

А. П. Дзюба, П. А. Дзюба

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ
ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК, ПОШКОДЖЕНИХ ВИПАДКОВО
РОЗТАШОВАНИМИ КРУГОВИМИ ОТВОРАМИ**

*Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, 49045, Дніпро, Україна; e-mail: dzb@ua.fm*

Abstract. The results of experimental study of the influence of randomly located through damage to the side surface in the form of circular holes of different numbers and diameters on the critical force of the loss of stability of the longitudinally compressed cylindrical shells are presented. The results are shown in the form of graphs of the dependence of the critical force on the number, size and the total area of random holes. The pictures of forms of loss of stability are presented. The obtained data can be useful for predicting the residual bearing capacity of the shells damaged by holes.

Key words: cylindrical shell, experimental research, random damage, circular hole, stability, longitudinal compression.

Вступ.

Тонкостінні циліндричні оболонкові конструкції часто використовуються при створенні багатьох споруд, деталей машин та інших об'єктів, зокрема, в авіації, суднобудуванні, ракетній техніці та багатьох інших галузях машинобудування. Конструктивні й технологічні вимоги використання оболонкових конструкцій часто пов'язані з необхідністю виконання на їх бічних поверхнях кругових отворів різних розмірів, розташування яких може бути довільним. Такі отвори можуть за різних обставин з'являтися також в процесі експлуатації конструкції, зокрема і внаслідок бойових пошкоджень.

Очевидно, що наявність отворів на бічній поверхні знижує несучу здатність оболонки, оскільки призводить локального напруженого стану, поява якого часто є визначальною причиною їх руйнування. Забезпечення несучої здатності таких ослаблених отворами оболонок, що перебувають під дією різних зовнішніх навантажень, є однією з важливих задач механіки оболонок.

Напружено-деформований стан оболонок, ослаблених вирізами, досліджено досить повно і висвітлено у монографіях [5, 8, 12]. Теоретичне дослідження задачі про вплив отворів на стійкість оболонок виявляється більш складним. Так, у роботі [1] зазначається, що складність проблеми стійкості тонкостінних пружних оболонок з вирізами обумовлюється тим, що ще задовго до досягнення критичного значення можливий значний перерозподіл напружень, викликаний взаємодією двох полів – основного напруженого стану, що розподіляється по всій поверхні оболонки, та зони збурення біля отвору. Математичні труднощі пов'язані тут з неможливістю розділення напруженого стану на суму двох – основного і додаткового, викликаного наявністю отвору. Проблеми математичного моделювання закритичного і суттєво нелінійного деформування присвячені роботи [15, 17 – 20, 22, 24].

Постановка і проведення відповідних експериментальних досліджень у цьому напрямку у свою чергу пов'язана з подоланням труднощів технічного характеру. Однією з перших публікацій, присвячених експериментальному дослідженню впливу

отворів на стійкість циліндричної оболонки при поздовжньому стиску, є публікація [23], в якій використовувались моделі з оптично активного матеріалу. Результати експериментальних досліджень стійкості циліндричних оболонок з круглими, прямокутними та квадратними вирізами при поздовжньому стиску наведені в [13]. Випробування проводилися на моделях оболонок, виготовлених із майларової плівки.

Отримані в [13] результати добре узгоджуються з даними робіт [3, 10], в яких наведені результати серії експериментів на оболонках з листової сталі. Оболонки мали один або два наскрізні отвори кругової або квадратної форми в середній частині. В [7] наведені результати дослідження стійкості циліндричних оболонок з отвором під дією поздовжнього і зовнішнього тиску та кручення. Результати експериментальних досліджень ортотропних циліндричних оболонок, ослаблених сукупністю кругових отворів, при крученні подані в [16].

У цілому слід зазначити, що опубліковані на даний час результати експериментальних досліджень з проблеми стійкості циліндричних оболонок з вирізами являють собою результати порівняно незначної кількості випробувань оболонок і, у зв'язку з цим, охоплюють лише незначну область зміни розмірів отвору, їх кількості і розташування. Це, як правило, моделі оболонок з одним, а в деяких випадках з декількома отворами, розташованими регулярно в коловому напрямку вздовж середнього поперечного перерізу. Ці результати досліджень були отримані різними авторами і відносяться до оболонок, виготовлених з різних матеріалів, за різними технологіями, що мають різні розміри і випробувані за різними методиками, тому зіставлення і узагальнення цих результатів є досить проблематичним.

Вплив більшої кількості довільним чином розташованих на бічній поверхні отворів є все ще недостатньо дослідженим, а існуючі методи теоретичного та чисельного аналізу втрати стійкості оболонок за наявності довільно розташованих отворів у зв'язку з суттєвою нелінійністю процесу зміни форми при втраті стійкості не можуть достатньою мірою забезпечити достовірність результатів, які б задовольняли потребам практики.

Складність проблеми прогнозування несучої здатності тонкостінних оболонкових елементів зростає, коли місце розташування наскрізних пошкоджень різної природи має випадковий характер, а їх кількість з плином часу експлуатації накопичується. У цьому випадку виникає, зокрема, додаткова проблема врахування взаємного впливу викликаних отворами збурень.

У цій статті поставлена задача проведення широкомасштабного системного експерименту, спрямованого на дослідження впливу кількості і розміру випадково розташованих кругових отворів на бічній поверхні на величину критичної сили та процес втрати стійкості моделей поздовжньо стиснутих циліндричних оболонок.

§1. Моделі для випробувань*.

При проведенні експериментальних досліджень стійкості циліндричних оболонок досить важливою є проблема підвищення достовірності та зменшення розкидів результатів експериментальних досліджень, що обумовлено необхідністю виготовлення високотехнологічних номінально однакових високоякісних моделей оболонок. Моделі повинні бути такими, щоб різниця критичних навантажень для різних номінально однакових зразків була меншою різниці, пов'язаної зі зміною досліджуваного параметра [2]. Слід прийняти до уваги, що з урахуванням випадкового характеру розташування пошкоджень-отворів, кількість випробуваних моделей повинна бути досить значною.

У багатьох експериментах застосовувалися різні методи виготовлення моделей. Для моделей із пластмас використовувалися методи гарячого штампування, виготовлення оболонок вибухом, чи гідростатичним тиском. Для металевих зразків застосовувалися методи гальванопластики, механічної обробки товстостінних заготовок, хімфрезерування. Для виготовлення оболонок з листових матеріалів використовувалося точкове зварювання або склеювання. При цьому, найбільш істотним, практично неконтрольованим фактором, особливо при осьовому стиску циліндричних оболонок,

*Методика застосування спеціального паперу для експериментальних досліджень стійкості циліндричних оболонок з отворами запропонована Є.Ф. Прокопало.

є початкові геометричні недосконалості форми. Вплив цих відхилень реальної оболонки від ідеалізованої моделі на її працездатність вивчався в [2, 4, 6].

Прагнення експериментатора зменшити, чи, по можливості, усунути вплив таких початкових геометричних недосконалостей, призводить до необхідності проведення дослідження на моделях з можливо більшим значенням відносної товщини. Очевидно, що при збільшенні відносної товщини δ/R згинна жорсткість оболонки зростає і, як наслідок, зменшується вплив відносного початкового прогину, як недосконалості геометричної форми, на докритичну поведінку та величину критичного навантаження оболонки.

Одночасно з цим зростають критичні напруження і, як наслідок, починає проявлятися інший фактор – поява пластичних деформацій, що виключає можливість проведення експерименту в пружній області. Початок прояву цього фактора для різних матеріалів визначається відношенням границі текучості до модуля пружності (σ_T/E), як певного граничного значення відносної товщини, що дає можливість уникнути пластичних деформацій. Чим вище значення цього відношення, тим більшим є діапазон випробовування оболонки в пружній області.

З листових металів найбільше значення цей параметр має для широко застосовуваної в експериментальних дослідженнях тонкої загартованої нержавіючої сталі марки Х18Н9н, для якої $\sigma_T/E \approx 4,0 - 4,5 \times 10^{-3}$, що дозволяє проводити в пружній області дослідження стійкості циліндричних оболонок при навантаженні їх осьюовою стискаючою силою до максимальних значень $\delta/R = 6,5 \dots 7,0 \times 10^{-3}$. Більш високі значення параметра σ_T/E має майлар, але значна нестабільність його механічних властивостей [13] суттєво обмежує застосування цього матеріалу для виготовлення моделей.

В даному дослідженні для масового виготовлення моделей циліндричних оболонок використовується спеціальний папір. Цей матеріал вирізняється досить високою стабільністю і однорідністю механічних характеристик (показників пружності та міцності). Основні механічні характеристики матеріалу: модулі пружності $E_x = 6,9 \times 10^3$ МПа; $E_y = 3,45 \times 10^3$ МПа, коефіцієнти Пуассона $\nu_x = 0,3$; $\nu_y = 0,15$ (тут індекси x, y відповідають головним напрямкам ортотропії паперового аркуша). Товщина листа $h = 0,23 \times 10^{-3}$ м.

Вперше можливість ефективного використання паперу для дослідження поведінки тонкостінних оболонок була показана в [21], а пізніше – в [14]. Обґрунтування ефективності застосування паперу, як матеріалу для виготовлення моделей оболонок, призначених для експериментального дослідження їх стійкості, наведене в роботі [16].

Як показали експериментальні дослідження механічних властивостей, зазначений матеріал має відношення умовної межі текучості σ_T до модуля пружності E_x у поздовжньому напрямку $\sigma_T/E_x \approx 3,6 \times 10^{-3}$, що дає можливість проводити експериментальні дослідження в пружній області на моделях з порівняно великою відносною товщиною (до $\delta/R \approx 6 \times 10^{-3}$), а значить за меншого впливу початкових геометричних недосконалостей.

Таким чином, виявляється, що, незважаючи на низькі, у порівнянні з металами, абсолютні значення пружних характеристик вибраного матеріалу, відношення границі його текучості до модуля пружності є вищим, ніж у більшості інших матеріалів, включаючи і метали, та майже досягає цих показників для високоміцної (високолегованої нержавіючої) сталі. Це дозволяє мати досить широкі межі проведення експерименту в пружній стадії деформування.

Найбільш важливою властивістю цього матеріалу є його висока здатність до обробки, що обумовлює досить прості технології виготовлення високоякісних практично ідентичних зразків та їх підготовку до випробувань без істотних матеріальних витрат. Зазначені властивості вибраного матеріалу для виготовлення моделей оболонок дозволяють провести широкомасштабні системні експериментальні дослідження впливу параметрів пошкоджень на величину критичної сили втрати несучої здатності.

Для виготовлення оболонок з листа паперу вирізалися прямокутні заготовки таким чином, щоб їхні сторони були паралельні головним напрямкам ортотропії. Напрямок E_x завжди збігався з напрямом твірної оболонки, а E_y – з її напрямною. На заготовках за допомогою спеціальних висічок пробивалися отвори заданого діаметру. Розташування отворів на бічній поверхні оболонки було випадковим. При цьому координати центру отвору по утворюючій та довжині кола оболонки визначались з використанням спеціально розробленої програми рівномірного розподілу випадкової величини.

Виготовлення оболонок здійснювалося шляхом склеювання прямокутної заготовки на металевому циліндрі. Ширина з'єднувального шву складала 5×10^{-3} м. Внутрішній радіус всіх оболонок було прийнято рівним $R=0,0375$ м, робоча довжина $L=0,075$ м. Повна довжина оболонок становила $L^*=0,115$ м.

§2. Технологія проведення експерименту.

Для забезпечення можливості рівномірної передачі на оболонку зовнішніх зусиль до її криволінійних кромок приклеювалися металеві торцеві пристрої. Ширина приклею складала 0,02 м. Таке закріплення країв забезпечувало граничні умови, близькі до жорсткого затиснення. Для випробування оболонка нижнім торцем кріпилася до горизонтальної плити. Навантаження проводилося за схемою «мертвого вантажу» через тягу, яка шарнірно кріпилася в центральній частині верхнього торця та проходила через отвір у нижньому торці і плиті. Така схема навантаження забезпечувала рівномірний розподіл осевого зусилля по периметру оболонки.

Були випробувані моделі 6-ти серій. Усього 517 оболонок. При цьому кожна із цих моделей мала різне випадкове розташування отворів.

На моделях 1-ої серії діаметр отворів був прийнятий рівним $d_1=0,005$ м і однаковим для всіх випробуваних оболонок 1-ї серії, яка складала 128 моделей. Випробовувались по N моделей з однаковою кількістю n випадково розташованих кругових отворів $N(n)$: 8(1), 8(3), 8(5), 48(10), 48(20), 8(30).

Аналогічно, кількість оболонок 2-ої серії з діаметром отвору $d_2=0,01$ м складала 176 моделей $N(n)$: 8(1), 8(3), 48(5), 48(10), 32(20), 32(30).

Кількість моделей 3-ої серії з діаметром отвору $d_3=0,015$ м складала 25 моделей $N(n)$: 5(1), 5(3), 5(5), 5(10), 5(14).

Кожна оболонка 4-ої і 5-ої серій одночасно мали отвори бокової поверхні діаметром $d_1=0,005$ м і $d_2=0,01$ м. При цьому на оболонках 4-ої серії (68 моделей) загальна кількість випадково розташованих отворів різного діаметру завжди становила $n=10$, а на оболонках 5-ої серії (110 моделей) – $n=20$. Співвідношення між кількістю отворів, що мали діаметри $d_1=0,005$ м і $d_2=0,01$ м, вибиралося детерміновано з кроком рівним одиниці.

На оболонках 6-ої серії (10 моделей) отвори були відсутні (гладка оболонка).

§3. Результати експериментальних досліджень.

В процесі проведення експерименту фіксувалися величина критичної сили та картини форм втрати стійкості оболонок.

Для оцінки впливу випадкового характеру розташування отворів на розкид експериментальних даних було проведено статистичний аналіз отриманих результатів випробувань. При цьому, зокрема, для 128 оболонок 1-ої серії та 176 оболонок 2-ої серії дані (значення відносної критичної сили втрати стійкості $\bar{P}_{кр,i}$) були зведені (для кожної з зазначених сукупностей) у відповідні вибірки, які були пронормовані за формулою [9, 11]

$$z_i = (P_{кр,i} - P_{кр}^*) / S, \quad \text{де} \quad S^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (P_{кр,i} - P_{кр}^*)^2; \quad P_{кр,i}; \quad P_{кр}^* \quad - \text{критичні сили } i\text{-го}$$

випробування та їх середнє значення, відповідно; k – загальна кількість випробувань.

Далі для кожної з вибірок було відновлено нормальний розподіл [9, 11]. Гістограми щільності та теоретичні функції щільності $g(z)$ для відновленого розподілу випадкової величини відносної критичної сили втрати стійкості для результатів випробувань зазначених сукупностей даних наведені на рис. 1, *а* для 1-ої, а на рис. 1, *б* – 2-ої серій.

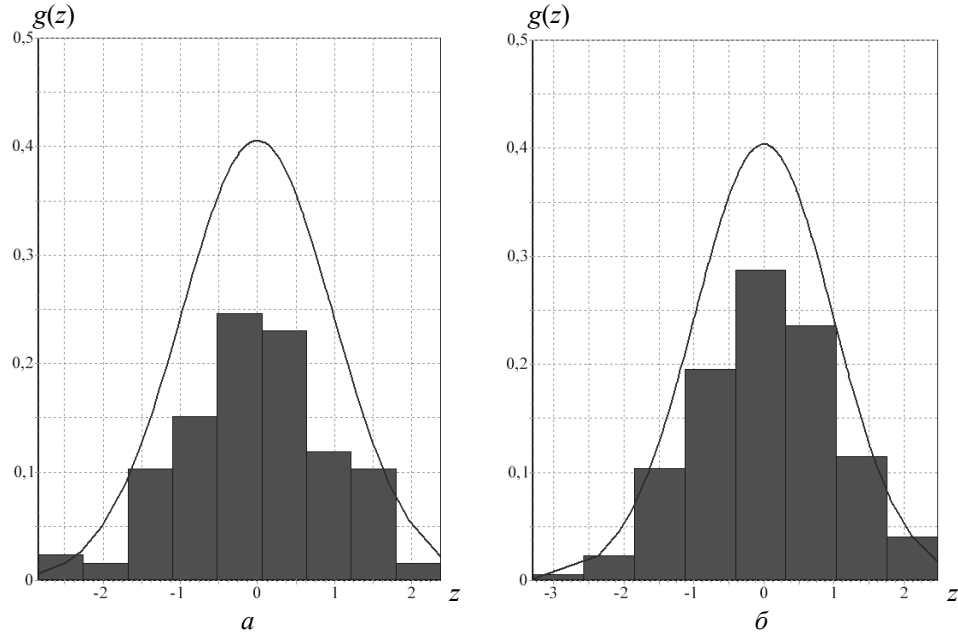


Рис. 1

Для порівняння була проведена оцінка розкиду критичних навантажень для суцільних оболонок (6-а серія), яка не перевищувала 3%. Логічно, що для оболонок з випадково розміщеними отворами розкид експериментальних даних виявився значно більшим. При цьому для оболонок 1-ої і 2-ої серій (рис. 1) біля 50% даних знаходять-

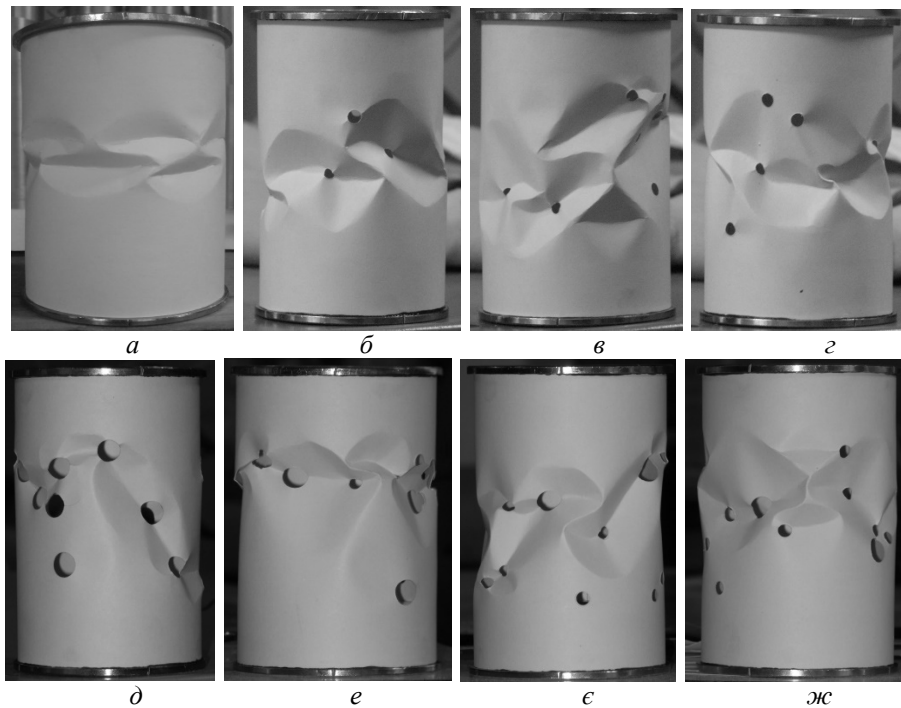


Рис. 2

ся в межах 5%-ої, а 75% – в межах 10%-ої похибки. Спектр розкиду експериментальних даних для випадку випадкового розміщення отворів різного діаметра (4-а і 5-а серії) виявився більш широким, а зазначені вище показники розкиду складали, відповідно, біля 35% і 75%.

Далі приведено аналіз докритичної поведінки та результатів експериментальних випробувань. Картини форм втрати стійкості випробуваних оболонок з різною кількістю випадково розташованих на бічній поверхні кругових отворів приведені на рис. 2, *а* – для гладкої оболонки (серія 6); рис. 2, *б, в* – для 1-ої серії; рис. 2, *г* – для 2-ої серії; рис. 2, *д* – для 3-ої серії; рис. 2, *е, є, ж* – для серій 4, 5.

Суцільні оболонки втрачали стійкість хлопком з утворенням двох поясів вм'ятин по шість хвиль у кожному поясі (рис. 2, *а*).

При навантаженні оболонок із сукупністю кругових отворів діаметром $d_1=0,005$ м спочатку, як правило, відбувалася локальна втрата стійкості. Біля деяких отворів утворювалися по дві кососиметричні, відносно утворюючої, вм'ятини колоподібної форми, які, розвиваючись без збільшення навантаження, майже в 40% випадків призводили до загальної втрати стійкості (рис. 2, *б, в*). Інші оболонки (трохи більше 60% випадків) продовжували нести зростаюче навантаження до настання загального випинання. Перевищення навантаження загальної втрати стійкості над критичним навантаженням локальної втрати стійкості досягало 10 – 15%.

На оболонках з отворами діаметром $d_2=0,01$ м і $d_3=0,015$ м при локальній втраті стійкості біля країв отвору утворювалися дві довгасті кососиметричні вм'ятини, що лежали на одній прямій, яка складала з утворюючою кут біля 45° (рис. 2, *г, д*). Локальна втрата стійкості в близько 50% випадків призводила до загальної втрати стійкості без збільшення навантаження. В інших випадках для реалізації загальної втрати стійкості навантаження повинно було зрости ще на 10 – 20%.

На оболонках, які одночасно мали отвір діаметром $d_1=0,005$ м і $d_2=0,01$ м, локальні форми втрати стійкості виникали, як правило, біля отворів більшого розміру (рис. 2, *е - ж*). Надалі характер їх поведінки був аналогічний оболонкам, що мали отвори одного розміру. У всіх випадках загальна втрата стійкості оболонки супроводжувалася вичерпанням її несучої здатності. Зі зростанням кількості отворів закритичні форми рівноваги все більше відрізнялися від регулярних, їх розміри збільшувалися, а втрата стійкості супроводжувалася все більш «м'яким» хлопком.

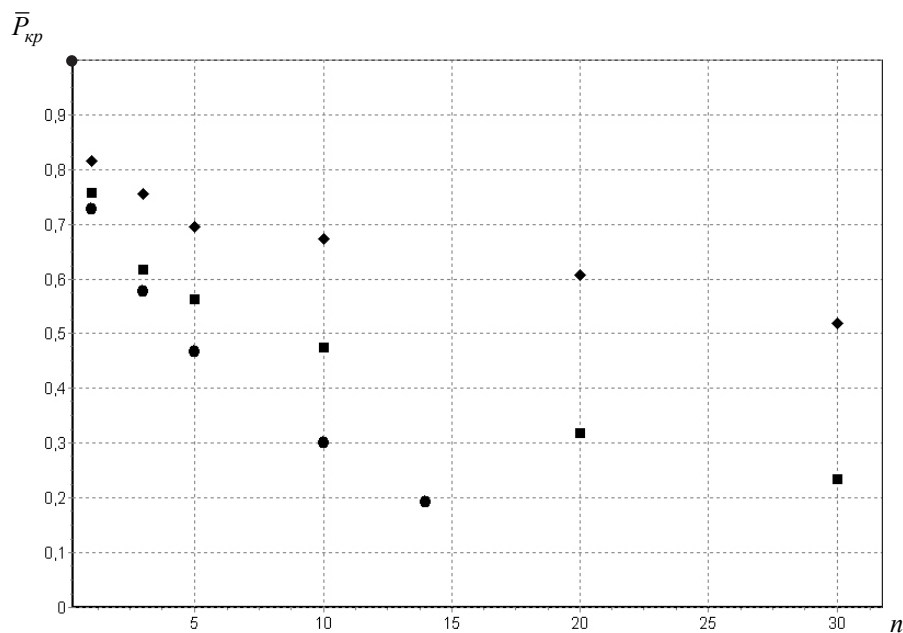


Рис. 3

На рис. 3 зображені значення відносного критичного навантаження втрати стійкості $\bar{P}_{кр}$ в залежності від загальної кількості випадково розташованих отворів бічної поверхні різного діаметра для оболонок перших 3-х серій.

Тут позначені: $\blacklozenge$ – серія 1, $\blacksquare$ – серія 2, $\bullet$ – серія 3, а $\bar{P}_{кр}$ є відношенням середнього значення критичного навантаження оболонок за наявності випадково розміщених кругових отворів до середнього значення критичного навантаження, отриманого при випробуваннях 10-ти суцільних оболонок.

Як видно з рис. 3, наявність лише одного випадкового кругового пошкодження призводить до істотного зниження критичного навантаження: при $d_1=0,005$ м – на 18%, при $d_2=0,01$ м – на 24% і при $d_3=0,015$ м – на 27%.

При подальшому збільшенні кількості отворів зниження критичної сили дещо уповільнюється і при 30-и отворах на оболонках 1-ої серії зниження навантаження складає 49%, а на оболонках 2-ої серії – 76%. На оболонках 3-ої серії при 14-и отворах з діаметром $d_3=0,015$ м критичне навантаження зменшувалося на 81%, в результаті чого подальші випробування таких оболонок з більшою кількістю отворів на цій серії не проводилися.

На рис. 4 зображені значення відносного критичного поздовжнього навантаження циліндричних оболонок серії 4 (позначені « $\blacklozenge$ ») з фіксованою сумарною кількістю $n=10$ випадково розміщених отворів $n_5 + n_{10} = n$ одночасно різного діаметра ($d_1=0,005$ м і $d_2=0,01$ м) та серії 5 (позначені « $\square$ ») з фіксованою кількістю $n=20$ таких же випадково розміщених отворів діаметром d_1 і d_2 в залежності від кількості n_{10} отворів діаметром $d_2=0,01$ м, де n_5, n_{10} – відповідні кількості отворів з діаметрами $d_1=0,005$ м і $d_2=0,01$ м.

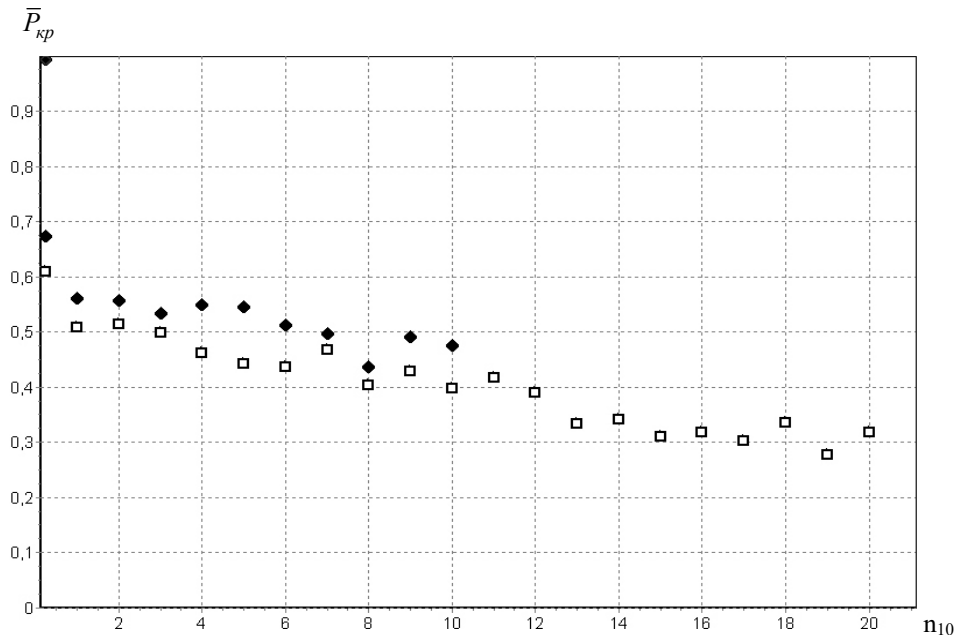


Рис. 4

Із аналізу результатів випливає, що зі збільшенням кількості отворів з більшим діаметром спостерігається закономірне зниження критичного навантаження. При цьому максимальне її зниження для оболонок 4-ої серії склало 28%, а для оболонок 5-ої серії – 50%.

На основі результатів експерименту, що включають дані випробувань досить великої (517 моделей) кількості оболонок з різною кількістю і різними розмірами випадково розташованих кругових отворів, побудовано залежності відносного критичного навантаження оболонки від відносної сумарної площі отворів. Враховуючи досить великий діапазон зміни сумарної площі отворів наочнішим виявилось графічне подання осередненого навантаження $\bar{P}_{кр}$, як функції $\bar{P}_{кр}(\sqrt{F})$, де $\bar{P}_{кр} = \bar{P}_{кр}^{отв} / \bar{P}_{кр}^*$; $\bar{P}_{кр}^{отв}$ – осереднене значення критичного навантаження оболонок з відповідною кількістю отворів; $\bar{P}_{кр}^*$ – осереднене значення критичного навантаження гладкої (без отворів) оболонки (серія 6); $F = F_{отв} / F_{об}$; $F_{отв}$ – сумарна площа отворів; $F_{об}$ – площа бічної поверхні оболонки без отворів. На рис. 5 приведені значення відносних критичних навантажень для оболонок (серій 1 – 6) в залежності від відносної сумарної площі отворів. Тут позначені: ♦ – для оболонок серії 1; ■ – серії 2; ● – серії 3; ◇ – серії 4; □ – серії 5; * – для серії 6.

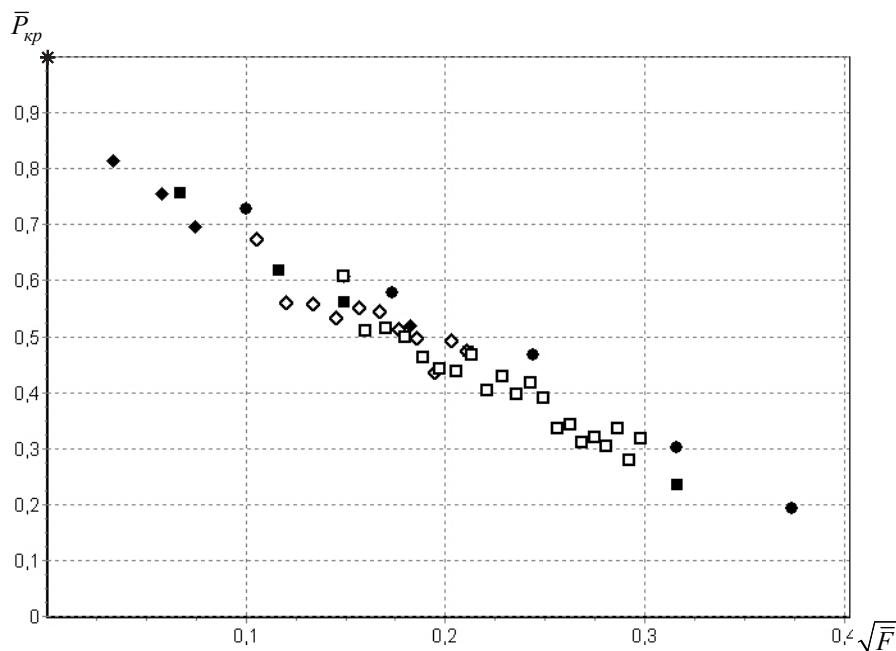


Рис. 5

За результатами проведеного порівняння виявилось, що залежності $\bar{P}_{кр}(\sqrt{F})$ для оболонок усіх п'яти серій, що мають різні за розміром, різні за кількістю та випадково розміщені отвори, а також різні комбінації таких же різних і випадково розміщених отворів, є не тільки близькими, але в певних межах практично збігаються. Несподіваність такого результату полягає в тому, що задача стійкості циліндричних оболонок з отворами є суттєво нелінійною. Можна лише припустити, що однією з визначальних причин, які призвели до такого результату, є випадковий характер розташування отворів на бічній поверхні оболонки.

Висновки.

Запропоновано методику та наведено результати широкомасштабних експериментальних досліджень стійкості поздовжньо стиснутих циліндричних оболонок, ослаблених різною кількістю і розмірів випадково розташованих кругових отворів, які дозволяють створити досить повну картину процесу, форми хвилеутворення та величини

ну критичного навантаження втрати оболонки з випадковими наскрізними пошкодженнями.

Досліджено та проаналізовано особливості форм хвилеутворення та експериментально встановлено корисні у прикладному відношенні взаємозв'язки величини критичних навантажень поздовжньо стиснутих оболонок, послаблених випадково розташованими круговими отворами, від їх кількості, розмірів та відносної сумарної площі.

Одержані експериментальні дані можуть бути науково-методичним підґрунтям для побудови достовірних математичних моделей, верифікації числових алгоритмів розрахунку та створення методики прогнозування величини залишкової несучої здатності поздовжньо-стиснутих циліндричних оболонок в умовах накопичення пошкоджень у вигляді наскрізних кругових отворів бокової поверхні оболонки.

РЕЗЮМЕ. Наведено результати експериментальних досліджень впливу випадково розташованих наскрізних пошкоджень бокової поверхні у вигляді кругових отворів різної кількості і діаметру на критичну силу втрати стійкості поздовжньо стиснутих циліндричних оболонок. Результати подано у вигляді графіків залежностей критичної сили від кількості та розміру і сумарної площі випадкових отворів та картин формозмінювання втрати стійкості. Отримані дані можуть бути корисними для прогнозування залишкової несучої здатності пошкоджених оболонкових конструкцій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: циліндрична оболонка, експериментальне дослідження, випадкове пошкодження, круговий отвір, стійкість, поздовжній стиск.

1. Ашмарин Ю.А., Гузь А.Н. Устойчивость оболочек ослабленных отверстиями // Прикл. механика. – 1973. – 9, № 4. – С. 3 – 15.
2. Бабко У.Д. мл. Эксперименты по устойчивости оболочек. В кн.: Тонкостенные оболочечные конструкции. – 1980. – С. 355 – 379.
3. Воробкова Н.Л., Преображенский И.Н. Обзор исследований по устойчивости пластинок и оболочек, ослабленных отверстиями // Расчет пространственных конструкций. – 1973. – Вып. 15. – С. 89 – 112.
4. Григорюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. – Москва: Наука, 1987, – 360 с.
5. Григорюк Э.И., Фильштинский Л.А. Перфорированные пластины и оболочки. – Москва: Наука, 1970. – 556 с.
6. Доннелл Л.Х., Уан К. Влияние неправильностей в форме на устойчивость стержней и тонкостенных цилиндров при осевом сжатии // Механика. Сб. перев. и обзоров иностр. период. лит-ры. – 1951. – 8, № 4. – С. 91 – 107.
7. Коноплев Ю.Г., Тильш А.Л. Устойчивость цилиндрических оболочек с вырезами при осевом сжатии, кручении и внешнем давлении // Теория пластин и оболочек. – 1973. – Вып. 3. – С. 3 – 13.
8. Методы расчёта оболочек: в 5-ти томах. Т.1. Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Чехов В.Н. и др. Теория оболочек, ослабленных отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1980. – 692 с.
9. Переверзев Е.С., Даниев О.Ф. Вероятностные распределения и их применение. – Днепропетровск: Ин-т техн. механики, 2004. – 416 с.
10. Преображенский И.Н. Устойчивость и колебание пластинок и оболочек с отверстиями. – Москва: Машиностроение, 1981. – 192 с.
11. Приставка А.Ф. Сплайн-распределения в статистическом анализе. – Днепропетровск: ДГУ, 1995. – 152 с.
12. Савин Г.Н. Концентрация напряжений около отверстий. – Киев: Наук. думка, 1968. – 887с.
13. Старис Д.Г. Влияние вырезов на устойчивость тонких оболочек. В кн.: Тонкостенные оболочечные конструкции: Теория, эксперимент и проектирование. – Москва: Машиностроение 1980. – С. 303 – 319.
14. Чебанов В.М. Исследование устойчивости тонкостенных оболочек при помощи моделей из бумаги // Инженерный сборник. Институт механики АН СССР. – 1955. – Т. XXII. – С. 68 – 73.
15. Chernyshenko I., Komarchuk S., Maksimuk V., Storozhuk E. Simulation of the non-linear deformation of orthotropic cylindrical shells with a hole with consideration of the eccentricity of its fixation // Reports NAS Ukraine. – 2016. – N 1. – P. 34 – 40.

16. Dzyuba A., Prokopalo E., Dzyuba P. Experimental investigation on the torsional stability of cylindrical shells weakened by circular holes. // J. Strength of Materials. – 2017. **49**, N 6. – P. 829 – 837.
17. Kamalarajah R., Stoffberg W., Bull W., Chizari M. Stress analysis of uniform circular cylindrical shells with large circular holes. // Proc. of The World Congress on Engng. – 2015. – P.1169 – 1172.
18. Lugovyi P. Z., Gaidaichuk V. V., Skosarenko Yy.V., Kotenko K. E. Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading // Int. Appl. Mech. – 2021, – **57**, N 4. – P. 395 – 404.
19. Lykhachova O., Krasovsky V. Numerical simulation of buckling tests of axially compressed cylindrical shells with one circular cutout (R.Tennyson's experiments) // Theoretical Foundations of Civil Engng. – 2014. – N 22 – P. 133 – 136.
20. Maksymyuk V., Storozhuk A., Chernyshenko I. Nonlinear Deformation of Thin Isotropic and Orthotropic Shells of Revolution with Reinforced Holes and Rigid Inclusions. // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 1. – P. 685 – 692.
21. Rhode R.V., Lundquist E.E. Strength tests on paper cylinders in compression bending and shear // NASA. Techn. Notc. – 1931. – N 370.
22. Stasiewics P. Analytical and experimental studies of stability of cylindrical shells with a Cut-Out. // Mechanics and Mechanical Engng. – 2013. – **17**, N 2. – P. 167 – 176.
23. Tennyson R. The effects of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular shells under axial compression // Trans. ASME. – 1968. – **90**, N 4. – P. 541 – 546.
24. Todchuk V. Stability of cylindrical shells // Modern Aviation and Space Technologies. – 2018. – **76**, N 3. – P. 56 – 61.

Надійшла 08.07.2022

Затверджена до друку 13.12.2022