

В.І.Гуляєв, В.В.Мозговий, Н.В.Шлюнь

**ТЕРМОМЕХАНІЧНІ АСПЕКТИ МОРОЗОСТІЙКОСТІ
ЦЕМЕНТО- ТА АСФАЛЬТОБЕТОННИХ МАТЕРІАЛІВ**

*Національний транспортний університет,
вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, 01010, Київ, Україна;
e-mail: valerygulyayev@gmail.com*

Abstract. The cement-concrete and asphalt-cement mixes are the road and structural materials that are more exposed to the negative influence of temperature on their thermal strength since they are operated in open environments and are exposed to frequent seasonal and daily temperature changes. This is because asphalt concrete and cement concrete contain micropores and microcapillaries partially or completely saturated with water. Based on the thermo-elasticity theory, it is shown that the additional thermostresses are concentrated in a narrow zone of the binder and are the principal cause of its destruction. In this paper, special attention is paid to the theoretical study of the structure of the thermal stress state of the material of the composite matrix around the pore and capillary depending on the compatibility and incompatibility of thermomechanical characteristics (modulus of elasticity, Poisson's ratio, coefficient of thermal volume expansion, brittleness or plasticity of solid phases) of two-phase matrix-water and matrix-ice systems at the stages of pre-freezing, freezing and critical temperature reduction. At that, the special thermomechanical properties of water are taken into account during its phase transition from a liquid state to a solid one, which are associated with its incompressibility, the change in the sign of its coefficient of thermal volume expansion at a temperature 4°C ($3,98^{\circ}\text{C}$) and an increase in volume upon freezing. Based on the solutions of thermoelasticity equations, it is shown that the additional thermal stresses are concentrated in a narrow neighborhood of the contact surface and are the main cause of local destruction of the system.

Key words: road materials, spherical pore, water freezing, ice expansion, binder destruction.

Вступ.

Перетворення води на лід є одним із найбільш розповсюджених явищ в природі. Нерідко воно супроводжується шкідливими, а також аварійними та позаштатними ситуаціями в навколишньому середовищі та техніці. До них відносяться річкові льодові затори з повеннями, промерзання та випинання дорожнього полотна та ґрунту, обмерзання літальних апаратів, суден та споруд. Це явище призводить також до аварій водопровідних трубних систем та розривів ємностей для зберігання води. У всіх цих випадках із замерзанням води пов'язаний особливий ефект збільшення об'єму льоду порівняно з початковим об'ємом води, що замерзає, який після заповнення ним порожнин, наприклад, в гірських породах, а також порах та капілярах матеріалів дорожніх покриттів, цементобетонних конструкцій та цегляних муровань будівельних споруд призводить до подальшого розвитку в них тріщин та руйнувань.

В матеріалознавстві аналіз зміни фізичних та механічних властивостей матеріалів під дією циклічних змін їх температур (додатних та від'ємних) проводиться на базі концепції морозостійкості матеріалів. Під нею розуміють здатність матеріалу протидіяти позмінному замерзанню та таненню мікро- та макрооб'ємів води, що знаходиться в його порожнинах. Морозостійкість визначається числом циклів замерзання-танення, яке матеріал може витримати до початку руйнації.

До матеріалів, що піддаються найбільш інтенсивному впливу морозозмін на їх міцність, можна віднести цементно- та асфальтобетон дорожніх покриттів, оскільки вони експлуатуються у відкритих середовищах та піддаються частим сезонним та добовим змінам температур [1, 8, 9, 12, 17]. Наприклад, масив цементного бетону містить в собі розгалужену систему мікро- та макропор та капілярів з характерними розмірами від $4 \cdot 10^{-6}$ до $1 \cdot 10^{-3}$ мм та більше [11]. Вода насичує пори та капіляри й замерзає в них по-різному, тому що при цьому діють складні закони змочування та парціального тиску, за якими відбувається рух води порами та капілярами.

Практика показала, що для зменшення руйнуючої дії льоду в капілярах необхідно створювати компенсуючі зони, якими можуть слугувати бульбашки повітря або газу, що створюються повітровтягуючими або газоутворюючими домішками. Помічено, що руйнування цементобетону під дією морозу зазвичай відбувається тільки при циклічній дії морозу [5, 18]. Однак, як завгодно тривале перебування матеріалу при від'ємній температурі буде тільки сповільнювати процес твердіння цементного каменю, не призводячи його до руйнування. Це зумовлено тим, що цементобетон являє собою пористий матеріал і якщо б всі пори в ньому були заповнені водою, то при першому ж циклі заморожування він мав би зруйнуватися, оскільки при замерзанні води через меншу густину льоду в пружній системі бетону мають виникати розтягувальні напруження, що значно перевищують його міцність. Здатність реального бетону опиратися руйнуванню при багатократному заморожуванні та таненні в водонасиченому стані пояснюється присутністю в його структурі резервних пор, не заповнених водою, в які і відтискається частина води в процесі заморожування під дією тиску зростаючих кристалів льоду.

Механізм поступового руйнування структури бетону, що піддається позмінному заморожуванню та таненню, включає комплексне поєднання деструктивних факторів, включаючи: тиск льоду під час кристалізації вільної води; гідростатичний тиск рідини, що стиснена в тупикових порах та капілярах; експлуатаційні дефекти структури, що поступово збільшуються від знакозмінних деформацій, які багатократно повторюються [2, 3].

З аналогічними механічними та фізичними ефектами пов'язана також і морозостійкість асфальтобетону. При довгостроковому зволоженні вода потрапляє в пори та капіляри, частково насичує бітум та проникає через дефектні місця бітумних шарів до поверхонь бітумних зерен. Це сприяє відшаруванню бітумних плівок, особливо при їх недостатній адгезії до поверхонь мінеральних частинок. Відмічені явища призводять до послаблення структурних зв'язків в асфальтобетоні та зменшення його локального тріщиноутворення та руйнування.

На даний час вважається, що здатність цементно- і асфальтобетону опиратися циклам почергового заморожування та танення визначається, в основному, структурами їх порово-капілярних просторів, особливо відкритих (інтегральних) і умовно-замкнених пор з відповідними капілярами [7, 16, 19]. В даній роботі особлива увага приділена теоретичному вивченню структури термонапруженого стану матеріалу матриці композиту в околі пори та капіляра в залежності від сумісності та несумісності термомеханічних характеристик (модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, коефіцієнт температурного об'ємного розширення, крихкість або пластичність твердих фаз) двофазних систем матриця-вода та матриця-лід на етапах попереднього до замерзання, замерзання та закритичного зниження температури. При цьому враховуються особливі термомеханічні властивості води при її фазовому переході від рідкого стану до твердого, що пов'язані з її нестисливістю, зміною знаку її коефіцієнту температурного об'ємного розширення при температурі 4°C ($3,98^{\circ}\text{C}$) та збільшенням об'єму при замерзанні.

Тут необхідно також прокоментувати одну властивість води, що замерзає в порах і капілярах. Спеціалісти з термодинаміки та фізики зазначають, що вода замерзає за нульової (по Цельсію) температури тільки за умов, не пов'язаних з обмеженням її об'єму. Однак, якщо вода перебуває в малих порах і капілярах, то температура її замерзання може значно падати [4, 13, 14]. Залежність точки замерзання від радіусу r^* пори визначається рівнянням Гіббса – Томсона, у відповідності з яким суттєві зміни температури замерзання води тільки починаються при значенні $r^* \approx 100 \text{ нм} = 10^{-4} \text{ мм}$. В той же час відзначено, що вклад більш дрібних пор в деформований стан в процесах замерзання-

танення менш помітний і при дослідженні цього стану ними можна знехтувати, тому що в першу чергу вода замерзає в крупних порах і найбільші руйнування в системі пов'язані з ними. Крім того, термомеханічні властивості переохолоджень води в дрібних порах змінюються і до теперішнього часу вони слабо вивчені. Так, за допомогою підходу, що ґрунтується на гомогенізації пористого пружного середовища, насиченою водою, в ній досліджені тільки наведені макроскопічні напруження [20]. У зв'язку з цим нижче моделюються термомеханічні процеси в більш крупних порах та вплив ефектів переохолодження води не враховується.

1. Моделювання ефекту замерзання води в порах матеріалів.

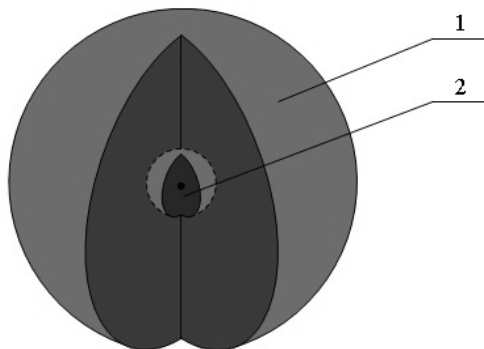


Рис. 1

Задачу про моделювання термопружного деформування матриці композиту в околі замкненої пори, заповненої охолодженою водою, сформулюємо за допомогою сферичної моделі пори. Такі моделі широко використовуються, наприклад, при дослідженні композитів із зернистими наповнювачами [8].

Нехай параметрами термопружності нескінченного пружного середовища I (рис. 1) є: E_I – модуль пружності; ν_I – коефіцієнт Пуассона; α_I – коефіцієнт лінійного температурного розширення. В середовищі є сферична порожнина радіусу R , яка заповнена водою 2, що є абсолютно нестисливою з коефіцієнтами лінійного ($\alpha_2(T)$) та об'ємного ($\beta_2(T)$) термічного розширення, що залежать від температури T . Тому що термомеханічні характеристики середовища I і води 2 різні, при зміні температури T в них виникатимуть контактні термонапруження. Припустимо, що у початковому стані температура середовища та води в порі становила 15°C . Потім вона стаціонарно зменшувалась до 0°C . Оскільки коефіцієнт α_2 змінюється з падінням T , будемо дискретно підраховувати додаткові прирости термонапружень $\Delta\sigma^{(1)}$, $\Delta\sigma^{(2)}$ з кроком за температурою $\Delta T = -1^\circ\text{C}$ до $T = 0^\circ\text{C}$ та накопичувати ці термонапруження. Далі обчислимо додаткові прирости напружень, що викликані замерзанням води, та додамо їх до термонапружень. Після цього підрахуємо загальний термонапружений стан системи середовище-лід при подальшому падінні температури.

При обчисленнях будемо вважати, що середовище I знаходиться всередині сфери, радіус якої $r \rightarrow \infty$. Для розв'язання задачі використовується сферична система координат r, φ, θ з початком O в центрі порожнини. Термонапружений стан середовища I в цій системі визначається напруженнями $\sigma_r^{(1)}(r)$, $\sigma_\varphi^{(1)}(r)$, $\sigma_\theta^{(1)}(r)$, що діють на відповідних елементарних площадках $r = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$, $\theta = \text{const}$; причому в силу сферичної симетрії задачі $\sigma_\varphi^{(1)}(r) = \sigma_\theta^{(1)}(r)$.

Завдяки тому, що дослідження термопружного стану проводяться в лінійній постановці, приріст термонапружень $\Delta\sigma_r^{(1)}$, $\Delta\sigma_\varphi^{(1)} = \Delta\sigma_\theta^{(1)}$, що викликані приростом температури ΔT , задовольняють лінійному рівнянню [6, 10]

$$\frac{d\Delta\sigma_r^{(1)}}{dr} + \frac{2(\Delta\sigma_r^{(1)} - \Delta\sigma_\varphi^{(1)})}{r} = 0. \quad (1)$$

Виразимо приріст термонапружень $\Delta\sigma_r^{(1)}(r)$, $\Delta\sigma_\phi^{(1)}(r)$, що сюди входять, через прирости відносних радіальних $\left(\Delta\varepsilon_r^{(1)}(r)\right)$ і колових $\left(\Delta\varepsilon_\phi^{(1)}(r)\right)$ деформацій

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= \frac{E_1(1-\nu_1)}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}\Delta\varepsilon_r^{(1)} + \frac{2E_1\nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}\Delta\varepsilon_\phi^{(1)} - \frac{E_1}{(1-2\nu_1)}\alpha_1\Delta T; \\ \Delta\sigma_\phi^{(1)}(r) &= \frac{E_1\nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}\Delta\varepsilon_r^{(1)} + \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}\Delta\varepsilon_\phi^{(1)} - \frac{E_1}{(1-2\nu_1)}\alpha_1\Delta T.\end{aligned}\quad (2)$$

Представимо також прирости деформацій через прирости радіальних переміщень $\Delta u^{(1)}(r)$

$$\Delta\varepsilon_r^{(1)} = \frac{d\Delta u^{(1)}}{dr}; \quad \Delta\varepsilon_\phi^{(1)} = \frac{d\Delta u^{(1)}}{dr}.\quad (3)$$

Після відповідних перетворень систему рівнянь (1) – (3) можна звести до одного рівняння

$$\frac{d^2\Delta u^{(1)}}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\Delta u^{(1)}}{dr} - \frac{2}{r^2}\Delta u^{(1)} = 0 \quad (r \geq R).\quad (4)$$

Запишемо його у вигляді

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\Delta u^{(1)})\right] = 0 \quad (r \geq R),$$

більш зручному для інтегрування. Це рівняння має розв'язок

$$\Delta u^{(1)}(r) = rC_1 + \frac{1}{r^2}C_2 \quad (r \geq R).\quad (5)$$

Константи C_1 і C_2 , що сюди входять, визначаються із умови рівності радіальних переміщень пружного середовища 1 та води 2 на граничній поверхні $r = R$

$$\Delta u^{(1)}(r) = \Delta u^{(2)}(R)\quad (6)$$

та умови рівності нулю приростів радіальних напружень середовища 1 при $r \rightarrow \infty$

$$\Delta\sigma_r^{(1)}(r) \rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty.\quad (7)$$

Оскільки вода є нестисливою рідиною, при температурних змінах об'ємів елементів середовищ 1 і 2 середовище 1 не буде чинити ніякого впливу на температурні переміщення $\Delta u^{(2)}(r)$ ($r \leq R$) води 2 і на поверхні $r = R$ додаткові переміщення, викликані приростом ΔT , складуть $R\alpha_2(T)\Delta T$. Тут враховано, що α_2 є функція, що залежить від T .

Тоді умови (6), (7) можна переписати у вигляді

$$\begin{aligned}RC_1 + \frac{1}{R^2}C_2 &= R\alpha_2(T)\Delta T; \\ \frac{E_1}{(1-2\nu_1)}C_1 - \frac{2}{r^3}\frac{E_1}{1+\nu_1}C_2 - \frac{E_1}{(1-2\nu_1)}\alpha_1\Delta T &\rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty.\end{aligned}\quad (8)$$

Ця система має розв'язок

$$C_1 = \alpha_1\Delta T; \quad C_2 = R^3(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T.\quad (9)$$

В результаті на основі рівностей (5) та (2), (3) маємо

$$\begin{aligned}\Delta u^{(1)}(r) &= r\alpha_1\Delta T + \frac{R^3}{r^2}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T; \quad \Delta \varepsilon_r^{(1)}(r) = \varepsilon_1\Delta T - \frac{2R^3}{r^3}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T; \\ \Delta \varepsilon_\varphi^{(1)}(r) &= \alpha_1\Delta T + \frac{R^3}{r^2}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T; \quad \Delta \sigma_r^{(1)}(r) = -\frac{2R^3}{r^3} \frac{E_1}{(1+\nu_1)}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T; \\ \Delta \sigma_\varphi^{(1)}(r) &= \Delta \sigma_\theta^{(1)}(r) = \frac{R^3}{r^3} \frac{E_1}{(1+\nu_1)}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T.\end{aligned}\quad (10)$$

Відзначимо, що найбільші значення додаткових термонапружень $\Delta \sigma_\varphi^{(1)}$, $\Delta \sigma_\theta^{(1)} = \Delta \sigma_\theta^{(1)}$ в середовищі I мають місце на поверхні $r = R$ і вони спадають обернено пропорційно кубу координати r . Крім того, напруження $\Delta \sigma_r^{(1)}(r)$ по модулю в два рази більше напружень $\Delta \sigma_\varphi^{(1)}(r)$ та $\Delta \sigma_\theta^{(1)}(r)$ і вони мають різні знаки.

Розглянемо випадок, коли температура T пружного середовища I і води 2 падає від $T = 15^\circ\text{C}$ до $T = 0^\circ\text{C}$. При цьому коефіцієнт α_1 залишається незмінним, а коефіцієнти $\alpha_2(T)$ і $\beta_2(T)$ набувають значення, наведені в таблиці. Вони отримані на основі квадратичної інтерполяції їх реперних значень при $T = 0, 1; 1; 4; 10$ і 15°C .

Таблиця

i	$T, ^\circ\text{C}$	$\alpha_2, 1/^\circ\text{C}$	$\beta_2, 1/^\circ\text{C}$
0	15	$0,503 \cdot 10^{-4}$	$1,51 \cdot 10^{-4}$
1	14	$0,464 \cdot 10^{-4}$	$1,391 \cdot 10^{-4}$
2	13	$0,423 \cdot 10^{-4}$	$1,269 \cdot 10^{-4}$
3	12	$0,381 \cdot 10^{-4}$	$1,143 \cdot 10^{-4}$
4	11	$0,338 \cdot 10^{-4}$	$1,013 \cdot 10^{-4}$
5	10	$0,293 \cdot 10^{-4}$	$0,88 \cdot 10^{-4}$
6	9	$0,243 \cdot 10^{-4}$	$0,742 \cdot 10^{-4}$
7	8	$0,201 \cdot 10^{-4}$	$0,602 \cdot 10^{-4}$
8	7	$0,153 \cdot 10^{-4}$	$0,458 \cdot 10^{-4}$
9	6	$0,103 \cdot 10^{-4}$	$0,310 \cdot 10^{-4}$
10	5	$0,053 \cdot 10^{-4}$	$0,158 \cdot 10^{-4}$
11	4	$0,001 \cdot 10^{-4}$	$0,003 \cdot 10^{-4}$
12	3	$-0,049 \cdot 10^{-4}$	$-0,148 \cdot 10^{-4}$
13	2	$-0,105 \cdot 10^{-4}$	$-0,316 \cdot 10^{-4}$
14	1	$-0,17 \cdot 10^{-4}$	$-0,50 \cdot 10^{-4}$
15	0,1	$-0,227 \cdot 10^{-4}$	$-0,68 \cdot 10^{-4}$

Додаткові термонапруження на поверхні $r = R$ в середовищі I в результаті падіння температури від $T_0 = 15^\circ\text{C}$ до $T_i = T_0 - i\Delta T$ ($1 \leq i \leq 15$) можна наближено обчислити шляхом додавання їх приростів (10) з кроком $\Delta T = -1^\circ\text{C}$.

$$\sigma_{r,i}^{(1)}(R) = \sum_{k=0}^i \left[-\frac{2E_1}{1+\nu_1}(\alpha_{2,k} - \alpha_1) \right] (-1);$$

$$\sigma_{\varphi,i}^{(1)}(R) = \sigma_{\theta,i}^{(1)}(R) = \sum_{k=0}^i \left[\frac{E_1}{1+\nu_1} (\alpha_{2,k} - \alpha_1) \right] (-1). \quad (11)$$

Відзначимо, що оскільки в діапазоні зміни температури T , який розглядається, коефіцієнт $\alpha_2(T)$ набуває значень різних за знаком, на початковому етапі падіння T об'єм води буде зменшуватись, а при $4^\circ \geq T \geq 0^\circ \text{C}$ він буде збільшуватись.

2. Термопружне деформування пружного середовища при замерзанні води в його порах.

При $i = 15$, $T_{15} = 0^\circ \text{C}$ термонапруження $\sigma_{r,15}^{(1)}(R)$, $\sigma_{\varphi,15}^{(1)}(R) = \sigma_{\theta,15}^{(1)}(R)$ в рівностях (11) відображають напружений стан системи пружне середовище 1 – вода 2 перед замерзанням води. При подальшому видаленню тепла із системи зі збереженням нульової температури вода буде перетворюватись в лід та розширюватись. Однак, лід, на відміну від води, є пружним стисливим середовищем, тому збільшення об'єму води, що замерзає, буде також супроводжуватись його додатковою зміною (збільшенням або зменшенням) в результаті контактної взаємодії з пружним середовищем 1. З цим фактором пов'язана відмінність напружено-деформованих станів пружного середовища 1 та льодяного тіла 2. Так, для середовища 1 радіальні та колові деформації обчислюються за формулами

$$\varepsilon_r^{(1)}(r) = \frac{du^{(1)}}{dr}; \quad \varepsilon_{\varphi}^{(1)}(r) = \frac{u^{(1)}}{r}. \quad (12)$$

Їм відповідають радіальні та колові напруження

$$\sigma_r^{(1)}(r) = \frac{E_1(1-\nu_1)}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \varepsilon_r^{(1)} + \frac{2E_1\nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \varepsilon_{\varphi}^{(1)}; \quad (13)$$

$$\sigma_{\varphi}^{(1)}(r) = \sigma_{\theta}^{(1)}(r) = \frac{E_1\nu_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \varepsilon_r^{(1)} + \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \varepsilon_{\varphi}^{(1)}.$$

При цьому загальні відносні деформації $\varepsilon_{r,tot}^{(2)}(r)$, $\varepsilon_{\varphi,tot}^{(2)}(r)$ складаються з двох компонент

$$\varepsilon_{r,tot}^{(2)}(r) = \frac{du^{(2)}}{dr} = \varepsilon_{r,el}^{(2)}(r) + \varepsilon_{r,exp}^{(2)}(r); \quad \varepsilon_{\varphi,tot}^{(2)}(r) = \frac{u^{(2)}}{r} = \varepsilon_{\varphi,el}^{(2)}(r) + \varepsilon_{\varphi,exp}^{(2)}(r), \quad (14)$$

де $\varepsilon_{r,el}^{(2)}(r)$, $\varepsilon_{\varphi,el}^{(2)}(r)$ – відповідні пружні складові деформацій, викликані пружною контактною взаємодією тіл 1 і 2; $\varepsilon_{r,exp}^{(2)}(r) = \varepsilon_{\varphi,exp}^{(2)}(r)$ – деформації льоду при розширенні.

Величини $\varepsilon_{r,exp}^{(2)}(r) = \varepsilon_{\varphi,exp}^{(2)}(r)$ відомі. Вони дорівнюють коефіцієнту $\alpha_{fr} = 0,03$ лінійного розширення льоду при замерзанні води, який обчислюється за допомогою рівності $\alpha_{fr} = \beta_{fr}/3$ через об'ємний коефіцієнт розширення $\beta_{fr} = 0,09$. Оскільки напруження $\varepsilon_r^{(2)}(r)$ та $\varepsilon_{\varphi}^{(2)}(r)$ в тілі 2 залежать тільки від компонент пружних деформацій, маємо

$$\varepsilon_r^{(2)}(r) = \frac{E_2(1-\nu_2)}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{r,tot}^{(2)} - 0,03) + \frac{2E_2\nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{\varphi,tot}^{(2)} - 0,03); \quad (15)$$

$$\varepsilon_{\varphi}^{(2)}(r) = \varepsilon_{\theta}^{(2)}(r) = \frac{E_2\nu_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{r,tot}^{(2)} - 0,03) + \frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} (\varepsilon_{\varphi,tot}^{(2)} - 0,03).$$

У зв'язку з відміченими відмінностями, задача про пружні деформації води, що замерзає в сферичній порі радіуса R за постійної температури $T = 0^\circ \text{C}$, описується двома рівняннями теорії пружної рівноваги в сферичній системі координат

$$\frac{d\sigma_r^{(j)}}{dr} + \frac{2(\sigma_r^{(j)} - \sigma_\phi^{(j)})}{r} = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (16)$$

де значення $j = 1$ відповідають пружному середовищу 1, $j = 2$ – пружному льодяному тілу 2 в сферичній порі.

За допомогою рівностей (13) – (15) рівняння (16) зводяться до вигляду

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 u^{(1)}) \right] = 0 \quad (r \geq R); \quad \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 u^{(2)}) \right] = 0 \quad (r \leq R). \quad (17)$$

Ця система має загальний розв'язок

$$u^{(1)}(r) = rC_1 + \frac{1}{r^2} C_2; \quad u^{(2)}(r) = rC_3 + \frac{1}{r^2} C_4. \quad (18)$$

Константи C_1, C_2, C_3, C_4 , що в ньому використовуються, визначаються з умов нерухомості льоду, що розширюється в точці $r = 0$

$$u^{(2)}(0) = 0, \quad (19)$$

а також рівності переміщень $u^{(1)}(R), u^{(2)}(R)$ та напружень $\sigma_r^{(1)}(R), \sigma_r^{(2)}(R)$ на поверхні контакту $r = R$:

$$u^{(1)}(R) = u^{(2)}(R); \quad \sigma^{(1)}(R) = \sigma^{(2)}(R) \quad (20)$$

і рівності нулю напружень $\sigma_r^{(1)}$ при $r \rightarrow \infty$:

$$\sigma_r^{(1)}(r) \rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty. \quad (21)$$

Після врахування рівностей (13) – (15) та (18) з (19) – (21) отримуємо

$$C_1 = 0; \quad \frac{1}{R^2} C_2 = RC_3; \quad -\frac{2E_1}{R^3(1+\nu_1)} C_2 = \frac{E_2}{(1-2\nu_2)} C_3 - \frac{E_2}{(1-2\nu_2)} 0,03. \quad (22)$$

З цієї системи випливає

$$C_2 = \frac{0,03R^3(1+\nu_1)E_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2}; \quad C_3 = \frac{0,03(1+\nu_1)E_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2}. \quad (23)$$

В результаті отримуємо вираз для переміщень

$$u^{(1)}(r) = \frac{R^3}{r^2} \frac{0,03(1+\nu_1)E_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2}; \quad u^{(2)}(r) = \frac{r \cdot 0,03(1+\nu_1)E_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2} \quad (24)$$

та напружень

$$\sigma_r^{(1)}(r) = -\frac{R^3}{r^3} \frac{0,06E_1E_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2} \quad (r \geq R);$$

$$\sigma_\phi^{(1)}(r) = \sigma_\theta^{(1)}(r) = \frac{R^3}{r^3} \frac{0,03E_1E_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2} \quad (r \geq R); \quad (25)$$

$$\sigma_r^{(2)}(r) = \sigma_\phi^{(2)}(r) = \sigma_\theta^{(2)}(r) = -\frac{0,06E_1E_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2} \quad (0 \leq r \leq R).$$

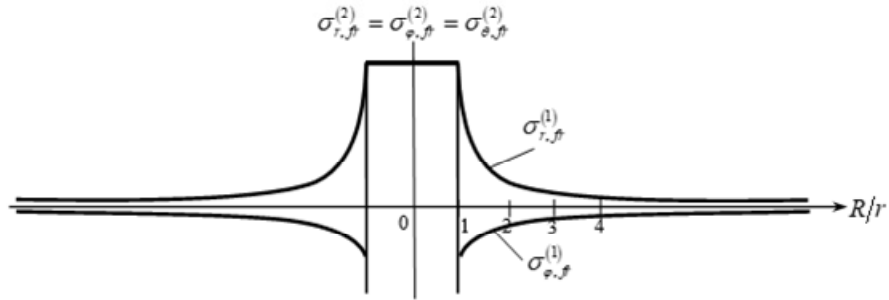


Рис. 2

Характер зміни цих функцій вздовж радіальної координати r не залежить від значень механічних параметрів системи. Їх загальний вигляд показаний на рис. 2.

Напруження $\sigma_{r,fr}^{(1)}(r)$ та $\sigma_{\phi,fr}^{(1)}(r)$ мають різні знаки, мають локалізований характер та спадають обернено пропорційно кубу координати r . Напруження в крижаному тілі 2 однакові, вони від'ємні та не залежать від r , оскільки являються гідростатичними.

3. Пружне деформування льоду в порі при від'ємних температурах.

Після замерзання води в порі, при подальшому падінні температури T , лід, що утворився, поводить себе як пружне тіло, а напружено-деформований стан системи визначається термомеханічною несумісністю її фаз. Тоді термопружна рівновага системи матриця – лід описується рівняннями (16), в яких індекс $j = 1$ відповідає матеріалу I ; індекс $j = 2$ – льодяному тілу 2.

Напруження, що в них присутні, визначаються рівностями

$$\begin{aligned}\sigma_r^{(j)}(r) &= \frac{E_j(1-\nu_j)}{(1+\nu_j)(1-2\nu_j)}\varepsilon_r^{(j)} + \frac{2E_j\nu_j}{(1+\nu_j)(1-2\nu_j)}\varepsilon_\phi^{(j)} - \frac{E_j\alpha_j}{1-2\nu_j}T; \\ \sigma_\phi^{(j)}(r) &= \frac{E_j\nu_j}{(1+\nu_j)(1-2\nu_j)}\varepsilon_r^{(j)} + \frac{E_j}{(1+\nu_j)(1-2\nu_j)}\varepsilon_\phi^{(j)} - \frac{E_j\alpha_j}{1-2\nu_j}T \quad (j=1,2).\end{aligned}\quad (26)$$

Вони дорівнюють додатковим напруженням, які викликані падінням температури T від 0°C до поточного від'ємного значення. При цьому термомеханічні параметри E_j , ν_j , α_j матеріалу матриці та льоду залишаються незмінними.

Після вираження деформацій $\varepsilon_r^{(j)}$ та $\varepsilon_\phi^{(j)}$ через переміщення

$$\varepsilon_r^{(j)}(r) = \frac{du^{(j)}}{dr}; \quad \varepsilon_\phi^{(j)}(r) = \frac{u^{(j)}}{r}, \quad (27)$$

підстановки їх в рівності (26) і потім в рівняння (16), маємо розв'язувальну систему

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 u^{(j)}) \right] = 0 \quad (j=1, 2). \quad (28)$$

Вона має загальний розв'язок

$$u^{(1)}(r) = rC_1 + \frac{1}{r^2}C_2 \quad (R \leq r \leq \infty); \quad u^{(2)}(r) = rC_3 + \frac{1}{r^2}C_4 \quad (0 \leq r \leq R), \quad (29)$$

в якому константи C_1 , C_2 , C_3 , C_4 знаходяться із умов (19) – (21):

$$C_1 = \alpha_1 T; \quad C_2 = R^3 \frac{E_2(1+\nu_1)(\alpha_2 - \alpha_1)}{2E_1(1-2\nu_2) + E_2(1+\nu_1)}; \quad (30)$$

$$C_3 = \frac{2E_1(1-2\nu_2)\alpha_1 + E_2(1+\nu_1)\alpha_2}{2(1-2\nu_2)E_1 + (1+\nu_1)E_2}; \quad C_4 = 0.$$

За допомогою співвідношень (27), (29) і (30) при $j=1$ знаходяться напруження (26) в середовищі I

$$\sigma_r^{(1)}(r) = -\frac{2R^3}{r^3} \frac{E_1 E_2 (\alpha_2 - \alpha_1) T}{E_2(1+\nu_1) + 2E_1(1-2\nu_2)} \quad (r \geq R); \quad (31)$$

$$\sigma_\phi^{(1)}(r) = \sigma_\theta^{(1)}(r) = -\frac{R^3}{r^3} \frac{E_1 E_2 (\alpha_2 - \alpha_1) T}{E_2(1+\nu_1) + 2E_1(1-2\nu_2)} \quad (r \geq R).$$

Відзначимо, що як і на попередніх етапах охолодження води і її перетворення на лід (див. формули (10) і (25)), ці напруження мають різні знаки, спадають обернено пропорційно кубу координати r і напруження $\sigma_r^{(1)}(r)$ по модулю у двічі більше напружень $\sigma_\phi^{(1)}(r) = \sigma_\theta^{(1)}(r)$.

Напруження в крижаному тілі I знаходяться при $j=2$

$$\sigma_r^{(2)}(r) = \sigma_\phi^{(2)}(r) = \sigma_\theta^{(2)}(r) = \frac{2E_1 E_2 (\alpha_1 - \alpha_2) T}{E_2(1+\nu_1) + 2E_1(1-2\nu_2)} \quad (r \leq R). \quad (32)$$

Вони однакові та не залежать від r . Відзначимо, що обриси функцій (31), (32) також відповідають рис. 2.

4. Числові результати.

4.1 Сферична пора в цементобетонному середовищі. Розглянемо випадок, коли сферична пора 2, заповнена водою, знаходиться в цементобетонному середовищі I . Температура T системи поступово спадає від $+15^\circ \text{C}$ до 0°C . Обчислимо додаткові напруження в системі, вважаючи, що у вихідному стані система була термічно переднапруженою і при додатковій зміні температури і об'єму води вона завжди знаходиться в контакт з навколишнім асфальтобетоном.

У вибраному діапазоні зміни температури термомеханічні властивості цементу не змінюються. Вони складають $E_1 = 15$ ГПа; $\nu_1 = 0,2$; $\alpha_1 = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, міцність при розтязі $[\sigma_{1,\text{tens}}] = 2 \div 5$ МПа, міцність при стиску $[\sigma_{1,\text{comp}}] = 20 \div 40$ МПа.

Для льоду вони дорівнюють: $E_2 = 8$ ГПа; $\nu_2 = 0,35$; $\alpha_2 = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; $[\sigma_{2,\text{tens}}] = 1,11$ МПа. Вода вважається нестисливим середовищем, значення α якої при різних температурах дані в табл. 1 [15].

На рис. 3 представлені графіки приростів (10) термонапружень $\Delta\sigma_r^{(1)}(R)$, $\Delta\sigma_\phi^{(1)}(R)$ на контактній поверхні $r=R$ при падінні температури на $\Delta T = -1^\circ \text{C}$ в межах її зміни $15^\circ \leq T \leq 0^\circ \text{C}$.

Максимальні за модулем прирости $\Delta\sigma_r^{(1)}(R) = 0,0075$ МПа та $\Delta\sigma_\phi^{(1)}(R) = -0,00375$ МПа мають місце при $T = 15^\circ \text{C}$ та зростають до $\sigma_r^{(1)}(R) = -0,8175$ МПа, $\sigma_\phi^{(1)}(R) = 0,40875$ МПа при $T = 0^\circ \text{C}$. Ці функції отримали сумарні зміни на інтервалі $15^\circ \geq T \geq 0^\circ \text{C}$; $\sigma_r^{(1)}(R) = \sum \Delta\sigma_r^{(i)}(R) = 1,505$ МПа; $\sigma_\phi^{(1)}(R) = \sum \Delta\sigma_\phi^{(i)}(R) = -0,7525$ МПа, які виявились меншими вказаних вище меж міцності цементобетонів.

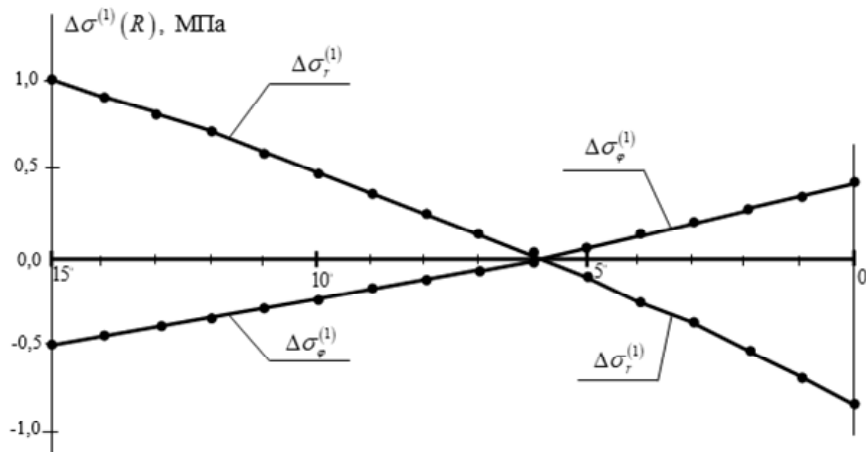


Рис. 3

При перетворенні води на лід в порах до знайдених сумарних термонапружень додаються напруження $\sigma_{r,fr}^{(j)}(R)$, $\sigma_{\varphi,fr}^{(j)}(R)$, $\sigma_{\theta,fr}^{(j)}(R)$, викликані збільшенням об'єму води, що замерзає. Їх значення обчислюються за формулами (25) при $r = R$. Вони виявились рівними $\sigma_{r,fr}^{(1)}(R) = -378,947$ МПа; $\sigma_{\varphi,fr}^{(1)}(R) = \sigma_{\theta,fr}^{(1)}(R) = 189,474$ МПа; $\sigma_{r,fr}^{(2)}(R) = \sigma_{\varphi,fr}^{(2)}(R) = \sigma_{\theta,fr}^{(2)}(R) = -378,947$ МПа. Можна бачити, що ці напруження в цементобетоні набагато перевищують їх межі міцності. Відзначимо також, що напруження та викликані ними пошкодження спадають обернено пропорційно кубу радіальної координати і тому мають локальну структуру та прихований характер. Однак при повторних актах заморожування-танення вони суттєво знижують морозостійкість системи.

Може виявитись, що пора, яка розглядається, не є замкнутою і пов'язана капілярами з іншими порожнинами, не заповненими водою. Тоді по цим капілярам при замерзанні вода, що розширюється, буде витіснитися в сусідні порожнини та граничні руйнуючі напруження (25) не будуть досягнутими. В цьому випадку при подальшому падінні температури в результаті відмінності коефіцієнтів α_1 та α_2 середовищ, що контактують, в матеріалі цементобетону I виникнуть додаткові термонапруження, що визначаються рівностями (31). При температурі $T = -10^\circ\text{C}$ їх значення складають

$$\sigma_r^{(1)}(R) = 5,16129 \text{ МПа}; \quad \sigma_{\varphi}^{(1)}(R) = \sigma_{\theta}^{(1)}(R) = -2,58064 \text{ МПа};$$

$$\sigma_r^{(2)}(R) = \sigma_{\varphi}^{(2)}(R) = \sigma_{\theta}^{(2)}(R) = 5,16129 \text{ МПа}.$$

Ці напруження призведуть до відриву льоду від цементобетону та утворенню між ними зазору.

4.2 Сферична пора в асфальтобетонному середовищі. Основу асфальтобетонних покриттів доріг складає бітум, який при звичайних умовах є в'язкопружним матеріалом. Однак при понижених температурах його механічне деформування та міцність можна оцінювати за допомогою моделей теорії пружності, використовуючи його наведені термомеханічні характеристики. Можна вважати, що для асфальтобетону $E_1 = 32$ ГПа; $\nu_1 = 0,25$; $\alpha_1 = 1,8 \div 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$. Границя міцності асфальтобетону при $T = 0^\circ\text{C}$ доходить до 12 МПа.

Підраховані при цих значеннях по формулам (25) локальні напруження, викликані замерзанням води в сферичній порі, складають $\sigma_{r,fr}^{(1)}(R) = -526,027$ МПа; $\sigma_{\varphi,fr}^{(1)}(R) = \sigma_{\theta,fr}^{(1)}(R) = 263,014$ МПа; $\sigma_{r,fr}^{(2)}(R) = \sigma_{\varphi,fr}^{(2)}(R) = \sigma_{\theta,fr}^{(2)}(R) = -526,027$ МПа, що знач-

но перевищує межі міцності обох середовищ. При цьому, однак, підкреслимо, що концентрації напружень в асфальтобетоні (а тому і викликані ними руйнування) спадають обернено пропорційно кубу відстані та в зв'язку з цим мають локальний характер (дивись рис. 2).

Якщо пора була неповністю заповнена водою і при її замерзанні бітум в околі пори не пошкодився, то при подальшому падінні температури на 10°C напруження в зоні поверхні $r = R$ отримають прирости (31). При вибраних значеннях термомеханічних параметрів вони склали $\sigma_r^{(1)}(R) = 5,08493 \text{ МПа}$; $\sigma_{\varphi}^{(1)}(R) = \sigma_{\theta}^{(1)}(R) = -2,54247 \text{ МПа}$. Ці напруження будуть сприяти відриву льоду від асфальтобетону та утворенню зазору між ними.

Відзначимо, що всі наведені дослідження виконані на моделях сферичних пор, в той час як реальні пори можуть мати неправильні багатогранні форми з ребрами, вершинами та тріщинами. На цих нерегулярностях термопружні напруження значно зростають.

Висновки.

На основі теорії термопружності поставлено задачу про еволюцію термонапружень в пружному середовищі конструкційних матеріалів зі сферичною порожниною, заповненою водою. Сформульовано розв'язувальні рівняння деформування пружного середовища на етапах пониження температури системи до нуля, перетворення води на лід та подальшого падіння температури. Враховано ефекти нестисливості води, збільшення об'єму льоду при її замерзанні та вплив несумісності термомеханічних параметрів фаз системи на виникнення в ній термонапружень.

В замкненій формі побудовано розв'язки поставленої задачі. Встановлено, що термонапруження, які виникають в результаті еволюції температури в пружному середовищі, концентруються в малому околі поверхні пори та спадають обернено пропорційно кубу радіальної координати. При цьому радіальні напруження в два рази більші колових термонапружень і вони мають різні знаки, що може особливо негативно впливати на морозостійкість крихких матеріалів, що слабко опираються напруженням розтягу, які обов'язково мають місце.

На прикладах цементо- та асфальтобетонних будівельних матеріалів показано, що виникаючі в них термонапруження розтягу та стиску, викликані ефектом збільшення об'єму льоду при замерзанні води в порах, набагато перевищують межі міцності цих матеріалів та можуть бути причиною виникнення в них руйнувань. Ці руйнування мають локальний (прихований) характер в зоні граничної поверхні пори, однак при повторних актах заморожування-танення вони можуть суттєво знижувати морозостійкість системи.

РЕЗЮМЕ. Асфальтобетон та цементобетон є дорожніми та будівельними матеріалами, які більшою мірою піддаються негативному впливу температури на їх термоміцність, оскільки вони експлуатуються у відкритих середовищах та піддаються частим сезонним та добовим змінам температур. Це зумовлено тим, що асфальтобетон та цементобетон містять в собі мікропори та мікрокапіляри, частково або повністю заповнені водою. В даній роботі особливу увагу приділено теоретичному вивченню структури термонапруженого стану матеріалу матриці композиту в околі пори та капіляра в залежності від сумісності та несумісності термомеханічних характеристик (модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, коефіцієнт температурного об'ємного розширення, крихкість або пластичність твердих фаз) двофазних систем матриця-вода та матриця-лід на етапах попереднього до замерзання, замерзання та закритичного зниження температури. При цьому враховуються особливі термомеханічні властивості води при її фазовому переході від рідкого стану в твердий, що пов'язані з її нестисливістю, зміною знаку її коефіцієнту температурного об'ємного розширення при температурі 4°C ($3,98^{\circ}\text{C}$) та збільшенням об'єму при замерзанні. На основі розв'язків рівнянь термопружності показано, що додаткові термонапруження концентруються у вузькому околі контактної поверхні та є основною причиною локального руйнування системи.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: дорожні матеріали, сферична пора, замерзання води, розширення льоду, руйнування в'язучого.

1. *Din I.M., Mir M.S., Farooq M.A.* Effect of freeze-thaw cycles on properties of asphalt pavements in cold regions: A review // *Transportation Research Procedia*. – 2020. – **48**. – P. 3634 – 3641.
2. *Elwardany M.D., King G., Planche J.P., Rodezno C., Christensen D., Fertig Ill R.S., Kuhn K.H., Bhuiyan F.H.* Internal restraint damage mechanism for age-induced pavement surface Distresses: Block Cracking and Raveling. Block Cracking and Raveling // *Asphalt Paving Technol: J. Assoc. Asphalt Paving Technol.* – 2019. – **88**.
3. *Elwardany M.D., Planche J.P., King G.* Universal and practical approach to evaluate asphalt binder resistance to thermally-induced damage // *Construction and Building Materials*. – 2020. – **255**, 119331. – P. 1 – 18.
4. *Esmaeeli H.S., Farnam Y., Bentz D.P., Zavattieri P.D.* Numerical simulation of the freeze-thaw behavior of mortar containing deicing salt solution // *Materials and Struct.* – 2017. – **50**, N 1. – P. 1 – 20.
5. *Gonen T., Yazicioglu S., Demirel B.* The influence of freezing-thawing cycles on the capillary water absorption and porosity of concrete with mineral admixture // *KSCE J. of Civil Engng.* – 2015. – **19**. – P. 667 – 671.
6. *Grigorenko A.Ya., Yaremchenko N.P., Yaremchenko S.N.* Analysis of Axisymmetric Stress-Strain State of Continuously Inhomogeneous Hollow Sphere // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – **54**, N 5. – P. 577 – 583.
7. *Hale W.M., Freyne S.F., Russel B.W.* Examining the frost resistance of high performance concrete // *Construction and Building Materials*. – 2009. – **23**. – P. 878888.
8. *Huliaiev V.I., Haidaichuk V.V., Hustieliev O.O., Shevchuk L.V.* Thermal Stress State of Layered and Inhomogeneous Pavement // *Int. Appl. Mech.* – 2021. – **57**, N 1. – P. 86 – 96.
9. *Jaskula P., Judyski J.* Verification of the criteria for evaluation of water and frost resistance of asphalt concrete // *Road Materials and Pavement Design*. – 2008. – **9**, N 1. – P. 135 – 162.
10. *Kovalenko A.D.* *Thermoelasticity: Basic Theory and Applications*. – Groningen: Wolters-Noordhoff, 1972. – 263 p.
11. *Kumar R., Bhattacharjee B.* Porosity, pore size distribution and in situ strength of concrete // *Cement and Concrete Research*. – 2003. – **33**. – P. 155 – 164.
12. *Ma B., Si W., Zhu D.* Applying method of moments to model the reliability of deteriorating performance to asphalt pavement under freeze-thaw cycles in cold regions // *J. Mater. Civ. Eng.* – 2015. – **27**. – P. 04014103.
13. *Mossop S.C.* The freezing of supercooled water // *Proc. Physical Society. Section B*. – 1955. – **68**, N 4. – P. 193 – 208.
14. *Pounder E.R.* *The Physics of Ice*. – Oxford, U.K.: Pergamon Press, 1965. – 151 p.
15. *Powell R.W.* Thermal conductivities and expansion coefficients of water and ice // *Advances in Physics*. – 1958. – **7**, N 26. – P. 276 – 297.
16. *Qian Z., Chuang-jun L.* Analysis of micro structural damage characteristics of freeze-thaw split asphalt mixtures // *J. Highw. Transp. Res. Dev.* – 2010. – P. 6 – 9.
17. *Simonsen E., Isacsson U.* Thaw weakening of pavement structures in cold regions // *Cold Reg. Sci. Technol.* – 1999. – **29**. – P. 135 – 151.
18. *Xu H., Guo W., Tan Y.* Internal structure evolution of asphalt mixtures during freeze-thaw cycles // *Mat. Des.* – 2015. – **86**. – P. 436 – 446.
19. *Yi-qin T., Li-dong Z., Bi-Well L.* Research on freeze-thaw damage model and life prediction of asphalt mixtures // *J. Highw. Transp. Res. Dev.* – 2011. – P. 1 – 7.
20. *Zeng Q., Fen-Chong T., Dangla P., Kefei Li.* A study of freezing behavior of cementitious materials by poromechanical approach // *Int. J. of Solids and Struct.* – 2011. – **48**. – **22** – **23**. – P. 3267 – 3273.

Надійшла 13.10.2022

Затверджена до друку 27.06.2023