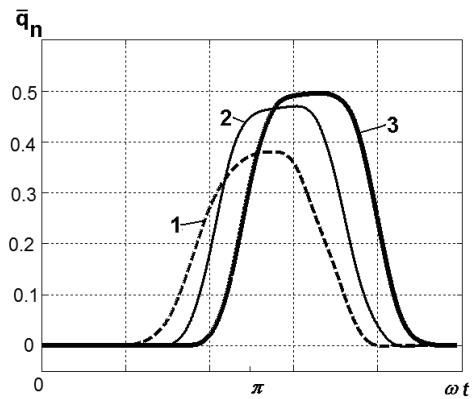
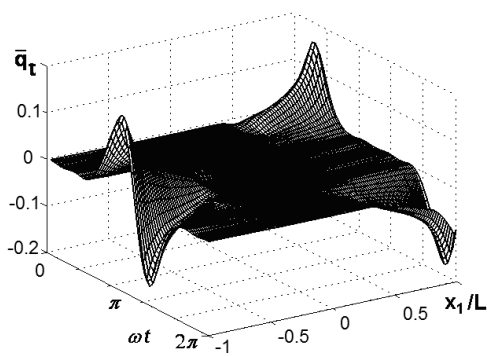
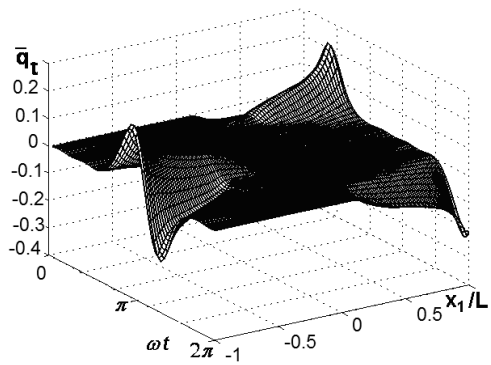


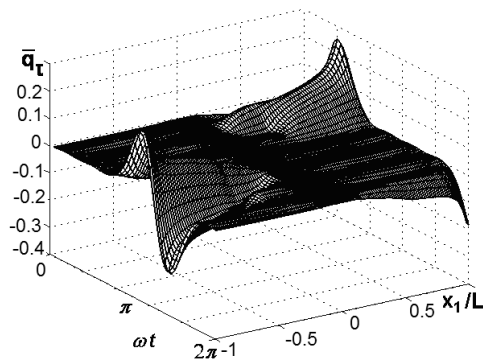
Рис. 10



а



б



в

Рис. 11

На рис. 12 представлено графіки зміни максимальних значень дотичних компонент контактних сил у лівій вершині тріщини протягом періоду навантаження при різних зведених хвильових числах (1 – $k_2L = 0,5$; 2 – $k_2L = 1,0$; 3 – $k_2L = 1,5$).

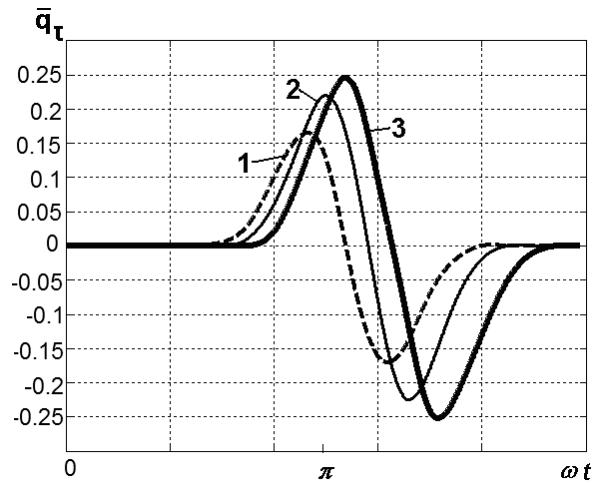


Рис. 12

На рис. 13 представлено графіки зміни довжини ділянки контакту берегів на лівій половині тріщини протягом періоду навантаження при різних зведених хвильових числах ($1 - k_2L = 0,5$; $2 - k_2L = 1,0$; $3 - k_2L = 1,5$).

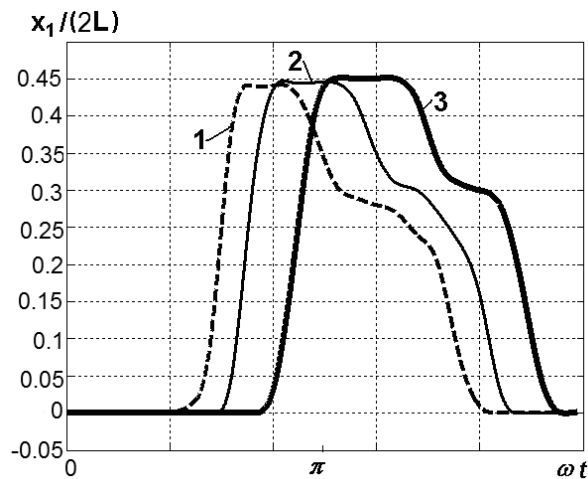


Рис. 13

Аналіз представлених параметрів демонструє, що:

- довжина ділянки контакту берегів (уздовж тріщини) не є постійною величиною, а змінюється протягом періоду навантаження;
- максимальне значення довжини ділянки контакту залишається практично незмінною з ростом зведеного хвильового числа в досліджуваних межах і становить 44 – 45% довжини тріщини;
- форма зони контакту берегів на періоді навантаження ідентична для різних зведених хвильових чисел;
- зона контакту берегів на періоді навантаження зміщується на 20% у бік більших значень ωt із зростанням зведеного хвильового числа;
- максимальні значення нормальних і дотичних компонент контактних сил зростають на 35% з ростом зведеного хвильового числа;
- максимальні значення нормальних і дотичних компонент контактних сил зміщуються на 10% у бік більших значень ωt на періоді навантаження із зростанням зведеного хвильового числа.

Висновок.

Розраховано вплив гармонічного навантаження хвилею зсуву біматеріалу з міжматеріальною тріщиною на дотичні і нормальні компоненти зсувів берегів тріщини і лінії зчеплення матеріалів, на довжину ділянки контакту берегів, на величини нормальних і дотичних компонент контактних сил.

Для дотичних і нормальних компонент зсувів берегів тріщини показано, що:

– з ростом зведеного хвильового числа найсуттєвіше збільшення нормальних і дотичних компонент зсувів берегів спостерігається в м'якшому матеріалі з досліджуваної пари і максимальні значення компонент переміщень зміщуються в бік більших значень параметра ωt протягом дії навантаження;

– максимальні дотичні компоненти переміщення лінії зчеплення матеріалів і берегів тріщини відрізняються на порядок, тоді як максимальні нормальні компоненти зміщення берегів тріщини і лінії зчеплення матеріалів мають близькі значення;

– з ростом зведеного хвильового числа зростає амплітуда і частота зміни нормальних і дотичних компонент переміщень на ділянках лінії зчеплення матеріалів, що прилягають до тріщини.

Для ділянки контакту протилежних берегів показано, що:

– довжина ділянки контакту не є постійною величиною, а змінюється протягом періоду навантаження;

– форма зони контакту берегів на періоді навантаження ідентична для різних зведених хвильових чисел;

– максимальне значення довжини ділянки контакту залишається практично незмінною з ростом зведеного хвильового числа;

– зона контакту берегів на періоді навантаження зміщується в бік більших значень параметра ωt з ростом зведеного хвильового числа.

Для тріщинних сил на берегах тріщини показано, що:

– максимальні значення нормальних і дотичних компонент контактних сил зростають з ростом зведеного хвильового числа;

– максимальні значення нормальних і дотичних компонент контактних сил зміщуються в бік більших значень ωt на періоді навантаження із зростанням зведеного хвильового числа.

РЕЗЮМЕ. Розв'язано нелінійну задачу для міжматеріальної тріщини-розрізу під дією гармонічної хвилі зсуву. Задачу розв'язано методом граничних інтегральних рівнянь. Проведено числові дослідження, присвячені виявленню особливостей зсувів берегів міжматеріальної тріщини і прилеглої до неї інтерфейсної поверхні при зміні частоти хвилі зсуву, а також вивчено залежності від частоти навантаження величини розкриття і протяжності зони контакту берегів, величини виникаючих при цьому контактних сил.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: міжматеріальна тріщина, гармонічна хвиля зсуву, метод граничних елементів, зона контакту берегів, контактні сили.

1. Гузь А.Н., Зозуля В.В. Неклассические проблемы механики разрушения: в 4-х томах. Т.2. Хрупкое разрушение материалов при динамических нагрузках. – Київ: Наук. думка, 1993. – 236 с.
2. Острик В.І. Контакт з тертям берегів міжфазної тріщини за розтягу та зсуву // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2003. – **39**, № 2. – С. 58 – 65.
3. Симонов И.В. Трещина на границе раздела в однородном поле напряжений // Механика композитов и материалов. – 1985. – № 6. – С. 969 – 976.
4. Слепян Л.И. Механика трещин. – Ленинград: Судостроение, 1981. – 296 с.
5. Chai, H., Bao, Y., Zhang, Z. Numerical solutions of hypersingular integral equations for interface circular crack under axisymmetric loadings // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2021. – **122**. – P. 35 – 42.
6. Comninou M. The interface crack // J. Appl. Mech. T. ASME – 1977. – **44**. – P. 631 – 636.
7. Comninou M. The interface crack in a shear field // J. Appl. Mech. T. ASME – 1978. – **45**. – P. 287 – 290.
8. Comninou M., Dundurs J. Effect of friction on the interface crack loaded in shear // J. Elasticity – 1980. – **10**. – P. 203 – 212.
9. Comninou M., Schmueser D. The interface crack in a combined tension-compression and shear field // J. Appl. Mech. T. ASME – 1979. – **46**. – P. 345 – 348.

10. *Guz A.N.* Nonclassical Problems of Fracture/Failure Mechanics: On the Occasion of the 50th Anniversary of Research (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2019. – **55**, N 4. – P. 343 – 415.
11. *Guz A.N., Guz I.A., Men'shikov A.V., Men'shikov V.A.* Penny-Shaped Crack at the Interface Between Elastic Half-Spaces under the Action of a Shear Wave // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 5. – P. 534 – 539.
12. *Guz A.N., Menshykov O.V., Zozulya V.V.* Surface contact of elliptical crack under normally incident tension-compression wave // *Theor. Appl. Fract. Mech.* – 2003. – **40**, N 3. – P. 285 – 291.
13. *Menshykov O., Guz I.* Contact interaction of crack faces under oblique incidence of a harmonic wave // *Int. J. Fract.* – 2006. – **139**, № 1. – P. 145 – 152.
14. *Menshykov O.V., Guz I.A.* Effect of Contact Interaction of the Crack Faces for a Crack under Harmonic Loading // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – **43**, N 7. – P. 809 – 815.
15. *Menshykov O.V., Guz I.A., Menshykov V.A.* Boundary integral equations in elastodynamics of interface cracks // *Philos. Trans. Royal Soc. A: Math., Phys. Engng. Sci.* – 2008. – **366**. – 1871. – P. 1835 – 1839.
16. *Men'shikov V.A., Men'shikov A.V., Guz, I.A.* Interfacial Crack Between Elastic Half-Spaces under Harmonic Loading // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – **43**, N 8. – P. 865 – 873.
17. *Menshykov O.V., Menshykova M.V., Guz I.A.* 3-Delastodynamic contact problem for an interface crack under harmonic loading // *Engng. Fract. Mech.* – 2012. – **80**. – P. 52 – 59.
18. *Menshykov O.V., Menshykova M.V., Wendland, W.L.* On Use of the Galerkin Method to Solve the Fracture Mechanics Problem for a Linear Crack under Normal Loading // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – **41**, N 11. – P. 1324 – 1329.
19. *Menshykova M.V., Menshykov O.V., Guz I.A.* Linear interface crack under plane shear wave // *CMES* – 2009. – **48**, N 2. – P. 107 – 120.
20. *Menshykova M.V., Menshykov O.V., Guz I.A.* Modelling crack closure for an interface crack under harmonic loading // *Int. J. Fract.* – 2010. – **165**, № 1. – P. 127 – 134.
21. *Menshykova M.V., Menshykov O.V., Guz I.A.* An iterative BEM for the dynamic analysis of interface crack contact problems // *Engng. Analysis with Boundary Elements.* – 2011. – **35**, N 5. – P. 735 – 749.
22. *Mykhas'kiv V., Stankevych V.* Elastodynamic problem for a layered composite with penny-shaped crack under harmonic torsion. // *ZAMM.* – 2019. – 99:
23. *Ostrik V.I.* Contact of faces of a rectilinear crack under complex loading and various contact conditions // *Acta Mech.* – 2019. – **230**. – P. 3741 – 3 758.

Надійшла 21.04.2021

Затверджена до друку 31.05.2022