

О.О.Сіренко, М.В.Лавренюк, О.С.Лимарченко

**ЕФЕКТИВНІСТЬ КЕРУВАННЯ РУХОМ ТІЛА-НОСІЯ
ПРИ РІЗНИХ ВАРІАНТАХ НАБЛИЖЕНОГО ВИЗНАЧЕННЯ
СИЛОВОГО ВІДГУКУ РІДИНИ**

*Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,
просп. Глушкова, 4е, 01033, Київ, Україна; e-mail: olelim2010@yahoo.com*

Abstract. A problem of reduction of the effect of the free-surfaced liquid mobility of the motion of a carrying structure is considered. For a mathematical description of the problem, the variational approach with elements of nonlinear mechanics and the idea of modal decomposition of the system variables are used. This approach enables the determination in the analytical form of the internal forces of interaction of a liquid with tank walls. The suggested controlling method is based on the idea of compensation of the liquid structure interaction by the inclusion of this force into the special control action. This approach is verified for the different problems of controlling for the short-term and harmonic disturbances of the system motion. Here we examine the potential of the method for different variants of approximate determination of the liquid force response. The obtained results show that, for the simplified (linear) or one-term determination of the liquid response, this method gives considerable deviations on the initial stage of motion, however, later these deviations reduce significantly and finally an effect of the liquid mobility on the carrying structure is practically eliminated.

Key words: nonlinear dynamics, combined motion, reduction of a liquid mobility effect, control, approximate compensation of the fluid-structure interaction response.

Вступ.

При розгляді задач керування рухом конструкцій з рідиною однією з важливих є задача про зменшення впливу рухомості рідини на рух конструкції-носія. Дослідження показують, що в динаміці конструкцій з рідиною з вільною поверхнею найбільш складні режими поведінки систем спостерігаються у випадку значних проявів сумісності руху конструкції-носія і рідини з вільною поверхнею. Особливі складності виникають при розгляді режимів поведінки систем в нелінійному діапазоні збурень, які є домінуючими в сучасних режимах експлуатації технічних об'єктів. В підсумку це призводить до необхідності розгляду задач динаміки нелінійних систем відносно великої розмірності. Якщо для задач нелінійної динаміки конструкцій з рідиною створені ефективні підходи для дослідження (переважно такі дослідження ґрунтуються на сумісному використанні варіаційних підходів і методу модальної декомпозиції [2, 10, 13 – 15]), то для вивчення проблем керування рухом таких систем існують результати лише для задач динаміки конструкцій з рідиною, які описані в рамках лінійних мало-розмірних математичних моделей [1, 3 – 6]. Відносно висока розмірність системи розв'язуючих рівнянь та її нелінійність не дозволяють застосувати добре відомі математичні методи дослідження задач керування рухом [5 – 7]. У той же час задачі високоточного маневрування конструкцій з рідиною є важливими в сучасній техніці, зокрема в аерокосмічній і енергетичній галузях і потребують надійного аналізу.

В даному дослідженні математична модель задачі будується на основі варіаційного принципу Гамільтона – Остроградського з подальшим використанням методу модальної декомпозиції [2]. Відомо, що складовою частиною використання варіаційного принципу Гамільтона – Остроградського є можливість аналітичного визначення сил взаємодії між компонентами. Для задачі про динаміку конструкції з рідиною це дозволяє в аналітичному вигляді визначити головний вектор сил тиску рідини на стінки резервуара (силовий відгук рідини). На основі даних силової взаємодії конструкції з рідиною розглянуто алгоритм керування рухом, основною ідеєю якого є принцип компенсації силового відгуку рідини. Такий алгоритм дозволив побудувати керування, яке виключає вплив рухомості рідини на рух твердого тіла, що є вкрай важливим для високоточного виконання програмних рухів конструкцій з рідиною [11, 12]. Хоча це керування не є оптимальним, воно дозволяє ефективно провести вивчення нелінійної задачі у випадку її досить високої розмірності і одержати стратегію забезпечення високоточних режимів руху конструкції-носія з рідиною. В той же час важливою проблемою є вибір параметрів, на основі яких буде здійснюватися керування. З одного боку, це можуть бути спрощені варіанти визначення силового відгуку рідини, а з другого боку, дані вимірів динамічних параметрів руху, які будуть використовуватися при реалізації оберненого зв'язку. Відповідно, в даній роботі розглядається декілька варіантів спрощеного визначення силового відгуку рідини для використання при побудові керування на основі принципу компенсації силового відгуку і аналізується вплив такого наближення на ефективність керування.

1. Математична модель системи.

Розглядається задача про рух системи «конструкція – рідина з вільною поверхнею». Вважається, що конструкція має порожнину циліндричної форми, частково заповнену рідиною. Конструкція розглядається як абсолютно тверде тіло, що здійснює поступальний і обертальний рухи під дією активних зовнішніх сил і моментів, а також кінематичних збурень. Приймається, що рідина є ідеальною, нестисливою, однорідною, а її початковий рух є безвихровим. Для проведення числових розрахунків у статті розглянуто циліндричний резервуар кругового поперечного перерізу. Розв'язок задачі будується за методом [2], який пройшов багатобічну апробацію для задач динаміки конструкцій з рідиною при силовому і моментному збудженні руху і порівняння з якісними результатами теоретичних робіт і експериментів [3, 8, 10, 15].

Математична модель системи є об'єктом неоднорідної математичної структури. Рух рідини описується диференціальними рівняннями з частинними похідними, а рух конструкції – системою звичайних диференціальних рівнянь. Ці складові є зв'язаними. В основу постановки задачі прийнято варіаційний принцип Гамільтона – Остроградського в класичному вигляді. Важливим етапом застосування цього варіаційного принципу, який дає значні переваги в прикладному плані, є виключення всіх кінематичних граничних умов. Відмінною рисою підходу [2], в порівнянні з методами [8, 9, 13, 14], є аналітичне виключення кінематичної граничної умови на вільній поверхні рідини в квадратурах для довільного порядку системи рівнянь

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \vec{\nabla} \xi \cdot \left[\vec{\nabla} \varphi + \vec{\nabla} (\vec{\omega} \cdot \vec{\Omega}) - \dot{\vec{\varepsilon}} - \vec{\omega} \times \vec{r} \right] = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \vec{\omega} \cdot \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial z} - \dot{\varepsilon}_z - (\vec{\omega} \times \vec{r})_z \Big|_z \text{ на } S.$$

Тут φ – потенціал швидкостей хвильового руху рідини; векторний потенціал $\vec{\Omega}$ Стокса – Жуковського відповідає за зв'язаність кутового і хвильового рухів рідини; ξ – збурення вільної поверхні рідини; $\dot{\vec{\varepsilon}}$ і $\vec{\omega}$ є, відповідно, поступальна і кутова швидкості руху резервуара; $\vec{r}$ – радіус-вектор довільної точки рідини. Фактично з цієї кінематичної граничної умови виключається з розгляду потенціал швидкостей через збурення вільної поверхні рідини. Це обумовлено відомою теоремою: безвихровий рух ідеальної однорідної нестисливої рідини повністю визначається рухом її границь.

Тепер рух системи характеризується континуальним параметром ξ і двома векторними дискретними параметрами $\vec{\varepsilon}$ і $\vec{\omega}$, що описують рух конструкції-носія. Перехід до математичного об'єкту однорідної структури здійснюється методом модальної декомпозиції. З цією метою збурення вільної поверхні рідини ξ задаються у вигляді розкладу за формами вільних коливань рідини в циліндричному резервуарі

$$\xi = \sum_n a_n(t) \psi_n(r, \theta). \quad (1)$$

Тут $\psi_n(r, \theta)$ – форми вільних коливань рідини з вільною поверхнею. Надалі за незалежні змінні системи приймаються амплітудні параметри збурення форм коливань вільної поверхні рідини a_i (визначають рух вільної поверхні) та параметри поступального ε_i і обертального α_i (система кутів повороту тіла-носія) рухів конструкції, які визначають рух твердих границь області рідини. Обрані параметри повністю характеризують динаміку системи, оскільки за їх значеннями можна відновити характеристики руху вільної поверхні рідини ξ , поле швидкостей рідини, поле тисків. При цьому ця система параметрів є мінімальною, оскільки кількість невідомих дорівнює кількості ступенів свободи вихідної системи. Зауважимо, що відомі методи [8, 9, 13, 14] використовують не мінімальну систему параметрів.

На основі розкладу (1) і попереднього виключення кінематичної граничної умови на вільній поверхні, яке еквівалентне визначенню залежності потенціалів швидкостей хвильового та кутового рухів рідини від збурень її вільної поверхні, можна виконати перехід від дискретно-континуальної структури вихідної механічної системи до її дискретного аналогу. Це дозволить визначити функцію Лагранжа, а згодом і рівняння Лагранжа другого роду конструкції з рідиною в параметрах a_i, ε_i і α_i . Сама процедура виводу такої системи докладно описана в [2] і тут не приводиться. В математичному плані така система рівнянь руху є нелінійною системою звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, в якій другі похідні невідомих входять лінійно, що є передумовою для можливості аналітичного зведення цієї системи рівнянь до форми Коші, яка є зручною для аналітичних досліджень і чисельного інтегрування. Систему рівнянь руху зручно представити в такому вигляді:

$$\begin{aligned} & \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \delta_{ir} + \sum_j a_j A_{rij}^3 + \sum_{j,k} a_j a_k A_{rijk}^4 \right\} + \ddot{\varepsilon} \cdot \frac{1}{\alpha_r^v} \left\{ \bar{B}_r^1 + \sum_i a_i \bar{B}_{ri}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{B}_{rij}^3 + \sum_{i,j,k} a_i a_j a_k \bar{B}_{rijk}^4 \right\} + \\ & + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{s=1}^3 \ddot{\alpha}_s \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left[E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] \right\} = \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j C_{ijr}^3 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k C_{ijk}^4 + \\ & + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[\sum_i \dot{a}_i (E_{pir}^{2*} - E_{pri}^{2*}) + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j (E_{pijr}^{3*} + E_{pirj}^{3*} - E_{prij}^{3*} + E_{prji}^{3*}) \right] + \\ & + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p,s=1}^3 \omega_p \omega_s \left[E_{psr}^2 + \sum_i a_i (E_{psir}^3 + E_{psri}^3) \right] + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p^{(k)} \left[E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] + \\ & + \dot{\varepsilon} \cdot \left[\sum_i a_i \bar{D}_{ir}^2 + \sum_i \dot{a}_i a_j \bar{D}_{ijr}^3 + \sum_i \dot{a}_i a_j a_k \bar{D}_{ijk}^4 \right] + \\ & + \frac{1}{2\alpha_r^v} \dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[\bar{F}_{pr}^2 + \sum_i a_i (\bar{F}_{pir}^3 + \bar{F}_{pri}^3) + \sum_{i,j} a_i a_j (\bar{F}_{pijr}^4 + \bar{F}_{pirj}^4 + \bar{F}_{prij}^4) \right] + \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
& +g \frac{N_r}{\alpha_r^v} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 a_r + g \frac{\alpha_r^c}{\alpha_r^v} (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) + \\
& +g \frac{\alpha_r^s}{\alpha_r^v} (\sin \alpha_1 \cos \alpha_3 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3); \\
& \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_i \ddot{a}_i \left(\bar{B}_i^1 + \sum_j a_j \bar{B}_{ij}^2 + \sum_{j,k} a_j a_k \bar{B}_{ijk}^3 \right) + \ddot{\vec{\epsilon}} + \\
& + \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_{s=1}^3 \ddot{\alpha}_s \left[\sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left(\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_j a_k \bar{F}_{pij}^3 \right) \right] = \\
& = \frac{\bar{F}_e}{M_F + M_T} + \vec{g} + \frac{\rho}{M_F + M_T} \left(\sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j \bar{B}_{ij}^2 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k \bar{B}_{ijk}^3 \right) - \\
& - \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_{p=1}^3 \omega_p \left(\sum_i \dot{a}_i \bar{F}_{pi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \bar{F}_{pij}^3 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i a_j a_k \bar{F}_{pijk}^4 \right) - \\
& - \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_{p=1}^3 \omega_p^{(k)} \left(\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 \right); \tag{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(E_{pi}^{1*} + \sum_j a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{j,k} a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) \right\} + 2 \ddot{\vec{\epsilon}} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left[\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 + \right. \\
& \left. + \sum_i a_i a_j a_k \bar{F}_{pijk}^4 \right] + \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_n} \left(\frac{1}{\rho} J_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) \right] = \\
& = 2 \sum_{p,s=1}^3 \left(\omega_{p,r}^* \omega_s + \omega_p^{(k)} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \right) \left(\frac{1}{\rho} J_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) + \\
& + \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\sum_i \dot{a}_i E_{pi}^{1*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \\
& + 2 \dot{\vec{\epsilon}} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 \right) + \\
& + 2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \omega_s \left(\sum_i \dot{a}_i E_{psi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{psij}^3 \right) + \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \dot{a}_j E_{pij}^{2*} + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \\
& + 2 \dot{\vec{\epsilon}} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \bar{F}_{pi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \bar{F}_{pij}^3 \right) + \frac{2g}{\rho} (M_T h_r + M_F h_l) \frac{\partial}{\partial \alpha_r} (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2) + \\
& + 2g \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \left[(\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) \left(\sum_i a_i \alpha_i^c + Hl^c \right) + \right. \\
& \left. + (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_3) \left(\sum_i a_i \alpha_i^s + Hl^s \right) \right] + \frac{2}{\rho} M_e^r.
\end{aligned} \tag{4}$$

Індексні вирази, коефіцієнти, які входять у рівняння руху (2) – (4), характеризують динамічну взаємодію в системі, інерціальні і статичні характеристики конструкції, а також зовнішні сили і моменти, що діють на конструкцію. Ці коефіцієнти визначаються в квадратурах від форм коливань вільної поверхні рідини і лінійних складових потенціалів Стокса – Жуковського [1, 2]. У рівняння також входять механічні характеристики рідини (густина ρ і загальна маса рідини M_F) і резервуара (маса M_T і момент інерції J_{res}^{ps}), а також параметри розташування центрів мас резервуара і рідини відносно центра незбуреної вільної поверхні рідини. Система рівнянь у сукупності є моделлю сумісного руху конструкції з рідиною з вільною поверхнею для випадку, коли конструкція-носії здійснює поступальний і кутовий рух.

Систему рівнянь руху (3), (4) можна записати у вигляді

$$\ddot{\vec{\varepsilon}} = \frac{\vec{F} + \vec{R}}{M_F + M_T} + \vec{g}; \quad \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[\sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_n} \left(\frac{1}{\rho} J_{res}^{ps} \right) \right] = \frac{1}{\rho} (M_R^r + M_{ex}^r) \quad (r=1, 2, 3),$$

де $\vec{F}$ і M_{ex}^r – відповідно, зовнішня сила і момент, що діють на конструкцію, а $\vec{R}$ і M_R^r – головні вектори сил і моментів тиску рідини на стінки конструкції, які за варіаційним підходом визначаються автоматично як складові частини техніки варіювання. З рівнянь руху (3), (4) можна вивести аналітичні вирази для цих параметрів силової і моментної взаємодії рідини з конструкцією. Зауважимо, що в літературі з динаміки конструкцій з рідиною така силова взаємодія зазвичай визначається шляхом інтегрування сил тиску на стінках резервуара, що значно складніше і зроблене лише для частинних випадків. Тут цей результат одержується автоматично як складова частина техніки варіювання і для більш загального випадку.

$$\vec{R} = \rho \left[\left(\sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j \vec{B}_{ij}^2 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k \vec{B}_{ijk}^3 \right) - \sum_i \ddot{a}_i \left(\vec{B}_i^1 + \sum_j a_j \vec{B}_{ij}^2 + \sum_{j,k} a_j a_k \vec{B}_{ijk}^3 \right) \right]; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} M_R^r = & -\frac{\rho}{2} \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(E_{pi}^{1*} + \sum_j a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{j,k} a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) \right\} - \\ & - \rho \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[\sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_n} \left(A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) \right] + \\ & + \rho \sum_{p,s=1}^3 \left(\omega_{p,r}^* \omega_s + \omega_p^{(k)} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \right) \left(A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) + \\ & + \frac{\rho}{2} \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\sum_i \dot{a}_i E_{pi}^{1*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \\ & + \rho \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \omega_s \left(\sum_i \dot{a}_i E_{psi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{psij}^3 \right) + \\ & + \frac{\rho}{2} \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \dot{a}_j E_{pij}^{2*} + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k E_{pijk}^{3*} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Визначення параметрів силової і моментної взаємодії конструкції з рідиною в аналітичній формі дозволяє не лише оцінити таку взаємодію кількісно, а й запропонувати нові алгоритми керування рухом конструкцій з рідиною, в яких виключений чи значно послаблений вплив коливань рідини на динаміку руху конструкції.

2. Побудова керування і приклади різного визначення відгуку рідини.

Якщо прийняти за мету керування зменшення впливу рухомості рідини на рух конструкції-носія, то основна ідея побудови керування сумісним рухом конструкції з рідиною полягає у використанні принципу компенсації силової взаємодії рідини з резервуаром, яка базується на основі включення до керування з протилежним знаком визначених в аналітичному вигляді сил і моментів, які створює тиск рідини на стінки конструкції. На прикладі поступального руху конструкції з рідиною в попередніх публікаціях [11, 12] було показано, що шляхом компенсації силової взаємодії рідини з резервуаром з високою точністю подальший рух конструкції вдається забезпечити таким, який би відповідав руху системи із «затверділою» рідиною для різних форм силового збудження руху (короткотривалі і періодичні). Причому таке керування практично повністю виключає вплив рідкого наповнення на рух конструкції-носія в різних діапазонах прояву нелінійних властивостей системи.

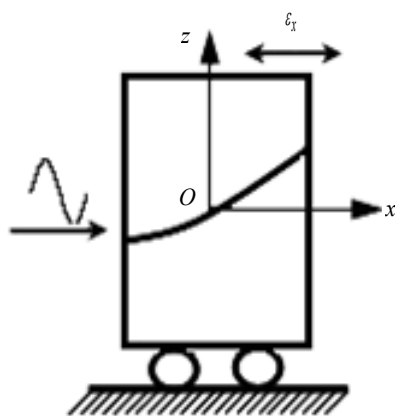


Рис. 1

Визначення силового відгуку рідини передбачає знання динамічних параметрів руху рідини, а саме амплітуд коливань за кожною формою, швидкостей зміни цих амплітуд і їх прискорень. Однією з задач встановлення оберненого зв'язку керування є оцінка варіантів спрощення такого набору параметрів і встановлення можливостей використання мінімального набору вимірів технічними засобами для поточного формування оберненого зв'язку керування. Відповідно було проведено аналіз ефективності трьох варіантів визначення силового відгуку рідини на стінки резервуару для випадку поступального руху резервуара з рідиною в горизонтальній площині (рис. 1).

Перший варіант (основний) – на основі повного використання співвідношення (5), тобто згідно до розробленої моделі. Другий варіант (назвемо його лінійним наближенням) – на основі лінеаризованого співвідношення (5), тобто вираз в перших круглих дужках опускається. Третій варіант (назвемо його одночленним наближенням) – на основі першої форми коливань, взятої за лінійним наближенням (вираз у перших круглих дужках опускається, а з виразу в других круглих дужках взято лише один доданок з прискоренням).

Для аналізу ефективності таких алгоритмів визначення силового відгуку рідини вивчимо рух системи для випадку початкового динамічного збудження руху системи силовим імпульсом у вигляді прямокутного імпульсу, прикладеного до стінки циліндричного резервуара; тривалість імпульсу вважається меншою за чверть періоду вільних коливань системи ($\tau = 0,25$ с). В нелінійній моделі сумісного руху конструкції з рідиною враховується $N = 12$ форм коливань вільної поверхні рідини. Числові результати отримано для вертикально розташованого кругового циліндричного резервуара радіусом $R = 1$ м з глибиною заповнення водою $H = 1$ м; маса резервуара приймалась як 10 % від маси рідини (випадок суттєвого впливу рухомості рідини).

Надалі визначаємо залежність в часі поступальної швидкості руху рідини (рис. 2). При цьому на рисунку крива 1 (суцільна крива) відповідає руху системи без керування для випадку рідини що «затверділа»; крива 2 (суцільна крива, яка на рисунку співпадає з кривою 1) відповідає руху системи за наявності рідини і керування на основі принципу компенсації силового відгуку рідини на основі повної інформації про залежність силового відгуку від параметрів руху рідини; крива 3 (штрих-пунктирна крива)

відповідає випадку руху рідини без керування; крива 4 (штрихова крива) відповідає руху системи для випадку визначення силового відгуку рідини на основі лінійного наближення. На рис. 2 всі лінійні розміри віднесено до радіуса резервуара, час задається в секундах.

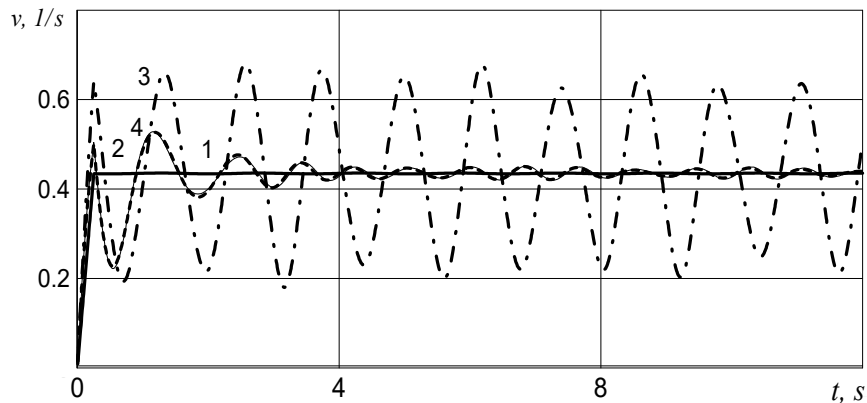


Рис. 2

З рисунка видно, що у випадку «затверділої» рідини система за час τ набуває максимальної швидкості і надалі рухається з цією постійною швидкістю (крива 1). У випадку руху системи без компенсації силового відгуку рідини система за короткий час набуває швидкість, що спочатку перевершує швидкість, яку б набула система із «затверділою» рідиною (крива 3), а надалі відбуваються коливання швидкості навколо цього сталого значення. При русі системи з керуванням, яке включає компенсацію силового відклику рідини на основі повного використання співвідношення (5), закон руху системи практично збігається із законом руху системи із «затверділою» рідиною (крива 2). Тобто, запропонований алгоритм керування забезпечив з високою точністю рух системи, в якому виключено вплив рухомості рідини на рух конструкції носія. Для випадку визначення відгуку рідини на основі лінійного наближення (крива 4) на початковому етапі руху формується певна розбіжність між значеннями швидкостей руху системи у випадку впливу рухомості рідини і випадку «затверділої» рідини. Проте з часом така відмінність спадає. Аналогічні залежності одержуються і для випадку одночленного наближення визначення відгуку рідини, які практично збігаються з кривою 4. В більшості нестационарних задач неврахування нелінійних властивостей системи на початковому етапі не призводить до вагомих відмінностей результатів надалі. Проте в цьому випадку з керуванням отримуємо, що неврахування частини інерційних властивостей системи (за рахунок інерції збудження вищих форм коливань) і частини, яка обумовлена квадратичними і кубічними членами, суттєво відображається на результаті керування саме на початковому етапі. В той же час алгоритм керування надалі мінімізує цей вплив. В процесі руху коливання вільної поверхні рідини залишаються одного порядку (0,25 – 0,3 радіуса резервуара) і стають навіть трохи меншими, ніж у випадку руху системи без компенсації силового відклику рідини. В той же час для руху без компенсації з часом стає помітним певне відхилення від синусоїдального закону руху, яке слабо помітне для випадків руху системи з компенсацією рухомості рідини. Запропонована схема керування фактично є керуванням з оберненим зв'язком відносно прискорень амплітуд збурень форм коливань вільної поверхні рідини з їх нормуванням за законом формування силового відгуку рідини, який надалі уточнюється нелінійними членами.

Висновки.

Для реалізації високоточного маневрування запропоновано алгоритм керування рухом конструкцій з рідиною, в основі якого лежить принцип компенсації силової взаємодії рідини зі стінками резервуара, що має суттєво зменшити вплив рухомості рідини на рух конструкції-носія. Для задачі керування рухом конструкції з рідиною з вільною поверхнею розглянуто різні варіанти наближеного визначення силового від-

гуку рідини на стінки конструкції-носія. Встановлено, що для різних варіантів визначення силового відгуку рідини цей алгоритм забезпечує з високою точністю рух конструкції-носія, який співпадає з законом руху системи для випадку «затверділої» рідини. Запропонований підхід базується на аналітичних властивостях початкової нелінійної динамічної моделі сумісного руху конструкції з рідиною і застосовується для вивчення нелінійної динамічної моделі високої розмірності, де використання традиційних підходів до розв'язування задач керування рухом є складним. Показано, що при спрощеному (лінійному) чи одночленному визначенні силового відгуку рідини цей метод дає значні похибки на початковому етапі руху, проте згодом ці відхилення значно спадають і в підсумку вплив рухомості рідини на конструкцію-носії практично виключається.

РЕЗЮМЕ. Розглянуто задачу про зменшення впливу рухомості рідини з вільною поверхнею на рух конструкції-носія. Для математичного опису задачі використано варіаційний підхід з елементами нелінійної механіки і ідей методу модальної декомпозиції змінних системи. Такий підхід дозволяє визначити в аналітичній формі внутрішні сили взаємодії рідини з стінками бака. Запропонований метод керування базується на ідеї компенсації взаємодії рідини з конструкцією шляхом включення цієї сили спеціального керування. Підхід пройшов верифікацію для різних задач керування (для короткотривалих і гармонічних збуджень руху системи). Перевірено можливості методу у випадку різних варіантів наближеного визначення силового відгуку рідини. Одержані результати свідчать, що при спрощеному (лінійному) чи одночленному визначенні силового відгуку рідини цей метод дає значні похибки на початковому етапі руху, проте згодом ці відхилення значно спадають і в підсумку вплив рухомості рідини на конструкцію-носії практично виключається.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нелінійна динаміка, сумісний рух, зменшення впливу рухомості рідини, керування, наближена компенсація силового відгуку рідини.

1. Абгарян К.А., Рапопорт И.М. Динамика ракет. – Москва: Машиностроение, 1969. – 378 с.
2. Лимарченко О.С., Ясинский В.В. Нелинейная динамика конструкций с жидкостью. – Киев: НТТУ КПИ, 1997. – 338 с.
3. Микушев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. – Москва: Машиностроение, 1978. – 247 с.
4. Нариманов Г.С., Докучаев Л.В., Луковский И.А. Нелинейная динамика летательного аппарата с жидкостью. – Москва: Машиностроение, 1977. – 208 с.
5. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Движение твёрдого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. – Москва: Наука, 1973. – 240 с.
6. Черноусько Ф.Л., Апаньевский И.М., Реимин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. – Москва: Физматгиз, 2006. – 328 с.
7. Dickmanns E.D. Dynamic Vision for Perception and Control of Motion. – London: Springer-Verlag Limited, 2007. – 474 p.
8. Faltinsen O.M., Rognabakke O.M., Timokha A.N. Transient and steady-state amplitudes of resonant three-dimensional sloshing in a square base tank with a finite fluid depth // *Physics of Fluids*. – 2006. – 1, N 18. – P. 1 – 14.
9. Henderson D.M., Miles J.W. Surface-wave damping in a circular cylinder with a fixed contact line // *J. Fluid Mech.* – 1994. – 275. – P. 285 – 299.
10. Ibrahim R.A. Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – 950 p.
11. Konstantinov A.V., Limarchenko O.S., Lukyanchuk V.V., Nefedov A.A. Dynamic Methods of Damping the Oscillation in Structure-free-surface Fluid System // *Int. Appl. Mech.* – 2019. – 55, N 1. – P. 58 – 67.
12. Konstantinov A.V., Limarchenko V.O., Limarchenko O.S. Motion control for structure with liquid based on compensation of the liquid hydrodynamic response // *Problems of Control and Informatics* – 2020. – N 3. – P. 68 – 79.
13. Lukovsky I.A. Nonlinear Dynamics. Mathematical Models for Rigid Bodies with a Liquid. – Berlin: De Gruyter, 2015. – 410 p.
14. Miles J. Nonlinear surface waves in closed basins // *J. Fluid. Mech.* – 1976. – 75, N 3. – P. 419 – 448.
15. Pal P. Sloshing of liquid in partially filled container – an experimental study // *Int. J. of Recent Trends in Engng.* – 2009. – 1, N 6. – P. 1 – 5.

Надійшла 29.12.2022

Затверджена до друку 27.06.2023