

В.С.Ловейкін¹, Ю.О.Ромасевич¹,
А.В.Ловейкін², А.С.Хорошун³

ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ПУСКУ МЕХАНІЗМУ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ ВАНТАЖУ ПРИ УСТАЛЕНОМУ РЕЖИМІ ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА

¹Національний університет біоресурсів і природокористування України,
вул. Героїв оборони, 12 в, Київ, Україна;

e-mail: lovvs@ukr.net; romasevichyuriy@ukr.net

²Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,
просп. акад. Глушкова, 4 в, Київ, Україна; e-mail: anlov74@gmail.com

³Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, Київ, Україна; e-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

Abstract. The solution of problems of movement optimization of the trolley movement mechanism during the steady slewing of the tower crane was presented. A mathematical model of the dynamics of the boom system of the crane has been used. It was reduced to the one linear differential equation of the sixth order, which includes the load position and its time derivatives. Three variational problems were stated. The technique of analytical problem solving was illustrated by the example of one of the problems. Three optimal, according to different criteria, modes of movement of the trolley movement mechanism were obtained. Each of them has advantages and drawbacks in comparison with other ones. The analysis of the obtained results was carried out and low- and high-frequency oscillations of the links of the mechanism were revealed. The conditions under which these oscillations should be eliminated were established.

Key words: tower crane, trolley movement mechanism, variational problems, criterion.

Вступ.

При використанні баштових кранів з метою підвищення продуктивності вантажних, розвантажувальних та транспортних операцій досить часто здійснюється одночасне суміщення роботи декількох механізмів. Прикладом такого суміщення може слугувати спільна робота механізмів зміни вильоту вантажу та повороту крана. При такій роботі механізмів в їх елементах та конструкції крана виникають додаткові динамічні навантаження. Особливо небезпечними стають ці навантаження, коли один або обидва механізми здійснюють перехідний процес (пуск або гальмування). В цей момент в ланках механізмів виникають низько- та високочастотні коливання, які призводять до зниження показників надійності крана та підвищують енергетичні витрати приводних механізмів. Низькочастотні коливання виникають в результаті відхилень гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі, а високочастотні коливання залежать від величини та характеру зміни рушійного моменту приводного механізму. Зменшити або повністю усунути коливання ланок кранових механізмів можна шляхом оптимізації їхніх режимів руху при використанні інтегральних динамічних критеріїв.

Дослідженням динамічних процесів при роботі кранових механізмів присвячена значна кількість праць, серед яких можна виділити такі з них [1 – 9, 11 – 15]. В роботах [3, 8, 12 – 14] досліджувалась динаміка механізмів підйому та зміни вильоту ван-

тажу для різних типів і конструкцій вантажопідійомних кранів. При цьому встановлювались причини виникнення коливань вантажу на гнучкому підвісі.

Значна увага приділялась дослідженням динаміки сумісного руху кранових механізмів [1, 2, 6 – 7, 9, 11]. Так, в роботах [1, 2] розглянуто спільний рух механізмів зміни вильоту вантажу та повороту крана. Для зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі здійснювалось керування приводним електродвигуном механізму зміни вильоту при усталеному обертанні механізму повороту крана. В роботі [6] розроблено математичну модель динаміки сумісного руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана з балочною стрілою. На базі розробленої моделі досліджено динамічні процеси роботи двох механізмів, які дозволили визначити їхні кінематичні, силові та енергетичні характеристики. При цьому також досліджено просторові маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі та виявлені динамічні перевантаження механізмів зміни вильоту і повороту крана.

Для зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі розв'язувались оптимізаційні задачі при роботі окремих механізмів [7, 9, 11]. Так, наприклад, в роботі [9] досліджувалась оптимізаційна задача зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі при роботі механізму повороту крана. В роботі [7] оптимізовано процес пуску механізму переміщення мостового крана шляхом керування рушійним моментом приводного електродвигуна для зменшення часу розгону та усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі. При розв'язуванні задачі на швидкодію кранових механізмів рушійний момент має вигляд релейної функції [11], що призводить до додаткових динамічних навантажень на елементи приводних механізмів та крана в цілому. Задачі зменшення коливань в піднімальних машинах за рахунок вибору режимів руху приводних механізмів розв'язувались в роботах [4, 5]. Тому вибір режимів руху приводних механізмів, що зменшують коливання ланок і підвищують ефективність роботи вантажопідійомних кранів, є досить актуальним і потребує більш повних досліджень.

Метою даного дослідження є покращення кінематичних, силових та енергетичних характеристик механізму зміни вильоту при усталеному повороті баштового крана шляхом оптимізації його режимів руху.

§1. Постановка варіаційних задач.

Для оптимізації режиму зміни вильоту вантажу при усталеному русі механізму повороту використано динамічну модель стрілової системи баштового крана, яка показана на рис. 1.

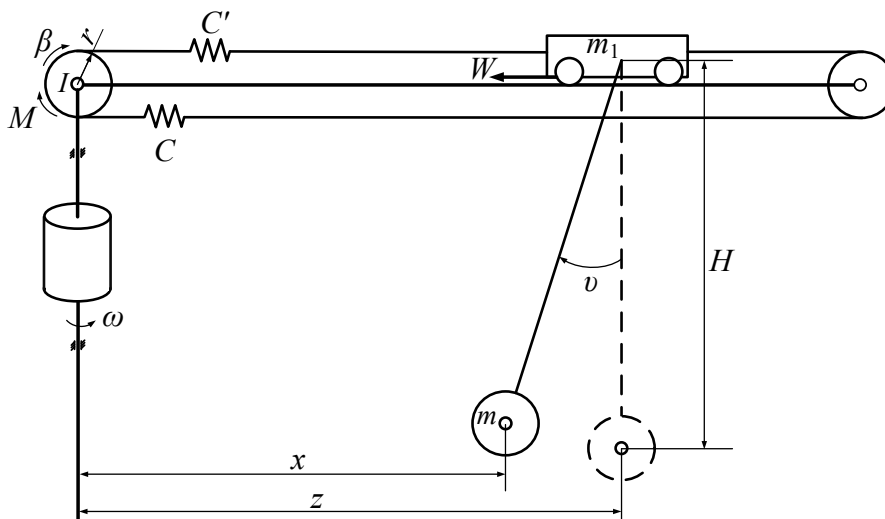


Рис. 1.

В цій моделі стрілова система баштового крана представлена як голономна механічна система, до складу якої входять абсолютно тверді тіла, окрім тягового канату переміщення візка, який представлено пружно-деформованим тілом при розтязі з коефіцієнтом жорсткості C чи C' в залежності від напрямку руху візка та гнучкого підвісу вантажу, який здійснює маятникові коливання в площині зміни вильоту вантажу. При цьому вантаж з'єднано з центром мас візка підвісом, довжина якого в процесі зміни вильоту залишається незмінною, тобто $H = \text{const}$, а поворот стрілової системи здійснюється з постійною кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$. В реальних баштових кранах відхилення від вертикалі гнучкого підвісу з вантажем не перевищує 12° , тому можна вважати в подальших розрахунках динамічної моделі, що для кутової координати ν відхилення гнучкого підвісу від вертикалі справедливе співвідношення $\sin \nu \approx \nu$.

За узагальнені координати такої динамічної моделі стрілової системи баштового крана при зміні вильоту вантажу та усталеному русі механізму повороту обрані лінійні горизонтальні координати центрів мас візка z та вантажу x , а також кутова координата повороту приводного барабана β механізму переміщення візка.

Прийнятій динамічній моделі стрілової системи відповідає система диференціальних рівнянь руху механізму зміни вильоту при усталеній швидкості обертання, яка має наступний вигляд [6, 9]:

$$\begin{aligned} I\ddot{\beta} &= M - Cr(\beta \cdot r - z); \\ m_1 z^{(2)} - m_1 \omega^2 z &= C(\beta \cdot r - z) - \frac{mg}{H}(z - x) - W; \\ mx^{(2)} - m\omega^2 x &= \frac{mg}{H}(z - x), \end{aligned} \quad (1.1)$$

де I та M – зведені до осі повороту барабана, відповідно, момент інерції та рушійний момент приводу механізму зміни вильоту вантажу; r – радіус приводного барабана; m_1 та m – маси візка та вантажу відповідно; W – сила статичного опору переміщенню візка, яка в даних дослідженнях прийнята постійною величиною; g – прискорення вільного падіння. Порядок похідної функції показано у дужках верхнього індексу відповідного символу.

Із системи диференціальних рівнянь (1.1) виразимо рушійний момент приводу механізму зміни вильоту M через координату центра мас вантажу x та її похідні за часом. Для цього проведемо деякі перетворення.

З останнього рівняння системи (1.1) виразимо координату центра мас візка z через координату центра мас вантажу x та її похідні за часом:

$$z = \left(1 - \frac{H}{g}\omega^2\right)x + \frac{H}{g}x^{(2)}. \quad (1.2)$$

Взявши похідні за часом від виразу (1.2), знайдемо швидкість та прискорення центра мас візка:

$$z^{(1)} = \left(1 - \frac{H}{g}\omega^2\right)x^{(1)} + \frac{H}{g}x^{(3)}; \quad (1.3)$$

$$z^{(2)} = \left(1 - \frac{H}{g}\omega^2\right)x^{(2)} + \frac{H}{g}x^{(4)}. \quad (1.4)$$

З другого рівняння системи (1.1) виразимо кутову координату барабана β через координату центра мас вантажу x та її похідні за часом. Після деяких перетворень отримаємо:

$$\beta = \frac{1}{Cr} \left\{ \left[\left(C - m_1 \omega^2 \right) \left(1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) - m \omega^2 \right] x + \left[\left(C - 2m_1 \omega^2 \right) \frac{H}{g} + m_1 + m \right] x^{(2)} + m_1 \frac{H}{g} x^{(4)} + W \right\}. \quad (1.5)$$

Взявши похідні за часом від виразу (1.5), знайдемо кутові швидкість та прискорення приводного барабана:

$$\beta^{(1)} = \frac{1}{Cr} \left\{ \left[\left(C - m_1 \omega^2 \right) \left(1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) - m \omega^2 \right] x^{(1)} + \left[\left(C - 2m_1 \omega^2 \right) \frac{H}{g} + m_1 + m \right] x^{(3)} + m_1 \frac{H}{g} x^{(5)} \right\}; \quad (1.6)$$

$$\beta^{(2)} = \frac{1}{Cr} \left\{ \left[\left(C - m_1 \omega^2 \right) \left(1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) - m \omega^2 \right] x^{(2)} + \left[\left(C - 2m_1 \omega^2 \right) \frac{H}{g} + m_1 + m \right] x^{(4)} + m_1 \frac{H}{g} x^{(6)} \right\}. \quad (1.7)$$

Після підстановки виразів (1.2), (1.5) та (1.7) в перше рівняння системи (1.1) знайдемо залежність рушійного моменту M від координати центра мас вантажу x та її похідних за часом, яку представимо в наступному вигляді:

$$M = a_0 + a_1 x + a_2 x^{(2)} + a_3 x^{(4)} + a_4 x^{(6)}, \quad (1.8)$$

де

$$\begin{aligned} a_0 &= Wr; \quad a_1 = - \left[m + m_1 \left(1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) \right] \omega^2 r; \\ a_2 &= \frac{I}{Cr} \left[\left(C - m_1 \omega^2 \right) \left(1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) - m \omega^2 \right] + \left[m + m_1 \left(1 - 2 \frac{H}{g} \omega^2 \right) \right] r; \\ a_3 &= \frac{I}{Cr} \left[\left(C - m_1 \omega^2 \right) \frac{H}{g} + m_1 \left(1 - \frac{H}{g} \omega^2 \right) + m \right] + m_1 \frac{H}{g} r; \\ a_4 &= \frac{m_1 H}{Crg}; \quad a_k = \text{const}; \quad k = 0, 1, \dots, 4. \end{aligned} \quad (1.9)$$

З попередньо проведеного динамічного аналізу спільного руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана встановлено, що під час процесу пуску в елементах приводних механізмів та конструкції стрілової системи спостерігаються значні силові та енергетичні перевантаження, які залежать від величини рушійного моменту. Крім того, мають місце низько- та високочастотні коливання елементів конструкції та приводних механізмів, які залежать від величини відхилення від вертикалі гнучкого підвісу вантажу та характеру зміни рушійного моменту приводних механізмів [6].

Для зменшення негативних чинників, які діють на елементи приводу та конструкції механізму зміни вильоту вантажу при усталеній роботі механізму повороту, проведемо оптимізацію режиму руху стрілової системи крана за трьома інтегральними за час руху динамічними критеріями, які представлені у вигляді середньоквадратичних значень: 1) рушійного моменту; 2) швидкості зміни рушійного моменту; 3) пришвидшення зміни рушійного моменту.

При цьому сформовано три варіаційні задачі:

Задача 1. Знайти закон руху $x = x(t)$, $0 \leq t \leq t_1$, який мінімізує функціонал

$$M_{\text{с.к.}}^{(0)} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} M^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (1.10)$$

що задовольняє крайовим умовам руху:

$$t = 0 : x = x_0, x^{(1)} = 0, x^{(2)} = x_0 \omega^2, x^{(3)} = 0, x^{(4)} = x_0 \omega^4, x^{(5)} = 0; \quad (1.11)$$

$$t = t_1 : x = x_1 = x_0 + (Vt_1)/2, x^{(1)} = V, x^{(2)} = x_1 \omega^2, x^{(3)} = 0, x^{(4)} = x_1 \omega^4, x^{(5)} = V \omega^4,$$

де t – час; t_1 – тривалість руху системи; x_0 та x_1 – відповідно початкове та кінцеве значення координати центру мас вантажу; V – ustalена швидкість руху вантажу.

Задача 2. Знайти закон руху $x = x(t)$, $0 \leq t \leq t_1$, який мінімізує функціонал:

$$M_{\text{с.к.}}^{(1)} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} (M^{(1)})^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (1.12)$$

де

$$M^{(1)} = a_1 x^{(1)} + a_2 x^{(3)} + a_3 x^{(5)} + a_4 x^{(7)}, \quad (1.13)$$

що задовольняє крайовим умовам руху:

$$t = 0 : x = x_0, x^{(1)} = 0, x^{(2)} = x_0 \omega^2, x^{(3)} = 0, x^{(4)} = x_0 \omega^4, x^{(5)} = 0, x^{(6)} = x_0 \omega^6; \quad (1.14)$$

$$t = t_1 : x = x_1, x^{(1)} = V, x^{(2)} = x_1 \omega^2, x^{(3)} = 0, x^{(4)} = x_1 \omega^4, x^{(5)} = V \omega^4, x^{(6)} = x_1 \omega.$$

Задача 3. Знайти закон руху $x = x(t)$, $0 \leq t \leq t_1$, який мінімізує функціонал

$$M_{\text{с.к.}}^{(2)} = \left[\frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} (M^{(2)})^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (1.15)$$

де

$$M^{(2)} = a_1 x^{(2)} + a_2 x^{(4)} + a_3 x^{(6)} + a_4 x^{(8)}, \quad (1.16)$$

що задовольняє крайовим умовам руху:

$$t = 0 : x = x_0, x^{(1)} = 0, x^{(2)} = x_0 \omega^2, x^{(3)} = 0, x^{(4)} = x_0 \omega^4, x^{(5)} = 0, x^{(6)} = x_0 \omega^6, x^{(7)} = 0; \quad (1.17)$$

$$t = t_1 : x = x_1, x^{(1)} = V, x^{(2)} = x_1 \omega^2, x^{(3)} = 0, x^{(4)} = x_1 \omega^4, x^{(5)} = V \omega^4, x^{(6)} = x_1 \omega, x^{(7)} = V \omega^6.$$

§2. Розв'язування варіаційних задач.

Оскільки розв'язки всіх трьох варіаційних задач майже однотипні, тому розглянемо методику аналітичного розв'язування цих задач на прикладі задачі 3.

Варіаційну задачу (1.15) можна представити в еквівалентній формі:

$$\int_0^{t_1} (M^{(2)})^2 dt \rightarrow \min. \quad (2.1)$$

У варіаційному численні умовою мінімуму функціоналу є рівняння Ейлера – Пуассона [11], яке для виразу (2.1) буде мати наступний вигляд:

$$\left(\frac{\partial (M^{(2)})^2}{\partial x^{(2)}} \right)^{(2)} + \left(\frac{\partial (M^{(2)})^2}{\partial x^{(4)}} \right)^{(4)} + \left(\frac{\partial (M^{(2)})^2}{\partial x^{(6)}} \right)^{(6)} + \left(\frac{\partial (M^{(2)})^2}{\partial x^{(8)}} \right)^{(8)} = 0.$$

Використовуючи правило диференціювання складної функції та підставляючи явний вираз (1.16), отримаємо:

$$\begin{aligned} (2M^{(2)}a_1)^{(2)} + (2M^{(2)}a_2)^{(4)} + (2M^{(2)}a_3)^{(6)} + (2M^{(2)}a_4)^{(8)} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a_1 M^{(4)} + a_2 M^{(6)} + a_3 M^{(8)} + a_4 M^{(10)} &= 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Отримане рівняння (2.2) є, фактично, лінійним однорідним диференціальним рівнянням 16-го порядку відносно невідомої функції x . Для його розв'язання знайдемо корені характеристичного полінома, який матиме вигляд:

$$Q(\lambda) = (a_1\lambda^2 + a_2\lambda^4 + a_3\lambda^6 + a_4\lambda^8)^2 = \lambda^4(a_1 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^4 + a_4\lambda^6)^2.$$

Поліном $Q(\lambda)$, очевидно, має нуль 4-го порядку $\lambda_0 = 0$, а також серію нулів 2-го порядку, які визначаються як розв'язки алгебраїчного рівняння 6-го порядку:

$$a_1 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^4 + a_4\lambda^6 = 0,$$

в якому для пониження степеня вводимо позначення $\lambda^2 = \mu$. В результаті, матимемо алгебраїчне рівняння 3-го порядку:

$$a_1 + a_2\mu + a_3\mu^2 + a_4\mu^3 = 0, \quad (2.3)$$

корені якого можна знайти аналітично за методом Кардано або наближено одним із чисельних методів, або ж використовуючи один із стандартних прикладних пакетів.

Якщо вхідні параметри для стрілової системи баштового крана приймають наступні значення: $m = 5000$ кг, $I = 30$ кг·м², $H = 10$ м, $\omega = 0,075$ рад/с, $r = 0,15$ м, $c = 1,65 \cdot 10^5$ Н/м, $V = 0,85$ м/с, $x_0 = 7$ м, $t_1 = 5$ с, $W = 5500$ Н, то наближені розв'язки рівняння (2.3) набувають таких значень: $\mu_1 \approx -678,17$, $\mu_2 \approx -3,9041$, $\mu_3 \approx 0,0044954$.

Враховуючи рівність $\lambda^2 = \mu$, для коренів характеристичного полінома $Q(\lambda)$ можемо записати:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm\sqrt{\mu_1} \approx \pm i \cdot 26,214 = \pm i \cdot \alpha_1; \\ \lambda_{3,4} &= \pm\sqrt{\mu_2} \approx \pm i \cdot 1,91759 = \pm i \cdot \alpha_2; \\ \lambda_{5,6} &= \pm\sqrt{\mu_3} \approx \pm 0,067048 = \pm \alpha_3, \end{aligned} \quad (2.4)$$

де $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця. Отже, характеристичний поліном $Q(\lambda)$ має нуль 4-го порядку $\lambda_0 = 0$ та шість нулів 2-го порядку $\lambda_{1,\dots,6}$, які мають вигляд (2.4). Тоді загальний розв'язок лінійного однорідного диференціального рівняння (2.2) запишеться таким чином:

$$\begin{aligned} x(t) &= (C_1 + C_2t) \cos(\alpha_1t) + (C_3 + C_4t) \sin(\alpha_1t) + (C_5 + C_6t) \cos(\alpha_2t) + (C_7 + C_8t) \times \\ &\times \sin(\alpha_2t) + (C_9 + C_{10}t) e^{\alpha_3t} + (C_{11} + C_{12}t) e^{-\alpha_3t} - C_{13} + C_{14}t + C_{15}t^2 + C_{16}t^3, \quad 0 \leq t \leq t_1. \end{aligned} \quad (2.5)$$

де $C_n = \text{const}$, $n = 1, 2, \dots, 16$.

Для знаходження коефіцієнтів $C_{1,\dots,16}$ зображення (2.5) підставляємо в крайові умови (1.17) вихідної задачі. В результаті прийдемо до системи лінійних алгебраїчних рівнянь 16-го порядку відносно $C_{1,\dots,16}$, наближений розв'язок якої приймає значення:

$$\begin{aligned} C_1 &= 0, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = 0, \quad C_4 = 0, \quad C_5 \approx 0,033874, \quad C_6 \approx -0,00938, \quad C_7 \approx -0,0026028, \quad C_8 \approx \\ &\approx -0,0021366, \quad C_9 \approx 2,1988 \cdot 10^7, \quad C_{10} \approx -2,7909 \cdot 10^5, \quad C_{11} \approx -3,3603 \cdot 10^7, \quad C_{12} \approx -4,7415 \cdot 10^5, \\ C_{13} &\approx 1,1614 \cdot 10^7, \quad C_{14} \approx -2,97399 \cdot 10^6, \quad C_{15} \approx 13028, \quad C_{16} \approx -1099,5. \end{aligned}$$

Підставивши знайдені $C_{1,\dots,16}$ у (2.5), отримаємо остаточний розв'язок варіаційної задачі (2.1), яка, фактично, співпадає з вихідною задачею (1.15).

В результаті проведених досліджень оптимального режиму руху, отриманого в результаті мінімізації середньоквадратичного значення пришвидшення рушійного моменту, побудовані графічні залежності переміщення центрів мас візка та вантажу (рис. 2), швидкості центрів мас візка та вантажу (рис. 3), прискорення центрів мас візка та вантажу (рис. 4), зусилля в тяговій частині візка (рис. 5), рушійного моменту

приводу механізму зміни вильоту (рис. 6) та потужності приводу механізму зміни вильоту (рис. 7).

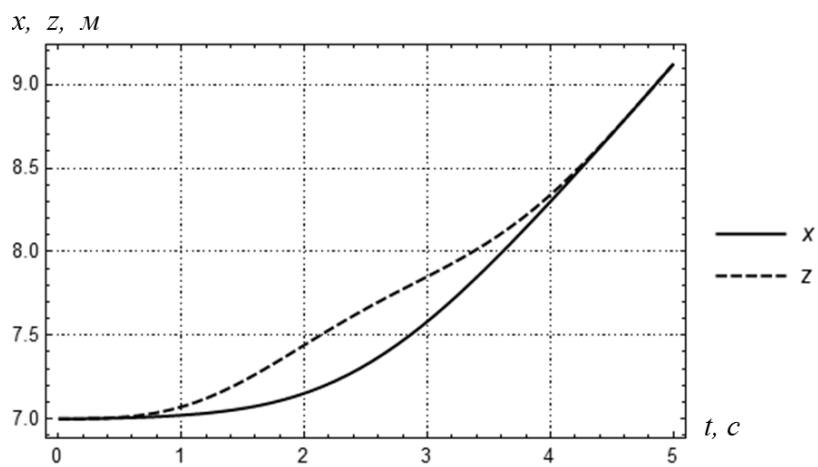


Рис. 2

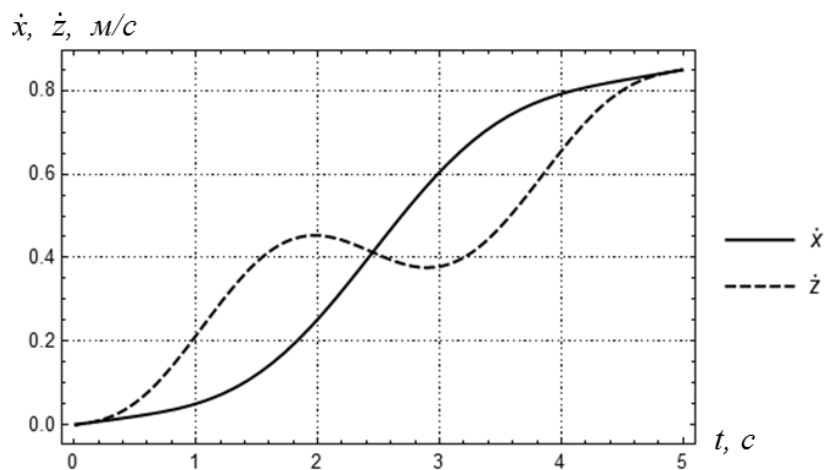


Рис. 3

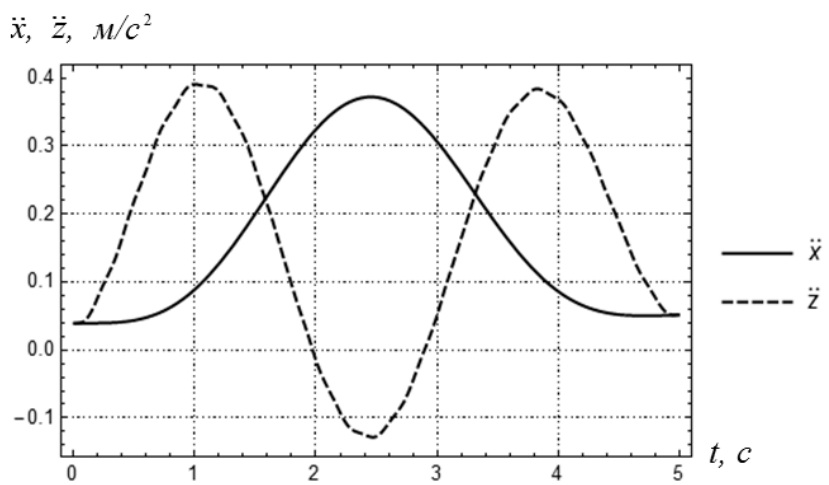
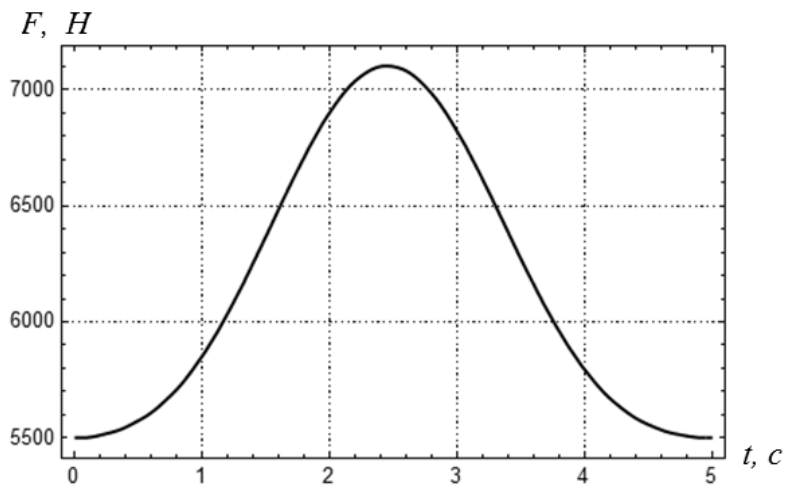
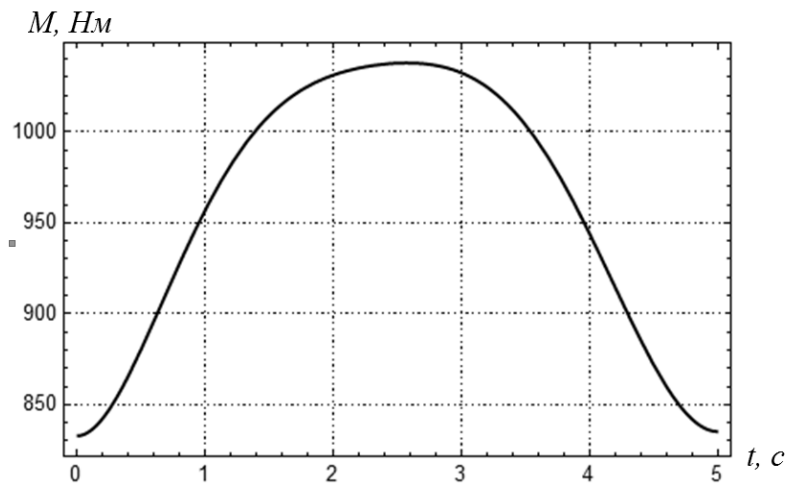


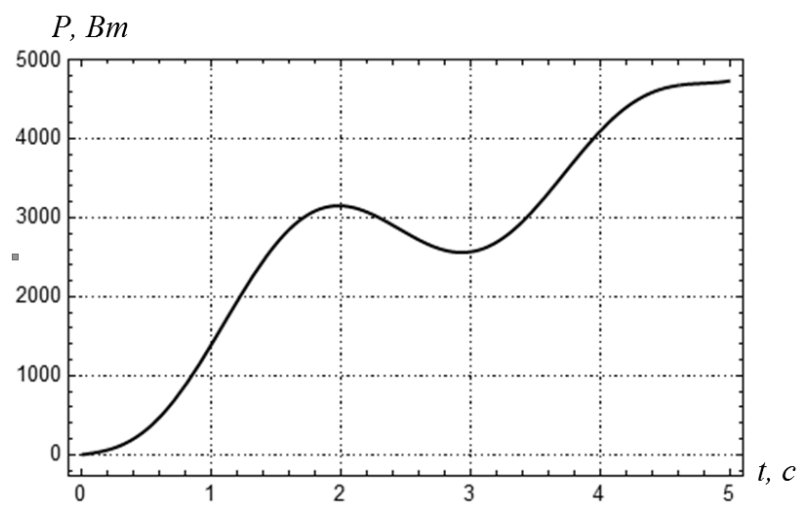
Рис. 4



Puc. 5



Puc. 6



Puc. 7

На рис. 2 – 4 наведено графічні залежності переміщень, швидкостей та прискорень центрів мас візка (пунктирні криві) та вантажу (суцільні криві). З наведених графічних залежностей видно, що на ділянці пуску переміщення, швидкість та прискорення вантажу змінюються плавно без коливань. Разом з тим, при зміні швидкості та прискорення візка спостерігаються низькочастотні коливання, які усуваються при переході на ділянку усталеного руху, оскільки в кінці процесу пуску координати (рис. 2) та швидкості (рис. 3) візка та вантажу співпадають.

Зусилля в тяговому елементі візка (рис. 5) та рушійний момент (рис. 6) на валу приводного електродвигуна механізму зміни вильоту міняються плавно без коливань. При зміні потужності приводного механізму зміни вильоту вантажу (рис. 7) спостерігаються низькочастотні коливання, викликані відхиленнями від вертикалі гнучкого підвісу з вантажем. Ці коливання також усуваються на ділянці усталеного руху, оскільки тут відсутні відхилення від вертикалі гнучкого підвісу з вантажем.

Отже, проведена оптимізація режиму зміни вильоту вантажу при усталеному русі механізму повороту протягом процесу пуску за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни рушійного моменту приводу (варіаційна задача 3) дала можливість отримати плавний, без коливань, рух елементів стрілової системи крана. Причому високочастотні коливання ланок системи усуваються вже на ділянці пуску за рахунок плавної зміни рушійного моменту, а низькочастотні коливання усуваються при переході з ділянки пуску на ділянку усталеного руху за рахунок відповідного вибору крайових умов руху візка та вантажу, які не дають можливості відхилитись вантажному канату від вертикалі.

Аналогічним чином розв'язані варіаційні задачі 1 і 2, на основі яких проведена оптимізація режимів зміни вильоту вантажу при використанні як критеріїв оптимізації середньоквадратичних значень, відповідно, рушійного моменту приводу та швидкості його зміни в часі. В процесі проведеної оптимізації отримані конкретні результати, аналогічні тим, що були отримані при розв'язуванні задачі 3.

§3. Порівняльний аналіз розв'язків варіаційних задач.

Проведемо співставлення результатів, отриманих при розв'язуванні всіх трьох варіаційних задач. Наведемо графічні залежності кінематичних характеристик центрів мас візка та вантажу при різних оптимальних режимах руху, отриманих при розв'язуванні варіаційних задач: для швидкостей вантажу (рис. 8), швидкостей візка (рис. 9), прискорень вантажу (рис. 10), прискорень візка (рис. 11).

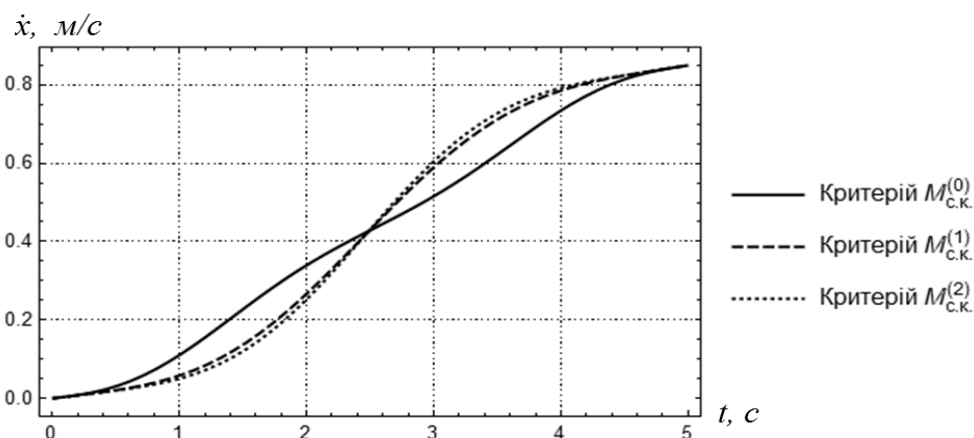


Рис. 8

З рис. 8 можна бачити, що залежності швидкості вантажу, отримані при розв'язуванні другої та третьої задач, змінюються плавно без коливань і практично є подібними і майже співпадають. Залежність зміни швидкості вантажу, отримана при розв'язуванні першої задачі, має незначні низькочастотні коливання. На рис. 9 наведено швидкості центра мас візка, знайдені при розв'язуванні варіаційних задач.

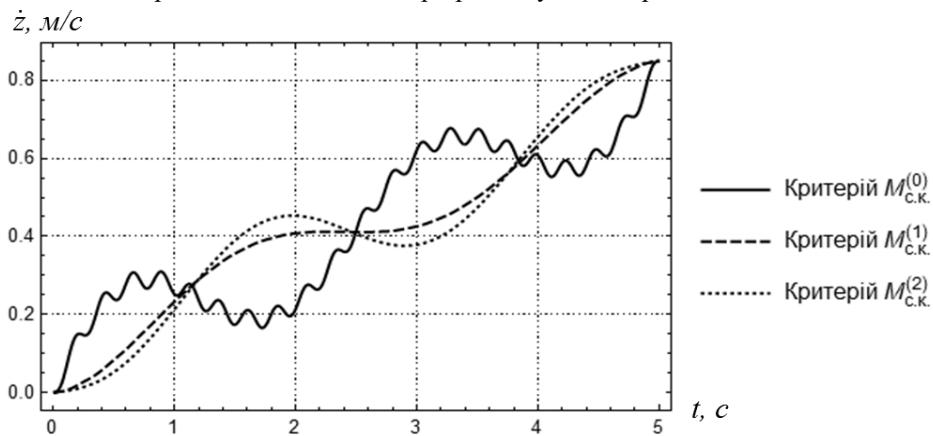


Рис. 9

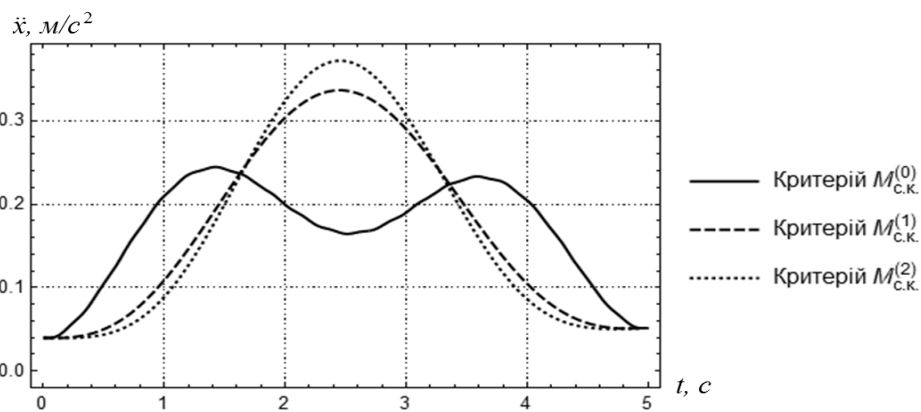


Рис. 10

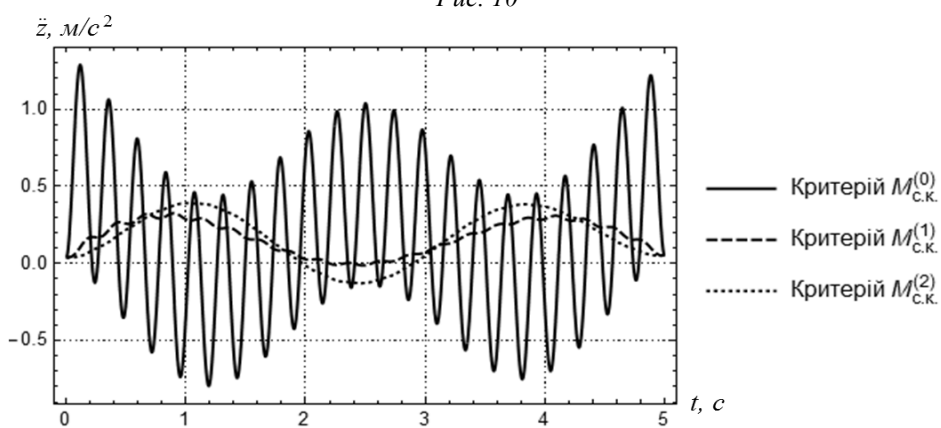


Рис. 11

Залежності, знайдені при розв'язуванні другої та третьої варіаційних задач, змінюються плавно при наявності низькочастотних коливань. При розв'язуванні другої

задачі амплітуда низькочастотних коливань трохи менша в порівнянні з амплітудою, отриманою в третій задачі, однак там спостерігаються незначні високочастотні коливання швидкості візка. Залежність швидкості візка, знайдена в результаті розв'язування першої варіаційної задачі, має як низько- так і високочастотну складові коливань. Тут амплітуда низькочастотної складової коливань значно перевищує амплітуди коливань, знайдені при розв'язуванні другої та третьої задач оптимізації.

Графічні залежності зміни прискорень вантажу (рис. 10), отримані при розв'язуванні другої та третьої варіаційних задач, змінюються плавно без наявності коливань, однак їхні максимальні значення (0,32 і 0,38 m/s^2 , відповідно) значно перевищують максимальне значення прискорення вантажу (0,24 m/s^2), отримане при розв'язуванні першої задачі, де спостерігаються низькочастотні коливання з накладанням незначних високочастотних коливань. З графіків зміни прискорень візка (рис. 11), отриманих при розв'язуванні другої та третьої варіаційних задач, видно наявність низькочастотної складової коливань. Причому в другій задачі амплітуда цих коливань менша, але спостерігається наявність незначної високочастотної складової коливань, чого не спостерігається при розв'язуванні третьої задачі. При розв'язуванні першої варіаційної задачі мають місце значні амплітуди як низько, так і високочастотних складових коливань прискорень візка. Тут максимальне значення прискорення візка досягає 1,4 m/s^2 . Для порівняння відзначимо, що при розв'язуванні другої та третьої задач ці прискорення становлять, відповідно, 0,32 та 0,37 m/s^2 .

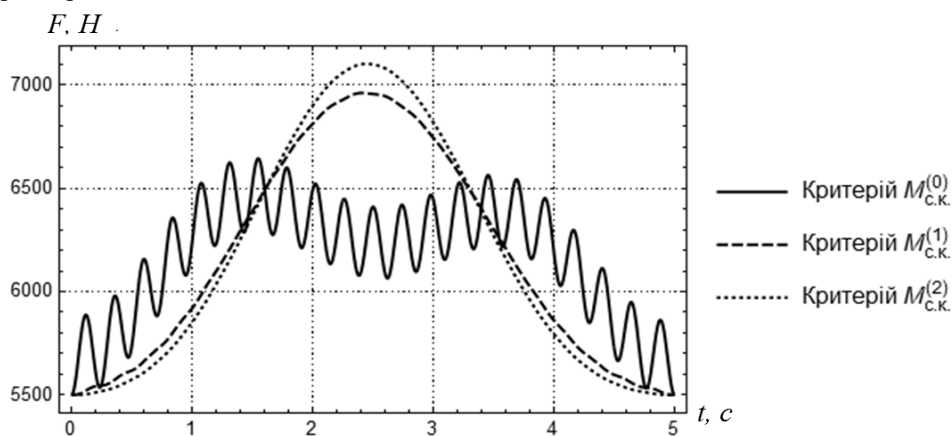


Рис. 12

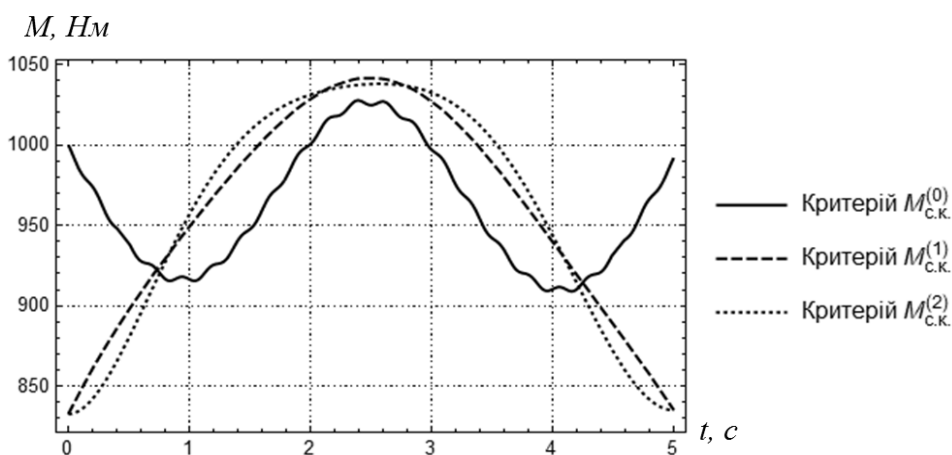


Рис. 13

З графічних залежностей тягового зусилля (рис. 12), отриманого при розв'язуванні другої та третьої варіаційних задач, спостерігається їхня плавна зміна при мак-

симальних значеннях 6950 Н та 7100 Н, відповідно, які перевищують відповідне значення (6650 Н), отримане при розв'язуванні першої задачі. Однак, при розв'язуванні цієї задачі в тяговому зусиллі мають місце як низько- так і високочастотні складові коливань.

З графічних залежностей рушійного моменту (рис. 13), отриманих при розв'язуванні другої та третьої варіаційних задач спостерігається плавна зміна при майже однакових максимальних значеннях 1040 Нм, що незначно перевищує максимальне значення рушійного моменту 1025 Нм, яке отримане при розв'язуванні першої задачі. Однак, в останньому випадку мають місце як низько- так і високочастотні коливання рушійного моменту, що знижує надійність роботи механізму зміни вильоту та підвищує енергетичні витрати приводу.

Аналіз графічних залежностей зміни потужності приводу механізму зміни вильоту при усталеному русі механізму повороту (рис. 14) показує, що залежності, отримані при розв'язуванні другої та третьої варіаційних задач, мають низькочастотні складові коливань, які усуваються при переході на ділянку усталеного руху. Тут більш плавну зміну потужності має залежність, що отримана при розв'язуванні другої задачі. При цьому максимальне значення потужності складає 4760 Вт. При розв'язуванні першої варіаційної задачі спостерігаються низько- та високочастотні складові коливань потужності приводного механізму. Тут максимальне значення потужності приводу становить 5600 Вт, що на 17,6% перевищує максимальні значення потужності, отримані при розв'язуванні другої та третьої задач.

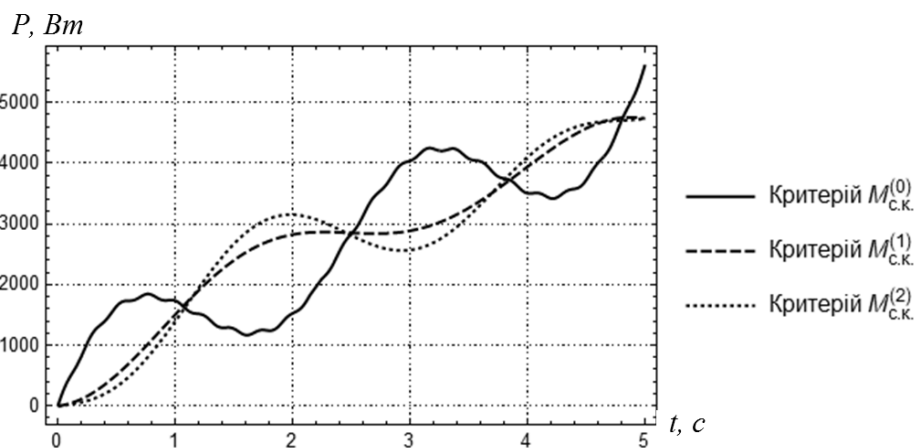


Рис. 14

Для більш повного аналізу отриманих оптимальних режимів руху механізму зміни вильоту при усталеному обертанні крана наведемо максимальні (табл. 1) та середньоквадратичні (табл. 2) значення характеристик руху механізму зміни вильоту вантажу.

З числових значень табл. 1 видно, що максимальні значення швидкостей візка і вантажу є однаковими для всіх трьох оптимальних режимів руху і дорівнюють швидкості усталеного руху візка та вантажу. Максимальні значення прискорень вантажу мало відрізняються при різних оптимальних режимах руху. В той же час, для вантажного візка максимальне значення прискорення при першому оптимальному режимі руху значно перевищує ці ж значення при двох інших режимах руху. Зусилля в тяговому канаті візка приймає найменше значення в першому оптимальному режимі руху, але при цьому ж режимі воно має найбільшу швидкість зміни, яка значно перевищує цей показник при інших оптимальних режимах. Максимальне значення рушійного моменту приводного механізму практично не відрізняється при всіх трьох оптимальних режимах руху. В той же час, максимальне значення потужності приводу приймає найбільше значення при першому оптимальному режимі руху, а при двох інших режимах вони майже однакові.

Таблиця 1

Характеристики	Одиниця вимірювання	Критерій		
		$M_{с.к.}^{(0)}$	$M_{с.к.}^{(1)}$	$M_{с.к.}^{(2)}$
\dot{x}	м/с	0,85	0,85	0,85
\ddot{x}	м/с ²	0,24	0,34	0,38
\dot{z}	м/с	0,85	0,85	0,85
\ddot{z}	м/с ²	1,40	0,32	0,38
$\ddot{\beta}$	рад/с	5,93	2,07	2,54
F	Н	6650	6950	7100
\dot{F}	Н/с	5750	1020	1050
M	Нм	1025	1040	1036
\dot{M}	Нм/с	180	150	160
P	Вт	5800	4760	4780

Аналізуючи дані табл. 2 необхідно відмітити, що найменші середньоквадратичні значення швидкостей візка та вантажу спостерігаються при першому оптимальному режимі руху. При двох інших режимах руху ці показники майже однакові. Разом з тим, середньоквадратичне значення прискорення візка при першому оптимальному режимі руху значно перевищує цю характеристику при інших режимах руху.

Таблиця 2

Характеристики	Одиниця вимірювання	Критерій		
		$M_{с.к.}^{(0)}$	$M_{с.к.}^{(1)}$	$M_{с.к.}^{(2)}$
\dot{x}	м/с	0,508	0,528	0,532
\ddot{x}	м/с ²	0,181	0,201	0,208
\dot{z}	м/с	0,472	0,481	0,487
\ddot{z}	м/с ²	0,527	0,200	0,236
$\ddot{\beta}$	рад/с ²	3,51	1,33	1,57
F	Н	6179	6195	6200
\dot{F}	Н/с	3355	661	749
M	Нм	960,6	962,2	962,7
\dot{M}	Нм/с	94,89	89,44	96,97
P	Вт	3010	3019	3047

Середньоквадратичне значення рушійного моменту найменше значення приймає при першому режимі руху, але воно мало чим відрізняється від інших оптимальних режимів руху. Найменше середньоквадратичне значення швидкості зміни рушійного моменту спостерігається при другому оптимальному режимі руху, а найбільше – при третьому режимі. При другому оптимальному режимі руху також найменше середньоквадратичне значення пришвидшення в часі рушійного моменту, яке більш ніж на порядок менше цього ж значення при першому режимі руху, що вказує на наявність значних коливань при цьому режимі руху.

При всіх режимах руху середньоквадратичні значення тягового зусилля візка майже однакові, але швидкість його зміни в часі найбільша при першому режимі руху, а

найменша – при другому. Середньоквадратичне значення пришвидшення зміни тягового зусилля приймає найменші значення при третьому режимі руху, а найбільші – при першому, причому це збільшення майже на два порядки. Середньоквадратичні значення потужності при різних режимах руху близькі між собою, де найбільше значення при третьому оптимальному режимі, а найменше – при першому.

Висновок.

В представленій статті наведено результати оптимізації режимів зміни вильоту вантажу при усталеному режимі повороту баштового крана з балочною стрілою. Тут поставлено три варіаційні задачі оптимізації режимів руху стрілової системи крана, де за критерії оптимізації використані середньоквадратичні за час перехідного процесу руху величин рушійного моменту приводного механізму, швидкості та пришвидшення його зміни в часі. На прикладі аналітичного розв'язування третьої варіаційної задачі проілюстровано методику оптимізації режимів спільного руху кранових механізмів.

В результаті розв'язування поставлених варіаційних задач встановлено переваги та недоліки кожного з режимів руху в залежності від обраного критерію оптимізації. При розв'язуванні першої варіаційної задачі зменшуються силові навантаження в тяговому елементі візка та приводному механізмі, однак мають місце значні низько- та високочастотні коливання елементів приводу та конструкції стрілової системи в процесі пуску (гальмування).

При розв'язуванні другої варіаційної задачі інколи незначно збільшуються максимальні та середньоквадратичні значення силових навантажень в порівнянні з першою варіаційною задачею, але майже повністю усуваються низькочастотні коливання протягом перехідного процесу і зменшуються енергетичні витрати.

При розв'язуванні третьої варіаційної задачі підвищується плавність руху механізму зміни вильоту вантажу та повністю усуваються високочастотні коливання ланок приводного механізму та конструкції стрілової системи, однак дещо збільшуються деякі максимальні та середньоквадратичні значення кінематичних та силових характеристик в порівнянні з результатами другої варіаційної задачі.

Враховуючи всі позитивні та негативні наслідки оптимізації для механізму зміни вильоту вантажу при усталеному повороті крана, доцільно рекомендувати оптимальний режим руху, який визначається в результаті розв'язування другої варіаційної задачі.

РЕЗЮМЕ. Представлено розв'язування задач оптимізації режиму руху механізму зміни вильоту вантажу баштового крана при усталеному русі механізму повороту. Для цього використано математичну модель динаміки руху стрілової системи крана, яку зведено до одного лінійного диференціального рівняння шостого порядку, що описує зміну рушійного моменту приводу від координати центру мас вантажу та її похідних за часом. Поставлено три варіаційні задачі. Методику аналітичного розв'язування задач проілюстровано на прикладі однієї задачі. Отримано три оптимальних за різними критеріями режими руху механізму зміни вильоту вантажу, кожний з яких має свої переваги та недоліки в порівнянні з іншими режимами. Проведено аналіз отриманих результатів та виявлено низько- та високочастотні коливання ланок механізму зміни. Встановлені умови, за яких ці коливання усуваються.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: баштовий кран, механізм зміни вильоту, варіаційні задачі, критерій.

1. Герасимьяк Р.П., Лецев В.А. Анализ и синтез крановых электромеханических систем. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192 с.
2. Герасимьяк Р.П., Найдено О.В. Особенности керування електроприводом механізму вильоту стріли під час обертання крана з підвищеним вантажем // Електромашинобудування та електрообладнання. – 2007. – 68. – С. 11 – 15.
3. Казак С.А. Динамика мостовых кранов. – Москва: Машиностроение, 2008. – 332 с.

4. *Ловейкін В.С.* Аналіз оптимальних режимів руху піднімальних машин // Вібрації в техніці та технологіях. – 2004. – **34**, № 2. – С. 1 – 5.
5. *Ловейкін В.С.* Оптимізація режимів руху машин і механізмів // Машинознавство. – 1999. – № 7. – С. 24 – 31.
6. *Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Ловейкін А.В., Муштин Д.І.* Динамічний аналіз руху механізмів зміни вильоту та повороту баштового крана з балочною стрілою // Machinery and Energetics. J. of Rural Production Research. Kyiv, Ukraine. – 2020. – **11**, N 1. – P. 5 – 11.
7. *Найденко Е.В.* Управление электроприводом механизмов горизонтального перемещения с подвешенным грузом // Електромашинобудування та електрообладнання. – 2007. – **69**. – С. 17 – 22.
8. *Lee H.P.* Dynamic responses of a beam with a moving mass // J. of Sound and Vibration. – 1996. – **191**, N 2. – P. 289 – 294.
9. *Loveikin V., Romasevych Y., Kadykalo I., Liashko A.* Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion // J. of Theoretical and Appl. Mech. – 2019. – **49**, N 3. – P. 285 – 296.
10. *Loveikin V.S., Romasevich Yu.A., Khoroshun S.A.* Optimal Stabilization Control of an Inverted Pendulum with a Flywheel. Part 1 // Int. Appl. Mech. – 2020. – **56**, N 4. – P. 462 – 470.
11. *Loveikin V.S., Romasevich Yu.A., Khoroshun A.S., Shevchuk A.G.* Time-Optimal Control of a Simple Pendulum with a Movable Pivot. Part 1 // Int. Appl. Mech. – 2018. – **54**, N 3. – P. 358 – 365.
12. *Oguamanam D.C.D., Hansen J.S., Heppler G.R.* Dynamics of a three-dimensional overhead crane system // J. of Sound and Vibration. – 2001. – **242**, N 3. – P. 411 – 426.
13. *Qian Y., Fang Y.* Switching Logic-Based Nonlinear Feedback Control of Offshore Ship-Mounted Tower Cranes: A Disturbance Observer-Based Approach // IEEE Transactions on Automation Sci. and Engng. – 2018. – P. 1 – 12.
14. *Sakawa Y., Nakazumi A.* Modeling and Control of a Rotary Crane // J. of Dynamic Systems. Measurement and Control. – 1985. – **107**, N 3. – P. 200.
15. *Sun G., Kleeberger M.* Dynamic responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system // Mechanism and Machine Theory. – 2003. – **38**, N 12. – P. 1489 – 1508.

Надійшла 26.07.2021

Затверджена до друку 19.07.2022