

В.З.Станкевич¹, О.М.Станкевич²

**АКУСТИЧНА ЕМІСІЯ В ПРУЖНОМУ БІМАТЕРІАЛІ З ТРІЩИНОЮ
ЗА РІЗНОТИПНИХ УМОВ КОНТАКТУ НА ПЛОЩИНІ РОЗМЕЖУВАННЯ**

¹Львівський національний університет ім. Івана Франка,
вул. Університетська, 1, 79000, Львів, Україна; e-mail: stan_volodja@yahoo.com

²Національний університет “Львівська політехніка”,
вул. С. Бандери, 12, 79000, Львів, Україна; e-mail: o.m.stankevych@gmail.com

Abstract. The solution to the problem of determining the acoustic-emission field of displacements in an elastic biomaterial consisting of two half-spaces is obtained. The wave field is initiated by a given time-harmonic displacement of the surfaces of the internal torsion crack in one of the body components. The cases of ideal mechanical contact at the interface and contact through a thin flexible layer modeled by spring boundary conditions are considered. The problem is solved by the boundary integral equations method. The impact on the amplitude of displacements in the biomaterial, type of contact boundary conditions at the interface, ratio of the mechanical characteristics of materials, and location of the observation point are analyzed numerically.

Key words: biomaterial, crack, contact boundary condition, acoustic emission, boundary integral equations method.

Вступ.

Метод акустичної емісії (АЕ) є ефективним інструментом неруйнівного контролю та діагностики конструкцій. Грунтуючись на дослідженні пружних хвиль, випромінюваних структурними дефектами, метод уможливує виявлення тріщин, корозійних вогнищ, деградації міжфазних поверхонь в композитах, які є потенційними чинниками катастрофічних руйнувань конструкцій [13, 14, 18]. Життєвий цикл композитів тісно пов'язаний з їх втомною міцністю. Під час експлуатації композити під дією навантажень різної природи, агресивних чинників навколишнього середовища зазнають пошкоджень, які призводять насамперед до виникнення тріщин та недосконалих областей контакту на міжфазних поверхнях [1, 4].

Моделювання проходження пружних хвиль через пошкоджену поверхню розмежування є складною проблемою, яку можна вирішити шляхом заміни на ній стохастично або періодично розташованого масиву мікротріщин тонким гомогенізованим прошарком певної жорсткості. Так, у роботі [3] пошкоджену тріщинами міжфазну поверхню описано моделлю ефективних пружинних крайових умов (ПКУ), які придатні і для опису клейових з'єднань. Надалі ці умови використано для аналізу впливу деградованих міжфазних поверхонь на характеристики хвильового поля у ламінованих структурах [5, 6, 9], дослідженні параметрів інтенсивності напружень в околі вершини внутрішньої тріщини, розташованої у біматеріалі [12].

Коректний опис проходження пружних хвиль через міжфазні поверхні (з різнотипними крайовими умовами) композитів з внутрішніми тріщинами передбачає застосування відповідних математичних інструментів. Одним з них є метод граничних інтегральних рівнянь (ГІР), який показав свою ефективність в дослідженнях проблематики хвильових процесів у тілах з тріщинами [8, 10 – 12, 17].

Нижче цим методом розв'язано задачу визначення хвильового поля переміщень у пружному біматеріалі з двох півпросторів за різнотипних умов контакту на міжфазній площині. Вважається, що акустична емісія у тілі породжена заданими усталеними в часі зміщеннями поверхонь внутрішньої тріщини.

§1. Постановка задачі. Основні співвідношення.

Розглянемо пружний біматеріал, який складається з двох півпросторів A і B (рис. 1). Матеріали півпросторів ізотропні і характеризуються густинами ρ_D , коефіцієнтами Пуассона μ_D та модулями зсуву G_D , де $D = A, B$.

На глибині d у півпросторі B розташована дискова тріщина радіуса a , яка займає плоску область S , паралельну до міжфазної площини S_0 спряження компонент біматеріалу. В області S тріщини і на поверхні S_0 вибираємо декартові системи координат $Ox_1x_2x_3$, $O_0x_1x_2x_3$ таким чином, щоб O, O_0 були розташовані на одній лінії, перпендикулярній до S_0 .

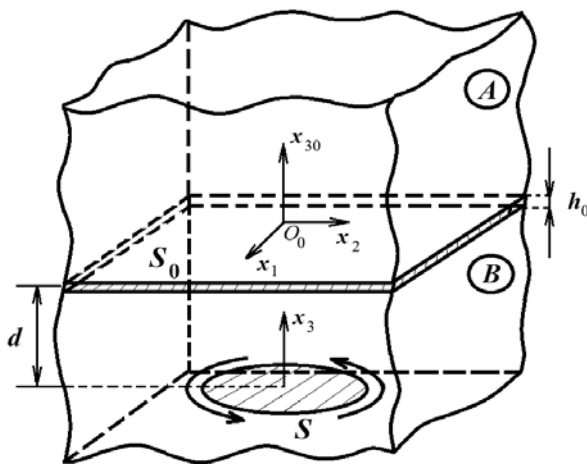


Рис. 1

Протилежні поверхні S^\pm тріщини зазнають зсувних зміщень кручення, які змінюються в часі t за гармонічним законом із частотою ω і описуються функціями стрибків

$$\Delta u_j(\mathbf{x}, t) = (-1)^{3-j} \frac{x_{3-j}}{a} Q(r) e^{i\omega t}, \quad j=1, 2; \quad \Delta u_3(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x}(x_1, x_2, x_3 = 0) \in S, \quad (1.1)$$

де $Q(r)$ – наперед задана функція радіальної координати $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$; $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця. При цьому всі параметри хвильового поля у тілі змінюються в часі за гармонічним законом із заданою частотою ω .

Розглядаються два види контакту півпросторів через площину розмежування S_0 . В першому випадку виконуються умови ідеального механічного контакту на міжфазній площині (задача I). У другому – півпростори спряжені тонким пружним податливим прошарком товщиною h (задача II) і модулем зсуву $G_0 \ll G_A, G_B$.

Задача полягає у визначенні хвильового поля переміщень у біматеріалі, ініційованого заданим розкриттям тріщини. Поставлена задача зводиться до розв'язання диференціальних рівнянь відносно амплітудних значень $\mathbf{u}^D(u_1^D, u_2^D, u_3^D)$, $D = A, B$ векторів переміщень [14]

$$k_{2D}^{-2} \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}^D) + \mathbf{u}^D = 0, \quad D = A, B, \quad (1.2)$$

де $k_{2D} = \omega/c_{2D}$ – хвильове число; $c_{2D} = \sqrt{G_D/\rho_D}$ – швидкість поширення поперечної пружної хвилі у півпросторі D ; $\nabla \equiv (\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2, \partial/\partial x_{30})$ – тривимірний набла-оператор.

Розв'язки диференціальних рівнянь (1.1) повинні задовольняти крайові умови контакту компонент біматеріалу на поверхні S_0 . Для випадку ідеального механічного контакту (задача I) повинні забезпечуватися рівність тангенційних компонент переміщень та дотичних напружень [1]

$$u_j^A(\mathbf{x}) = u_j^B(\mathbf{x}); \quad \sigma_{j3}^A(\mathbf{x}) = \sigma_{j3}^B(\mathbf{x}), \quad j = 1, 2, \quad \mathbf{x}(x_1, x_2, x_{30} = 0) \in S_0, \quad (1.3)$$

де σ_{j3}^D – амплітудні значення компонент тензора напружень. Зазначимо, що для описаного розташування тріщини та способу розкриття її поверхонь у біматеріалі поширюються лише SH -хвилі, при цьому

$$u_3^D(\mathbf{x}) = 0; \quad \sigma_{33}^D(\mathbf{x}) = 0.$$

Для випадку, коли довжини згенерованих пружних хвиль набагато перевищують товщину h прошарку (що справедливо для низькочастотного діапазону навантаження) крайові умови недосконалого контакту компонент біматеріалу (задача II) винесені на серединну поверхню прошарку і для випадку тріщини кручення набувають вигляду [12]

$$\sigma_{j3}^B(\mathbf{x}) = \sigma_{j3}^A(\mathbf{x}) = \frac{G_0}{h} [u_j^B(\mathbf{x}) - u_j^A(\mathbf{x})] \quad (j = 1, 2, \mathbf{x} \in S_0). \quad (1.4)$$

Умови (1.4) описують т. зв. «модель пружинного контакту» і пов'язують міжфазні напруження зі стрибками переміщень на поверхнях спряжених півпросторів.

Зазначимо також, що постановка задачі (1.2) – (1.4) вимагає виконання умов Зоммерфельда випромінювання на безмежності.

§2. Метод розв'язування задачі.

На підставі принципу суперпозиції загальні поля переміщень та напружень у півпросторі D подаємо у вигляді [14]

$$u_j^D(\mathbf{x}) = u_{j0}^D(\mathbf{x}) + \delta_{BD} u_j^D(\mathbf{x}); \quad \sigma_{j3}^D(\mathbf{x}) = \sigma_{j30}^D(\mathbf{x}) + \delta_{BD} \sigma_{j3}^D(\mathbf{x}) \quad (j = 1, 2),$$

де u_{j0}^D, σ_{j30}^D – амплітудні значення переміщень і напружень від коливань точок поверхні S_0 біматеріалу та u_j^A, σ_{j3}^A – амплітудні значення переміщень і напружень від взаємного зміщення протилежних поверхонь тріщини; δ_{BD} – символ Кронекера.

Компоненти зазначених переміщень подаємо у вигляді інтегральних подань за допомогою потенціалів Гельмгольца [14]

$$u_j^{nD}(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^{nD}(\xi) \Phi_2^D(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi + \delta_{BD} \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_S \Delta u_j(\xi) \Phi_2^B(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi \quad (2.1)$$

$$(j = 1, 2, n = I, II, D = A, B),$$

де $\Phi_2^D(\mathbf{x}, \xi) = \frac{\exp[ik_{2D}|\mathbf{x} - \xi|]}{|\mathbf{x} - \xi|}$; $|\mathbf{x} - \xi| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + x_{30}^2}$ – відстань між фіксованою точкою $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_{30})$ спостереження у півпросторі D і точкою $\xi(\xi_1, \xi_2)$ поверхонь інтегрування S_0, S ; невідомі густини α_j^{nD} підлягають визначенню.

Підставивши подання (2.1) для переміщень у співвідношення закону Гука, отримуємо інтегральні представлення для амплітудних значень дотичних напружень

$$\begin{aligned} \sigma_{j3}^{nD}(\mathbf{x}) = & -G_D(\Delta_2 + k_{2D}^2) \iint_{S_0} \alpha_j^{nD}(\xi) \Phi_2^D(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi - \\ & -\delta_{BD} G_B(\Delta_2 + k_{2B}^2) \iint_S \Delta u_j(\xi) \Phi_2^B(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi \quad (j=1, 2, n=I, II, D=A, B). \end{aligned} \quad (2.2)$$

За допомогою подань (2.1) для переміщень і (2.2) для напружень крайові умови (1.3) задачі I та (1.4) задачі II на площині розмежування S_0 трансформуємо до системи двовимірних ГР типу потенціалу Гельмгольца для визначення невідомих густин α_j^{nD}

$$\begin{aligned} c_n \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^{nA}(\xi) \Phi_2^A(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi - \delta_{nII} G_A(\Delta_2 + k_{2A}^2) \iint_{S_0} \alpha_j^{IIA}(\xi) \Phi_2^A(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi - \\ - c_n \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_{S_0} \alpha_j^{nB}(\xi) \Phi_2^B(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi = (-1)^{n+1} c_n U_j^{n1}(\mathbf{x}); \quad (2.3) \\ -G_A(\Delta_2 + k_{2A}^2) \iint_{S_0} \alpha_j^{nA}(\xi) \Phi_2^A(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi + G_B(\Delta_2 + k_{2B}^2) \iint_{S_0} \alpha_j^{nB}(\xi) \Phi_2^B(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi = \\ = U_j^{n2}(\mathbf{x}); \quad c_I = 1; \quad c_{II} = G_0/h \quad (n=I, II, j=1, 2, \mathbf{x} \in S_0), \end{aligned}$$

де праві частини рівнянь виражаються через задані функції Δu_j стрибка зміщень поверхонь тріщини

$$\begin{aligned} U_j^{\{I\}}(\mathbf{x}) = \left\{ \begin{array}{l} \{I\} \\ -G_0/h \end{array} \right\} \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_S \Delta u_j(\xi) \Phi_2^B(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi; \\ U_j^{(I)2}(\mathbf{x}) = U_j^{(II)2}(\mathbf{x}) = -G_B(\Delta_2 + k_{2B}^2) \iint_S \Delta u_j(\xi) \Phi_2^B(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi. \end{aligned}$$

Рівняння (2.3) є системою двовимірних інтегральних рівнянь типу згортки, заданих на безмежній поверхні S_0 . Застосувавши до них двовимірне інтегральне перетворення Фур'є за змінними x_1, x_2 , отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно невідомих трансформант густин α_j^{nD} . Розв'язавши СЛАР, отримуємо подання

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_j^{nA} = \frac{1}{2\pi \Delta_n(\tau)} \{a_1^n \tilde{U}_j^{(n)1} + a_2^n \tilde{U}_j^{(n)2}\}; \quad (2.4) \\ \tilde{\alpha}_j^{nB} = \frac{1}{2\pi \Delta_n(\tau)} \{a_3^n \tilde{U}_j^{(n)1} + a_4^n \tilde{U}_j^{(n)2}\} \quad (n=I, II). \end{aligned}$$

Тут верхня хвиляста лінія означає Фур'є-трансформанту відповідної величини; коефіцієнти a_l^n ($l=\overline{1,4}$) залежать від пружних параметрів матеріалів тіла, товщини прошарку та мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} a_1^I = -G_B R_{2B}; \quad a_2^I = 1; \quad a_3^I = -G_A R_{2A}; \quad a_4^I = -1; \\ a_1^{II} = a_1^I h; \quad a_2^{II} = G_0; \quad a_3^{II} = a_3^I h; \quad a_4^{II} = -G_A R_{2A} h - G_0; \end{aligned}$$

структура функцій Δ_n визначена типом крайових умов контакту півпросторів

$$\Delta_I(\tau) = G_A R_{2A} + G_B R_{2B}; \quad R_{2D} = \sqrt{\tau^2 - k_{2D}^2}; \quad D = A, B;$$

$$\Delta_{II}(\tau) = G_A G_B R_{2A} R_{2B} h + G_B G_0 R_{2B} + G_A G_0 R_{2A}.$$

Подівавши на (2.4) оберненим двовимірним інтегральним перетворенням Фур'є, отримуємо подання для оригіналів густин α_j^{nD} через функції Δu_j у вигляді

$$\alpha_j^{nA}(\xi) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{S_0} \int_0^\infty \frac{\tau}{\Delta_n(\tau)} J_0(\tau|\xi - \eta|) \{a_1^n U_j^{(n)1} + a_2^n U_j^{(n)2}\} d\tau dS_\eta; \quad (2.5)$$

$$\alpha_j^{nB}(\xi) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{S_0} \int_0^\infty \frac{\tau}{\Delta_n(\tau)} J_0(\tau|\xi - \eta|) \{a_3^n U_j^{(n)1} + a_4^n U_j^{(n)2}\} d\tau dS_\eta,$$

де $J_0(z)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку дійсного аргументу z .

Підставляючи (2.5) в (2.1) та використовуючи методику [15] обчислення кратних двовимірних інтегралів по безмежній області S_0 , отримуємо інтегральні подання для амплітудних значень переміщень в компонентах біматеріалу, ініційованих заданими зміненнями протилежних поверхонь тріщини

$$u_j^{nA}(\mathbf{x}) = -2 \iint_S \Delta u_j(\xi) \int_0^\infty \frac{\tau b_1^n}{\Delta_n(\tau)} e^{-|x_{30}|R_{2A}} e^{-dR_{2B}} J_0(\tau|\mathbf{x} - \xi|) d\tau dS_\xi; \quad (2.6)$$

$$u_j^{nB}(\mathbf{x}) = -\iint_S \Delta u_j(\xi) \int_0^\infty \frac{\tau b_2^n}{\Delta_n(\tau)} e^{-|x_{30}|R_{2B}} e^{-dR_{2A}} J_0(\tau|\mathbf{x} - \xi|) d\tau dS_\xi + \\ + \frac{\partial}{\partial x_{30}} \iint_S \Delta u_j(\xi) \Phi_2^B(\mathbf{x}, \xi) dS_\xi \quad (j=1, 2, n=I, II).$$

Тут $|\mathbf{x} - \xi| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}$; коефіцієнти b_j^n ($j=1, 2$) визначені так:

$$b_1^I = G_B R_{2B}; \quad b_2^I = G_B R_{2B} - G_A R_{2A}; \quad b_1^{II} = G_0 b_1^I; \quad b_2^{II} = G_A G_B R_{2A} R_{2B} h + G_0 b_2^I.$$

Отримані вирази для переміщень не містять інтегрування по безмежній області S_0 , що важливо стосовно застосування числових методів. Для часткових випадків $G_B = G_A$, $h = 0$ вирази (2.6) вироджуються у свої аналоги для однорідного безмежного тіла з тріщиною; для $G_A = 0$ вирази $u_j^{nB}(\mathbf{x})$ описують ситуацію тріщини у півпросторі з вільною поверхнею S_0 [14].

Розглянемо випадок, коли функція $Q(r)$ подання (1.1) має вигляд

$$Q(r) = \sqrt{a^2 - r^2},$$

що фізично коректно описує змикання поверхонь тріщини на її контурі. З урахуванням осової симетрії задачі вирази (2.6) значно спрощуються за рахунок аналітичного обчислення інтегралу по круговій області S . Скориставшись значенням інтегралів [7]

$$\int_0^{2\pi} \cos nx J_0(\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos x}) dx = (-1)^n 2\pi J_n(a) J_n(b);$$

$$\int_0^a x^{\nu+1} (a^2 - x^2)^{\beta-1} J_\nu(cx) dx = \frac{2^{\beta-1} a^{\beta+\nu}}{c^\beta} \Gamma(\beta) J_{\beta+\nu}(ac) \quad (a, \operatorname{Re} \beta > 0, \operatorname{Re} \nu > -1)$$

та поданням для функції Бесселя дробового порядку

$$J_{5/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left[\left(\frac{3}{z^2} - 1 \right) \sin z - \frac{3}{z} \cos z \right],$$

отримуємо вирази для амплітудних значень кутових переміщень $u_\varphi^{nD}(r) = u_1^{nD}(\mathbf{x})/\sin \varphi = -u_2^{nD}(\mathbf{x})/\cos \varphi$. Так, зокрема, вираз (2.6) для переміщень у бездефектній компоненті A набуває остаточного вигляду

$$u_\varphi^{nA}(r) = 2\pi a \int_0^\infty \frac{b_1^n}{\tau \Delta_n(\tau)} e^{-|x_{30}|R_{2A}} e^{-dR_{2B}} J_1(\tau r) M(\tau) d\tau, \quad (2.7)$$

де r – радіальна відстань від епіцентру O області S тріщини до точки спостереження; x_{30} – відстань від вказаної точки до поверхні S_0 ; підінтегральна функція $M(\tau)$ має вигляд

$$M(\tau) = \left(\frac{3}{a^2 \tau^2} - 1 \right) \sin a\tau - \frac{3}{a\tau} \cos a\tau.$$

Запропонований підхід використовує спрощену постановку задачі дослідження акустичного поля переміщень за відомих функцій зміщення поверхонь тріщини, що дає змогу отримати якісну характеристику його параметрів. У загальному випадку на-самперед потрібно визначити функції Δu_j стрибка зміщень поверхонь тріщини під дією заданих зовнішніх навантажень. Тоді задача додатково зводиться до розв'язання системи ГР типу [16] відносно невідомих Δu_j , після підстановки отриманих розв'язків у співвідношення (2.6) проводять дослідження акустичного поля переміщень у біматеріалі з дефектом.

§3. Числові результати.

Під час обчислення інтегралу (2.7) півбезмежний проміжок інтегрування розбивали на проміжки $[0; k_{2A}]$, $[k_{2A}; k_{2B}]$, $[k_{2B}; +\infty)$ для випадку $G_A > G_B$ та проміжки $[0; k_{2B}]$, $[k_{2B}; k_{2A}]$, $[k_{2A}; +\infty)$ для випадку $G_A < G_B$ з вибором гілок радикалів

$$R_{2D} = \sqrt{\tau^2 - k_{2D}^2} = \begin{cases} -i\sqrt{k_{2D}^2 - \tau^2}, & \tau < k_{2D}, \\ \sqrt{\tau^2 - k_{2D}^2}, & \tau > k_{2D}, \end{cases}$$

необхідним для задоволення умов випромінювання Зоммерфельда. На перших двох проміжках інтеграл обчислювали за квадратурними формулами Гауса, на третьому – Лагерровими квадратурами [2].

За формулою (2.7) визначали залежності нормованих амплітуд переміщень $|u_\varphi^{nA}|/a$ від хвильового числа $k_{2A}a$, параметра $G = G_A/G_B$ контрастностей жорсткостей матеріалів тіла, геометричних параметрів x_{30}/a , r/a точки спостереження (визначення переміщень) та d/a – глибини залягання тріщини.

На рис. 2, a наведено частотні залежності $|u_\varphi^A|/a$ (задача I) для тріщини у податливішій компоненті біматеріалу ($G = G_A/G_B > 1$) за фіксованих значень параметрів $x_{30}/a = 4$, $r/a = 8$, $d/a = 1$, $\rho_A = \rho_B$. Крива 1 відповідає випадку $G = 1$ (безмежне однорідне тіло з тріщиною), крива 2 – $G = 5$, крива 3 – $G = 10$. У розглядуваному спектрі хвильового числа $k_{2A}a$ спостерігаємо спадну осцилюючу поведінку амплітуд переміщень із двома чітко вираженими локальними максимумами. Обидва максимуми у біматеріалі незалежно від контрастності жорсткостей матеріалів досягаються за не-

змінних значень хвильового числа ($k_{2A}a = 3,8$ і $k_{2A}a = 8,2$, відповідно) і обмежені зверху своїм аналогом для безмежного однорідного тіла (крива 1). Збільшення жорсткості матеріалу півпростору A супроводжується зменшенням абсолютних значень $|u_\varphi^A|/a$.

Рис. 2, б описує випадок тріщини у жорсткішій компоненті біматеріалу ($G < 1$). Криві 1 – 4 відповідають значенням $G = 1; 0,5; 0,25; 0,1$, відповідно. Частотні залежності мають коливний характер. Зменшення жорсткості матеріалу півпростору A супроводжується одночасно зменшенням перших максимумів амплітуд $|u_\varphi^A|/a$ та значень хвильового числа $k_{2A}a$, за яких вони досягаються.

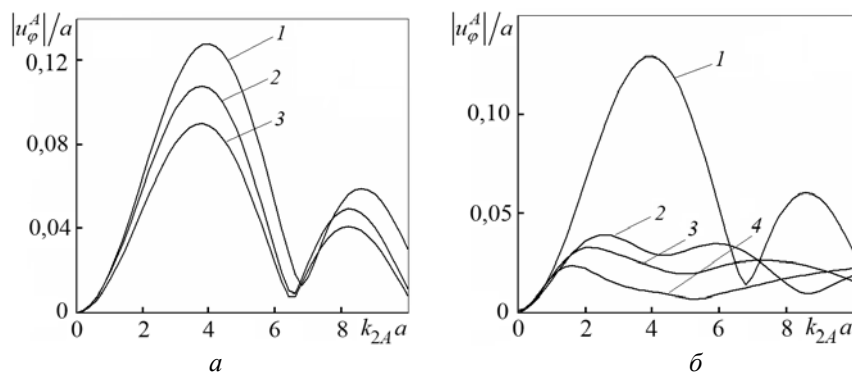


Рис. 2

На рис. 3 показано залежності нормованих переміщень $|u_\varphi^A|/a$ від параметра r/a радіальної координати точки спостереження за фіксованих значень $k_{2A}a = 3,8$, $x_{30}/a = 4$, $d/a = 1$. Рис. 3, а відповідає випадку $G > 1$, рис. 3, б – $G < 1$. Позначення кривих такі ж, як на рис. 2, а і б, відповідно. Аналіз наведених графіків показує, що зі збільшенням параметра r/a амплітуди переміщень спочатку зростають від нульового значення для r/a (точка спостереження розташована над епіцентром дефекту), досягають свого локального максимуму, а потім монотонно спадають. Зазначене спадання повільніше для випадку розташування тріщини у податливішій компоненті тіла (рис. 3, а), для тріщини у жорсткішій компоненті після замикання поведінка $|u_\varphi^A|/a$ набуває коливного характеру (рис. 3, б). Збільшення контрастностей жорсткостей матеріалів тіла супроводжується зменшенням абсолютних максимумів переміщень.

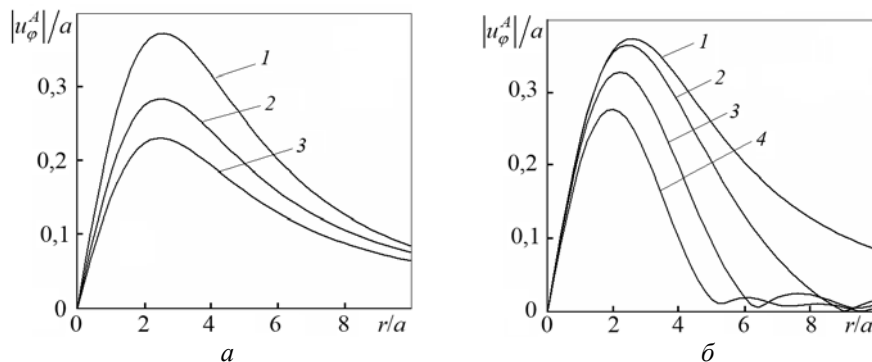


Рис. 3

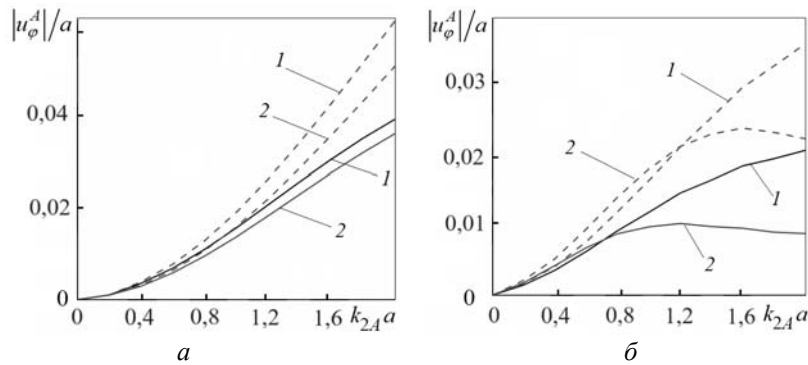


Рис. 4

На рис. 4 наведено частотні залежності $|u_\varphi^A|/a$ (задача II) за фіксованого значення $r/a = 8$, на рис. 5 – залежності від радіальної координати точки спостереження r/a за фіксованого значення хвильового числа $k_{2A}a = 2,0$. Значення інших параметрів такі: $x_{30}/a = 4$; $d/a = 1$; $h_0/a = 0,05$; $\rho_A = \rho_B$; $G_* = G_A/G_0 = 50$.

Штрихові лінії описують випадок ідеально сконтакттованих півпросторів (задача I), суцільні – наявність тонкого податливого прошарку (задача II). Криві 1, 2 на рис. 4, а та 5, а відповідають значенням $G = 5$; $G = 10$ і, відповідно, значенням $G = 0,5; 0,1$ на рис. 4, б та 5, б. Із отриманих залежностей видно, що збільшення контрастності жорсткостей матеріалів півпросторів супроводжується зменшенням амплітуд переміщень (рис. 4, 5). Вказаний феномен більше виражений для тріщини у жорсткішій компоненті біматеріалу (рис. 4, б та 5, б).

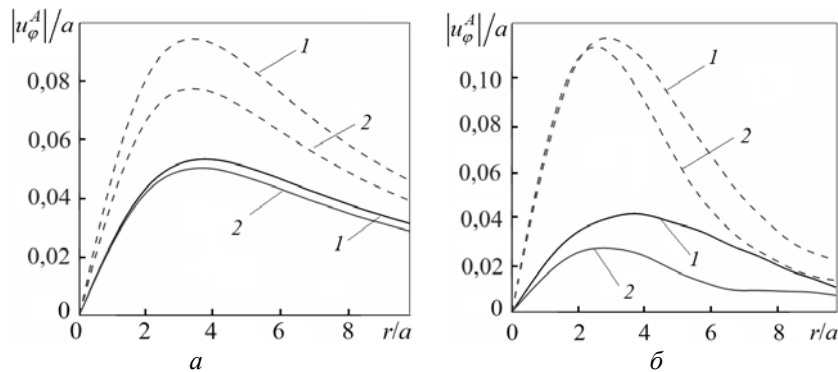


Рис. 5

У вибраному діапазоні значень параметра r/a спостерігаємо ефект екранування динамічних переміщень прошарком – зменшення значень $|u_\varphi^A|/a$ порівняно з їх аналогами для ідеально сконтакттованих півпросторів (рис. 5).

Висновки.

Досліджено акустико-емісійне поле переміщень у пружному біматеріалі з двох півпросторів з відомим гармонічним в часі зміщенням протилежних поверхонь кругової тріщини кручення, паралельної міжфазній площині. Проаналізовано залежності амплітуд переміщень у тілі від частоти зміщень поверхонь тріщини, співвідношення жорсткостей компонент біматеріалу, різномітних умов спряження на площині розмежування півпросторів. Встановлено ефект екранування динамічних переміщень тонким міжфазним прошарком порівняно з їх аналогами для ідеально сконтакттованих півпросторів. Виявлено зменшення амплітуд переміщень (порівняно з випадком однорідного тіла з тріщиною) у бездефектній компоненті біматеріалу за зростання контрастності жорсткостей матеріалів.

РЕЗЮМЕ. Із використанням методу граничних інтегральних рівнянь отримано розв'язок задачі для акустико-емісійного поля переміщень у пружному біматеріалі з двох півпросторів, породженого гармонічним в часі заданим зміщенням протилежних поверхонь внутрішньої кругової тріщини кручення, паралельної міжфазній площині. Досліджено вплив на параметри амплітуд переміщень різнотипних умов контакту на площині розмежування – ідеального механічного контакту та контакту через тонкий податливий проміжок, який моделюється ефективними пружинними крайовими умовами. Чисельно проаналізовано вплив на амплітуди переміщень у просторі, частоти зміщень поверхонь тріщини, співвідношення жорсткостей компонент біматеріалу, локації точки спостереження переміщень. Встановлено ефект екранування динамічних переміщень прошарком порівняно з їх аналогами для півпросторів з ідеальним контактом. Виявлено зменшення амплітуд переміщень (відносно випадку однорідного тіла з тріщиною) у бездефектній компоненті біматеріалу під час зростання відношення жорсткостей контактуючих матеріалів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: біматеріал, тріщина, крайові умови контакту, акустична емісія, метод граничних інтегральних рівнянь.

1. Сулим Г.Т., Піскозуб Й.З. Умови контактної взаємодії (огляд) // *Мат. методи і фіз.-мех. поля.* – 2004. – № 3. – С. 110 – 125.
2. Abramowitz M., Stegun I.A. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables.* – Washington: Wiley-Interscience Publ., 1993. – 1060 p.
3. Baik J.-M., Thompson R.B. Ultrasonic scattering from imperfect interfaces: A quasistatic model // *J. Nondestr. Evaluation.* – 1984. – 4, N 3/4. – P. 177 – 196.
4. Bystrov V.M., Dekret V.A., Zelens'kyi V.S. Edge Effect and Near-Surface Buckling in Layered Composite Material with Imperfect Contact Between Layers // *Int. Appl. Mech.* – 2022. – 58, N 6. – P. 695 – 705.
5. Golub M.V., Doroshenko O.V., Gu Y. Effective boundary conditions and stochastic crack distribution for modelling guided waves scattering by a partially closed interfacial delamination in a laminate // *Materials.* – 2023. – 16, N 6. – 2415.
6. Golub M.V., Fomenko S.I., Shpak A.N., Gu Y., Wang Y., Zhang Ch. Semi-analytical hybrid approach for modelling smart structures and guided wave-based SHM systems for a laminate with multiple delaminations and surface-mounted inhomogeneities // *Appl. Math. Modelling.* – 2023 – 120. – P. 812 – 832.
7. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Table of Integrals, Series, and Products.* – London: Academic Press, 2007. – 1221 p.
8. Lei J., Wang Y.-S., Gross D. Dynamic interaction between a sub-interface crack and the interface in a bimaterial: time-domain BEM analysis // *Arch. Appl. Mech.* – 2003. – 73. – P. 225 – 240.
9. Lekesiz H., Katsube N., Rokhlin S.I., Seghi R.R. Effective spring stiffness for a planar periodic array of collinear cracks at an interface between two dissimilar isotropic materials // *Mech. Mater.* – 2011. – 43. – P. 87 – 98.
10. Menshykov O.V., Menshykova M.V., Guz I.A. Boundary integral equations in the frequency domain for interface linear cracks under impact loading // *Acta Mechanica.* – 2020. – 231. – P. 3461 – 3471.
11. Men'shikov V.O., Men'shikov O.V., Kladova O.Yu. Interfacial Crack with Frictionless and Frictional Contact of Faces in a Bimaterial under a Shear Wave // *Int. Appl. Mech.* – 2022. – 58, N 1. – P. 102 – 110.
12. Mykhas'kiv V., Stankevych V., Zhabdynskiy I., Zhang C. 3-D dynamic interaction between a penny-shaped crack and a thin interlayer joining two elastic half-spaces // *Int. J. Fract.* – 2009. – 159. – P. 137 – 149.
13. Ohtsu M. *Acoustic Emission and Related Non-destructive Evaluation Techniques in the Fracture Mechanics of Concrete. Fundamentals and Applications.* – Kidlington: Woodhead Publ., 2020. – 330 p.
14. Skalskiy V., Nazarchuk Z., Stankevych O. Mathematical models for displacement fields caused by the crack in an elastic half-space. In: *Acoustic emission. Fracture detection in structural materials. Series: Foundations in Engineering Mechanics.* – Cham: Springer, 2022. – P. 51 – 86.
15. Stankevich V.Z. Computation of certain double integrals those are characteristic of dynamic problems of the theory of cracks in a semi-infinite body // *J. Math. Sci.* – 1996. – 81, N 6. – P. 3048 – 3052.
16. Stankevych V.Z., Boiko V.M., Tereshchak Yu.V. Steady vibrations of an elastic bimaterial with a thin compliant layer and a circular crack // *Mater. Sci.* – 2022. – 58, N 3. – P. 377 – 384.
17. Vatul'yan A.O., Yavruyan O.V. Vibrations of a Layer with Delamination in the Framework of the Gradient Elasticity Theory // *Russ. J. Nondestruct. Test.* – 2021. – 57. – P. 825 – 837.
18. Yang J., Han S., Yu W.-R. Detection of delamination of steel-polymer sandwich composites using acoustic emission and development of a forming limit diagram considering delamination // *Heliyon.* – 2023. – 9, N 6. – e16942.

Надійшла 14.08.2023

Затверджена до друку 12.12.2023