

ВПЛИВ КОНТУРУ ГЛИБИНИ НЕНАСКРІЗНОЇ ТРІЩИНИ НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОЇ ОРТОТРОПНОЇ ОБОЛОНКИ

Методику дослідження ортотропних оболонок довільної кривини з тріщиною ідеальної (прямокутної) форми розповсюджено для оболонок з ненаскрізною (поверхневою або внутрішньою) тріщиною довільної форми. Побудовано алгоритм аналітико-числового розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь, до якої зведено поставлену задачу. Порівняно характеристики напруженого стану ортотропної оболонки з тріщинами різної форми (прямокутна, параболічна та еліптична).

Економічно ефективна експлуатація та довговічність реальних конструкцій суттєво залежать від виявлення пошкоджень на ранній стадії та своєчасно початого ремонту. Тому дослідженню конструкцій з тривимірними (поверхневими або внутрішніми) дефектами приділяють особливу увагу [2–6, 10, 12, 15–18].

Розв'язанню задач про напружений стан пружно-пластичних оболонок з ненаскрізними тріщинами, в яких застосовують аналог δ_c -моделі, присвячено багато праць [2–6, 15]. Спеціально розроблений для зведення явно тривимірної задачі до двовимірної [13, 14] аналог δ_c -моделі дає можливість враховувати тип тріщини (наскрізна, поверхнева чи внутрішня) та пластичні деформації в її околі. Але при цьому ненаскрізна тріщина має ідеальну форму, тобто у повздовжньому перерізі має форму прямокутника. Це суттєво полегшує розв'язання задачі, але тут не враховано реальну форму тріщини. Нижче контур глибини тріщини описано гладкими кривими $D_1(x)$, $D_2(x)$ і, як приклад, порівняно еліптичну та параболічну тріщини з прямокутною.

Формулювання задачі. Розглянемо тонку пружну оболонку довільної кривини, постійної товщини h , виготовлену з ортотропного матеріалу так, що в кожній її точці лінії головних кривин серединної поверхні збігаються з головними напрямками пружності матеріалу. Система ортогональних координат $Oxuz$ обрана так, що осі x , u орієнтовані вздовж ліній головних кривин серединної поверхні оболонки, а вісь z спрямована по нормалі до неї.

Оболонка знаходиться під дією симетричного зовнішнього навантаження та послаблена ненаскрізною тріщиною довжини $2l$ уздовж осі x , яка у

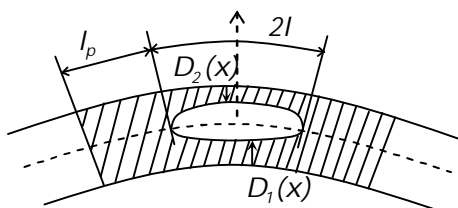


Рис. 1.

повздовжньому перерізі задана гладкими кривими $D_1(x)$ і $D_2(x)$ (рис. 1). Якщо тріщина поверхнева, що виходить на внутрішню (зовнішню) поверхню оболонки, то $D_1(x) = -h/2$ ($D_2(x) = h/2$).

Розв'язок задачі. Вважаємо навантаження таким, що на продовженні тріщини утворилися зони пластичних

деформацій, які поширилися тонким шаром по товщині оболонки. Згідно з аналогом δ_c -моделі зони пластичних деформацій замінимо поверхнями розриву пружних переміщень і кутів повороту, а реакцію матеріалу пластичних зон на пружний об'єм – невідомими зусиллям T та моментом M , що задовольняють умову пластичності для композитних матеріалів [6].

Над і/або під фронтом тріщини, де діють сталі напруження, що також досягли границі текучості σ_τ , введемо зусилля $T^l(x)$ і момент $M^l(x)$, які обчислюємо за формулами

$$T^l(x) = \sigma_\tau \left(\int_{-\frac{h}{2}}^{D_1(x)} dz + \int_{D_2(x)}^{\frac{h}{2}} dz \right) = \sigma_\tau \left(D_1(x) + \frac{h}{2} \right)_{out} + \sigma_\tau \left(\frac{h}{2} - D_2(x) \right)_{in},$$

$$M^l(x) = \sigma_\tau \left(\int_{-\frac{h}{2}}^{D_1(x)} z dz + \int_{D_2(x)}^{\frac{h}{2}} z dz \right) = \frac{\sigma_\tau}{2} \left(D_1^2(x) - \frac{h^2}{4} \right)_{out} + \frac{\sigma_\tau}{2} \left(\frac{h^2}{4} - D_2^2(x) \right)_{in}, \quad (1)$$

де дужка з індексом *out* (*in*) відповідає поверхневій тріщині, що виходить на зовнішню (внутрішню) поверхню оболонки, а інша – тотожно дорівнює нулеві; за внутрішньої тріщини обидві дужки не дорівнюють нулеві; $D_1(x)$ і $D_2(x)$ задають залежно від виду ненаскрізної тріщини:

a. $D_1(x) = -\frac{h}{2} + d_1$, $D_2(x) = \frac{h}{2} - d_2$ – прямокутна тріщина [2–4, 6, 14];

b. $D_{1,2}(x) = B \mathbf{m} A \sqrt{1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}}}$ – еліптична, симетрична відносно лінії $B = (d_1 - d_2)/2$,

де $A = (h - d_1 - d_2)/2$, $\tau^* = l / (l + l_p)$, l_p – розмір пластичної зони;

c. $D_1(x) = A \frac{x^2}{\tau^{*2}} - \frac{h}{2} + d_1$, $D_2(x) = -A \frac{x^2}{\tau^{*2}} + \frac{h}{2} - d_2$ – параболічна, також симетрична відносно лінії B . Частково результати для параболічної внутрішньої тріщини відображені в праці [5].

Тоді маємо визначені зусилля $T^l(x)$ і момент $M^l(x)$

для прямокутної тріщини – $T^l(x) = \sigma_\tau (d_2)_{out} + \sigma_\tau (d_2)_{in}$

$$M^l(x) = \frac{\sigma_\tau}{2} (d_1^2 - h d_1)_{out} + \frac{\sigma_\tau}{2} (h d_2 - d_2^2)_{in};$$

еліптичної –

$$T^l(x) = \sigma_\tau \left(\frac{h + d_1 - d_2}{2} - A \sqrt{1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}}} \right)_{out} + \sigma_\tau \left(\frac{h - d_1 + d_2}{2} - A \sqrt{1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}}} \right)_{in},$$

$$M^l(x) = \frac{\sigma_\tau}{2} \left(B^2 - 2AB \sqrt{1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}}} + A^2 \left(1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}} \right) - \frac{h^2}{4} \right)_{out} + \frac{\sigma_\tau}{2} \left(\frac{h^2}{4} - B^2 - 2AB \sqrt{1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}}} - A^2 \left(1 - \frac{x^2}{\tau^{*2}} \right) \right)_{in};$$

параболічної – $T^l(x) = \sigma_\tau \left(A \frac{x^2}{\tau^{*2}} + d_1 \right)_{out} + \sigma_\tau \left(A \frac{x^2}{\tau^{*2}} + d_2 \right)_{in}$,

$$M^l(x) = \frac{\sigma_\tau}{2} \left(\left(A \frac{x^2}{\tau^{*2}} + d_1 \right)^2 - h \left(A \frac{x^2}{\tau^{*2}} + d_1 \right) \right)_{out} + \frac{\sigma_\tau}{2} \left(h \left(A \frac{x^2}{\tau^{*2}} + d_2 \right) - \left(A \frac{x^2}{\tau^{*2}} + d_2 \right)^2 \right)_{in}.$$

Задачу надалі розв'язуємо на основі двовимірної теорії оболонок для пружної оболонки з наскрізною тріщиною невідомої довжини. Замість тріщини довжиною $2l$ вводимо нову фіктивну наскрізну тріщину завдовжки $2l_1$, де $l_1 = l + l_p$. Тоді на берегах тріщини виконуються граничні умови

$$T_2(x) = \begin{cases} T^l(x) - T_2^*, & |x| \leq \tau^* \\ T - T_2^*, & \tau^* \leq |x| \leq 1 \end{cases}, M_2(x) = \begin{cases} M^l(x) - M_2^*, & |x| \leq \tau^* \\ M - M_2^*, & \tau^* \leq |x| \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

де T_2^* – розтягальне зусилля, а M_2^* – згинний момент.

Для ортотропної оболонки довільної кривини з наскрізною тріщиною довжини $2l_1$ отримана система сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) [11]

$$\int_{-1}^1 \sum_{j=1,3} K_{ij}(s-x)\psi_j(s)ds = \pi\Phi_i(x), \quad i = 2, 4, \quad (3)$$

де $\Phi_2(x) = T_2(x)$, $\Phi_4(x) = c^2 R_2 M_2(x)$. Вигляд ядер $K_{ij}(s-x)$ та невідомих функцій $\psi_j(s)$ наведено раніше [11]. Задовольняючи граничні умови (2), отримаємо, що праві частини системи (3) мають розриви першого роду. Тому подамо невідомі функції у вигляді

$$\psi_j(s) = g_j(s) + h_j(s), \quad j = 2, 4, \quad (4)$$

де функції h_j – аналітичний розв’язок рівняння

$$\int_{-1}^1 \frac{h_j(s)}{s-x} dt = \pi f_j(x), \quad (5)$$

де $f_j(x) = b_j \begin{cases} F_j^l(x) - a_j, & |x| < \tau^* \\ F_j - a_j, & \tau^* < |x| < 1 \end{cases}$, $b_2 = 1$, $b_4 = c^2 R_2$, $F_2 = T$, $F_2^l(x) = T^l(x)$, $F_2 = M$, $F_4^l(x) = M^l(x)$.

Сталі a_j визначено [1] з умови існування розв’язку рівняння (5) [5]:

$$a_j = F_j a^{(1)} + \frac{1}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^l(x) dx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (6)$$

Розв’язок рівняння (5), коли функції $h_j(s)$ обмежені на кінцях проміжку ку інтегрування, відомий [1]:

$$h_j(s) = -\frac{\sqrt{1-s^2}}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f_j(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)}.$$

Аналітичні функції $h_j(s)$ мають вигляд [5]

$$h_j(s) = b_j \frac{F_j}{\pi} h^{(1)}(s) - b_j \frac{\sqrt{1-s^2}}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{F_j^l(x) dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)}, \quad (7)$$

де $h^{(1)}(s) = \ln \left| \frac{(\tau^* - s)(1 + s\tau^* + \sqrt{(1-s^2)(1-\tau^{*2}})}{(\tau^* + s)(1 - s\tau^* + \sqrt{(1-s^2)(1-\tau^{*2}})} \right|$.

Підставимо невідомі функції в систему СІР (4), враховуючи вигляд a_j (6) та $h_j(s)$ (7):

$$\int_{-1}^1 \sum_{j=1,3} K_{1j}(x-s)g_j(s)ds + t \left(\int_{-1}^1 K_{11}^r(x-s)h^{(1)}(s)ds + \pi a^{(1)} \right) + m \int_{-1}^1 K_{13}(x-s)h^{(1)}(s)ds = P_1(x),$$

$$\int_{-1}^1 \sum_{j=1,3} K_{3j}(x-s)g_j(s)ds + t \int_{-1}^1 K_{31}(x-s)h^{(1)}(s)ds + m \left(\int_{-1}^1 K_{33}(x-s)h^{(1)}(s)ds + \pi a^{(1)} \right) = P_3(x), \quad (8)$$

де $t = T / T_2^*$, $m = b_4 M / T_2^*$, $t'(x) = T'(x) / T_2^*$, $m'(x) = b_4 M'(x) / T_2^*$,

$$P_1(x) = \pi - \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{t'(x)dx}{\sqrt{1-x^2}} + \int_{-1}^1 K_{11}^r(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{t'(x)dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds + \int_{-1}^1 K_{13}(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{m'(x)dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds,$$

$$P_3(x) = \int_{-1}^1 K_{31}(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{t'(x)dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds - \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{m'(x)dx}{\sqrt{1-x^2}} + \int_{-1}^1 K_{33}^r(x-s)\sqrt{1-s^2} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{m'(x)dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} \right) ds. \quad (9)$$

Система (8), (9), яка відповідає задачі про напружений стан ортотропної оболонки з ненаскрізною тріщиною під дією розтягального зусилля ($T_2^* = \text{const}$, $M_2^* = 0$), є системою СІР типу Коши, яку розв'язують методом механічних квадратур для функцій, обмежених на кінцях проміжку інтегрування.

Числове розв'язання системи СІР. Інтегралі, що виникли в правих частинах (9) системи (8), мають аналітичне подання тільки за прямокутної тріщини, коли $T'(x)$ і $M'(x)$ – сталі [2–4, 6, 15], та за параболічної, коли деякі інтегралі беруть у квадратурах [5]. Наприклад,

$$\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{(1-x^2/\tau^{*2})dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-\tau^{*2}}}{\tau^*} + \left(2 - \frac{1}{\tau^{*2}}\right) \arcsin(\tau^*),$$

$$\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{(1-x^2/\tau^{*2})dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} = \pi \left(1 - \frac{s^2}{\tau^{*2}}\right) \frac{h^{(1)}(s)}{\sqrt{1-s^2}} - \frac{2s}{\tau^{*2}} \arcsin(\tau^*),$$

або можливе застосування одного з методів для числового розв'язання регулярних інтегралів $\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{(1-x^2/\tau^{*2})^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$, або таких, що виникають після позбавлення сингулярності:

$$\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{(1-x^2/\tau^{*2})^2 dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} = \pi \left(\frac{\tau^{*2}-s^2}{\tau^{*4}} \right) \frac{h^{(1)}(s)}{\sqrt{1-s^2}} + 2s \left(\frac{s^2-2\tau^{*2}}{\tau^{*4}} \right) \arcsin(\tau^*) + \frac{1}{\tau^{*4}} \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{x^2(x+s)dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Для еліптичної тріщини маємо інтегралі

$$\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{\sqrt{1-x^2/\tau^{*2}} dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{та} \quad \int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{\sqrt{1-x^2/\tau^{*2}} dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)}. \quad (10)$$

Коли $|s| > \tau^*$, інтеграли (10) регулярні, та їхні значення знаходять будь-яким числовим методом [9]. А коли $|s| < \tau^*$,

$$\int_{-\tau^*}^{\tau^*} \frac{\sqrt{1-x^2/\tau^{*2}} dx}{\sqrt{1-x^2}(x-s)} = \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-y^2} dy}{\sqrt{1-\tau^{*2}x^2}(y-s/\tau^*)} \quad (11)$$

– сингулярний, та для знаходження його числового значення використовують формули, отримані в праці [8]:

$$\int_{-1}^1 \frac{\varphi(y)\sqrt{1-y^2} dy}{y-q} = I_2(q), \quad -1 \leq q \leq 1, \quad (12)$$

де $I_2(q) \approx \frac{\pi}{n+1} \sum_{k=1}^n \frac{(1-y_k^2)}{y_k-q} \varphi(y_k) - \pi \frac{T_{n+1}(q)}{U_n(q)} \varphi(q)$, $\varphi(q)$ – задовольняє умову Ліпшиця, $T_n(q) = \cos(n \arccos q)$ – многочлен Чебишова першого роду, $U_m(q) = \sin((m+1) \arccos q) / \sqrt{1-q^2}$ – многочлен Чебишова другого роду, y_k – нулі функції $U_n(y)$, $y_k = \cos(k\pi / (n+1))$, $k = \overline{1, n}$.

Доведемо виконання умови Ліпшиця для $\varphi(y) = 1/\sqrt{1-(\tau^*)^2 y^2}$ в (11):

$$\begin{aligned} |\varphi(y_1) - \varphi(y_2)| &= \left| \frac{1}{\sqrt{1-(\tau^*)^2 y_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-(\tau^*)^2 y_2^2}} \right| = \left| \frac{\sqrt{1-(\tau^*)^2 y_2^2} - \sqrt{1-(\tau^*)^2 y_1^2}}{\sqrt{1-(\tau^*)^2 y_1^2} \sqrt{1-(\tau^*)^2 y_2^2}} \right| = \\ &= \left| \frac{1-(\tau^*)^2 y_2^2 - 1+(\tau^*)^2 y_1^2}{\sqrt{1-(\tau^*)^2 y_1^2} \sqrt{1-(\tau^*)^2 y_2^2} (\sqrt{1-(\tau^*)^2 y_1^2} + \sqrt{1-(\tau^*)^2 y_2^2})} \right| \leq \frac{\tau^{*2} |y_1 - y_2|}{(1-(\tau^*)^2) \sqrt{1-(\tau^*)^2}}. \end{aligned}$$

Числові результати. Розглядали три види тріщин в оболонці: прямокутну, еліптичну та параболічну (рис. 2). Всі тріщини симетричні відносно лінії $B = (d_1 - d_2) / 2$.

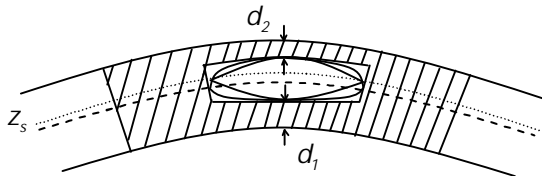


Рис. 2.

Порівняли дві характеристики напруженого стану оболонки: розмір пластичної зони $1 - \tau^*$ та розкриття тріщини δ^* . Формула для обчислення δ^* має вигляд

$$\delta^*(x, \gamma) = \frac{4h\chi^2}{l} \frac{\sigma_2^*}{\sigma_\tau^*} \left(\sqrt{\frac{a}{1-\mu}} \int_{-1}^x \psi_1(t) dt + \frac{\gamma}{h} \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{(1-\nu)(3+\nu-2\mu)} \int_{-1}^x \psi_3(t) dt \right), \quad (13)$$

де $\gamma \in [D_1(x); D_2(x)]$, $\sigma_2^* = T_2^*/h$, $\chi^2 = \sqrt{E_1/E_2}$, $\nu = \sqrt{\nu_1\nu_2}$, $\mu = 1-2(1+\nu)G_{12}/E$, E_1, E_2 – модулі Юнга, ν_1, ν_2 – коефіцієнти Пуассона, G_{12} – модуль зсуву для площин, паралельних серединній поверхні оболонки.

На рис. 3 і 4 побудовано залежність $1 - \tau^*$ та δ^* для еліптичної тріщини від параметра кривини $\lambda = R_2 / R_1$ (R_1, R_2 – радіуси головних кривин серединної поверхні). Криві 1–3 відповідають різній глибині тріщини: $d_1 / h = 0,05; 0,1; 0,15$ ($d_2 / h = 0,15$). Суцільна лінія – результати для оболонки, виготовленої з матеріалу III, штрихова – з матеріалу II, де

I – ізотропний матеріал ($\nu = 0,3$);

II – $E_1 = 6,25 \cdot 10^6$ Па, $E_2 = 2,12 \cdot 10^6$ Па, $G_{12} = 0,9 \cdot 10^6$ Па, $\nu = 0,25$;

III – $E_1 = 14,9 \cdot 10^6$ Па, $E_2 = 0,6 \cdot 10^6$ Па, $G_{12} = 0,4 \cdot 10^6$ Па, $\nu = 0,31$.

На рис. 3–6 відносно розкриття тріщини розраховане за формулою (11), в якій $\chi = \tau^*$, $\gamma = (d_1 - d_2) / 2$.

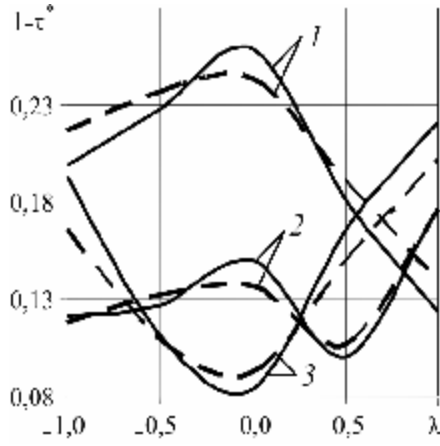


Рис. 3.

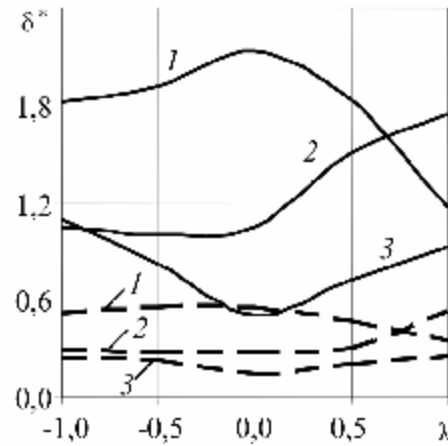


Рис. 4.

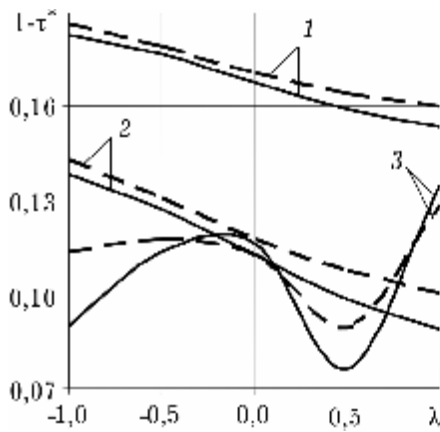


Рис. 5.

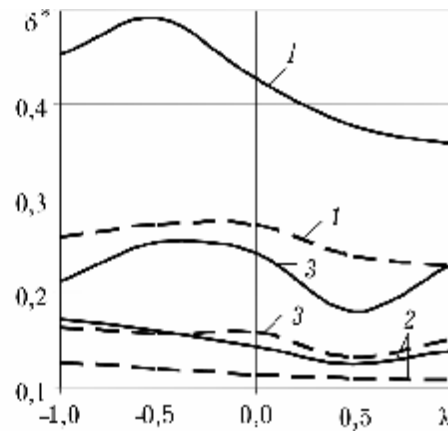


Рис. 6.

На рис. 5 і 6 зображено залежність $1 - \tau^*$ та δ^* для різних тріщин від параметра кривини λ . Суцільна лінія відповідає матеріалу II, а штрихова – ізотропному. Криві 1–3 – відповідно, прямокутна ($d_1/h = 0,192$, $d_2/h = 0,242$), параболічна ($d_1/h = 0,05$, $d_2/h = 0,1$) та еліптична ($d_1/h = 0,114$, $d_2/h = 0,164$) тріщини. За таких значень параметрів d_1/h , d_2/h всі тріщини займають рівну площу у повздовжньому пере-

$$\text{різі: } S_{\text{crack}} = \int_{-\tau^*}^{\tau^*} (D_2(x) - D_1(x)) dx \approx 1,133.$$

На рис. 7 порівняно розкриття δ^* по фронту різних тріщин у псевдосферичній оболонці, виготовленій з матеріалу II.

Криві 1–3 відповідають параметру $\gamma = D_1(x), \frac{d_1 - d_2}{2}, D_2(x)$ в (13).

Суцільна лінія – еліптична тріщина ($d_1/h = 0,114$, $d_2/h = 0,164$), штрихова – прямокутна ($d_1/h = 0,192$, $d_2/h = 0,242$), пунктирна – параболічна ($d_1/h = 0,05$, $d_2/h = 0,1$).

Для всіх наведених вище рисунків вважали, що $h/R_2 = 0,02$, $\sigma_2^*/\sigma_\tau = 0,6$, $l/R_2 = 0,05$.

Висновки. Числові дослідження для еліптичної тріщини виявили, що кривина оболонки та розміщення тріщини відносно її товщини суттєво впливають на розмір пластичної зони $1-\tau^*$ та розкриття δ^* . Якщо тріщина розміщена близько до верхньої (нижньої) поверхні оболонки (майже поверхнева), то найбільшого значення $1-\tau^*$ та δ^* досягають у циліндричних оболонках, а найменшого – в сферичних. І, навпаки, якщо тріщина симетрична відносно середньої поверхні оболонки, то найбільше значення $1-\tau^*$ та δ^* – в оболонках з $\lambda = \pm 1$, а найменше – у циліндричних.

За однакових навантаження, геометричних і механічних параметрів оболонки та рівності параметрів d_1/h і d_2/h розмір пластичної зони $1-\tau^*$ прямокутної тріщини більший у 2–3 рази, ніж параболічної та еліптичної, розкриття у вершині більше в 20–30 разів проти параболічної, та в 2–4 рази – порівняно з еліптичною.

Якщо тріщини займають однакову площу у перерізі оболонки (рис. 5–7), то $1-\tau^*$ для прямокутної тріщини більше в 1,2–2 рази порівняно з параболічною та еліптичною. Розкриття δ^* у вершині прямокутної тріщини за таких умов більше в 3–4 рази проти параболічної, та в 2–2,5 – проти еліптичної.

Характер поведінки δ^* по фронту різних тріщин, які займають однакову площу у перерізі оболонки, такий: у вершині δ^* для еліптичної та параболічної тріщин менше у 3–4 рази порівняно з прямокутною. В інших точках фронту тріщин ситуація прямо протилежна. Відносне розкриття $\delta^*(0, \frac{h}{2} - d_2)$ еліптичної тріщини в 10–20 разів менше, ніж прямокутної та параболічної. Проте $\delta^*(0, -\frac{h}{2} - d_1)$ еліптичної тріщини більше 1,5–3 рази порівняно з прямокутною та параболічною.

Тому застосування вище описаної методики, яка дає можливість врахувати форму ненаскрізної тріщини в оболонці, цілком виправдане.

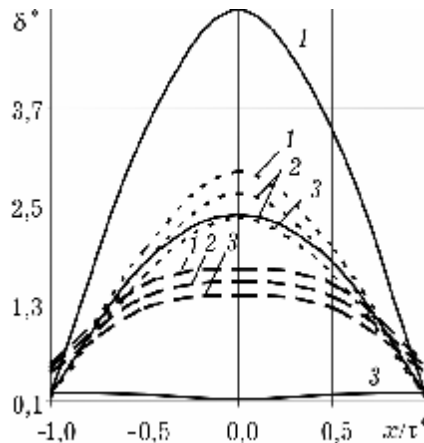


Рис. 7.

1. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. – М.: Наука, 1977. – 639 с.
2. Довбня К. М., Гордієнко М. М. Напружено-деформований стан пружно-пластичної ортотропної оболонки довільної кривини з внутрішньою тріщиною // Тр. ИПММ. – 2008. – 17. – С. 36–41.
3. Довбня К. М., Дмитрієва І. В. Вплив зміцнення матеріалу на напружений стан пружно-пластичної оболонки з внутрішньою тріщиною // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – 54, № 2. – С. 123–128.
4. Довбня К. М., Корохіна О. А. Залежність розміру пластичних зон, що передують внутрішній тріщині у пружно-пластичній оболонці, від глибини тріщини

- та кривини оболонки // Проблеми обчислюваної механіки і міцності конструкцій. – 2005. – № 7 – С. 14–20.
5. Довбня К. М., Яртемик В. В., Гордієнко М. М. Пружно-пластична ортотропна оболонка з внутрішньою тріщиною довільної конфігурації // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – 55, № 1. – С. 7–14.
 6. Кир'ян В. І., Осадчук В. А., Николішин М. М. Механіка руйнування зварних з'єднань металоконструкцій. – Львів: СПОЛОМ, 2007. – 320 с.
 7. Композиционные материалы. / Под ред. Л. Браутман, Р. Крок. Т.2.: Механика композиционных материалов // Под ред. Дж. Сендечки. – М.: Мир, 1978. – 564 с.
 8. Корнейчук А. А. Квадратурные формулы для сингулярных интегралов // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. – М.: Наука, 1964. – С. 64–74.
 9. Михлин С. Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. – М.: Физматгиз, 1959. – 232 с.
 10. Шевченко В. П., Довбня Е. Н., Яртемик В. В. Оболочка произвольной кривизны с системой трещин различного типа и геометрии // Прикл. механика. – 2011. – 47, №4. – С. 89–98.
 11. Шевченко В. П., Довбня К. М. Метод граничних інтегральних рівнянь у задачах статички пологих ортотропних оболонок із розрізами й отворами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – 46, № 1. – С. 47–59.
 12. Doo Ho Cho, Seung Wan Woo, Yoon-Suk Chang et al. Enhancement of J estimation for typical nuclear pipes with a circumferential surface crack under tensile load // J. of Mech. Scien. and Tech. – 2010. – 24, № 3. – P. 681–686.
 13. Erdogan F. E. Plastic strip model for thin shell // Prospects Fract. Mech. – Leyden, 1974. – P. 609–612.
 14. Folias E. S. On the theory of fracture of curved sheets // Eng. Fract. Mech. – 1970. – 2, № 2. – P. 151–164.
 15. Nikolishin M. M., Shvabyuk V. I., Feshchuk Yu. P. Limit equilibrium of a transversely isotropic spherical shell with two surface cracks // Int. Appl. Mech. – 2009. – 45, № 4. – P. 437–442.
 16. Skallerud B., Holthe K., Haugen B. Thin shell and surface crack finite elements for simulation of combined failure modes // Computer Methods in Appl. Mech. and Engin. – 2005. – 194. – P. 2619–2640.
 17. Wallbrink C. D., Peng D., Jones R. Assessment of partly circumferential cracks in pipes // Int. J. of Fract. – 2005. – 133, № 2. – P. 167–181.
 18. Zubyk I. L., Chekurin V. F. Mathematical simulation of the strength of a pipe with three-dimensional defect // Mat. Scien. – 1998. – 34, № 1. – P. 68–74.

ВЛИЯНИЕ КОНТУРА ГЛУБИНЫ НЕСКВОЗНОЙ ТРЕЩИНЫ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ОРТОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКИ

Методику дослідження ортотропних оболонок произвольной кривизны с трещиной идеальной (прямоугольной) формы распространено на случай оболочек с несквозной (n поверхностной или внутренней) трещиной произвольной формы. Построен алгоритм аналитико-числового решения системы сингулярных интегральных уравнений, к которой сведена поставленная задача. Проведен сравнительный анализ характеристик напряженного состояния ортотропной оболочки с трещинами различной формы (прямоугольная, параболическая и эллиптическая).

THE INFLUENCE OF THE DEPTH FIGURATION OF NON-THROUGH CRACK ON THE STRESS STATE OF ELASTIC-PLASTIC ORTHOTROPIC SHELL

Research methods orthotropic shells of arbitrary curvature with crack ideal (rectangular) form extended to the case of shells with non-through (surface or internal) crack of arbitrary shape. An algorithm of analytical-numerical solutions of the system of singular integral equations (SIR), which reduces the put problem, is constructed. A comparative analysis between the characteristics of the stress state of orthotropic shell with a cracks of different shapes (rectangular, parabolic and elliptical) is conducted.