УДК 593.3

В. Ю. Артемюк[1], Б. М. Калиняк[2]

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ, ЩО ЗАБЕЗПЕЧУЄ НУЛЬОВІ РАДІАЛЬНІ НАПРУЖЕННЯ У НЕОДНОРІДНІЙ ПОРОЖНИСТІЙ КУЛІ

Отримано аналітичний вираз стаціонарного розподілу температури вздовж радіуса неоднорідної порожнистої кулі, який забезпечує в ній нульові радіальні напруження. Для цього відповідну задачу термопружності зведено до розв'язування інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно радіальних напружень та визначення розв'язку задачі теплопровідності на множині функцій, яка забезпечує відсутність радіальних напружень.

Розрахунок напружень у тілах простої форми, виготовлених з функціонально градієнтних матеріалів (ФГМ), важливий для оцінки термонапруженого стану конструкцій. Такі задачі, як правило, зводять до крайових задач зі змінними коефіцієнтами, розв'язування яких є складним, а тому вимагає розробки та застосування ефективних методів. Розв'язування задач термопружності в неоднорідній або термочутливій кулі висвітлено у працях [5, 6, 7, 9, 10].

Порівняно з композитними матеріалами, армованими волокнами, перевага ФГМ полягає у відсутності напружень на межі двох різних матеріалів. Ця їх властивість не призводить до структурних пошкоджень під час використання конструкцій у широкому діапазоні температур [9].

Під час проектування та побудови елементів механічних конструкцій важливо знати, коли напруження в них будуть відсутні або близькі до нуля. Задачу знаходження умов відсутності температурних напружень в однорідних оболонках розв'язав Я. С. Підстригач «...з'ясуванням умов відсутності температурних зусиль і моментів» [3]. Тому не менш важливо, проектуючи елементи конструкцій, які працюють у широкому діапазоні температур, оптимізувати неоднорідності ФГМ для компенсації термонапружень або створення температурних полів, які б призводили до заданого розподілу напружень у конструкціях. Остання задача є оберненою задачею термопружності. Задачі ідентифікації термопружних полів за неповної інформації про теплове навантаження та задачі оптимального нагрівання тіл за обмежень на температуру чи напруження (обернені задачі термопружності) розглянуті у працях [2, 11].

Мета цього дослідження − визначити стаціонарне температурне поле, яке забезпечує нульові радіальні напруження у неоднорідній порожнистій кулі. Для цього класичну задачу термопружності у напруженнях зведено до розв'язування інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно радіальних напружень та стаціонарної задачі теплопровідності. Отримане інтегральне рівняння використано як для розв'язування прямої, так і оберненої задач термопружності. Для розв'язання обернених задач термопружності задача теплопровідності може бути і некласичною. Ця праця продовжує ідеї, викладені раніше [1, 3].

Формулювання задачі. Розглянемо радіально-неоднорідну порожнисту кулю з радіусами R_2 зовнішньої та R_1 внутрішньої поверхонь. Вважаємо, що модуль пружності E, коефіцієнт Пуассона ν, коефіцієнт теплового лінійного розширення α, коефіцієнт теплопровідності λ, інтенсивність об'ємних теплових джерел q_v є неперервними функціями від радіальної без-

ISSN 1810-3022. Прикл. проблеми мех. і мат. – 2014. – Вип. 12. – С. 104–111.

розмірної координати $\rho = r / R_2$. На внутрішній $\rho_1 = R_1 / R_2$ та зовнішній $\rho_2 = R_2 / R_2 = 1$ поверхнях кулі задані сталі навантаження p_1, p_2.

Відповідну задачу термопружності, сформульована у напруженнях, описують

- рівняння рівноваги

$$\rho \frac{d\sigma_{rr}(\rho)}{d\rho} + 2\left(\sigma_{rr}(\rho) - \sigma_{\varphi\varphi}(\rho)\right) + \rho F_r(\rho) = 0,$$

виражене через радіальні напруження σ_{rr} та сумарні $\sigma = \frac{1}{2}\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}$ напруження ($\sigma_{\varphi\varphi}$ – колові напруження)

$$\frac{d}{d\rho}\left(\rho^3 \sigma_{rr}(\rho)\right) = \rho^2 \left(2\sigma(\rho) - \rho F_r(\rho)\right), \tag{1}$$

- зв'язки між тензорами деформацій та напружень

$$\begin{aligned} e_{rr}(\rho) &= \frac{1}{E(\rho)}\left((1+\nu(\rho))\sigma_{rr}(\rho) - 2\nu(\rho)\sigma(\rho)\right) + \Phi(T(\rho)), \\ e_{\varphi\varphi}(\rho) &= \frac{1}{E(\rho)}\left((1-\nu(\rho))\sigma(\rho) - \frac{1}{2}(1+\nu(\rho))\sigma_{rr}(\rho)\right) + \Phi(T(\rho)), \end{aligned} \tag{2}$$

- рівняння сумісності

$$\rho \frac{de_{\varphi\varphi}(\rho)}{d\rho} = e_{rr}(\rho) - e_{\varphi\varphi}(\rho),$$

яке з використанням виразів (2) матиме у напруженнях вигляд

$$\frac{d}{d\rho}\left(\frac{1-\nu(\rho)}{E(\rho)}\sigma + \Phi(T(\rho))\right) = \frac{\sigma_{rr}}{2}\frac{d}{d\rho}\left(\frac{1+\nu(\rho)}{E(\rho)}\right) - \frac{1}{2}\frac{1+\nu(\rho)}{E(\rho)}F_r(\rho), \tag{3}$$

- крайові умови для радіальних напружень

$$\sigma_{rr}(\rho_1) = -p_1, \qquad \sigma_{rr}(1) = -p_2, \tag{4}$$

- рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{\rho^2}\frac{d}{d\rho}\left(\rho^2 \lambda(\rho)\frac{dT(\rho)}{d\rho}\right) + q_v(\rho) = 0 \tag{5}$$

з класичними умовами на межах (задані температури або теплові потоки або умови конвективного теплообміну на поверхнях). У подальшому, для ілюстрації запропонованого підходу до розв'язування поставленої задачі, вважатимемо, що температурне поле задовольняє умови на межах першого роду:

$$T(\rho_1) = T_1, \ T(1) = T_2. \tag{6}$$

У рівняннях та рівностях (1)–(6) введено позначення: $F_r(\rho)$ – густина масових сил, $e_{rr}(\rho)$, $e_{\varphi\varphi}(\rho)$ – радіальна й колова компоненти тензора деформацій, $\Phi(T(\rho)) = \alpha(\rho)\left[T(\rho) - T_0\right]$, $T(\rho)$ – розподіл температури, отриманий як розв'язок рівняння теплопровідності (5) з класичними крайовими умовами або з експерименту, $T_0 = \text{const}$ – відлікова температура, за якої відсутні деформації та напруження, $q_v(\rho)$ – інтенсивність теплових джерел, T_1, T_2 – сталі значення температури.

Потрібно визначити розподіл температури $T(\rho)$, який призводить до нульових радіальних напружень за довільних відомих залежностей фізико-механічних характеристик матеріалу від температури. Розглянемо спочатку пряму задачу термопружності, де розв'язування відповідної задачі термопружності (1)–(4) з відомим температурним полем, визначеним із задачі теплопровідності (5), (6), зведемо до розв'язування інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно радіальних напружень. Вибір саме радіальних напружень як базових, зокрема, обумовлений тим, що за рівності нулю радіальних напружень та масових сил, відсутні також і колові напруження, як це видно з рівняння рівноваги (1).

Зведення задачі термопружності до інтегрального рівняння Фредгольма другого роду. Після інтегрування рівняння рівноваги (1) отримаємо зв'язок між радіальними та сумарними напруженнями:

$$\rho^3\sigma_{rr}(\rho) - \rho_1^3\sigma_{rr}(\rho_1) = \int_{\rho_1}^{\rho} \eta^2 \left(2\sigma(\eta) - \eta F_r(\eta)\right) d\eta . \qquad (7)$$

При $\rho = 1$ з виразу (7) дістанемо інтегральну умову, яку повинні задовольняти сумарні напруження

$$\int_{\rho_1}^{1} \eta^2 \left(2\sigma(\eta) - \eta F_r(\eta)\right) d\eta = \rho_1^3 p_1 - p_2 . \qquad (8)$$

У результаті інтегрування рівняння суцільності (4) одержимо залежність між сумарними і радіальними напруженнями:

$$\sigma(\rho) - \frac{1}{2}\frac{E(\rho)}{1-\nu(\rho)} \int_{\rho_1}^{\rho} \sigma_{rr}(\eta)\varphi'(\eta)\,d\eta = \frac{E(\rho)}{1-\nu(\rho)}\left[B - \frac{1}{2}\int_{\rho_1}^{\rho} F_r(\eta)\varphi(\eta)\,d\eta - \Phi(T(\rho))\right], \qquad (9)$$

де $\varphi(\rho) = \dfrac{1+\nu(\rho)}{E(\rho)}$, $\varphi'(\rho) = \dfrac{d}{d\rho}\left(\dfrac{1+\nu(\rho)}{E(\rho)}\right)$, B – константа, яку визначають з інтегральної умови (8).

З виразу (8) та рівняння рівноваги (1) маємо:

$$\frac{1}{2\rho^2}\frac{d}{d\rho}(\rho^3\sigma_{rr}(\rho)) + \frac{\rho F_r(\rho)}{2} = \frac{1}{2}\frac{E(\rho)}{1-\nu(\rho)}\int_{\rho_1}^{\rho} \sigma_{rr}(\eta)\varphi'(\eta)d\eta +$$

$$+\frac{E(\rho)}{1-\nu(\rho)}B - F(\rho) - \frac{E(\rho)}{1-\nu(\rho)}\Phi(T(\rho)), \qquad (10)$$

де $F(\rho) = \dfrac{1}{2}\dfrac{E(\rho)}{1-\nu(\rho)}\displaystyle\int_{\rho_1}^{\rho} F_r(\eta)\varphi(\eta)d\eta$.

У результаті інтегрування інтегро-диференціального рівняння (10) відносно радіальних напружень $\sigma_{rr}(\rho)$ у межах від ρ_1 до ρ по радіальній змінній та перетворення повторних інтегралів з використанням формули інтегрування частинами отримаємо інтегральне рівняння відносно радіальних напружень:

$$\sigma_{rr}(\rho) - \frac{1}{\rho^3}\int_{\rho_1}^{\rho}\left[V(\rho) - V(\eta)\right]\varphi'(\eta)\sigma_{rr}(\eta)d\eta = 2B\frac{V(\rho)}{\rho^3} + H(\rho) + Q(\rho) - \frac{\rho_1^3}{\rho^3}p_1, \quad (11)$$

де

$$V(\rho) = \int_{\rho_1}^{\rho}\eta^2\frac{E(\eta)}{1-\nu(\eta)}d\eta, \qquad H(\rho) = -\frac{1}{\rho^3}\int_{\rho_1}^{\rho}\left(2\eta^2 F(\eta) + \eta^3 F_r(\eta)\right)d\eta,$$

$$Q(\rho) = -\frac{2}{\rho^3}\int_{\rho_1}^{\rho}\eta^2\frac{E(\eta)}{1-\nu(\eta)}\Phi(T(\eta))\,d\eta. \qquad (12)$$

Підставляючи у вираз (11) значення $\rho = 1$ та беручи до уваги умови на межах (4), визначаємо сталу $2B$:

$$2B = -\frac{1}{2}\int_{\rho_1}^{1}\left[1-\frac{V(\eta)}{V(1)}\right]\varphi'(\eta)\,\sigma_{rr}(\eta)d\eta - \frac{\mathrm{H}(1)}{V(1)} - \frac{Q(1)}{V(1)} + \frac{\rho_1^3 p_1}{V(1)} - \frac{p_2}{V(1)}. \quad (13)$$

Отже, інтегральне рівняння для визначення радіальних напружень має вигляд

$$\sigma_{rr}(\rho) + \int_{\rho_1}^{1} K(\rho,\eta)\sigma_{rr}(\eta)d\eta = \Psi(\rho), \quad (14)$$

де

$$\Psi(\rho) = \mathrm{H}(\rho) - \frac{H(1)}{\rho^3}\frac{V(\rho)}{V(1)} + Q(\rho) - \frac{Q(1)}{\rho^3}\frac{V(\rho)}{V(1)} + $$

$$+ \frac{\rho_1^3 p_1}{\rho^3}\left[\frac{V(\rho)}{V(1)} - 1\right] - \frac{p_2}{\rho^3}\frac{V(\rho)}{V(1)}, \quad (15)$$

$$K(\rho,\eta) = \begin{cases} V(\eta)\left[1-\dfrac{V(\rho)}{V(1)}\right]\dfrac{\varphi'(\eta)}{2\rho^3}, & \eta \le \rho; \\ V(\rho)\left[1-\dfrac{V(\eta)}{V(1)}\right]\dfrac{\varphi'(\eta)}{2\rho^3}, & \eta \ge \rho. \end{cases} \quad (16)$$

Інтегральне рівняння (14) є рівнянням Фредгольма другого роду, з розв'яку якого можна визначити радіальні напруження з урахуванням механічних умов (4) на межах та заданого температурного поля. Ядро (16) інтегрального рівняння є неперервним і залежить лише від фізичних характеристик матеріалу та їх похідних по радіальній змінній. Права частина (15) інтегрального рівняння (14) містить доданки $H(\rho)$, $Q(\rho)$, які враховують вплив масових сил і температурного поля на радіальні напруження.

Сумарні напруження можна визначити за формулами (9), (13), колові – за формулою $\sigma_{\varphi\varphi}(\rho) = \sigma(\rho) - \frac{1}{2}\sigma_{rr}(\rho)$, а деформації – за формулами (2), радіальні переміщеня $u_r(\rho)$ – з виразу $e_{\varphi\varphi}(\rho) = u_r(\rho)/\rho$, де $u_r(\rho) = \dfrac{\bar{u}_r(\rho R_2)}{R_2}$ – безрозмірні переміщення, $\bar{u}_r(r) = \bar{u}_r(\rho R_2)$ – переміщення.

Визначення температурного поля, яке забезпечує нульові радіальні напруження. Якщо прийняти, що по всій товщині порожнистої кулі радіальні напруження рівні нулю, то права частина рівняння (14) дорівнюватиме нулю. Отже, на основі того ж інтегрального рівняння (14) розглядаємо обернену задачу, яка полягає у визначенні температурного поля, яке задовольняє: 1) рівняння $\Psi(\rho) = 0$ як умову рівності нулю радіальних напружень, в тому числі на межах ($p_1 = p_2 = 0$); 2) рівняння теплопровідності (5); 3) умови на межі (6).

Рівняння $\Psi(\rho) = 0$ з урахуванням явного вигляду виразів (15) за відсутності масових сил і навантажень на поверхнях запишемо так:

$$\int_{\rho_1}^{\rho} \eta^2 \frac{E(\eta)}{1-\nu(\eta)}\alpha(\eta)T_1(\eta)d\eta - \frac{V(\rho)}{V(1)}\int_{\rho_1}^{1} \eta^2 \frac{E(\eta)}{1-\nu(\eta)}\alpha(\eta)T_1(\eta)d\eta = 0, \quad (17)$$

де $T_1(\rho) = T(\rho) - T_0$, а $\Phi(\rho) = \alpha(\rho)T_1(\rho)$.

Якщо вираз (17) продиференціювати по ρ та спростити, то отримаємо інтегральне рівняння Фредгольма другого роду з виродженим ядром відносно температури:

$$T_1(\rho) - \frac{1}{V(1)} \frac{1}{\alpha(\rho)} \int_{\rho_1}^{1} V'(\eta)\alpha(\eta) T_1(\eta)\, d\eta = 0 . \tag{18}$$

Його ненульовим розв'язком згідно з [4] є аналітичний вираз $T_1(\rho) = \dfrac{\overline{C}}{V(1)} \dfrac{1}{\alpha(\rho)}$ або

$$T(\rho) = \frac{C}{\alpha(\rho)} + T_0 , \tag{19}$$

де $\overline{C}$, а отже, і $C = \dfrac{\overline{C}}{V(1)}$ – довільні сталі через наявність власного значення ядра інтегрального рівняння (18).

Формула (19) виражає множину температурних полів, які призводять до нульових радіальних напружень. Звідси слідує, що функція (19) повинна також задовольняти задачу (5), (6).

Отже, потрібно визначити розв'язок задачі (5), (6) з множини функцій (19), якщо відомі довільні залежності характеристик матеріалу від радіальної координати. Як відомо з теорії диференціальних рівнянь, задача (5), (6) має єдиний розв'язок. Оскільки множина розв'язків (19) задачі (5), (6) відома як розподіл температури, що забезпечує нульові радіальні напруження, то класична задача (5), (6) стає перевизначеною. Справді, з умов (6) і формули (19) маємо:

$$T_1 = \frac{C}{\alpha(\rho_1)} + T_0 , \quad T_2 = \frac{C}{\alpha(1)} + T_0 .$$

Звідси слідує, що тільки одна з крайових умов може бути довільною та служить для визначення сталої C, а також зв'язку між температурами меж поверхонь:

$$\left(T_1 - T_0\right)\alpha\left(\rho_1\right) = \left(T_2 - T_0\right)\alpha(1) .$$

Крім того, щоб температурні поля вигляду (19) задовольняли диференціальне рівняння (5), теплові джерела повинні мати вигляд

$$q_v(\rho) = -\frac{C}{\alpha^2(\rho)} \frac{d\alpha(\rho)}{d\rho} \left\{ \frac{2}{\rho} + \frac{d\lambda(\rho)}{d\rho} - \frac{2\lambda(\rho)}{\alpha(\rho)} \left(\frac{d\alpha(\rho)}{d\rho} \right) \right\} - \frac{C\lambda(\rho)}{\alpha^2(\rho)} \left(\frac{d^2\alpha(\rho)}{d\rho^2} \right) . \tag{20}$$

Вираз (20) отримано підставлянням виразу для температури (19) у рівняння теплопровідності (5).

Приклад. Розглянемо порожнисту кулю, виготовлену з двокомпонентного металокерамічного ФГМ з безрозмірним радіусом внутрішньої поверхні $\rho_1 = 0,5$. Вважатимемо, що при $T_0 = 300$ К напруження відсутні.

Радіальну залежність фізичних характеристик двокомпонентного матеріалу опишемо за моделлю [8]

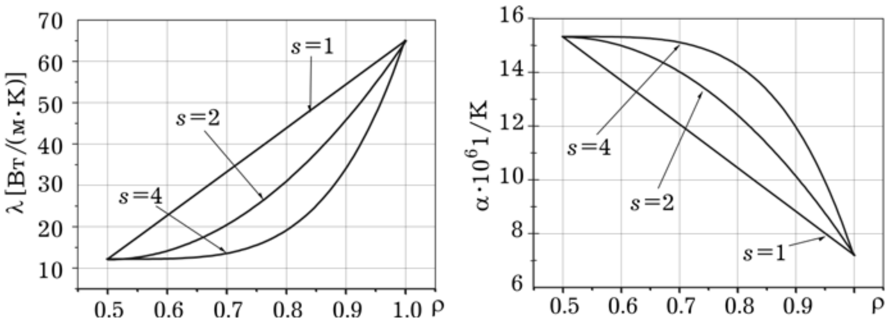
$$P(\rho) = P_1 \cdot V_1(\rho) + P_2 \cdot V_2(\rho) , \tag{21}$$

де P_1, P_2 – характеристики матеріалу, $V_1(\rho)$, $V_2(\rho)$ – об'ємні концентрації його складових, причому $V_2(\rho) = 1 - V_1(\rho)$. Вважаємо, що у кулі закон зміни концентрації складової 1 вздовж радіуса має вигляд $V_1(\rho) = \left(\dfrac{\rho - \rho_1}{1 - \rho_1} \right)^s$, $s = \text{const}$.

Фізико-механічні характеристики складових ФГМ, потрібні для визначення температурного поля, яке забезпечує нульові радіальні напруження, подано в таблиці.

У цьому випадку коефіцієнти теплопровідності λ та лінійного розширення α двокомпонентного матеріалу для різних значень s залежні від радіальної змінної (рис. 1).

Характеристика	Матеріал	
	оксид алюмінію	сталь
α [1 / K]	$7,2033 \cdot 10^{-6}$	$15,321 \cdot 10^{-6}$
λ [Вт/(м ·K)]	64,9894	12,1429



а *б*

Рис. 1. Залежності коефіцієнтів теплопровідності (*а*) та теплового лінійного розширення (*б*) від радіальної координати.

Виберемо температуру на внутрішній поверхні $T_1 = 477,53$ K. Тоді $C = 2.72 \cdot 10^{-3}$, $T_2 = 677.60$ K. Відповідні температурні поля та інтенсивності теплових джерел, обчислені з формул (19) та (20), подані на рис. 2 і 3.

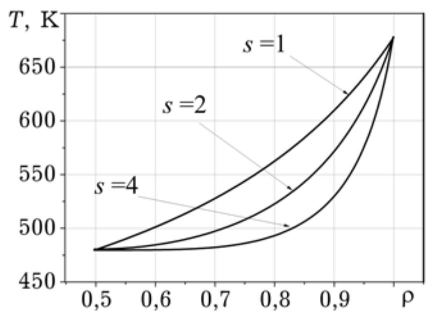


Рис. 2. Розподіли температури вздовж радіальної координати, які забезпечують нульові радіальні напруження.

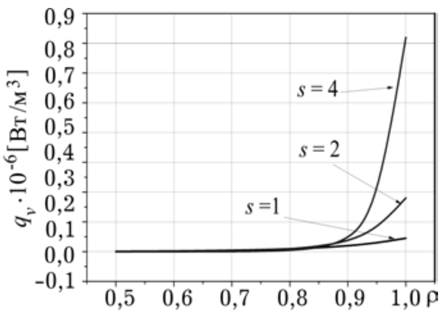


Рис. 3. Розподіл потужності теплових джерел вздовж радіальної координати, який забезпечують розподіли температури.

Висновки. Задача термопружності у напруженнях у радіально-неоднорідній порожнистій кулі за сталих навантажень на її поверхнях зведена до інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно радіального напруження з температурним полем, отриманим із задачі термопружності безпосереднім інтегруванням рівнянь рівноваги і суцільності з використанням крайових умов. Побудоване інтегральне рівняння дає можливість визначити зв'язок між температурним полем і фізико-механічними характеристиками матеріалу, що забезпечують у кулі нульові радіальні напруження. Цей зв'язок встановлює вигляд множини допустимих розв'язків стаціонарної задачі теплопровідності, а також залежності між температурами межових поверхонь кулі.

Якщо на межах кулі задані теплові потоки або умови конвективного теплообміну, то це обумовить інші зв'язки між характеристиками теплових процесів на поверхнях.

З отриманого інтегрального рівняння випливає, що розподілом напружень можна керувати також з допомогою масових сил (наприклад, доцентрової), розподіл яких залежатиме від розподілу густини матеріалу по товщині кулі, а також характеристик матеріалу, коли задане температурне поле.

За відсутності масових сил колові напруження також дорівнюють нулю, що слідує з рівняння рівноваги.

Визначено і проаналізовано температурне поле, яке забезпечує нульові радіальні напруження у порожнистій кулі, виготовленій з двокомпонентного металокерамічного ФГМ за відсутності в кулі масових сил та заданої температури на внутрішній поверхні. Фізико-механічні характеристики матеріалу визначені через об'ємну концентрацію його складових за відомою математичною моделлю. На основі розподілу температури отримано розподіл інтенсивності внутрішніх теплових джерел.

Автори сердечно вдячні Вікторові Шевчуку за плідні дискусії та конструктивні зауваження, які суттєво поліпшили подання отриманих результатів.

1. *Калиняк Б. М., Яцків І. І.* Визначення напружень і переміщень у неоднорідній порожнистій кулі зведенням відповідної задачі термопружності до інтегральних рівнянь // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2009. – Вип. 7. – С. 142–150.
2. *Кушнір Р. М., Ясінський А. В.* Ідентифікація температурних поля і напружень термочутливого циліндра за поверхневими деформаціями // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – **43**, № 6 – С. 55–61.
3. *Підстригач Я. С.* Вибрані праці. – К.: Наук. думка, 1995. – 460 с.
4. *Полянин А. Д., Манжиров А. В.* Справочник по интегральным уравнениям: Точные решения. – М.: Факториал. – 1998. – 432 с.
5. *Попович В. С., Вовк О.М., Гарматій Г. Ю.* Термопружний стан термочутливої кулі за умов складного теплообміну з оточуючим середовищем // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2005. – Вип. 3. – С. 99–106.
6. *Kushnir R., Protsiuk B.* Determination of the Thermal Fields and Stresses in Multilayer Solids by Means of the Constructed Green Functions // Encyclopedia of Thermal Stresses / (Ed.) Hetnarski, Richard B. – 2014. – P. 924–931.
7. *Cengel Y. A.* Heat Transfer. A Practical Approach. – New York: Mc.Graw-Hill Higher Education. – 936 p.
8. *Shen H.-S.* Functionally graded materials: Nonlineal analysis of plates and shells. – CRC Press, 2009. – 280 p.
9. *Tutunci N., Temel B.* A novel approach to stress analysis of pressurized FGM cylinders, disks and spheres // Comp. Struct. – 2009. – **91**. – P. 385–390.
10. *Yahya B., Mahdi G., Hamid T.* Analytical and numerical analysis for the FGM thick sphere under combined pressure and temperature loading // Arch. Appl. Mech. – 2012. – **82**, № 2. – P. 229–242.

11. *Yasinskyy A.* Determination and Optimization of Stress State of Bodies on the Basis of Inverse Thermoelasticity Problems // Encyclopedia of Thermal Stresses / (Ed.)Hetnarski, Richard B. – 2014. – P. 916–924.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО НУЛЕВЫЕ РАДИАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛОМ ШАРЕ

Получено аналитическое выражение для стационарного распределения температуры вдоль радиуса неоднородного полого шара, обеспечивающего в нем нулевые радиальные напряжения. С этой целью соответствующую задачу термоупругости сведено к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода относительно радиальных напряжений и к определению решения задачи теплопроводности из множества известных функций, обеспечивающего отсутствие радиальных напряжений.

DETERMINING THE TEMPERATURE FIELD PROVIDING ZERO RADIAL STRESSES IN THE INHOMOGENEOUS HOLLOW SPHERE

The analytical expression for steady temperature distribution along radial direction providing zero radial stresses in the inhomogeneous hollow sphere has been obtained. Therefore the corresponding thermo-elasticity problem has been reduced to the solving of the Fredholm integral equation of the second type relative to radial stresses and to the determining the solution of the differential heat transfer equation from the known set of functions, obtained through using the condition of the radial stresses absence.

[1] Нац. ун-т «Львівська політехніка», Львів
[2] Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано 03.09.14