

А.В.Молтасов, В.В.Книш

**ВЗАЄМНИЙ ВПЛИВ КОНЦЕНТРАТОРІВ НАПРУЖЕНЬ
НА ЛИЦЬОВІЙ ТА КОРЕНЕВІЙ СТОРОНАХ СТИКОВОГО
ЗВАРНОГО З'ЄДНАННЯ НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН**

*Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України,
вул. Казимира Малевича, 11, 03150, Київ, Україна; e-mail: moltasov@gmail.com*

Abstract. Based on the hypothesis of broken sections, an analytical method is applied for determining the stresses in the transition zones from weld metal to the base metal during axial stretching of the butt welded joint, the geometric dimensions of the weld convexities on the face and root sides of which differ and are such that the stress concentrators in the transition zones from the face reinforcement and the root of the weld to the base metal have a mutual influence on each other. The results of stress calculations along the contour of a specific welded joint are presented.

Key words: butt welded joint, weld root, stress concentration, mutual influence, broken cross-sections hypothesis, eccentricity.

Вступ.

Концентрація напружень в зонах переходу від металу шва (МШ) до основного металу (ОМ) є одним з основних чинників, які впливають на опір втомі зварних з'єднань [7]. Крім того, руйнування недостатньо пластичних з'єднань, наприклад, термічно зміцнених алюмінієвих сплавів, і при статичному навантаженні відбувається по лінії переходу від МШ до ОМ [11, 15]. Розв'язок плоскої задачі теорії пружності щодо визначення напружень в околі підсилення зварних швів знаходять у формі Папковича – Нейбера [6, 16], методом Колосова – Мусхелішвілі [3, 4, 8], а також за допомогою чисельних [9, 10] та наближених [5] методів. Досить ефективними аналітичними методами визначення напружень в зонах концентрації зварних з'єднань є методи, що базуються на гіпотезі ламаних перерізів [1, 2, 13]. В роботі [14] на базі гіпотези ламаних перерізів були знайдені напруження в околі кореня шва при осьовому розтязі стикового зварного з'єднання з асиметричним підсиленням. При цьому розміри лицьового підсилення та кореня шва були такими, що останній не чинив впливу на розподіл напружень в зоні переходу від МШ до ОМ на лицьовій стороні з'єднання.

В представленій роботі розроблено метод, оснований на гіпотезі ламаних перерізів, який дозволяє врахувати взаємний вплив концентраторів на лицьовій та кореневій сторонах стикового зварного з'єднання на розподіл напружень в їх околах. Продемонстровано застосування функціональних залежностей розробленого методу при розрахунку напружень в зонах концентрації зварного з'єднання із заданими розмірами.

§1. Постановка задачі.

Розглянемо стикове зварне з'єднання одиначної ширини, геометричні розміри опуклостей на лицьовій та кореневій сторонах якого відрізняються. Вважаємо, що з'єднання навантажене на достатній віддалі від опуклостей рівномірно розподіленим за товщиною з'єднуваних пластин зусиллям P (рис. 1). Отже, лінія дії результуючої сили $P = p \cdot \delta$, яка нанесена штрих-пунктиром на рис. 1, проходить посередині товщини пластин. Оскільки положення центрів інерції перерізів на ділянці зі швом (крива 1

на рис. 1) не збігається з лінією дії результуючої сили, то на цій ділянці реалізується напружений стан позацентрового розтягу і виникають додаткові напруження згину, які залежать від ексцентриситету прикладення навантаження [17]. Тому було запропоновано в залежності від вигляду функції, яка визначає геометричне положення центрів інерції перерізів, умовно розділити зону шва на чотири ділянки, а саме:

ділянка 0, на якій коренева частина підсилення відсутня (надалі в даній роботі не розглядатиметься; аналітичний метод розв'язку задачі щодо знаходження напружень на цій ділянці, який базується на гіпотезі ламаних перерізів, представлено в роботі [13]);

ділянка I, на якій лицьова та коренева частини підсилення мають увігнуту форму;

ділянка II, на якій лицьова частина підсилення має випуклу, а коренева – увігнуту форму;

ділянка III, на якій лицьова та коренева частини підсилення мають δ опуклу форму.

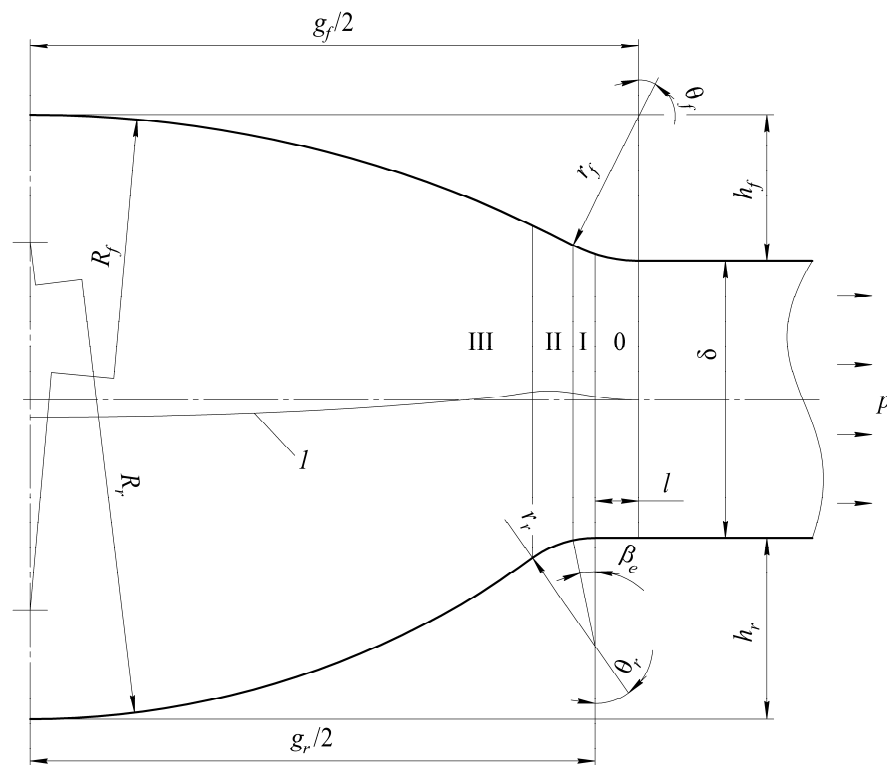


Рис. 1

У відповідності до гіпотези ламаних перерізів дотичні до контуру зон переходу від МШ до ОМ відрізки проводяться перпендикулярно до контуру цих зон. Отже, у разі реалізації взаємного впливу, існуватимуть спільні плоскі ділянки плоско-ламаних перерізів, побудованих через точки на контурі зони переходу як від лицьового підсилення, так і від кореня шва до ОМ. Тоді контурній координаті β , яка описує зону переходу від кореня шва до ОМ, відповідає конкретна контурна координата α , яка описує зону переходу від лицьового підсилення до ОМ

$$\alpha(\beta) = \arcsin \frac{(r_r + b_0) \sin \beta + l}{r_f + a_0}, \quad (1.1)$$

де r_f та r_r – відповідно, радіуси переходу від лицьового підсилення та кореня шва до ОМ; l – відстань між підніжжями лицьового підсилення та кореня шва; a_0 – глибина дії концентратора на лицьовій стороні з'єднання, яка визначається за формулою [13]

$$a_0 = 4\sqrt{2} \frac{r_f h_f}{\sqrt{g_f^2 + 4h_f^2}};$$

b_0 – глибина дії концентратора на кореневій стороні з’єднання, яка визначається за формулою [14]

$$b_0 = 4\sqrt{2} \frac{r_r h_r}{\sqrt{g_r^2 + 4h_r^2}},$$

де g_f, g_r та h_f, h_r – ширина та висота лицьового підсилення та кореня шва, відповідно.

Підставивши в (1.1) $\beta = 0$, визначимо координату на контурі зони переходу від лицьового підсилення до ОМ, при досягненні якої відбувається взаємний вплив

$$\alpha_{on} = \alpha|_{\beta=0} = \arcsin \frac{l}{r_f + a_0} = \arcsin \frac{g_f - g_r}{2(r_f + a_0)}. \quad (1.2)$$

Виразивши з (1.1) $\beta(\alpha)$ і підставивши в отриманий вираз $\alpha = \theta_f$, визначимо координату на контурі зони переходу від кореня шва до ОМ, при досягненні якої взаємний вплив закінчується

$$\beta_{off} = \beta|_{\alpha=\theta_f} = \arcsin \frac{(r_f + a_0) \sin \theta_f - l}{r_r + b_0}. \quad (1.3)$$

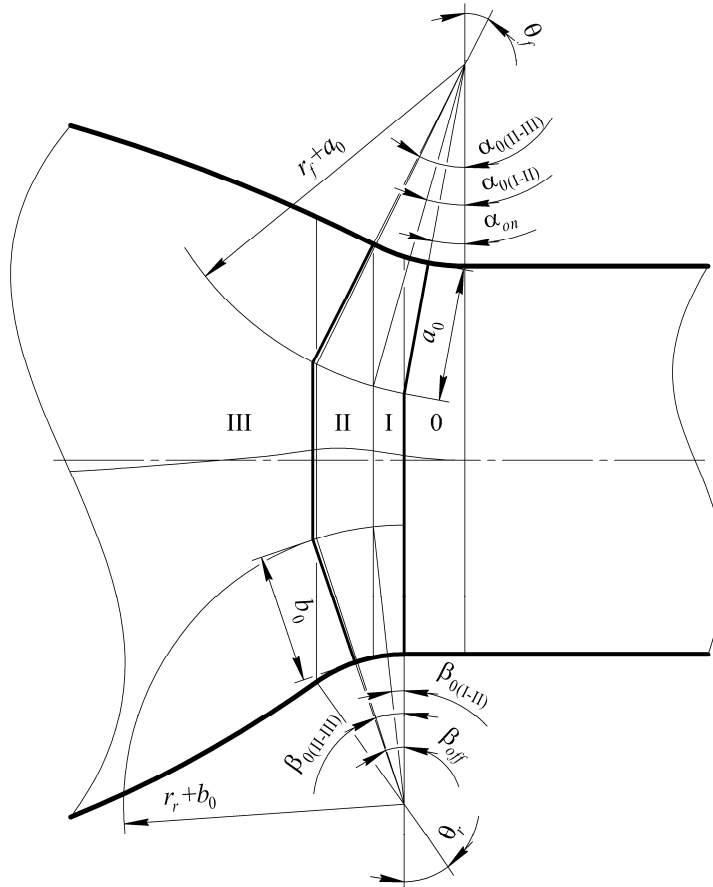


Рис. 2

Граничні ламані перерізи, які окреслюють ділянку шва, де реалізується взаємний вплив між концентраторами напружень, зображено жирними лініями на рис. 2.

§2. Визначення напружень розтягу.

Через точку A , яка знаходиться на контурі зони переходу від кореня шва до ОМ, побудуємо ламаний переріз $ABCD$ таким чином, що відрізок AB проводиться нормально до контуру на глибину b_0 , відрізок BC – перпендикулярно лінії дії навантаження, а відрізок CD – нормально до контуру зони переходу від лицьового підсилення до ОМ на глибину a_0 (рис. 3).

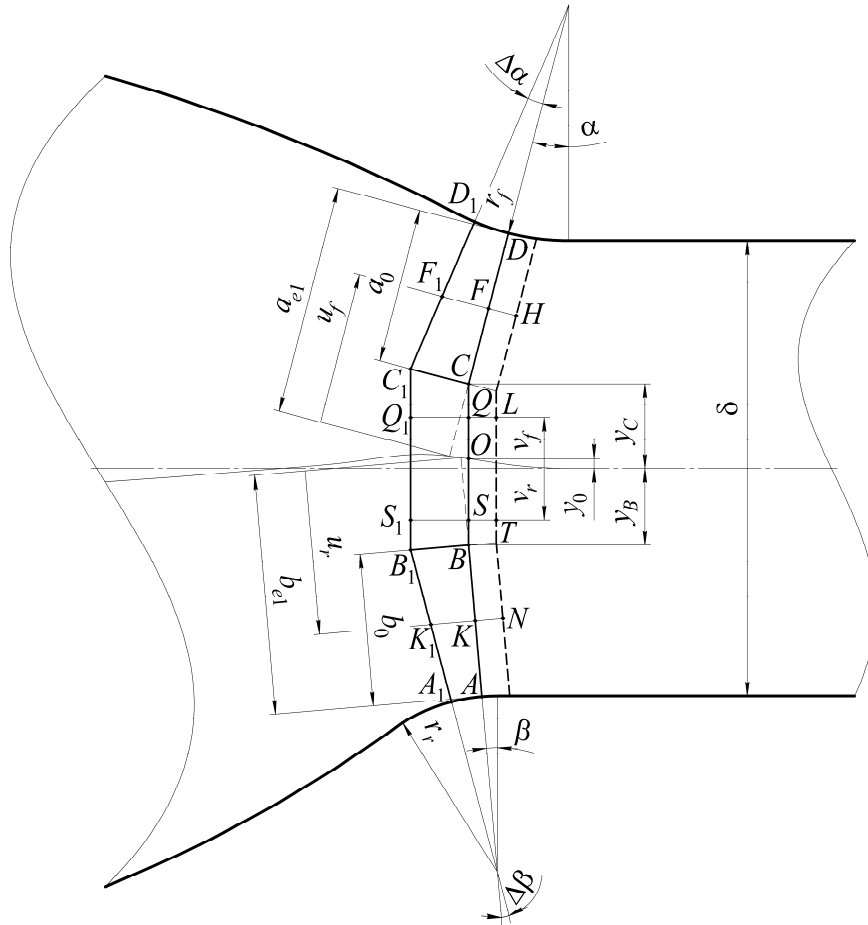


Рис. 3

Через точку A_1 таким же чином проведемо ламаний переріз $A_1B_1C_1D_1$ так, щоб продовження відрізків AB і A_1B_1 утворили нескінченно малий кут $\Delta\beta$, а продовження відрізків CD і C_1D_1 утворили нескінченно малий кут $\Delta\alpha$.

Вважаємо, що внаслідок осьової деформації переріз $A_1B_1C_1D_1$ залишився нерухомим, а переріз $ABCD$ зайняв положення, вказане пунктиром на рис. 3. При цьому волокно FF_1 , що знаходиться на відстані u_f від центру інерції перерізу, отримує видовження FH , в результаті чого в ньому виникає нормальне напруження розтягу

$$\sigma_{uf}^T = \frac{FH \cdot E}{(r_f + a_{el} - u_f)\Delta\alpha}, \quad (2.1)$$

де E – модуль пружності матеріалу з'єднання; a_{e1} – відстань по нормалі від контуру зони переходу від лицьового підсилення до ОМ до кривої, яка визначає положення центрів інерції перерізів

$$a_{e1} = \frac{\delta - 2y_{f1} + 2r_f(1 - \cos \alpha)}{2 \cos \alpha}. \quad (2.2)$$

Тут, якщо α змінюється від α_{on} до $\alpha_{(I-II)}$, то продовження відрізка DC перетинає лінію центрів інерції на ділянці I, причому

$$\alpha_{(I-II)} = \arctan \frac{2r_f \sin \theta_f}{\delta + r_r + r_f(1 + \cos \theta_f) - \sqrt{r_r^2 - (r_f \sin \theta_f - l)^2}}.$$

Тоді

$$y_{f1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_{f1}^2}{4} - B_{f1} + \Psi_{f1} - \frac{A_{f1}}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{A_{f1}}{2} + \sqrt{\frac{A_{f1}^2}{4} - B_{f1} + \Psi_{f1}} \right)^2 + 4 \sqrt{\frac{\Psi_{f1}^2}{4} - D_{f1} - 2\Psi_{f1}}} \right), \quad (2.3)$$

де

$$\Psi_{f1} = \frac{B_{f1}}{3} + \sqrt[3]{-\frac{Q_{f1}}{2} + \sqrt{\frac{Q_{f1}^2}{4} + \frac{P_{f1}^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{Q_{f1}}{2} - \sqrt{\frac{Q_{f1}^2}{4} + \frac{P_{f1}^3}{27}}}. \quad (2.4)$$

Тут

$$\begin{aligned} P_{f1} &= -\frac{1}{3}B_{f1}^2 + C_{f1} \cdot A_{f1} - 4D_{f1}; \\ Q_{f1} &= -\frac{2}{27}B_{f1}^3 + \frac{1}{3}C_{f1}B_{f1}A_{f1} + \frac{8}{3}D_{f1}B_{f1} - D_{f1}A_{f1}^2 - C_{f1}^2; \\ D_{f1} &= \frac{\left(H_{f1}^2 + l^2\right)\left(r_f + \frac{\delta}{2}\right)^2 \tan^2 \alpha + l\left(K_{f1} - H_{f1}^2\right)\left(r_f + \frac{\delta}{2}\right) \tan \alpha}{4(1 + \tan^2 \alpha)} - \\ &\quad - \frac{4\left(r_r^2 - l^2\right)H_{f1}^2 - \left(K_{f1} + H_{f1}^2\right)^2}{16(1 + \tan^2 \alpha)}; \\ C_{f1} &= \frac{2\left[-H_{f1}^2 + 2H_{f1}\left(r_f + \frac{\delta}{2}\right) - l^2\right]\left(r_f + \frac{\delta}{2}\right) \tan^2 \alpha}{4(1 + \tan^2 \alpha)} + \\ &\quad + \frac{l\left[-4H_{f1}\left(r_f + \frac{\delta}{2}\right) + H_{f1}^2 - K_{f1}\right] \tan \alpha + 2H_{f1}\left(-2r_r^2 + 2l^2 + K_{f1} + H_{f1}^2\right)}{4(1 + \tan^2 \alpha)}; \\ B_{f1} &= \frac{\left[\left(H_{f1} - 2r_f - \delta\right)^2 - 2H_{f1}\left(2r_f + \delta\right) + l^2\right] \tan^2 \alpha}{4(1 + \tan^2 \alpha)} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{4l \left(H_{fI} - r_f - \frac{\delta}{2} \right) \tan \alpha - 4r_r^2 + 4l^2 + 2K_{fI} + 6H_{fI}^2}{4(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$A_{fI} = \frac{(H_{fI} - 2r_f - \delta) \tan^2 \alpha + l \tan \alpha + 2H_{fI}}{1 + \tan^2 \alpha}; \quad H_{fI} = r_r - r_f; \quad K_{fI} = r_r^2 - r_f^2 - l^2.$$

Якщо α змінюється від $\alpha_{I(II)}$ до $\alpha_{I(II-III)}$, то продовження відрізка DC перетинає лінію центрів інерції на ділянці II, причому

$$\alpha_{I(II-III)} = \arctan \frac{2r_r \sin \theta_r + 2l}{\delta + 2r_f - h_f + R_f + r_r (1 - \cos \theta_r) - \sqrt{R_f^2 - \left(r_r \sin \theta_r - \frac{g_r}{2} \right)^2}},$$

де R_f – радіус опуклої частини лицьового підсилення.

Тоді

$$y_{fI} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_{fII}^2}{4} - B_{fII} + \Psi_{fII}} - \frac{A_{fII}}{2} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{A_{fII}}{2} - \sqrt{\frac{A_{fII}^2}{4} - B_{fII} + \Psi_{fII}} \right)^2 + 4 \sqrt{\frac{\Psi_{fII}^2}{4} - D_{fII} - 2\Psi_{fII}}}. \quad (2.5)$$

Параметр Ψ_{fII} визначається аналогічно Ψ_{fI} з заміною у формулі (2.3) $Q_{fI}, P_{fI}, D_{fI}, C_{fI}, B_{fI}, A_{fI}$ на $Q_{fII}, P_{fII}, D_{fII}, C_{fII}, B_{fII}, A_{fII}$ відповідно, при цьому

$$D_{fII} = \frac{(4H_{fII}^2 + g_r^2) \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right)^2 \tan^2 \alpha}{16(1 + \tan^2 \alpha)} -$$

$$- \frac{2 \left[g_r K_{fII} + (g_r + 4l) H_{fII}^2 \right] \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right) \tan \alpha + 4(r_r^2 - l^2) H_{fII}^2 - (K_{fII} + H_{fII}^2)^2}{16(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$C_{fII} = - \frac{\left[4H_{fII}^2 + 8H_{fII} \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right) + g_r^2 \right] \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right) \tan^2 \alpha}{8(1 + \tan^2 \alpha)} +$$

$$+ \frac{\left[4H_{fII} \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right) (g_r + 4l) + g_r (H_{fII}^2 + K_{fII}) + 4l H_{fII}^2 \right] \tan \alpha}{8(1 + \tan^2 \alpha)} +$$

$$+ \frac{4H_{fII} (2r_r^2 - 2l^2 - K_{fII} - H_{fII}^2)}{8(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$B_{fII} = \frac{\left\{ 4 \left[\left(H_{fII} + 2r_f + \delta \right)^2 + 2H_{fII} (2r_f + \delta) \right] + g_r^2 \right\} \tan^2 \alpha}{16(1 + \tan^2 \alpha)} -$$

$$- \frac{8(g_r + 4l) \left(H_{fII} + r_f + \frac{\delta}{2} \right) \tan \alpha + 8(2r_r^2 - 2l^2 - K_{fII} - 3H_{fII}^2)}{16(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$A_{fII} = \frac{-2(H_{fII} + 2r_f + \delta) \tan^2 \alpha + (g_r + 4l) \tan \alpha - 4H_{fII}}{2(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$H_{fII} = h_f - R_f - r_r; \quad K_{fII} = r_r^2 - R_f^2 - \frac{g_r^2}{4} + \frac{g_f g_r}{2}.$$

Якщо α змінюється від $\alpha_{I(II-III)}$ до θ_f , то продовження відрізка DC перетинає лінію центрів інерції на ділянці III.
Тоді

$$y_{fI} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_{fIII}^2}{4} - B_{fIII} + \Psi_{fIII}} - \frac{A_{fIII}}{2} \right) -$$

$$- \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{A_{fIII}}{2} - \sqrt{\frac{A_{fIII}^2}{4} - B_{fIII} + \Psi_{fIII}} \right)^2 + 4 \sqrt{\frac{\Psi_{fIII}^2}{4} - D_{fIII} - 2\Psi_{fIII}}} . \quad (2.6)$$

Параметр Ψ_{fIII} визначається аналогічно Ψ_{fI} з заміною у формулі (2.3) $Q_{fI}, P_{fI}, D_{fI}, C_{fI}, B_{fI}, A_{fI}$ на $Q_{fIII}, P_{fIII}, D_{fIII}, C_{fIII}, B_{fIII}, A_{fIII}$ відповідно, при цьому

$$D_{fIII} = \frac{4H_{fIII}^2 \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right)^2 \tan^2 \alpha - 4g_f H_{fIII}^2 \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right) \tan \alpha}{16(1 + \tan^2 \alpha)} +$$

$$+ \frac{(g_f^2 - 4R_r^2) H_{fIII}^2 + (K_{fIII} + H_{fIII}^2)^2}{16(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$C_{fIII} = \frac{2H_{fIII} \left(r_f + \frac{\delta}{2} \right) (2r_f + \delta - H_{fIII}) \tan^2 \alpha}{4(1 + \tan^2 \alpha)} +$$

$$+ \frac{g_f H_{fIII} (H_{fIII} - 4r_f - 2\delta) \tan \alpha + H_{fIII} (g_f^2 - 4R_r^2 + 2K_{fIII} + 2H_{fIII}^2)}{4(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$B_{fIII} = \frac{\left[(H_{fIII} - 2r_f - \delta)^2 - 2H_{fIII} (2r_f + \delta) \right] \tan^2 \alpha}{4(1 + \tan^2 \alpha)} -$$

$$-\frac{4g_f \left(H_{fIII} - r_f - \frac{\delta}{2} \right) \tan \alpha + 2R_r^2 - g_f^2 - 2K_{fIII} - 6H_{fIII}^2}{4(1 + \tan^2 \alpha)};$$

$$A_{fIII} = \frac{(H_{fIII} - 2r_f - \delta) \tan^2 \alpha + g_f \tan \alpha + 2H_{fIII}}{1 + \tan^2 \alpha};$$

$$H_{fIII} = R_f - h_f - R_r + h_r; \quad K_{fIII} = R_r^2 - R_f^2.$$

Геометричний зміст кутів $\alpha_{I(I-II)}$ та $\alpha_{I(II-III)}$ показано на рис. 4.

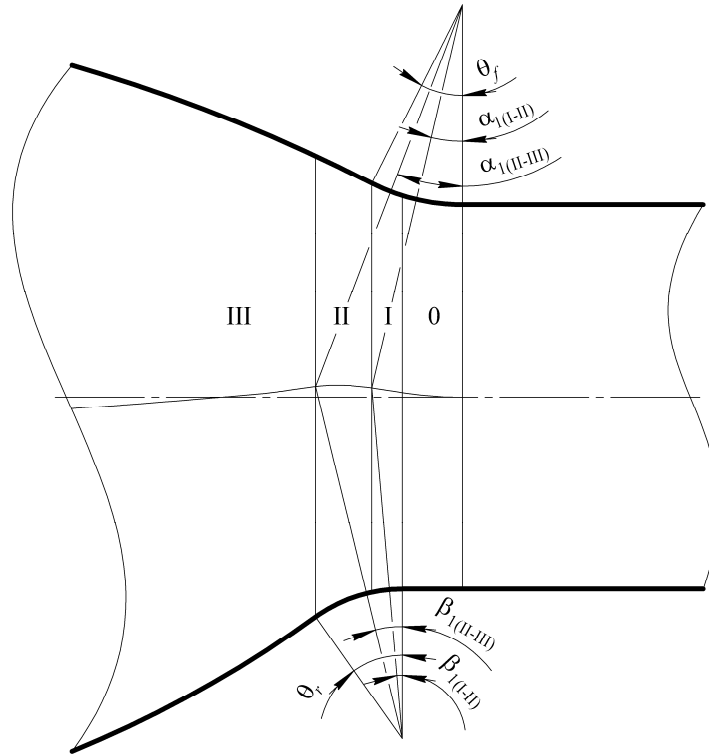


Рис. 4

В той же час волокно QQ_1 , що знаходиться на відстані v_f від центру інерції перерізу, отримає видовження QL , в результаті чого в ньому виникне нормальне напруження розтягу

$$\sigma_{vf}^T = \frac{FH \cdot E}{(r_f + a_0) \Delta \alpha}. \quad (2.7)$$

З іншого боку, волокно KK_1 , що знаходиться на відстані u_r від центру інерції перерізу, отримує видовження KN , в результаті чого в ньому виникає нормальне напруження розтягу

$$\sigma_{ur}^T = \frac{KN \cdot E}{(r_r + b_{el} - u_r) \Delta \beta}, \quad (2.8)$$

де b_{el} – відстань по нормалі від контуру зони переходу від кореня шва до ОМ до кривої, яка визначає положення центрів інерції перерізів

$$b_{el} = \frac{\delta + 2y_{r1} + 2r_r(1 - \cos \beta)}{2 \cos \beta}. \quad (2.9)$$

Тут, якщо β змінюється від 0 до $\beta_{l(I-II)}$, то продовження відрізка AB перетинає лінію центрів інерції на ділянці I, причому

$$\beta_{l(I-II)} = \arctan \frac{2(r_f \sin \theta_f - l)}{\delta + r_r + r_f(1 - \cos \theta_f) + \sqrt{r_r^2 - (r_f \sin \theta_f - l)^2}}.$$

Тоді

$$y_{r1} = -\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_{r1}^2}{4} - B_{r1} + \Psi_{r1} + \frac{A_{r1}}{2}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{A_{r1}}{2} + \sqrt{\frac{A_{r1}^2}{4} - B_{r1} + \Psi_{r1}} \right)^2 + 4 \sqrt{\frac{\Psi_{r1}^2}{4} - D_{r1} - 2\Psi_{r1}}} \right). \quad (2.10)$$

Параметр Ψ_{r1} визначається аналогічно Ψ_{f1} з заміною у формулі (2.3) $Q_{f1}, P_{f1}, D_{f1}, C_{f1}, B_{f1}, A_{f1}$ на $Q_{r1}, P_{r1}, D_{r1}, C_{r1}, B_{r1}, A_{r1}$ відповідно, при цьому

$$D_{r1} = \frac{4(H_{r1}^2 + l^2) \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \tan^2 \beta + 4l(H_{r1}^2 - K_{r1}) \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) \tan \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} - \\ - \frac{4(r_f^2 - l^2)H_{r1}^2 - (K_{r1} + H_{r1}^2)^2}{16(1 + \tan^2 \beta)}; \\ C_{r1} = \frac{2 \left[H_{r1}^2 - 2H_{r1} \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) + l^2 \right] \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) \tan^2 \beta}{4(1 + \tan^2 \beta)} + \\ + \frac{l \left[H_{r1}^2 - 4H_{r1} \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) - K_{r1} \right] \tan \beta + 2H_{r1} (2r_f^2 - 2l^2 - K_{r1} - H_{r1}^2)}{4(1 + \tan^2 \beta)}; \\ B_{r1} = \frac{\left[(H_{r1} - 2r_r - \delta)^2 - 2H_{r1} (2r_r + \delta) + l^2 \right] \tan^2 \beta}{4(1 + \tan^2 \beta)} + \\ + \frac{4l \left(r_r + \frac{\delta}{2} - H_{r1} \right) \tan \beta - 4r_f^2 + 4l^2 + 2K_{r1} + 6H_{r1}^2}{4(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$A_{rI} = \frac{(2r_r + \delta - H_{rI}) \tan^2 \beta + l \tan \beta - 2H_{rI}}{1 + \tan^2 \beta}; \quad H_{rI} = r_f - r_r; \quad K_{rI} = r_f^2 - r_r^2 - l^2.$$

Якщо β змінюється від $\beta_{I(I-II)}$ до $\beta_{I(II-III)}$, то продовження відрізка AB перетинає лінію центрів інерції на ділянці II, причому

$$\beta_{I(II-III)} = \arctan \frac{2r_r \sin \theta_r}{\delta + h_f - R_f + r_r (1 + \cos \theta_r) + \sqrt{R_f^2 - \left(r_r \sin \theta_r - \frac{g_r}{2}\right)^2}}.$$

Тоді

$$y_{rI} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_{rI}^2}{4} - B_{rII} + \Psi_{rII} - \frac{A_{rII}}{2}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{A_{rII}}{2} - \sqrt{\frac{A_{rII}^2}{4} - B_{rII} + \Psi_{rII}} \right)^2 + 4 \sqrt{\frac{\Psi_{rII}^2}{4} - D_{rII} - 2\Psi_{rII}}} \right). \quad (2.11)$$

Параметр Ψ_{rII} визначається аналогічно Ψ_{fI} з заміною у формулі (2.3) $Q_{fI}, P_{fI}, D_{fI}, C_{fI}, B_{fI}, A_{fI}$ на $Q_{rII}, P_{rII}, D_{rII}, C_{rII}, B_{rII}, A_{rII}$ відповідно, при цьому

$$D_{rII} = \frac{(4H_{rII}^2 + g_r^2) \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right)^2 \tan^2 \beta + 2g_r \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right) (K_{rII} - H_{rII}^2) \tan \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} - \\ - \frac{4r_r^2 H_{rII}^2 - (K_{rII} - H_{rII}^2)^2}{16(1 + \tan^2 \beta)}; \\ C_{rII} = \frac{\left[4H_{rII}^2 - 8H_{rII} \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right) + g_r^2\right] \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right) \tan^2 \beta}{8(1 + \tan^2 \beta)} + \\ + \frac{g_r \left[4H_{rII} \left(r_r + \frac{\delta}{2}\right) - H_{rII}^2 + K_{rII}\right] \tan \beta + 4H_{rII} (2r_r^2 + K_{rII} - H_{rII}^2)}{8(1 + \tan^2 \beta)}; \\ B_{rII} = \frac{\left\{4 \left[(H_{rII} - 2r_r - \delta)^2 - 2H_{rII} (2r_r + \delta)\right] + g_r^2\right\} \tan^2 \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} + \\ + \frac{8g_r \left(H_{rII} - r_r - \frac{\delta}{2}\right) \tan \beta - 8(2r_r^2 + K_{rII} - 3H_{rII}^2)}{16(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$A_{rII} = \frac{2(2r_r + \delta - H_{rII}) \tan^2 \beta + g_r \tan \beta - 4H_{rII}}{2(1 + \tan^2 \beta)};$$

$$H_{rII} = h_f - R_f - r_r; \quad K_{rII} = R_f^2 - r_r^2 - \frac{g_r^2}{4}.$$

Якщо β змінюється від $\beta_{(II-III)}$ до β_{off} , то продовження відрізка AB перетинає лінію центрів інерції на ділянці III.

Тоді

$$y_{rI} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_{rIII}^2}{4} - B_{rIII} + \Psi_{rIII} - \frac{A_{rIII}}{2}} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{A_{rIII}}{2} - \sqrt{\frac{A_{rIII}^2}{4} - B_{rIII} + \Psi_{rIII}} \right)^2 + 4 \sqrt{\frac{\Psi_{rIII}^2}{4} - D_{rIII} - 2\Psi_{rIII}}} \right). \quad (2.12)$$

Параметр Ψ_{rIII} визначається аналогічно Ψ_{fI} з заміною у формулі (2.3) $Q_{fI}, P_{fI}, D_{fI}, C_{fI}, B_{fI}, A_{fI}$ на $Q_{rIII}, P_{rIII}, D_{rIII}, C_{rIII}, B_{rIII}, A_{rIII}$ відповідно, при цьому

$$D_{rIII} = \frac{4H_{rIII}^2 \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right)^2 \tan^2 \beta - 4g_r H_{rIII}^2 \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) \tan \beta}{16(1 + \tan^2 \beta)} + \\ + \frac{(g_r^2 - 4R_f^2) H_{rIII}^2 + (K_{rIII} + H_{rIII}^2)^2}{16(1 + \tan^2 \beta)}; \\ C_{rIII} = \frac{2H_{rIII} \left(r_r + \frac{\delta}{2} \right) (2r_r + \delta - H_{rIII}) \tan^2 \beta}{4(1 + \tan^2 \beta)} - \\ - \frac{g_r H_{rIII} (H_{rIII} + 4r_r + 2\delta) \tan \beta - H_{rIII} (g_r^2 - 4R_f^2 + 2K_{rIII} + 2H_{rIII}^2)}{4(1 + \tan^2 \beta)}; \\ B_{rIII} = \frac{\left[(H_{rIII} + 2r_r + \delta)^2 + 2H_{rIII} (2r_r + \delta) \right] \tan^2 \beta}{4(1 + \tan^2 \beta)} - \\ - \frac{4g_r \left(H_{rIII} + r_r + \frac{\delta}{2} \right) \tan \beta + 4R_f^2 - g_r^2 - 2K_{rIII} - 6H_{rIII}^2}{4(1 + \tan^2 \beta)}; \\ A_{rIII} = \frac{(H_{rIII} + 2r_r + \delta) \tan^2 \beta - g_r \tan \beta + 2H_{rIII}}{1 + \tan^2 \beta};$$

$$H_{rIII} = R_f - h_f - R_r + h_r; \quad K_{rIII} = R_f^2 - R_r^2.$$

Геометричний зміст кутів $\beta_{I(I-II)}$ та $\beta_{I(II-III)}$ зображено на рис. 4.

В той же час волокно SS_1 , що знаходиться на відстані v_r від центру інерції перерізу, отримає видовження ST , в результаті чого в ньому виникне нормальне напруження розтягу

$$\sigma_{vr}^T = \frac{KN \cdot E}{(r_r + b_0) \Delta \beta}. \quad (2.13)$$

Умова рівноваги для з'єднання одиничної товщини при розтязі записується у вигляді

$$P = \cos \alpha \int_{a_{e1}-a_0}^{a_{e1}} \sigma_{uf}^T du_f + \int_0^{y_C-y_0} \sigma_{vf}^T dv_f + \cos \beta \int_{b_{e1}-b_0}^{b_{e1}} \sigma_{ur}^T du_r + \int_0^{y_B+y_0} \sigma_{vr}^T dv_r, \quad (2.14)$$

де y_B та y_C визначаються, відповідно, залежностями

$$y_B = \frac{\delta}{2} + r_r (1 - \cos \beta) - b_0 \cos \beta; \quad (2.15)$$

$$y_C = \frac{\delta}{2} + r_f (1 - \cos \alpha) - a_0 \cos \alpha. \quad (2.16)$$

Якщо $\beta \leq \beta_{0(I-II)}$, то відрізок BC перетинає лінію центрів інерції на ділянці I, причому

$$\beta_{0(I-II)} = \arcsin \frac{r_f \sin \theta_f - l}{r_r + b_0}.$$

Тоді y_0 визначатиметься за формулою

$$y_0 = \frac{1}{2} \left\{ r_f - \sqrt{r_f^2 - [(r_r + b_0) \sin \beta + l]^2} - r_r + \sqrt{r_r^2 - (r_r + b_0)^2 \sin^2 \beta} \right\}. \quad (2.17)$$

Якщо β змінюється від $\beta_{0(I-II)}$ до $\beta_{0(II-III)}$, то відрізок BC перетинає лінію центрів інерції на ділянці II, причому

$$\beta_{0(II-III)} = \arcsin \frac{r_r \sin \theta_r}{r_r + b_0}.$$

Тоді y_0 визначатиметься за формулою

$$y_0 = \frac{1}{2} \left\{ h_f - R_f - r_r + \sqrt{R_f^2 - [(r_r + b_0) \sin \beta - \frac{g_r}{2}]^2} + \sqrt{r_r^2 - (r_r + b_0)^2 \sin^2 \beta} \right\}. \quad (2.18)$$

Якщо $\beta \geq \beta_{0(II-III)}$, то відрізок BC перетинає лінію центрів інерції на ділянці III. Тоді y_0 визначатиметься за формулою

$$y_0 = \frac{1}{2} \left\{ h_f - R_f - h_r + R_r + \sqrt{R_f^2 - [(r_r + b_0) \sin \beta - \frac{g_r}{2}]^2} \right\} -$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{R_r^2 - \left[(r_r + b_0) \sin \beta - \frac{g_r}{2} \right]^2}. \quad (2.19)$$

Геометричний зміст кутів $\beta_{0(I-II)}$ та $\beta_{0(II-III)}$ зображено на рис. 2.

Підставляючи вирази для напружень (2.1), (2.7), (2.8) та (2.13) в умову рівноваги (2.14), отримаємо

$$P = \frac{FH \cdot E}{\Delta \alpha} \left(\int_{a_{e1}-a_0}^{a_{e1}} \frac{\cos \alpha du_f}{r_f + a_{e1} - u_f} + \int_0^{y_C - y_0} \frac{dv_f}{r_f + a_0} \right) + \frac{KN \cdot E}{\Delta \beta} \left(\int_{b_{e1}-b_0}^{b_{e1}} \frac{\cos \beta du_r}{r_r + b_{e1} - u_r} + \int_0^{y_B + y_0} \frac{dv_r}{r_r + b_0} \right). \quad (2.20)$$

В отриманий вираз входять два невідомі співвідношення $FH/\Delta \alpha$ та $KN/\Delta \beta$, тому, щоб встановити зв'язок між напруженнями на ділянках перерізу і прикладеним навантаженням P , необхідно виразити одне з цих співвідношень через інше.

Оскільки на плоскому відрізку BC плоско-ламаного перерізу $ABCD$ справедлива гіпотеза плоских перерізів, напруження на цій ділянці при розтязі мають бути постійними, тому можемо прирівняти праві частини виразів (2.7) та (2.13), в результаті отримаємо

$$\frac{FH}{\Delta \alpha} = \frac{r_f + a_0}{r_r + b_0} \frac{KN}{\Delta \beta}. \quad (2.21)$$

Підставляючи (2.21) у (2.20), після інтегрування отримаємо

$$\frac{P}{T_0} = \frac{KN \cdot E}{\Delta \beta}, \quad (2.22)$$

де T_0 – геометрична характеристика ламаного перерізу при розтязі, яка змінюється від перерізу до перерізу за законом

$$T_0 = \frac{r_f + a_0}{r_r + b_0} \left(\cos \alpha \ln \frac{r_f + a_0}{r_f} + \frac{y_C - y_0}{r_f + a_0} \right) + \cos \beta \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} + \frac{y_B + y_0}{r_r + b_0}. \quad (2.23)$$

Підставивши тотожність (2.22) у формули (2.1), (2.7), (2.8) та (2.13), встановимо зв'язок між осьовим зусиллям P та напруженнями на ділянках CD , CO , AB та BO

$$\sigma_{uf}^T = \frac{P(r_f + a_0)}{(r_f + a_{e1} - u_f) T_0 (r_r + b_0)}; \quad (2.24)$$

$$\sigma_{vf}^T = \frac{P}{(r_r + b_0) T_0}; \quad (2.25)$$

$$\sigma_{ur}^T = \frac{P}{(r_r + b_{e1} - u_r) T_0}; \quad (2.26)$$

$$\sigma_{vr}^T = \frac{P}{(r_r + b_0) T_0}. \quad (2.27)$$

Видно, що формули (2.25) та (2.27) співпадають.

Напруження на контурі зони переходу від лицьового підсилення до ОМ отримаємо, підставивши $u_f = a_{e1}$ у (2.24)

$$\sigma_f^T = \sigma_{uf}^T \Big|_{u_f=a_{e1}} = \frac{P(r_f + a_0)}{r_f T_0 (r_r + b_0)}. \quad (2.28)$$

Напруження на контурі зони переходу від кореня шва до ОМ отримаємо, підставивши $u_r = b_{e1}$ у (2.26)

$$\sigma_r^T = \sigma_{ur}^T \Big|_{u_r=b_{e1}} = \frac{P}{r_r T_0}. \quad (2.29)$$

§3. Визначення напружень згину.

При позацентровому розтягуванні (стисканні) згинальний момент M визначається за формулою

$$M = P e_i, \quad (3.1)$$

де e_i – ексцентриситет прикладення результуючої осьового навантаження на i -тій ділянці.

Якщо $\beta \leq \beta_e$, то ексцентриситет визначається на ділянці I за формулою

$$e_i = e_I(\beta) = \frac{1}{2} \left[r_f - \sqrt{r_f^2 - (r_r \sin \beta + l)^2} - r_r (1 - \cos \beta) \right], \quad (3.2)$$

причому

$$\beta_e = \arcsin \frac{r_f \sin \theta_f - l}{r_r}. \quad (3.3)$$

Якщо ж $\beta \geq \beta_e$, то ексцентриситет визначається на ділянці II за формулою

$$e_i = e_{II}(\beta) = \frac{1}{2} \left[h_f - R_f + \sqrt{R_f^2 - \left(r_r \sin \beta - \frac{g_r}{2} \right)^2} - r_r (1 - \cos \beta) \right]. \quad (3.4)$$

Геометричний зміст кута β_e відображено на рис. 1.

Вважаємо, що внаслідок згину переріз $A_1 B_1 C_1 D_1$ залишився нерухомим, а переріз $ABCD$ повернувся на малий кут $\Delta\gamma$ і зайняв положення, вказане пунктиром на рис. 5. При цьому волокно FF_1 , що знаходиться на відстані u_f від центру інерції перерізу, отримує вкорочення FH , в результаті чого в ньому виникає нормальне напруження стиску

$$\sigma_{uf}^B = \frac{\left(\frac{y_C - y_0}{\cos \alpha} + u_f - a_{e1} + a_0 \right) \Delta\gamma E}{(r_f + a_{e1} - u_f) \Delta\alpha}. \quad (3.5)$$

В той же час волокно QQ_1 , що знаходиться на відстані v_f від центру інерції перерізу, отримує вкорочення QL , в результаті чого в ньому виникне нормальне напруження стиску

$$\sigma_{vf}^B = \frac{v_f \Delta\gamma E}{(r_f + a_0) \Delta\alpha \cos \alpha}. \quad (3.6)$$


$$\sigma_{ur}^B = \frac{\left(\frac{y_B + y_0}{\cos \beta} + u_r - b_{e1} + b_0 \right) \Delta \gamma E}{(r_r + b_{e1} - u_r) \Delta \beta}. \quad (3.7)$$
$$\sigma_{vr}^B = \frac{v_r \Delta \gamma E}{(r_r + b_0) \Delta \beta \cos \beta}. \quad (3.8)$$
$$M = \int_{a_{e1}-a_0}^{a_{e1}} \sigma_{uf}^B \left(\frac{y_C - y_0}{\cos \alpha} + u_f - a_{e1} + a_0 \right) du_f + \int_0^{y_C - y_0} \sigma_{vf}^B v_f dv_f +$$

$$+ \int_{b_{e1}-b_0}^{b_{e1}} \sigma_{ur}^B \left(\frac{y_B + y_0}{\cos \beta} + u_r - b_{e1} + b_0 \right) du_r + \int_0^{y_B + y_0} \sigma_{vr}^B v_r dv_r. \quad (3.9)$$

Підставляючи вирази для напружень (3.5) – (3.8) в умову рівноваги (3.9), отримаємо

$$M = \frac{\Delta\gamma E}{\Delta\alpha} \left\{ \int_{a_{e1}-a_0}^{a_{e1}} \frac{[y_C - y_0 + (u_f - a_{e1} + a_0)\cos\alpha]^2}{(r_f + a_{e1} - u_f)\cos^2\alpha} du_f + \int_0^{y_C - y_0} \frac{v_f^2 dv_f}{(r_f + a_0)\cos\alpha} \right\} +$$

$$+ \frac{\Delta\gamma E}{\Delta\beta} \left\{ \int_{b_{e1}-b_0}^{b_{e1}} \frac{[y_B + y_0 + (u_r - b_{e1} + b_0)\cos\beta]^2}{(r_r + b_{e1} - u_r)\cos^2\beta} du_r + \int_0^{y_B + y_0} \frac{v_r^2 dv_r}{(r_r + b_0)\cos\beta} \right\}. \quad (3.10)$$

В отриманий вираз входять два невідомі співвідношення $\Delta\gamma/\Delta\alpha$ та $\Delta\gamma/\Delta\beta$, тому, щоб встановити зв'язок між напруженнями на ділянках перерізу і згинальним моментом M , необхідно виразити одне з цих співвідношень через інше.

Оскільки на частині BC плоско-ламаного перерізу $ABCD$ справедлива гіпотеза плоских перерізів, згинальні напруження на однаковій відстані від центру інерції як в зоні розтягу, так і в зоні стиску мають бути рівними за абсолютною величиною. Отже, за умови $v_f = v_r$ можемо прирівняти праві частини виразів (3.6) і (3.8), в результаті отримаємо

$$\frac{\Delta\gamma}{\Delta\alpha} = \frac{(r_f + a_0)\cos\alpha}{(r_r + b_0)\cos\beta} \frac{\Delta\gamma}{\Delta\beta}. \quad (3.11)$$

Підставляючи (3.11) у (3.10), після інтегрування отримаємо

$$\frac{M}{B_0} = \frac{\Delta\gamma E}{\Delta\beta}, \quad (3.12)$$

де B_0 – геометрична характеристика ламаного перерізу при згині, яка змінюється від перерізу до перерізу за законом

$$B_0 = \frac{(r_f + a_0)\cos\alpha}{(r_r + b_0)\cos\beta} \left\{ \frac{[y_C - y_0 - (a_{e1} - a_0)\cos\alpha]^2}{\cos^2\alpha} \ln \frac{r_f + a_0}{r_f} + \right.$$

$$+ \frac{2[y_C - y_0 - (a_{e1} - a_0)\cos\alpha]}{\cos\alpha} \left[(r_f + a_{e1}) \ln \frac{r_f + a_0}{r_f} - b_0 \right] +$$

$$+ (r_r + a_{e1})^2 \ln \frac{r_f + a_0}{r_f} - a_0(r_f + 2a_{e1}) + \frac{a_0^2}{2} + \frac{(y_C - y_0)^3}{3(r_f + a_0)\cos\alpha} \Big\} +$$

$$+ \frac{[y_B + y_0 - (b_{e1} - b_0)\cos\beta]^2}{\cos^2\beta} \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} + (r_r + b_{e1})^2 \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} + \frac{b_0^2}{2} - b_0(r_r + 2b_{e1}) +$$

$$+ \frac{2[y_B + y_0 - (b_{e1} - b_0)\cos\beta]}{\cos\beta} \left[(r_r + b_{e1}) \ln \frac{r_r + b_0}{r_r} - b_0 \right] + \frac{(y_B + y_0)^3}{3(r_r + b_0)\cos\beta}. \quad (3.13)$$

Підставивши тотожність (3.12) у формули (3.5), (3.6), (3.7) та (3.8), встановимо зв'язок між згинальним моментом M та напруженнями на ділянках, відповідно, CD , CO , AB та BO

$$\sigma_{uf}^B = \frac{M \left(\frac{y_C - y_0}{\cos \alpha} + u_f - a_{e1} + a_0 \right) (r_f + a_0) \cos \alpha}{(r_f + a_{e1} - u_f) B_0 (r_r + b_0) \cos \beta}; \quad (3.14)$$

$$\sigma_{vf}^B = \frac{M v_f}{(r_r + b_0) B_0 \cos \beta}; \quad (3.15)$$

$$\sigma_{ur}^B = \frac{M \left(\frac{y_B + y_0}{\cos \beta} + u_r - b_{e1} + b_0 \right)}{(r_r + b_{e1} - u_r) B_0}; \quad (3.16)$$

$$\sigma_{vr}^B = \frac{M v_r}{(r_r + b_0) B_0 \cos \beta}. \quad (3.17)$$

Видно, що за умови $v_f = v_r$ формули (3.15) та (3.17) співпадають.

Підстановкою $u_f = a_{e1}$ в формулі (3.14), отримаємо згинальне напруження, що діє на контурі зони переходу від лицьового підсилення до ОМ

$$\sigma_f^B = \frac{M (y_C - y_0 + a_0 \cos \alpha) (r_f + a_0)}{r_f B_0 (r_r + b_0) \cos \beta}. \quad (3.18)$$

Згинальне напруження, що діє на контурі зони переходу від кореня шва до ОМ, отримується підстановкою в формулу (3.16) $u_r = b_{e1}$, тоді

$$\sigma_r^B = \frac{M (y_B + y_0 + b_0 \cos \beta)}{r_r B_0 \cos \beta}. \quad (3.19)$$

§4. Приклад розрахунку конкретного зварного з'єднання.

Сумарні напруження, що діють на контурі зони переходу від лицьового підсилення до ОМ, будуть визначатися як різниця напружень від осьового навантаження (2.28) та згинального моменту (3.18)

$$\sigma_f^\Sigma = \frac{P (r_f + a_0)}{r_f (r_r + b_0)} \left[\frac{1}{T_0} - \frac{e_i (y_C - y_0 + a_0 \cos \alpha)}{B_0 \cos \beta} \right], \quad (4.1)$$

а на контурі зони переходу від кореня шва до ОМ – як сума напружень від осьового навантаження (2.29) та згинального моменту (3.19)

$$\sigma_r^\Sigma = \frac{P}{r_r} \left[\frac{1}{T_0} + \frac{e_i (y_B + y_0 + b_0 \cos \beta)}{B_0 \cos \beta} \right]. \quad (4.2)$$

Для стикового зварного з'єднання типу С4 товщиною 1,6 мм, розміри конструктивних елементів якого задовольняють вимогам ГОСТ 14771-76 (таблиця) і при цьому є такими, що концентратори напружень на лицьовій та кореневій сторонах чинять один на одного взаємний вплив, за функціональними залежностями (4.1) та (4.2) були побудовані контурні епюри напружень в зонах переходу від лицьового підсилення та кореня шва до ОМ (рис. 6).

Таблиця

Сторона з'єднання	h , мм	g , мм	θ , град	r , мм	R , мм	a_0 , мм	b_0 , мм
Лицьова (f)	0,840	7,000	27,000	0,830	6,882	0,548	–
Коренева (r)	1,040	6,500	35,489	0,620	4,978	–	0,534

В таблиці значення флангових кутів θ та радіусів переходу від лицьового підсилення та кореня шва до ОМ r розраховані за формулами роботи [12], а радіусів опуклих частин лицьового підсилення та кореня шва R – за формулою з роботи [13].

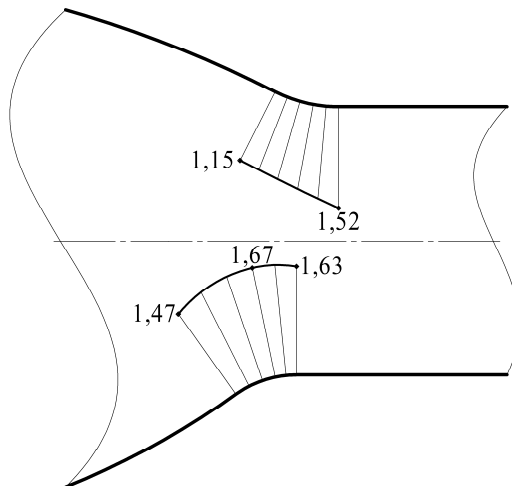


Рис. 6

Аналіз побудованих епюр показав, що, на відміну від зварних з'єднань з асиметричним підсиленням без взаємного впливу концентраторів, максимальне напруження діє не по лінії сплавлення кореня шва з ОМ, а на деякому віддаленні від неї по контуру у бік металу шва. Подальші більш детальні розрахунки показали, що ця точка знаходиться в околі координати $\beta = \beta_e$ (формула (3.3)), яка відповідає границі між ділянками шва I та II (рис. 1). В зоні переходу від лицьового підсилення шва до ОМ їй відповідає координата

$$\alpha_e = \arcsin \frac{(r_r + b_0)(r_f \sin \theta_f - l) + r_r l}{r_r(r_f + a_0)}. \quad (4.3)$$

Отже, коефіцієнт концентрації напружень можна визначити як відношення напруження (4.2) в точці $\beta = \beta_e$ до номінального напруження p

$$\alpha_\sigma^r = \frac{\delta}{r_r} \left[\frac{1}{T_0(\alpha_e, \beta_e)} + \frac{e_i(\beta_e)(y_B(\beta_e) + y_0(\beta_e) + b_0 \cos \beta_e)}{B_0(\alpha_e, \beta_e) \cos \beta_e} \right]. \quad (4.4)$$

Висновок.

Запропоновано метод розрахунку напружень в околі асиметричного зварного шва стикового з'єднання, який базується на гіпотезі ламаних перерізів і враховує вплив ексцентриситету прикладення осьового навантаження на ділянці зі швом. При цьому концентратор напружень в зоні переходу від лицьового підсилення до основного металу впливає на розподіл напружень в околі кореня шва і навпаки. Практичні розрахунки напружень за функціональними залежностями запропонованого методу показали, що взаємний вплив концентраторів напружень призводить до зміщення пікової величини напружень від лінії сплавлення кореня шва з основним металом по контуру в бік металу шва.

РЕЗЮМЕ. На базі гіпотези ламаних перерізів розроблено аналітичний метод визначення напружень в зонах переходу від металу шва до основного металу при осьовому розтязі стикового зварного з'єднання. Геометричні розміри опуклостей шва на лицьовій та кореневій сторонах відрізняють-

ся і є такими, що концентратори напружень в зонах переходу від лицьового підсилення та кореня шва до основного металу чинять вплив один на одного. Наведено результати розрахунків контурних напружень в конкретному зварному з'єднанні.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: стикове зварне з'єднання, корінь зварного шва, концентрація напружень, взаємний вплив, гіпотеза ламаних перерізів, ексцентриситет.

1. Верховский А.В. Гипотеза ломанных сечений и её применение к расчёту стержней сложной конфигурации // Известия ТПИ. – 1947. – **61**, N 1. – С. 3 – 46.
2. Верховский А.В., Андронов В.П., Ионов В.А., Лупанова О.К., Чевкинов В.И. Определение напряжений в опасных сечениях деталей сложной формы. Метод неплоских сечений. – Москва: Машгиз, 1958. – 147 с.
3. Кархин В.А. Влияние формы сварного шва на распределение напряжений при растяжении стыковых соединений большой толщины // Автоматическая сварка. – 1985. – N 9. – С. 25 – 28.
4. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1966. – 707 с.
5. Навроцкий Д.И. Расчёт сварных конструкций с учётом концентрации напряжений. – Ленинград: Машиностроение, 1968. – 170 с.
6. Панкович П.Ф. Теория упругости. – Москва и Ленинград: ОБОРОНГИЗ, 1939. – 640 с.
7. Труфяков В.И., Дворецкий В.И., Михеев П.П., Кныш В.В., Якубовский В.В., Кудрявцев Ю.Ф., Ковальчук В.С. Прочность сварных соединений при переменных нагрузках. – Киев: Наук. думка, 1990. – 256 с.
8. Турмов Г.П. Определение коэффициента концентрации напряжений в сварных соединениях // Автоматическая сварка. – 1976. – N 10. – С. 14 – 16.
9. Bao F., Chen B., Zhao Y., Guo X. An improved 2D meshfree radial point interpolation method for stress concentration evaluation of welded component // Appl. Sci. (Switzerland). – 2020. – **19**, N 10. – P. 1 – 17.
10. Ermolaev G.V., Martynenko V.A., Marunich I.V. Effect of weld convexity sizes on stress state of butt joint during tension // The Paton Welding J. – 2014. – N 8. – P. 26 – 32.
11. Lukianenko A.O., Motrunich S.I., Bajić D., Kuleshov V.A., Poklatskyi A.G., Labur T.M. Noise Level Assessment and Mechanical Properties of Welded Joints of Aluminium Alloys of the Al-Cu-Li System in FSW and TIG Welding // FME Transactions. – 2021. – **49**, N 1. – P. 220 – 224.
12. Moltasov A.V. Approximate calculation of radius of weld transition to base metal of welded butt joint according to normalized parameters // The Paton Welding J. – 2017. – N 9. – P. 50 – 52.
13. Moltasov A.V. Stressed State of a Butt-Welded Joint with Regard for Displacements of the Centers of Inertia // Materials Science. – 2019. – **55**, N 3. – P. 358 – 366.
14. Moltasov A., Tkach P., Ustynenko O., Protasov R. Effect of load eccentricity on stress condition of butt welded joint with asymmetrical reinforcement // Strojnicky Časopis. – 2022. – **72**, N 1. – P. 99 – 108.
15. Motrunich S.I., Klochkov I.M., Poklatsky A.G. High cycle fatigue behavior of thin sheet joints of aluminium-lithium alloys under constant and variable amplitude loading // Welding in the World. – 2020. – **64**, N 12. – P. 1971 – 1979.
16. Neuber H. Kerbspannungslehre: Theorie der Spannungskonzentration Genaue Berechnung der Festigkeit. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001. – 326 p.
17. Tsumarev Yu.A. Effect of off-centre tensile loading on the stress state of butt-welded joints // Welding International. – 2011. – **25**, N 11. – P. 872 – 875.

Надійшла 10.02.2022

Затверджена до друку 28.03.2023