О. М. Б а г н о

ВПЛИВ ШАРУ ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ НА ПОВЕРХНЕВУ НЕСТІЙКІСТЬ НЕСТИСЛИВОГО ПРУЖНОГО ПІВПРОСТОРУ, ПІДДАНОГО СКІНЧЕННИМ ПОЧАТКОВИМ ДЕФОРМАЦІЯМ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e - mail: desc@inmech.kiev.ua

Abstract. The problem of normal waves propagation in a pre-deformed incompressible elastic half-space that interacts with a layer of an ideal compressible fluid is considered. The study is carried out basing on the three-dimensional linearized equations of the theory of elasticity of finite deformations for the incompressible elastic half-space and the three-dimensional linearized Euler equations for the ideal compressible fluid. A problem statement and an approach, based on the representations of general solutions of the linearized equations for elastic solid and fluid are applied. A dispersion equation, which describes propagation of harmonic waves in the hydroelastic system is obtained. The dispersion curve for surface wave over a wide range of frequencies is constructed. An effect of the finite initial deformations of elastic half-space and of the thickness of the layer of ideal compressible fluid on the phase velocities, dispersion of surface waves and surface instability of the hydroelastic waveguide are analyzed. Numerical results are presented in the form of graphs and their analysis is given.

Key words: surface waves, phase velocity, incompressible elastic half-space, layer of ideal compressible fluid, finite initial deformations, surface instability.

Вступ.

Дослідженням процесів поширення хвиль у гідропружних системах, які мають початкові напруження, присвячена значна бібліографія, частина якої наведена в роботах [3 – 8, 12 – 14, 17 – 19]. У більшості публікацій, в основному, розглядалися хвильові процеси в пружних тілах із жорстких стисливих матеріалів (метали, сплави), які не допускають великих початкових деформацій. Питанням про вплив рідини на хвилеводні властивості гідропружних систем з високоеластичних нестисливих матеріалів, підданих скінченним деформаціям, приділено значно менше уваги. У той же час, як відомо, дія на пружний півпростір значних стискаючих зусиль, що викликають великі деформації, може призвести не тільки до змін дисперсійних і кінематичних властивостей, але й до втрати його поверхневої стійкості. Зазначимо, що це явище докладно досліджувалося в теорії стійкості пружних тіл і там також було визначено значення параметра критичного укорочення, при якому воно відбувається. Разом з тим для більш складних систем, що містять пружні тіла та рідину, виникнення поверхневої нестійкості та вплив на неї рідини вивчено недостатньо повно.

У даній роботі для дослідження стійкості пружно-рідинного хвилеводу, що складається з пружного півпростору і шару рідини, застосовуються моделі, які враховують початкове напруження в твердому тілі та стисливість рідини. При цьому використовуються тривимірні лінеаризовані рівняння Ейлера для рідини та тривимірні лінеаризовані рівняння теорії пружності скінченних деформацій для твердого тіла. Передбачається, що рідина є ідеальною і в незбуреному стані перебуває в спокої. Використовуються постановки задач і метод, основані на застосуванні представлень загальних розв’язків лінеаризованих рівнянь руху ідеальної стисливої рідини та попередньо напруженого нестисливого пружного тіла, які запропоновані в роботах [3 – 9, 14 – 16].

§1. Постановка задачі та основні співвідношення.

Розглянемо задачу про поширення акустичних хвиль у гідропружній системі, що складається з шару ідеальної стисливої рідини і пружного нестисливого півпростору, підданого великим (скінченним) початковим деформаціям. Постановка задачі базується на використанні тривимірних лінеаризованих рівнянь теорії пружності при скінченних деформаціях для твердого тіла та лінеаризованих рівнянь Ейлера для рідини, що перебуває у стані спокою [3 – 9, 14 – 16].

Далі розглянемо такі динамічні процеси в гідропружній системі, при яких виникають додаткові збурення деформацій, які значно менші початкових. Досліджуємо гармонічні хвильові процеси малої амплітуди. При цьому приймемо, що пружне тіло перебуває в початковому напружено-деформованому стані. Зауважимо, що на відміну від твердих тіл, співвідношення яких записані в лагранжевих координатах, рівності для рідкого середовища записуються в ейлерових координатах, введених у природному стані рідини. Слід підкреслити, що початковий стан пружного тіла при розгляді гідропружної задачі є природним станом по відношенню до рідини та системи в цілому. Оскільки в подальшому досліджуємо поширення малих збурень, то, як відомо, у цьому випадку підходи Ейлера та Лагранжа в описі поведінки середовищ співпадають. Тому надалі не робимо різниці між лагранжевими та ейлеровими координатами і характерні для нелінійних задач труднощі при записі граничних умов при зазначених двох підходах не виникають.

В рамках прийнятих моделей, основаних на лінеаризованій теорії гідропружності [3 – 9, 14 – 16], основні співвідношення для системи «попередньо напружене нестисливе пружне тіло – ідеальна стислива рідина» мають вигляд:

1) нестисливе пружне тіло –

$$\left(\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta}\frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_\beta} - \delta_{j\alpha}\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u_\alpha + \tilde{q}_{ij}\frac{\partial p}{\partial z_i} = 0, \quad z_k \in V_1\,; \tag{1.1}$$

$$\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta} = \lambda_i\lambda_\beta\kappa_{ij\alpha\beta}\,;\;\; \tilde{q}_{ij} = \lambda_i q_{ij}\,;\;\; \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1\,;\;\; \tilde{q}_{ij}\frac{\partial u_j}{\partial z_i} = 0\,,\; z_k \in V_1\,; \tag{1.2}$$

$$\tilde{Q}_j \equiv N_i^0\left(\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta}\frac{\partial u_\alpha}{\partial z_\beta} + \tilde{q}_{ij}p\right), \quad z_k \in S\,; \tag{1.3}$$

2) ідеальна стислива рідина –

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0}\nabla p = 0, \quad z_k \in V_2\,; \tag{1.4}$$

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0;\quad \frac{\partial p}{\partial \rho^*} = a_0^2\,;\;\; a_0 = \text{const};\quad p_{ij} = -\delta_{ij}p\,, z_k \in V_2\,; \tag{1.5}$$

$$\tilde{P}_j = p_{ij}N_i^0\,,\; z_k \in S\,. \tag{1.6}$$

При цьому специфіку взаємодії пружних і рідких середовищ відображають динамічні $\tilde{Q}_j = \tilde{P}_j,\;\; z_k \in S$ і кінематичні $\partial\boldsymbol{u}/\partial t = \boldsymbol{v},\;\; z_k \in S$ граничні умови, що задаються на поверхні контакту пружних тіл та рідини S.

Введені тензори $\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta}$ і $\tilde{q}_{ij}$ залежать від виду початкового стану та типу пружного потенціалу матеріалу твердого тіла. Вирази для обчислення складових цих тензорів наведено у роботах [2, 3, 7]. Там же запропоновані спрощення для різних варіантів теорії малих початкових деформацій. Вище прийняті наступні позначення: u_i – компоненти вектора зсувів пружного тіла $\boldsymbol{u}$; ρ – густина матеріалу пружного півпростору; v_i – складові вектора збурень швидкості рідини $\boldsymbol{v}$ відносно стану спокою; ρ^* і p

– збурення густини і тиску в рідині; ρ_0 і a_0 – густина рідини і швидкість звуку в рідині в стані спокою; λ_i – подовження (при $\lambda_i > 1$) і укорочення (при $\lambda_i < 1$) пружного півпростору в напрямках координатних осей; $\tilde{Q}_j$ і $\tilde{P}_j$ – компоненти напружень, відповідно, в пружному тілі і рідині; V_1 і V_2 – об'єми, які займають, відповідно, пружне тіло і рідина; S – поверхня контакту пружного і рідкого середовищ.

Рівності (1.1) – (1.3) описують поведінку нестисливого пружного тіла. Малі коливання ідеальної стисливої рідини в стані спокою описують співвідношення (1.4) – (1.6).

Далі припустимо, що ізотропне нелінійно-пружне тверде тіло, пружний потенціал якого є довільною двічі неперервно диференційованою функцією компонент тензора деформацій Гріна, займає півпростір ($-\infty < z_1 < \infty,\ \ -\infty < z_2 \le 0,\ \ -\infty < z_3 < \infty$) і контактує з шаром ідеальної стисливої рідини ($-\infty < z_1 < \infty,\ \ 0 \le z_2 \le h,\ \ -\infty < z_3 < \infty$). Приймемо, що зовнішні сили, які діють на зазначені середовища, розподілені рівномірно вздовж осі Oz_3. У цьому випадку задача є плоскою і можна обмежитися вивченням процесу поширення хвиль у площині Oz_1z_2. Отже, зазначена задача зводиться до розв'язання системи рівнянь (1.1) – (1.6) при наступних граничних умовах:

$$\tilde{Q}_1\Big|_{z_2=0} = 0\,;\ \ \tilde{Q}_2\Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_2\Big|_{z_2=0}\,;\ \ \tilde{P}_2\Big|_{z_2=h} = 0\,;\ \ v_2\Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{z_2=0}\,. \tag{1.7}$$

Скористаємося постановками задач гідропружності для тіл з початковими напруженнями та ідеальної рідини, а також представленнями загальних розв'язків, запропонованими в роботах [3 – 9, 14 – 16]. Надалі досліджуються хвильові процеси в попередньо деформованих нестисливих пружних тілах, що взаємодіють з ідеальною стисливою рідиною, початковий стан яких є однорідним. У разі однорідного напружено-деформованого стану для плоского випадку загальні розв'язки мають вигляд [3 – 9, 14 – 16]

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2}\,;\ \ u_2 = \lambda_1 q_1 \lambda_2^{-1} q_2^{-1} \frac{\partial^2}{\partial z_1^2}\chi_1\,;$$

$$p = \lambda_1^{-1} q_1^{-1} \left\{ \lambda_1^2 \left[\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0 - \lambda_1 \lambda_2 q_1 q_2^{-1} \left(a_{12} + \mu_{12} \right) \right] \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \right.$$

$$\left. + \lambda_2^2 \left(\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0 \right) \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \frac{\partial}{\partial z_2}\chi_1\,;$$

$$v_1 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_1 \partial t}\,;\ \ v_2 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_2 \partial t}\,,$$

де введені функції χ_i є розв'язками наступних рівнянь:

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial z_1^4} + \frac{\lambda_2^4 q_2^2 \left(\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0 \right)}{\lambda_1^4 q_1^2 \left(\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0 \right)} \frac{\partial^4}{\partial z_2^4} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 \left(\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0 \right)} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial t^2} + \right.$$

$$+ \frac{q_1 q_2^{-1} \left(\lambda_2^2 a_{22} + s_{22}^0 \right) + q_1^{-1} q_2 \left(\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0 \right) - 2\lambda_1 \lambda_2 \left(a_{12} + \mu_{12} \right)}{\lambda_1^2 \lambda_2^{-2} \left(\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0 \right) q_1 q_2^{-1}} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial z_2^2} -$$

$$\left. - \frac{\lambda_2^2 q_2^2 \rho}{\lambda_1^4 q_1^2 \left(\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0 \right)} \frac{\partial^4}{\partial z_2^2 \partial t^2} \right] \chi_1 = 0\,;\ \ q_i = \lambda_i^{-1}\,;\ \ \lambda_1 \lambda_2 = 1\,;$$

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_2^2}\right)-\frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\chi_2=0\,.$$

Тут введено такі позначення: a_{ij}, μ_{ij} – величини, що визначаються з рівнянь стану і залежать від виду пружного потенціалу [2, 3, 6, 7]; s_{ii}^0 – початкові напруження.

Для аналізу поширення збурень, гармонічно змінних в часі, розв'язки системи рівнянь визначаємо в класі біжучих хвиль

$$\chi_j=X_j\left(z_2\right)\exp\left[i\left(k\,z_1-\omega t\right)\right]\quad\left(j=\overline{1,2}\right),$$

де k – хвильове число; ω – кругова частота; i – уявна одиниця ($i=\sqrt{-1}$).

Зауважимо, що обраний у даній роботі клас гармонічних хвиль, який є найбільш простим і зручним в теоретичних дослідженнях, не обмежує загальності отриманих результатів, оскільки лінійна хвиля довільної форми, як відомо, може бути представлена набором гармонічних складових [1]. Далі розв'язуємо задачі про власні значення для рівнянь руху пружного тіла і рідини, а також визначаємо відповідні власні функції. Після підстановки загальних розв'язків в граничні умови (1.7) отримуємо однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо довільних сталих. Виходячи з умови існування нетривіального розв'язку цієї системи, отримуємо дисперсійне рівняння

$$\det\left\|\psi_{lm}\left(c,\lambda_i,\rho,\mu,a_{ij},\mu_{ij},s_{ii}^0,\rho_0,a_0,\omega h/c_s\right)\right\|=0\quad\left(l,m=\overline{1,4}\right),\tag{1.8}$$

де c – фазова швидкість хвиль в гідропружній системі; h – товщина шару рідини; c_s – швидкість хвилі зсуву в матеріалі пружного тіла ($c_s^2=\mu/\rho$); μ – модуль зсуву матеріалу пружного тіла.

Як відомо, у необмеженому нестисливому пружному тілі існує зсувна хвиля. В ідеальному стисливому рідкому середовищі поширюється лише поздовжня хвиля. Саме ці хвилі, взаємодіючи між собою на вільній граничній поверхні, а також на поверхні контакту середовищ, породжують складне хвильове поле в гідропружній системі.

Відзначимо, що отримане дисперсійне рівняння (1.8) не залежить від форми пружного потенціалу. Воно є найбільш загальним і з нього можна отримати співвідношення для ряду окремих випадків, розглянутих в роботах [4, 5, 10, 13, 19]. Зокрема, якщо a_0 спрямувати до нескінченності, то (1.8) переходить в рівняння для визначення параметрів хвиль у разі взаємодії пружного півпростору з нестисливою ідеальної рідиною. Інші окремі випадки, які випливають з даної роботи, пов'язані з дослідженням хвиль Релея і Стоунлі, розглядалися раніше в публікаціях [4, 5, 10, 13, 19]. Зазначені випадки враховують наявність початкових деформацій в пружному півпросторі. Якщо прийняти $s_{ii}^0=0$, $\lambda_i=1$, то отримаємо рівності для ґрунтовно досліджених у рамках класичної теорії пружності хвиль Релея та Стоунлі – Шольте [1, 13, 19].

§2. Числові результати та їх аналіз.

Розрахунки проводимо для гідропружної системи, що складається з реальних пружного тіла і рідини. Для пружного півпростору вибираємо високоеластичну гуму, пружні властивості якої описуються пружним потенціалом Трелоара. Механічні параметри для цієї гідропружної системи приймаємо такими: пружний півпростір – $\rho=1200$ кг/м³, $\mu=1{,}2\cdot10^6$ Па; шар води – $\rho_0=1000$ кг/м³, $a_0=1459{,}5$ м/с, $\overline{a}_0=$ $=a_0/c_s=46{,}153442$. У цього хвилеводу матеріал пружного тіла (гума) є нестисливим, податливим і м'яким. Крім того, при розгляді припускаємо, що початковий напружений стан є однорідним і задовольняє співвідношенням $s_{11}^0\neq0$, $s_{22}^0=0$. Як показано в роботах [2, 3, 6, 7, 11], при такому навантаженні немає аналогії між задачами в лінеаризованій та лінійній постановках. Тому результати для тіл з початковими напруженнями не можуть бути отримані з розв'язків відповідних лінійних задач.

Зауважимо, що рівняння (1.8) виведено без будь-яких додаткових вимог до виду функції пружного потенціалу, тому воно має місце для пружних потенціалів довільної форми.

Далі дисперсійне рівняння (1.8) розв'язуємо чисельно. Результати обчислень у вигляді графіків наведені на рис. 1 – 5.

На рис. 1 показано дисперсійні криві для гідропружного хвилеводу, які відображають залежності безрозмірних величин фазових швидкостей мод $\bar{c}$ ($\bar{c} = c/c_s$) від безрозмірної величини товщини шару рідини (частоти) $\bar{h}$ ($\bar{h} = \omega h/c_s$). На цьому рисунку крива *1* відповідає попередньо стисненому пружному півпростору ($\lambda_1 = 0,6$), а крива *2* – гідропружному хвилеводу за відсутності початкових напружень ($\lambda_1 = 1$). Тонкими штриховими лініями на рис. 1 позначені асимптоти, до яких прямують величини фазових швидкостей мод $\bar{c}$ при зростанні товщини рідкого шару (частоти) $\bar{h}$ ($\bar{h} \to \infty$).

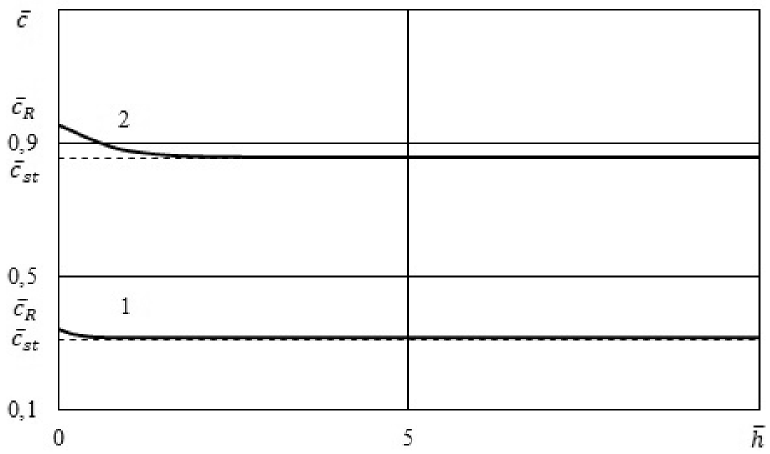

Рис. 1

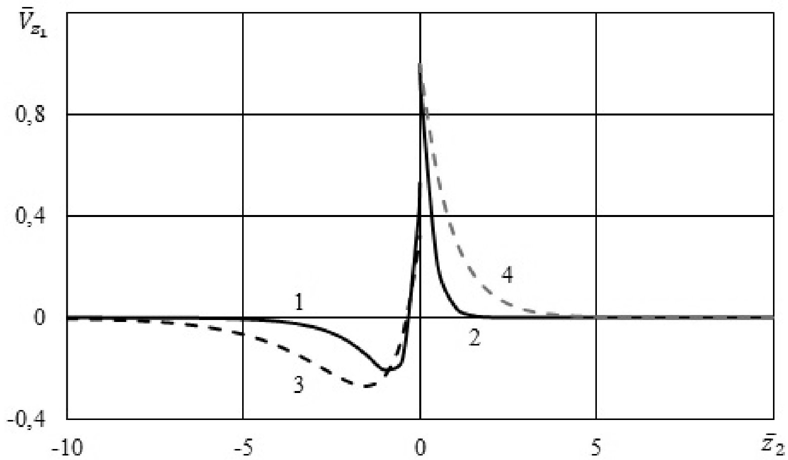

Рис. 2

Графіки, представлені на рис. 2, 3, відображають розподіл амплітуд зміщень (швидкостей $\partial u_i/\partial t$ і v_i) для гідропружного хвилеводу, що складається з пружного півпростору з гуми ($-\infty < \bar{z}_2 \le 0$) і шару ($0 \le \bar{z}_2 \le \bar{h}$) води. На них наведено залежності безрозмірних величин поздовжніх $\overline{V}_{z_1}$ (рис. 2) і поперечних $\overline{V}_{z_2}$ (рис. 3) зсувів від безрозмірної поперечної координати $\overline{z}_2$ для поверхневої моди (рис. 1). Графіки, представлені на цих рисунках, отримані для існуючої єдиної поверхневої хвилі в коротко-хвильовій частині спектра при частоті (товщині рідкого шару) $\overline{h} = 20$. У цьому випадку величини кінематичних характеристик мали такі значення: $\overline{c} = 0{,}31674974$ при $\lambda_1 = 0{,}6$ і $\overline{c} = 0{,}85925724$ при $\lambda_1 = 1$.

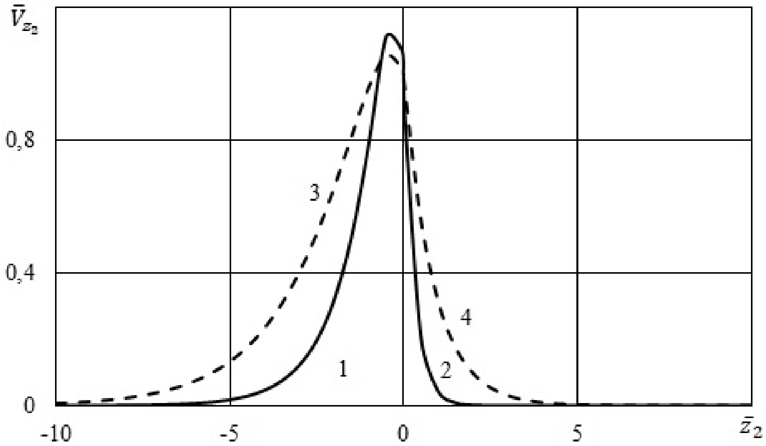

Рис. 3

Зазначимо, що при такій товщині шару рідини (частоті) $\overline{h} = 20$ ця хвиля трансформується в поверхневу хвилю (хвилю Стоунлі) і її швидкість, як випливає з графіків рис. 1 і як показують отримані числові значення ($\overline{c} = 0{,}31674974$ і $\overline{c}_{st} = 0{,}316749734889$ при $\lambda_1 = 0{,}6$; $\overline{c} = 0{,}85925724$ і $\overline{c}_{st} = 0{,}85925723562$ при $\lambda_1 = 1$), незначно відрізняється від швидкості хвилі Стоунлі $\overline{c}_{st}$. На цих рисунках суцільні криві *1* і *2* відповідають попередньо стисненому ($\lambda_1 = 0{,}6$) півпростору, а штрихові криві *3*, *4* – гідропружній системі при відсутності початкових деформацій ($\lambda_1 = 1$).

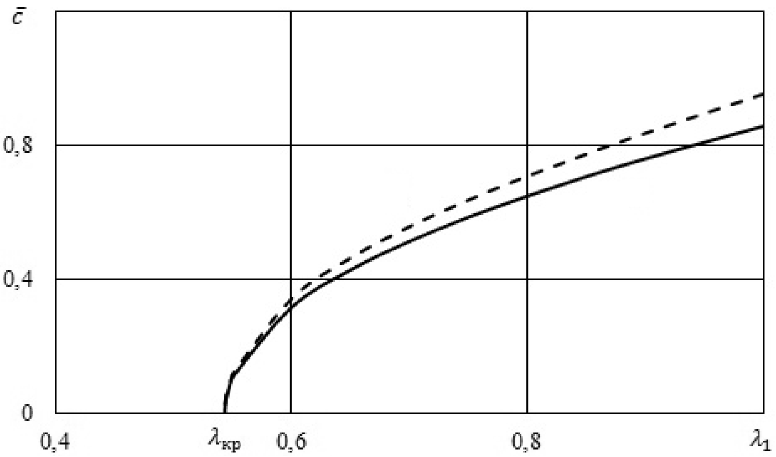

Рис. 4

Характер впливу попереднього деформування пружного півпростору на швидкості поверхневих хвиль ілюструють графіки на рис. 4 і 5. На них представлені залежності величин фазових швидкостей $\overline{c}$ цих мод від зміни величини λ_1. На рис. 4 наведено результати обчислень для попередньо стисненого ($\lambda_1 \le 1$) пружного півпростору. Графіки на рис. 5 представляють значення фазових швидкостей поверхневих хвиль для сильно стисненого пружного півпростору ($0,543685 \le \lambda_1 \le 0,543725$). Наведені на рис. 4, 5 графіки, які зображені суцільними лініями, отримані для гідропружної системи, товщина рідкого шару $\bar{h}$ якої дорівнює 20. На цих рисунках штрихові лінії відповідають пружному півпростору, який не взаємодіє з рідиною ($\bar{\rho}_0 = 0$).

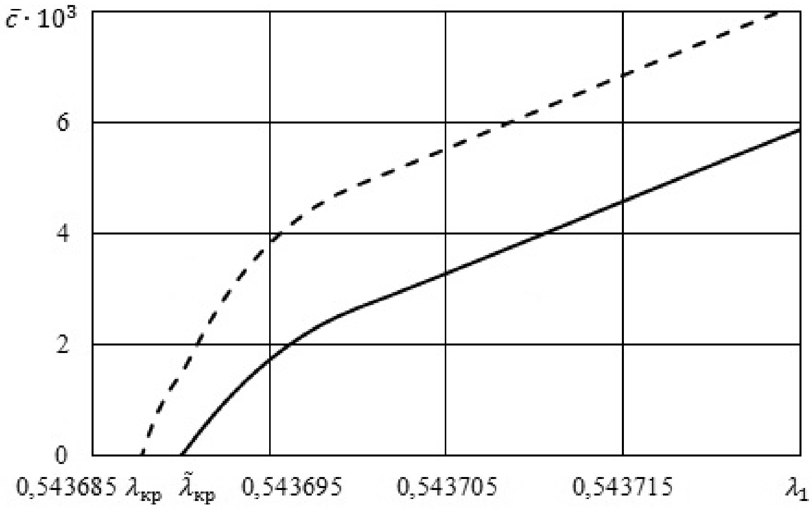

Рис. 5

З графіків, представлених на рис. 1, випливає, що швидкість поверхневої хвилі в пружному півпросторі з гуми (піддатливий матеріал), який взаємодіє з шаром води, змінюється від швидкості хвилі Релея $\bar{c}_R$ ($\bar{c}_R = 0,955312$ для $\lambda_1 = 1$ і $\bar{c}_R = 0,3424664$ для $\lambda_1 = 0,6$) при $\bar{h} \to 0$ до швидкості хвилі Стоунлі $\bar{c}_{st}$ [$\bar{c}_{st} = 0,85925723562$ для $\lambda_1 = 1$ (крива *1*) і $\bar{c}_{st} = 0,316749734889$ для $\lambda_1 = 0,6$ (крива *2*)] при $\bar{h} \to \infty$. Як відомо, фазова швидкість і структура хвилі Стоунлі при взаємодії твердого та рідкого півпросторів залежать від механічних властивостей гідропружної системи і визначаються співвідношенням між швидкістю хвилі звуку в рідині і швидкістю хвилі Релея в твердому півпросторі. В даному випадку механічні параметри гідропружної системи «гума – вода» такі, що швидкість поширення звукової хвилі в рідині $\bar{a}_0$ ($\bar{a}_0 = 46,153442$) більша швидкості релеївської хвилі $\bar{c}_R$ ($\bar{c}_R = 0,955312$ для $\lambda_1 = 1$ і $\bar{c}_R = 0,3424664$ для $\lambda_1 = 0,6$). З огляду на результати, представлені на рис. 2 і 3, що характеризують розподіл амплітуд зміщень (швидкостей) хвильових рухів в приконтактних областях, в даній гідропружній системі це призводить до того, що в короткохвильовій частині спектра поверхнева мода, поширюючись вздовж межі поділу середовищ, локалізується в приконтактних областях як рідини, так і пружного півпростору. При цьому глибина проникнення рухів цієї поверхневої хвилі (хвиля типу Стоунлі) в пружне тіло більша глибини проникнення в рідину.

З графіків, представлених на рис. 1, 4, і 5, випливає, що стиснення пружного півпростору ($\lambda_1 < 1$) призводить до зменшення величин фазових швидкостей поверхневих хвиль, а також до зміщення хвильових рухів ближче до межі контакту пружного тіла та рідини. При цьому глибина проникнення їх у пружний півпростір залишається більшою, ніж глибина проникнення в рідину. З рисунків також випливає, що стиснення півпростору ($\lambda_1 < 1$) призводить до зближення значень фазових швидкостей хвиль Релея і Стоунлі та їх залежності від параметра укорочення.

§3. Поверхнева нестійкість гідропружної системи.

Графіки на рис. 4, 5 для суто пружного півпростору, зображені штриховими лініями, показують, що при стисненні і $\lambda_1 \approx 0,54$ (більш точне значення $\lambda_1 \approx 0,543688$), тобто при зменшені довжини високоеластичного нестисливого тіла на 46 відсотків величина фазової швидкості хвилі Релея обертається в нуль. Це свідчить про те, що в умовах плоского напружено-деформованого початкового стану для високоеластичного нестисливого неогуківського тіла при стисненні $\lambda_1 \approx 0,54$ виникає явище поверхневої нестійкості. Зазначимо, що це значення збігається з величиною, раніше отриманою в теорії стійкості [2] і відповідає значенню параметра критичного укорочення $\lambda_{кр}$ [2].

З графіка, наведеного на рис. 5 (суцільна лінія), випливає, що в гідропружному хвилеводі фазова швидкість поверхневої хвилі Стоунлі обертається в нуль при $\lambda_1 \approx 0,54369$. Це свідчить про те, що в умовах плоского напружено-деформованого початкового стану поверхня пружного півпростору гідропружної системи, що контактує з шаром рідини, при стисненні $\tilde{\lambda}_{кр} = \lambda_1 \approx 0,54369$ втрачає поверхневу стійкість. Для пружного півпростору, який не взаємодіє з рідиною, як зазначено раніше, явище поверхневої нестійкості виникає при $\lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0,543688$. Ці відмінності між значеннями $\tilde{\lambda}_{кр}$ і $\lambda_{кр}$ свідчать про те, що наявність шару ідеальної стисливої рідини призводить до зниження порогу поверхневої нестійкості хвилеводу і виникнення її раніше ($\tilde{\lambda}_{кр} > \lambda_{кр}$) при меншому стисненні ($\tilde{\lambda}_{кр} = \lambda_1 \approx 0,54369 > \lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0,543688$).

Разом з тим проведені розрахунки показали, що навантаження пружного півпростору шаром рідини істотно не змінює умови виникнення поверхневої нестійкості, оскільки величини параметрів критичного укорочення пружного півпростору $\lambda_{кр}$ і гідропружної системи $\tilde{\lambda}_{кр}$ відрізняються на малу величину.

Таким чином, розвинена лінеаризована теорія хвиль для високоеластичних нестисливих тіл дозволяє досліджувати хвильові процеси не тільки в загальному і ряді окремих випадків, але також надає можливість дослідити і умови виникнення явища поверхневої нестійкості як в пружному півпросторі, так і в гідропружній системі.

Висновок.

Таким чином, аналіз отриманих числових результатів показав, що вплив скінченних початкових деформацій пружного півпростору на характеристики хвильового процесу в гідропружній системі проявляється не тільки кількісно, але і якісно. Великі попередні деформації можуть призвести не тільки до зміни величин фазових швидкостей та дисперсійних властивостей поверхневих хвиль, але і до більш істотної зміни параметрів хвильового процесу в гідропружній системі в цілому. В результаті їх дії в пружно-рідинному хвилеводі може виникнути явище поверхневої нестійкості, що призводить до припинення процесу поширення хвиль і перенесення хвильової енергії.

Наукові дослідження, результати яких опубліковано в цій статті, виконано за рахунок коштів бюджетної програми «Наукова і науково-технічна діяльність наукових установ Національної академії наук України» (КПКВК 6541030).

РЕЗЮМЕ. Досліджено поширення нормальних хвиль у попередньо деформованому нестисливому півпросторі, що взаємодіє з шаром ідеальної стисливої рідини. Результати отримано на основі тривимірних лінеаризованих рівнянь теорії пружності скінченних деформацій для нестисливого пружного півпростору та тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для шару ідеальної стисливої рідини. Застосовано постановку задачі та підхід, що базуються на використанні представлень загальних розв'язків лінеаризованих рівнянь для пружного тіла та рідини. Отримано дисперсійне рівняння, яке описує поширення гармонічних хвиль у гідропружній системі. Побудована дисперсійна крива поверхневої хвилі в широкому діапазоні частот. Проаналізовано вплив скінченних початкових дефо-

рмацій пружного півпростору та товщини шару ідеальної стисливої рідини на фазові швидкості, дисперсію поверхневих хвиль та поверхневу нестійкість гідропружного хвилеводу. Числові результати наведено у вигляді графіків і дано їх аналіз.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: поверхневі хвилі, фазова швидкість, пружний нестисливий півпростір, шар ідеальної стисливої рідини, скінченні початкові деформації, поверхнева нестійкість.

1. *Викторов И.А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. – Москва: Наука, 1981. – 288 с.
2. *Гузь А.Н.* Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. – Киев: Наук. думка, 1973. – 272 с.
3. *Гузь А.Н.* Упругие волны в телах с начальными напряжениями: в 2-х томах. Т.1. Общие вопросы – Киев: Наук. думка, 1986. – 374 с.
4. *Гузь А.Н.* Упругие волны в телах с начальными напряжениями: в 2-х томах. Т.2. Закономерности распространения. – Киев: Наук. думка, 1986. – 536 с.
5. *Гузь А.Н.* Динамика сжимаемой вязкой жидкости. – Киев: А.С.К., 1998. – 350 с.
6. *Гузь А.Н.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – Киев: А.С.К., 2004. – 672 с.
7. *Гузь А.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. Ч. 1. Общие вопросы. Волны в бесконечных телах и поверхностные волны. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 501 с.
8. *Гузь А.* Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. Ч. 2. Волны в частично ограниченных телах. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 505 с.
9. *Гузь А.* Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2017. – 244 с.
10. *Жук А.П.* Волны Стоунли в среде с начальными напряжениями // Прикл. механика. – 1980. – **16**, № 1. – С. 113 – 116.
11. *Babich S.Yu., Guz A.N., Zhuk A.P.* Elastic Waves in Bodies with Initial Stresses // Int. Appl. Mech. – 1979. – **15**, N 4. – P. 277 – 291.
12. *Bagno A.M.* Effect of Prestresses on the Dispersion of Quasi-Lamb Waves in the System Consisting of an Ideal Liquid Layer and a Compressible Elastic Layer // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 2. – P. 139 – 148.
13. *Bagno A.M., Guz A.N.* Elastic Waves in Prestressed Bodies Interacting with a Fluid (survey) // Int. Appl. Mech. – 1997. – **33**, N 6. – P. 435 – 463.
14. *Guz A.N.* Aerohydroelasticity Problems for Bodies with Initial Stresses // Soviet Applied Mechanics. – 1980. – **16**, N 3. – P. 175 – 190.
15. *Guz A.N.* Elastic Waves in Bodies with Initial (Residual) Stresses // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, N 1. – P. 23 – 59.
16. *Guz A.N.* Dynamics of Compressible Viscous Fluid. – Cambridge: Cambridge Scientific Publishers, 2009. – 428 p.
17. *Guz A.N., Bagno A.M.* Influence of Prestresses on Normal Waves in an Elastic Compressible Half-Space Interacting with a Layer of a Compressible Ideal Fluid // Int. Appl. Mech. – 2019. – **55**, N 6. – P. 585 – 595.
18. *Guz A.N., Bagno A.M.* Influence of Prestresses on Quasi-Lamb Modes in Hydroelastic Waveguides // Int. Appl. Mech. – 2020. – **56**, N 1. – P. 1 – 12.
19. *Guz A.N., Zhuk A.P., Bagno A.M.* Dynamics of Elastic Bodies, Solid Particles, and Fluid Parcels in a Compressible Viscous Fluid (Review) // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 5. – P. 449 – 507.

Надійшла 02.08.2019 Затверджена до друку 19.07.2022