О.П.Дацишин, І.А.Рудавська, А.Ю.Глазов, О.А.Кравчук ПІДПОВЕРХНЕВІ РАДІАЛЬНІ ТРІЩИНИ В ЗОНІ КОНТАКТУ В КРУГОВОМУ ДИСКУ

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАНУ, вул. Наукова, 5, 79018, Львів, Україна; e-mail: o.p.datsyshyn@gmail.com

Abstract. The maximum values of the mixed-mode stress intensity factors (SIF) are investigated that control the growth of the crack by the cracking mode I mechanism for a circular disk with a subsurface radial crack. The disk is loaded by a model contact load which shifted unidirectionally along the disk contour. The load included a tangential component that enables the modeling of the sliding friction forces between the rolling elements. Based on the comparison of the found SIF with the crack growth resistance characteristics of railway wheel steels (type KP-2 and KP-T), the railway wheels' destruction is predicted.

Key words: circular disk, radial crack, model contact load, sliding friction, stress intensity factor, crack growth resistance of material, railway wheel.

Вступ.

Основною робочою частиною багатьох сучасних машин і механізмів є пари кочення: системи колесо – рейка, кулькові і роликові підшипники, валки вальцювальних станів, різні зубчасті зчеплення, тощо. Їх ресурс найчастіше вичерпується в результаті зародження і розвитку тріщин [3, 17], що призводить до аварійних ситуацій.

Розв'язки задач про напружено-деформований стан (НДС) кругового диска, послабленого розрізами (тріщинами), під дією контактного навантаження, мають як теоретичне значення, так і прикладне для прогнозування міцності і довговічності елементів трибоспряжень і, зокрема, тіл кочення. Часто у таких тілах кочення, як залізничні колеса, зароджуються і розвиваються радіальні тріщини (рис. 1) [4].

У літературі відомі коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) для диска з прямолінійною центральною діаметральною тріщиною різної довжини за його стиску вздовж діаметра протилежно направленими зосередженими силами. Ці результати отримані аналі-

> тично [10] та чисельно методом сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) [9]. Для диска з центральною тріщиною, на ободі якого діють діаметрально протилежні зосереджені сили або рівномірно розподілений тиск, у явному вигляді знайдено КІН з використанням вагової функції [13].

У роботі [2] методом СІР розв'язано плоску задачу теорії пружності для кругового диска з внутрішньою радіальною тріщиною під дією модельного контактного навантаження, яке однонаправлено переміщається вздовж контура диска. Модельним контактним наванта-



ISSN0032–8243. Прикл. механіка, 2022, **58**, № 6

женням служить рівномірно розподілений тиск з дотичною складовою, що дозволяє враховувати сили тертя між контактуючими тілами. Тиск врівноважується зосередженими силами та моментом, прикладеними в центрі диска. На основі чисельного розв'язку СІР методом механічних квадратур в окремих випадках знайдено КІН. Встановлено зони розкриття тріщини (для фіксованого розташування і довжини тріщини), встановлені розміщення контактного навантаження, за яких береги тріщини не контактують по всій її довжині.

Зауважимо, що в літературі є багато публікацій, присвячених теоретичним дослідженням впливу тертя проковзування між контактуючими тілами кочення на поширення в них тріщин. Однак у більшості з них предметом досліджень є пружна півплощина, послаблена тріщинами, під дією модельного навантаження з дотичною складовою, яке переміщається вздовж краю півплощини. Доволі ґрунтовні огляди цих публікацій подано в працях [11, 12]. Окрім визначення КІН, у них запропоновано розрахункові моделі для побудови траєкторій розвитку тріщин, а також для оцінювання як втомної, так і контактної (за утворенням приповерхневих дефектів) довговічності тіл кочення. Ефективність моделей продемонстровано на прикладі рейок і рейкових сталей.

У даній роботі на основі раніше отриманого авторами [2] методом СІР розв'язку плоскої задачі теорії пружності для кругового диска з внутрішньою радіальною тріщиною під дією контактного навантаження, що однонаправлено переміщається вздовж контура диска і враховує сили тертя проковзування між тілами кочення, визначено максимальні значення коефіцієнтів інтенсивності напружень мішаного типу $K_{1\theta}$, які контролюють ріст тріщини за механізмом нормального розриву. Досліджено динаміку (градієнт) зміни КІН $K_{1\theta}$ і їх максимальних значень у приповерхневій зоні (близько до краю диска) при переміщенні контактного навантаження вздовж контура диска. На основі співставлення отриманих значень КІН $K_{1\theta}$ із характеристиками тріщиностійкості сталей залізничних коліс типу КП-2 і КП-Т здійснено прогнозування руйнування таких коліс.

§1. Формулювання задачі.

Для визначення КІН у пружному круговому диску з внутрішньою радіальною тріщиною під дією контактного навантаження на його контурі використаємо підхід, запропонований в роботі [2]. Нижче стисло подаємо його основні елементи, а на рис. 2 – загальну схему задачі.

Отже, розглянемо пружний ізотропний круговий диск радіуса R, обмежений контуром L_0 , з центром у початку основної прямокутної системи координат xOy. Диск послаблений внутрішньою радіальною тріщиною довжиною 2l вздовж контуру L, віднесеною до локальної системи координат $x_1O_1y_1$. Вісь O_1x_1 локальної системи координат співпадає з віссю Ox, а її початок O_1 перебуває на відстані r_0 від початку

основної системи xOy і центра диска O. У центрі диска також розташуємо полює полярної системи координат $rO\varphi$.

На межі диска діє модельне контактне навантаження. У ролі такого навантаження обираємо рівномірно розподілений нормальний тиск інтенсивністю p та дотичні зусилля q, зв'язані між собою законом Кулона q = fp через коефіцієнт тертя проковзування f. На рис. 2 стрілкою D позначено напрямок переміщення контактного навантаження. У центрі диска прикладено зосереджені сили X_0 , Y_0 та момент M_0 , які забезпечують



умови рівноваги диска. Розглянуто такі випадки розташування модельного навантаження, за яких береги тріщини не контактують (виконується умова $K_{\rm I}^{\pm} > 0$). Вважаємо також, що береги тріщини вільні від навантаження.

Таким чином, крайові умови задачі мають вигляд

$$N(t_0) + iT(t_0) = \sigma(t_0) + i\tau_{r\varphi}(t_0) = p(-1 + if), \ t_0 = R \cdot e^{i\varphi}, \ \varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2;$$
(1)

$$N(t_0) + iT(t_0) = 0, \ \varphi_2 \le \varphi \le 2\pi + \varphi_1, \ t_0 \in L_0;$$
(2)

$$N^{\pm}(t) + iT^{\pm}(t) = 0, \ t \in L,$$
(3)

де N і T – нормальна і дотична компоненти зусиль на контурі диска і берегах тріщини. Верхні індекси у формулі (3) вказують на граничні значення відповідних величин на контурі тріщини L за підходу до нього зліва (+) або справа (-); φ_1 , φ_2 – кутові межі ділянки контакту; $2a = R(\varphi_2 - \varphi_1)$ – довжина ділянки контакту; $\varphi_0 = (\varphi_2 - \varphi_1)/2$ – кут, що відповідає середині ділянки контакту (рис. 2). Умови рівноваги диска для даної задачі, за крайових умов (1) – (3), матимуть вигляд

$$X_0 + iY_0 = \int_{L_0} p(-1 + if) dt_0; \quad M_0 = -\int_{L_0} Rq dt_0.$$
(4)

Дослідимо КІН для радіальної внутрішньої тріщини в диску, під дією зусиль (1) – (3), залежно від розташування тріщини та ділянки контакту, довжини тріщини, а також величини коефіцієнта тертя.

Задовольняючи крайові умови задачі (1) – (3) за допомогою комплексних потенціалів Колосова – Мусхелішвілі для кругового диска з криволінійними тріщинами [7], у випадку однієї радіальної тріщини отримуємо СІР [2] сформульованої задачі:

$$\frac{1}{\pi} \int_{L} \left[K(t,\tau) g'(t) dt + L(t,\tau) \overline{g'(t)} d\overline{t} \right] = p(\tau), \ \tau \in L,$$
(5)

де g'(t) – шукана функція, яка є похідною від розривів переміщень на контурі тріщини. Ядра рівняння (5) описуються співвідношеннями, встановленими в роботі [8]. Оскільки береги тріщини не завантажені, то права частина СІР (5) має вигляд

$$p(\tau) = -\left\{\Phi_0(T') + \overline{\Phi_0(T')} + e^{-2i\alpha} \frac{\overline{d\tau}}{d\tau} \left[T' \overline{\Phi_0'(T')} + \overline{\Psi_0(T')}\right]\right\}.$$
(6)

Тут функції $\Phi_0(T')$ і $\Psi_0(T')$ є комплексними потенціалами Мусхелішвілі для кругового диска без тріщини, під дією зусиль (1), (2), (4). Вони встановлені в роботі [2]. Кут α нахилу осі $O_1 x_1$ до осі O_x також фіксує кут нахилу тріщини до осі O_x . У даній роботі приймаємо його рівним нулю ($\alpha = 0$).

Значення зосереджених сил та моменту знаходимо з умов рівноваги (4). З урахуванням крайової умови (3) отримаємо

$$X_{0} = Rp\left(\sin\varphi - f\cos\varphi\right)\Big|_{\varphi_{1}}^{\varphi_{2}}; \quad Y_{0} = Rp\left(-\cos\varphi - f\sin\varphi\right)\Big|_{\varphi_{1}}^{\varphi_{2}}; \quad M_{0} = -R^{2}pf\varphi\Big|_{\varphi_{1}}^{\varphi_{2}}.$$
 (7)

Для однозначності розв'язку СІР (5) додаємо умову

$$\int_{L} g'(t) dt = 0, \qquad (8)$$

яка забезпечує однозначність переміщень за обходу контуру тріщини L.

100

Щоб отримати числовий розв'язок CIP (5) записуємо його у нормованому вигляді. Для цього переходимо до безрозмірних змінних

$$t = l\omega(\xi) = l\xi; \ \tau = l\eta, \ t, \tau \in L, \ \left|\xi\right| \le 1, \ \left|\eta\right| \le 1$$

$$\tag{9}$$

у СІР (5) та в додатковій умові (8). Таким чином отримуємо систему двох рівнянь у нормалізованій формі для визначення похідної від розриву переміщень на берегах тріщини $g'(\omega(\xi)), [\xi] \le 1$. Цю систему розв'язуємо чисельно методом механічних квадратур Ґаусса – Чебишева [7, 8] і на основі її розв'язку знаходимо КІН $K_{\rm I}$ і $K_{\rm II}$ за формулою [7, 8, 16]

$$K_{\rm I}^{\pm} - iK_{\rm II}^{\pm} = \left(F_{\rm I}^{\pm} - iF_{\rm II}^{\pm}\right) p \sqrt{\pi R} , \quad \text{ge} \quad F_{\rm I}^{\pm} - iF_{\rm II}^{\pm} = \mp \sqrt{\left|\omega'(\pm 1)\right|} \frac{u(\pm 1)}{\omega'(\pm 1)} . \tag{10}$$

Тут верхні знаки віднесені до правої вершини тріщини, а нижні – до лівої. Шукана функція

$$u(\xi) = g'(l\omega(\xi))\omega'(\xi)\sqrt{1-\xi^2}/p$$

є розв'язком системи алгебричних рівнянь, до якої зведено СІР (5) і співвідношення (8).

Припускаючи, що локальне руйнування в обох вершинах тріщини відбувається за механізмом нормального розриву (за σ_{θ} -критерієм), за яким тріщина розвивається у напрямі, в якому колові нормальні напруження σ_{θ} досягають максимального значення, для визначення КІН мішаного типу $K_{1\theta}$ використовуємо формулу

$$K_{\mathrm{I}\theta} = \cos^3\left(\frac{\theta_*}{2}\right) \left[K_{\mathrm{I}} - 3\operatorname{tg}\left(\frac{\theta_*}{2}\right) K_{\mathrm{II}} \right]; \quad \theta_* = 2\operatorname{arctg}\left(\left(K_{\mathrm{I}} - \sqrt{K_{\mathrm{I}}^2 + 8K_{\mathrm{II}}^2}\right) / 4K_{\mathrm{II}} \right),$$

де θ_* – кут початкового поширення (відхилення) тріщини.

§2. Результати і наукова новизна.

Використаємо вищеописану методику для оцінювання ролі підповерхневої радіальної тріщини в руйнуванні залізничного колеса, надаючи параметрам кругового диска і модельного контактного навантаження значення експлуатаційних параметрів залізничного колеса в системі колесо – рейка. Дослідимо КІН K_{I}^{\pm} , K_{II}^{\pm} та $K_{I\theta}^{\pm}$ і їх максимальні значення в обох вершинах радіальної тріщини залежно від кута φ_0 , який фіксує положення середини ділянки контакту на контурі диска, від відносної відстані середини тріщини до центра диска r_0 / R та коефіцієнта тертя проковзування f в контакті між колесом і рейкою.

Довжину ділянки контакту вибираємо 2a=0,013 м, що відповідає розкриттю кута ділянки контакту $\varphi_2 - \varphi_1 = 1,62^\circ$. Ділянку контакту (контактне навантаження) переміщаємо проти годинникової стрілки з кроком 2° , а в окремих випадках з кроком $0,1^\circ$ в межах $\varphi_0 = -\pi/2 \dots \pi/2$. Розрахунки проводимо для таких відносних довжин тріщини: l/R = 0,01; 0,05 і 0,1. Для залізничного колеса радіуса R=0,46 м це відповідає довжинам тріщини 2l=0,92 см; 4,6 см і 9,2 см. Коефіцієнту тертя надавали значення f=0 і 0,3. Відносну відстань центра тріщини до центра диска змінювали в межах $r_0/R=0,05, \dots, 0,9899$ (тріщина не перетинає межу диска).

У вищеописаних діапазонах зміни параметрів φ_0 , r_0 / R , l / R і f насамперед шукаємо такі їх конфігурації, за яких тріщина в обох вершинах буде розкритою ($K_I^{\pm} > 0$) і досягаються максимальні значення КІН $K_{I\theta}$, тобто конфігурації, найсприятливіші для поширення радіальної тріщини за механізмом нормального відриву. Отже, спочатку виявимо конфігурації параметрів φ_0 , r_0 / R , l / R і f, за яких тріщина буде повністю розкритою (значень параметрів зон розкриття). Ділянки розташування контактного навантаження (діапазон значень φ_0), при яких тріщина заданої довжини (l / R), розташування на радіусі диска (r_0 / R) і фіксованому коефіцієнті тертя f буде повністю розкритою, назвемо зоною розкриття тріщини. В роботі [2] для основних значень цих параметрів (l / R = 0,01 і 0,1; f = 0 і 0,3) проведено відповідні дослідження.



На рис. З показано додатні значення нормованих КІН $F_1^+(\varphi_0, r_0/R) > 0$ для правої вершини радіальної тріщини з відносною довжиною l/R = = 0,01для різних її розташувань на радіусі диска залежно від розташування контактного навантаження на контурі диска. Для випадків відсут-ності тертя в контакті (f = 0) використано штрихові лінії, а за наявності тертя (f = 0,3) – суцільні. При цьому виконується умова $F_1^-(\varphi_0, r_0/R) > 0$, тобто забезпечується умова повного розкриття тріщини.

Тут бачимо, що радіальні тріщини, які розташовані ближче до центра диска $(r_0 / R < 0.8)$, повністю розкриваються, коли контактне навантаження переміщається на ділянці контуру диска в околі лінії тріщини. За відсутності тертя в контакті криві $F_1^+(\varphi_0, r_0 / R)$ при різних r_0 / R є симетричними відносно лінії тріщини, а їх максимальні додатні значення досягаються, коли вісь контактного навантаження збігається з лінією тріщини. З появою і збільшенням тертя в контакті (f = 0.3) залежності $F_1^+(\varphi_0, r_0 / R)$ і їх величина змінюються мало, а сама зона розкриття незначно зсувається в бік дії дотичних контактних зусиль. При цьому максимальні значення КІН F_1^+ практично такі самі, як у випадку відсутності тертя, і досягаються, коли $\varphi_0 \approx 0$. Чим ближче тріщина розташована до центра диска, тим більша зона її розкриття. З наближенням тріщини до краю диска зона розкриття поступово зникає. Так, наприклад, при $r_0 / R = 0.2$ кут зони розкриття, тобто діапазон можливих розміщень контактного навантаження (рис. 2), за яких тріщина повністю розкрита, $\Delta \varphi_0 \approx 80^\circ$, а при $r_0 / R = 0.8$ кут зони розкриття $\Delta \varphi_0 \approx 10^\circ$ (рис. 3).

Далі називатимемо центральними зони розкриття внутрішніх радіальних тріщин, що виникають під час переміщення контактного навантаження на ділянці контуру диска в околі лінії тріщини.

Однак ситуація якісно і кількісно змінюється із суттєвим наближенням тріщини до краю диска, тобто, коли $r_0 / R \ge 0.8$. Якщо контактне навантаження, переміщаючись вздовж границі диска у заданому напрямку минає лінію тріщини (рис. 2), а дотичні зусилля спрямовані від неї, то на деякій відстані розташування навантаження від цієї лінії (f > 0, рис. 3) з'являється ще одна (бічна) зона розкриття ($F_1^{\pm} > 0$) тріщини $\Delta \varphi_0 > 0^\circ$. Ця зона збільшується з наближенням тріщини до краю диска.

Відзначимо, що зі збільшенням відносної довжини радіальної тріщини від l/R = 0.01 до 0,1 (на порядок) зони розкриття зменшуються незначно, хоча макси-

мальні значення КІН $F_{I\theta}$ суттєво зростають (у рази) і найбільше залежать від розташування центра тріщини на радіусі диска [2].

Тепер при фіксованих довжинах та положеннях тріщини на радіусі диска в межах зон її розкриття встановлюємо такі розміщення контактного навантаження ($\phi_0 = \phi_0^*$), за яких досягаються максимальні значення КІН

$$\tilde{K}_{\mathrm{I}\theta} = \max K_{\mathrm{I}\theta} \left(\varphi_0, r_0/R, l/R \right) = K_{\mathrm{I}\theta} \left(\varphi_0^*, r_0/R, l/R \right)$$

На рис. 4 відображені максимальні значення КІН $\tilde{K}_{1\theta}^{\pm}$ залежно від параметра r_0 / R розташування центра тріщини на радіусі диска за коефіцієнтів тертя між тілами кочення f = 0 (a) і f = 0,3 (б) та різних відносних довжин тріщини (l/R = 0,01; 0,05; 0,1); суцільні криві – права вершина тріщини (+), пунктирні – ліва (–) за даними для центральної зони розкриття тріщини; штрихпунктирні криві – права вершина тріщини (+) за даними для бічної зони її розкриття; при цьому інтенсивність контактного тиску p = 1500 МПа. Графіки на рис. 4 свідчать, що максимальні значення КІН $\tilde{K}_{1\theta}^{\pm}$ суттєво збільшуються з наближенням тріщини до центра диска (за малих r_0 / R). Таким чином реалізується вплив зосереджених сил і моменту X_0, Y_0, M_0 , прикладених в центрі диска для його рівноваги.



Особливо інтенсивно збільшуються максимуми КІН $\tilde{K}_{1\theta}^{\pm}$ з наближенням тріщини до краю диска (за великих r_0 / R), зокрема за наявності дотичних зусиль (тертя) на ділянці контакту (рис. 4, δ). Тут насамперед реалізується вплив границі диска. Порівняння суцільних і штрихпунктирних кривих (рис. 4, δ), побудованих за максимальними значеннями КІН $\tilde{K}_{1\theta}^{\pm}$ відповідно для центральної і бічної зон розкриття тріщини, показує, що тут ініціатива руйнування переходить до тріщин у бічній зоні їх розкриття, коли вісь контактного навантаження перебуває під кутом до лінії тріщини ($\varphi_0 > 0$). Додамо, що результати досліджень роботи [2] також розкривають вплив розташування контактного навантаження (параметра φ_0) на значення КІН $\tilde{K}_{1\theta}^{\pm}$.

Зауважимо, що рис. 4 ілюструє граничний перехід НДС кругового диска з внутрішньою радіальною тріщиною до НДС півплощини з перпендикулярною внутрішньою тріщиною [11, 12] за переміщення відповідно вздовж країв даних областей модельного контактного навантаження.

Наведені вище результати показують, що для залізничного колеса, яке ми моделюємо круговим диском, якнайближче розташування тріщини до краю диска є найнебезпечнішим. Тому нижче в даній роботі детальніше розглянемо КІН $K_{1\theta}$ для тріщини, дуже близько розташованої до межі диска ($r_0 / R \ge 0.8$). Далі для зручності вводимо параметр $d/R = 1 - r_0/R - l/R$, який характеризує відносну відстань правої вершини тріщини до межі диска (рис. 2).



На рис. 5 відображені значення нормованих КІН $F_{1\theta}^+$ і ненормованих КІН $K_{1\theta}^+$ залежно від кута φ_0 розташування центра контактного навантаження за малих відстаней правої вершини тріщини до краю диска: d/R = 0,01; 0,001; 0,0001; (l/R = 0,05; f = 0,3). Криві на рисунку демонструють градієнт зростання нормованих КІН $F_{1\theta}^+$ і особливо тах $F_{1\theta}^+$, а також відповідно їх ненормованих значень $K_{1\theta}^+$ і тах $K_{1\theta}^+$ з наближенням радіальної тріщини до межі диска. Видно, що при зменшенні перешийку між вершиною тріщини заданої довжини і границею диска зростає КІН тах $F_{1\theta}^+$ у її вершині. Так, для

тріщини з відносною довжиною l/R = 0.05 зменшення перешийка від d/R = 0.01 до d/R = 0.001, а також від 0.001 до 0.0001, призводить до збільшення тах $K_{1\theta}^+$ приблизно в 2,4 рази, а зменшення перешийка від 0.01 до 0.0001 – в 6 разів.

На рис. 6 зображено значення нормованих КІН $F_{1\theta}^+$ (суцільні лінії), F_1^{\pm} (штрихові лінії) і ненормованих $K_{1\theta}^+$ для правої і лівої вершин тріщини за різних її відносних відстаней до краю диска (d / R = 0.01 (a) і d / R = 0.001 (b) залежно від кута φ_0 розташування центра контактного навантаження на контурі диска. Розглядаються відносні довжини тріщини l/R = 0.01; 0.05; 0.1, а коефіцієнт тертя f = 0.3.





На рис. 6, *a*, *б* спостерігаємо зі збільшенням довжини тріщини очікуване збільшення КІН і, зокрема, КІН $F_{1\theta}^+$ (відповідно $K_{1\theta}^+$) у ближніх до краю диска вершинах тріщин різної довжини за фіксованих відносних довжин перешийка. Зі зменшенням перешийка від d / R = 0,01 (рис. 6, *a*) до d / R = 0,001 (рис. 6, *б*) КІН у вершинах тріщин різної довжини суттєво зростають – зокрема у ближніх до краю диска вершинах – в середньому в 2,5 рази. Відзначимо, що значення КІН F_1^- при цьому зміняються мало, тоді як різко наростають максимальні значення КІН F_1^+ , $F_{1\theta}^+$ і $K_{1\theta}^+$.

Зауважимо, що для таких близьких розташувань тріщини до границі диска, як на рис. 5, 6, збіжність числових результатів контролювали додатково. Максимальна різниця між значеннями КІН $F_{1\theta}^+$ для найближчого розташування тріщини до межі диска

при n = 60 та n = 90, що відповідає системам зі 120 та 180 алгебричних рівнянь, не перевищує 0,04%.

Підсумовуючи отримані числові результати (рис. 4 – 6) бачимо, що найсприятливіші ситуації (конфігурації параметрів задачі) для розвитку радіальної тріщини за механізмом нормального відриву, тобто, коли досягаються максимальні значення КІН $K_{I\theta}$, реалізуються тоді, коли тріщина є близько до межі диска (великі r_0 / R), контактне навантаження розташоване на деякій віддалі від лінії тріщини ($\varphi_0 < 30^\circ$), а дотичні зусилля направлені від лінії тріщини. Це справедливо, коли довжина тріщини і коефіцієнт тертя змінюються в межах, вказаних на початку цього параграфу. Великі значення $K_{I\theta}$, які виникають при розташуванні тріщини близько до центра диска ($r_0 / R < 0, 2$, рис. 4, δ), вважаємо невідповідними для прогнозування цілісності залізничного колеса. Для цього потрібно розглядати більш складну математичну модель досліджуваної проблеми.

Порівняння отриманих результатів проведено для окремих відомих випадків, зокрема, про стискання диска з центральною тріщиною двома протилежно направленими зосередженими силами [9, 10] (максимальна різниця між результатами для КІН $K_{\rm I}$ – 0,3%) та для півплощини з внутрішньою перпендикулярною до межі тріщиною під дією еліптично розподіленого нормального тиску і дотичних зусиль на ділянці межі півплощини [10].

§3. Приклад застосування теоретичних результатів.

Колеса – найвідповідальніший елемент рухомого складу залізничного транспорту. Застосуємо отримані в цій роботі теоретичні результати, зокрема дані, представлені на рис. 3 – 6, для прогнозування небезпеки руйнування (розвитку радіальної тріщини) в залізничних колесах типу КП-2 і КП-Т. Колеса КП-2 виготовляють із серійної вуглецевої низьколегованої сталі марки 2 і широко використовують в Україні. Високоміцні колеса типу КП-Т із вуглецевої сталі марки Т підвищеної твердості в Україні виготовляли і впроваджували, розраховуючи на суттєве підвищення їх міцності та зносостійкості. Однак ці колеса виявились вразливими до тріщиноутворення і поки що не знайшли широкого застосування.

Оскільки залізничні колеса експлуатуються за циклічних навантажень, то існує потреба у встановленні характеристик циклічної тріщиностійкості колісних сталей. Значний об'єм досліджень властивостей коліс та колісних сталей і, зокрема, циклічної тріщиностійкості коліс КП-2 та КП-Т проведено Осташем і колегами [5, 6, 15]. Нижче в таблиці наведено механічні властивості і тріщиностійкість (в'язкість руйнування) колісних сталей марок 2 і T, а на рис. 7 – діаграми швидкостей росту втомних тріщин у цих сталях.

Для переходу від нормованих КІН, представлених на рис. 5, 6, до ненормованих, які використаємо для прогнозування цілісності залізничного колеса, зокрема на основі експериментальних даних, представлених у таблиці та на рис. 7, застосуємо формулу (10), покладаючи, що радіус колеса R = 0,46 м, а інтенсивність контактного тиску p = 1500 МПа.

1	аблиия
-	0.00000000

Марка сталі	Вміст вуглецю, %	Твердість, НВ	Границя міцності <i>о</i> в, МПа	Циклічна тріщиностійкість		Статична тріщиностійкість
				$\Delta K_{th,}$ МПа \sqrt{M}	∆ <i>К_{fc,}</i> МПа√м	<i>К_{IC,}</i> МПа√м
	[1]			[5, 15]		[14]
2	0,550,63	≥255	9101110	7,0	100	5080
Т	0,620,70	≥320	≥1020	6,5	65	4060



Як видно з рис. 5 і таблиці, навіть мала тріщина довжиною менше 1 см за близького розташування до межі диска буде рости за циклічного навантаження. Також з рис. 6 бачимо різке збільшення КІН з наближенням тріщини до межі диска. Тобто, при достатньо близькому розташуванні тріщини до межі диска КІН уже перевищують критичні значення статичної тріщиностійкості.

Порівняння отриманих в роботі теоретичних даних, зокрема зображених на рис. 3 – 6, із експериментальними даними про характеристики ци-

клічної тріщиностійкості залізничних коліс типу КП-2 і КП-Т, представлених діаграмами швидкостей росту втомної макротріщини в цих колесах (рис. 7, таблиця), дозволяє запропонувати прогноз безпечності коліс із наявними в них радіальними тріщинами певної довжини при заданих умовах експлуатації колеса (навантаження, температура і, дуже важливо, величина тертя проковзування між колесом і рейкою). Зауважимо, що діаграми на рис. 7 побудовані для сталей коліс КП-2 (*a*) і КП-Т (*б*) у вихідному стані (крива *I*), після модельного гальмування у повітрі (крива *2*) і з повітряноводяним обдуванням (крива *3*). При цьому дослідження проводили [5, 15] за коефіцієнта асиметрії циклу навантаження r = 0,1.

Внаслідок проведеного аналізу виявили наступне:

тріщини середньої довжини (2l = 4,6 см) і навіть досить довгі (2l = 9,2 см) в середньому поясі колеса ($r_0 / R = 0,2,...,0,6$) розвиватимуться досить повільно ($\nu = 10^{-9}, ..., 10^{-8}$ м/цикл) і за малого, і за великого тертя (рис. 4); вважатимемо ці тріщини досить безпечними;

коли центри тріщин середньої і великої довжини знаходяться в перехідному поясі ($r_0 / R = 0.8,...,0.9$), то при великому терті їх ріст різко прискорюється, виникає небезпека їх нестабільного поширення;

наявність радіальних тріщин середньої і великої довжини в приграничному поясі ($r_0 / R \ge 0.9$) при великому терті загрожує спонтанним руйнуванням колеса; така небезпека значно вища для коліс типу КП-Т, ніж для коліс типу КП-2.

Висновки.

1. Збільшення тертя проковзування між тілами кочення веде до суттєвого збільшення максимальних значень КІН мішаного типу $\tilde{K}_{1\theta}$, які є відповідальними за поширення радіальних тріщин в цих тілах за механізмом нормального відриву.

2. Наближення радіальної тріщини до центра або до краю диска призводить до різкого наростання тах $K_{1\theta}(\varphi_0)$. При $r_0 / R < 0.9$ тріщини доволі безпечні, а при $r_0 / R \ge 0.9$ з'являється небезпека спонтанного росту тріщин практично незалежно від їх довжини.

3. Запропоновано методику прогнозування безпечності експлуатації залізничних коліс типу КП-2 і КП-Т з наявними в них радіальними підповерхневими тріщинами різної довжини та заданими параметрами експлуатаційних умов (тертя проковзування, інтенсивність контактного тиску) на основі співставлення отриманих теоретичних результатів для КІН у круговому диску з радіальною тріщиною під дією модельного контактного навантаження, що містить дотичну складову і переміщається вздовж контуру диска, та діаграм швидкості росту макротріщини втоми в колесах.

4. З наближенням тріщини до межі диска у граничному випадку ($R \rightarrow \infty$) отримано числові результати для КІН у випадку півплощини з внутрішньою перпендикулярною тріщиною під дією рівномірно розподіленого тиску і дотичних зусиль на ділянці межі півплощини. Результати добре корелюють з відомими в літературі [11].

РЕЗЮМЕ. Досліджено максимальні значення коефіцієнтів інтенсивності напружень мішаного типу, які контролюють ріст тріщин за механізмом нормального розриву, для кругового диску з підповерхневою радіальною тріщиною за умови однонапрямленого переміщення вздовж його контуру модельного контактного навантаження. Навантаження містить дотичну складову, що дає змогу враховувати сили тертя проковзування між тілами кочення. На основі співставлення отриманих коефіцієнтів інтенсивності напружень із характеристиками тріщиностійкості сталей залізничних коліс типу КП-2 і КП-Т здійснено прогнозування їх руйнування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: круговий диск, радіальна тріщина, модельне контактне навантаження, тертя проковзування, коефіцієнт інтенсивності напружень, тріщиностійкість матеріалу, залізничне колесо.

- ГОСТ 10791-2011. Колеса цельнокатаные. Технические условия. Москва: Стандарттрансформ, 2011. – 30 с.
- Дацишин О.П., Рудавська І.А. Круговий диск з радіальною внутрішньою тріщиною під дією модельного контактного навантаження // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2021. – 57, № 2. – С. 5 – 15.
- Инструкция по осмотру, освидетельствованию, ремонту и формированию вагонных колесных пар. ЦВ/3429. – Москва: Транспорт, 1977. – 88 с.
- Классификатор неисправностей вагонных колесных пар и их элементов. 1.20.001–2007. Москва: ОАО «РЖД», 2007. – 68 с.
- 5. Осташ О.П. Структура матеріалів і втомна довговічність елементів конструкцій. Львів: Сполом, 2015. 312 с.
- Осташ О.П., Андрійко І.М., Кулик В.В., Узлов І.Г., Бабаченко О.І. Втомна довговічність сталей залізничних коліс // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – № 3. – С. 93 – 102.
- 7. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1981. 324 с.
- Саврук М.П., Казберук А. Концентрація напружень у твердих тілах з вирізами. Львів: Сполом, 2012. – 384 с.
- 9. Саврук М.П., Осив П.Н., Прокопчук И.В. Численный анализ в плоских задачах теории трещин. Киев: Наук. думка, 1989. – 248 с.
- Ярема С.Я., Иваницкая Г.С., Майстренко А.Л., Девин Л.Н. Обоснование допускаемых отклонений от формы и схемы нагружения дискового образца для определения трещиностойкости сверхтвердых материалов // Сверхтвердые материалы. – 1982. – № 1. – С. 27 – 32.
- Datsyshyn O.P., Panasyuk V.V. Structural Integrity Assessment of Engineering Components under Cyclic Contact. – Cham: Springer, 2020. – 328 p.
- Datsyshyn O.P, Panasyuk V.V., Glazov A.Yu. The model of the residual life time estimation of trybojoint elements by formation criteria of the typical contact fatigue damages // Int. J. of Fatigue. – 2016. – 83. – P. 300 – 312.
- Dong Sh., Wang Y., Xia Y. Stress intensity factors for central cracked circular disk subjected to compression // Eng. Fract. Mech. – 2004. – 71. – P. 1135 – 1148.
- Okagata Y. Design technologies for railway wheels and future prospects // Nippon Steel Sumitomo Metal Technical Report. – 2013. – 105. – P. 26 – 33.
- Ostash O.P., Kulyk V.V. Lenkovskiy T.M. Duriagina Z.A., Vira V.V., Tepla T.L. Relationships between the fatigue crack growth resistance characteristics of a steel and thread surface damage of railway wheels // Archives of Materials Sci. and Eng. – 2018. – 90, N 2. – P. 49 – 55.
- 16. Savruk M.P., Kazberuk A. Stress Concentration at Notches. Cham: Springer, 2017. 516 p.
- Zerbst U., Madler K., Hintze H. Fracture mechanics in railway applications an overview // Eng. Fract. Mech. – 2005. – 72, N 2. – P. 163 – 194.

Надійшла 25.11.2021

Затверджена до друку 19.07.2022

107