https://doi.org/10.15407/apmm2023.21.64-71

УДК 531.8+62-50

М. В. Демидюк ✉[1, 2], П. М. Демидюк[3], М. І. Ширко[3]

ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИКЛІЧНИХ ТРАНСПОРТНИХ ОПЕРАЦІЙ ОДНОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА З АКТИВНИМ ТА ПАСИВНИМ ПРИВОДАМИ

Досліджено задачу оптимізації законів руху й параметрів одноланкового маніпулятора, що виконує циклічну транспортну операцію: переносить вантаж із початкового положення в кінцеве і повертається назад без вантажу. Маніпулятор під дією активного та пасивного (набір пружин) приводів здійснює поступальний рух у горизонтальній площині. За критерій мінімізації взято квадратичний (за керуванням) функціонал. Побудовано наближений розв'язок задачі, який ґрунтується на параметризації закону руху маніпулятора сумою кубічного полінома та скінченного тригонометричного ряду з невідомими коефіцієнтами, що зводить вихідну задачу оптимального керування до задачі нелінійного програмування.

Ключові слова: *маніпулятор, математична модель, оптимальне керування, параметрична оптимізація, нелінійне програмування.*

Вступ. Серед показників ефективності функціонування маніпуляційних систем вагоме місце займають витрати енергії на виконання робочих операцій. Особливо важливим цей показник є для маніпуляторів, що виконують циклічні транспортні операції з переміщення об'єктів, де задають початкове і кінцеве положення об'єкта, а траєкторія його руху переважно вільна. Саме для таких операцій побудова енергоощадливого закону руху об'єкта може стати вирішальним чинником у підвищенні рентабельності всього виробничого процесу. Поряд із цим підходом результативним тут також може бути введення в маніпуляційну систему пружинно-демпферних пристроїв (пасивних приводів), підбором параметрів яких можна додатково зменшити енерговитрати циклічної операції [10, 24]. Тому актуальним є побудова математичних моделей маніпуляційних систем з активними і пасивними в'язко-пружними приводами та розроблення на їх основі ефективних алгоритмів розрахунку параметрів та режимів керування.

Задачі динаміки та оптимізації маніпуляційних систем з активними й пасивними (пружинно-демпферними) приводами досліджували, зокрема, у працях [7–10, 20, 21, 24, 29]. У статтях [7, 8] побудували субоптимальний режим керування для одноланкового маніпулятора, що виконує поворотний рух у вертикальній площині під дією активного керування. Якість керування тут оцінюють квадратичним (за керуванням) функціоналом, який опосередковано виражає енерговитрати на переміщення маніпулятора. У статті [9] вивчили задачу оптимізації законів руху та параметрів пасивних приводів одноланкового маніпулятора, що здійснює поступальний рух у горизонтальній площині. Маніпулятор виконує циклічну транспортну операцію. Енерговитрати, які мінімізують, подано тут у вигляді інтеграла від потужностей активного керування, взятих за абсолютним значенням (недиференційованим за Фреше функціоналом). Аналогічний критерій руху використали в праці [10] під час розрахунку енергоощадливих керувань для дволанкового маніпулятора, що виконує циклічну операцію у вертикальній площині. Низку задач оптимізації параметрів пасивних приводів для широкого класу керованих механічних систем дослідили в працях [20, 21]. У статті [24] для чотириланкового замкнутого маніпулятора побудували наближений розв'язок задачі пошуку таких керувань активних приводів та параметрів пасивних

✉ m_demydyuk@ukr.net

приводів, які забезпечують виконання циклічної операції з мінімальним значенням квадратичного (за керуваннями) функціонала. Чотириланковий маніпулятор також розглянули в праці [29], де побудували наближений розв'язок задачі оптимізації керувань і параметрів пасивних приводів за умови мінімізації енерговитрат.

У запропонованій статті продовжено дослідження, розпочаті раніше [9]. Тут розв'язуємо задачу сукупної оптимізації законів руху й параметрів одноланкового маніпулятора, який виконує поступальний рух у горизонтальній площині. Рухається маніпулятор унаслідок взаємодії активного й пасивного (набір пружин) приводів і виконує циклічну транспортну операцію: переносить вантаж із початкового положення в кінцеве й повертається назад без вантажу в початкове положення. Граничні положення вантажу та часові параметри операції є заданими. Для оцінювання оптимальності динамічного процесу використали квадратичний (за керуванням) функціонал. Наближений розв'язок задачі побудували методом параметричної оптимізації, використовуючи кубічні поліноми та тригонометричні ряди (з невідомими коефіцієнтами), що дало можливість звести вихідну задачу оптимального керування (з параметрами) до задачі нелінійного програмування. На відміну від раніше одержаних результатів [9] тут рівняння руху маніпулятора подали в безрозмірних змінних, також проаналізували вплив параметрів транспортної операції та пасивних приводів на мінімальне значення цільового функціонала. Отримані числові результати підтвердили енергетичну доцільність введення в маніпуляційну систему пасивних пружинних приводів.

Мета дослідження – побудувати алгоритм сукупної оптимізації параметрів пасивних приводів і закону руху одноланкового маніпулятора (з використанням безрозмірних змінних і параметрів) та виконати параметричний аналіз отриманого субоптимального динамічного процесу. Запропонована розробка розвиває підхід параметричної оптимізації в розв'язанні задач оптимального керування робототехнічними системами [6–10, 20, 21, 24, 25].

1. **Математична модель та формулювання задачі**. Розглянемо маніпулятор (рис. 1), який складається із двох лінійних пружин *1* і *2* (пасивні приводи), каретки *3*, стріли *4* та захоплювача (з вантажем) *5*. Пружини одним кінцем зв'язані з нерухомою основою, другий кінець є вільним. Система внаслідок взаємодії активної сили $F(t)$ і сил пружності пасивних приводів здійснює керований поступальний рух уздовж горизонтальної прямої OX. Інерційними властивостями пружин, а також силами тертя в системі нехтуємо, вважаючи їх малими. Дію сил пасивних приводів враховуємо в межах лінійного наближення.

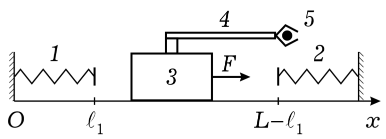

Рис. 1. Кінематична схема маніпулятора

Рівняння руху маніпулятора має вигляд [9]

$$(m+m_0)\ddot{x}(t) = F(t) + \mu(x), \quad \mu(x) \equiv \begin{cases} c_1(l_1 - x), & x \in [0, l_1], \\ 0, & x \in (l_1, L - l_2), \\ c_2(L - l_2 - x), & x \in [L - l_2, L], \end{cases} \qquad (1)$$

де m – сумарна маса каретки і стріли; m_0 – маса вантажу; L – довжина ходу каретки; c_i, l_i – коефіцієнт жорсткості та проміжок дії i-тої пружини, $i = 1, 2$, $l_1 + l_2 \le L$. Тут і нижче крапкою (зверху над величиною) позначено диференціювання за часом t.

Маніпулятор виконує циклічну транспортну операцію: впродовж заданого часу T_1 переносить вантаж *5* з початкового положення в кінцеве і за час T_2 повертається без вантажу назад у початкове положення. У початковому й кінцевому положеннях (під час завантаження та розвантаження) пасивні приводи стопоряться і маніпулятор перебуває в стані спокою. Тому вважаємо, що $T_1 + T_2 = T$ – тривалість усієї циклічної операції.

Для зручності аналізу кінематичних і динамічних характеристик маніпулятора перейдемо до нових безрозмірних змінних та параметрів

$$t' = \frac{t}{T}, \quad x' = \frac{x}{L}, \quad l_i' = \frac{l_i}{L}, \quad c_i' = \frac{T^2}{m} c_i, \quad F' = \frac{T^2}{mL} F, \tag{2}$$

в яких рівняння (1) набуває вигляду

$$(1+\lambda)\ddot{x}'(t) = F'(t) + \mu'(x'), \tag{3}$$

де $\lambda = m_0 / m$. Далі штрихи опускаємо.

Задамо умови циклічної транспортної операції (в нових змінних):

$$x(0) = x_0, \; x(\tau) = x_1, \; x(1) = x_0, \; \dot{x}(0) = \dot{x}(\tau) = \dot{x}(1) = 0, \tag{4}$$

де $\tau = T_1 / T < 1$, x_0, x_1 – задані параметри, $0 \le x_0 < l_1$, $1 - l_2 < x_1 \le 1$.

Модель маніпулятора залежить від безрозмірних параметрів τ, λ, c_1, l_1, c_2, l_2, де перший з них характеризує транспортну операцію, решта – конструктивні параметри маніпулятора та пасивних приводів.

Позначимо через $\mathrm{c} = \{c_1, l_1, c_2, l_2\}$ вектор параметрів пасивних приводів, $\mathrm{c} \in \Omega$ – множина допустимих значень цих параметрів, яку сформуємо такими обмеженнями:

$$0 \le c_i \le c_i^{(1)}, \quad 0 \le l_i \le l_i^{(1)}, \quad i = 1, 2.$$

Тут $c_i^{(1)}, l_i^{(1)}, i = 1, 2$ – задані параметри, $l_1^{(1)} + l_2^{(1)} \le 1$. Сформулюємо задачу.

Задача 1. Знайти такі вектор параметрів $\mathrm{c}^* \in \Omega$ та активне керування $F^*(t)$, $t \in [0, 1]$, які з огляду на рівняння руху (3) й умови циклічної операції (4) мінімізують квадратичний функціонал

$$\Phi = \int_0^T F^2(t)dt. \tag{5}$$

Квадратичний (за керуваннями) функціонал часто використовують у задачах оптимального керування робототехнічними системами [2, 7, 8, 21, 23–25, 29, 32]. Мінімізуючи такі функціонали, можна понизити рівень активних керувань, зменшивши у такий спосіб енерговитрати на проміжку руху системи. Якщо системою керують з допомогою електромеханічних приводів, ці функціонали опосередковано (за певних припущень) виражають сумарну кількість тепла, яке виділяється в обмотках електродвигунів [1, 28, 31]. І, як наслідок, доцільною є побудова таких керувань, для яких це тепло буде мінімальним.

2. **Параметрична оптимізація**. З*адача 1* є задачею сукупної оптимізації законів руху маніпуляційної системи та її конструктивних параметрів, тобто є задачею оптимального керування з параметрами. Ефективним у дослідженні таких задач є метод параметричної оптимізації (в просторі узагальнених координат), який частково базується на відомій ідеї Рітца про мінімізацію функціонала на множині заданих у параметричному вигляді функцій. Суть запропонованого методу така: узагальнені координати маніпуляційної системи подаємо у вигляді суми кубічного полінома та скінченного тригонометричного ряду із невідомими коефіцієнтми, що зводить вихідну задачу оптимального керування до задачі нелінійного програмування (за коефіцієнтами параметризації та параметрами конструкції). Щодо обчислювальних витрат, то алгоритми нелінійного програмування є дещо простішими (а набір

відповідних процедур у бібліотеках прикладних програм повнішим) за класичні числові алгоритми розв'язання задач оптимального керування (наприклад, алгоритми, в основі яких – принцип максимума Понтрягіна чи методологія динамічного програмування).

Аналогічно, як і в працях [9, 10, 24], подамо закон руху системи $x(t)$ на кожному з проміжків $[0,\tau]$, $[\tau,1]$ у такому параметричному вигляді

$$x(t)\equiv\begin{cases}f_1(t),\ t\in[0,\tau]\\ f_2(t),\ t\in(\tau,1]\end{cases},\quad f_i=\sum_{j=0}^{3}p_{ij}\xi_i^j+\sum_{k=1}^{n}\left(a_{ik}\cos k\omega_i\xi_i+b_{ik}\sin k\omega_i\xi_i\right),\qquad(6)$$

де $\xi_1=t$, $\omega_1=2\pi/\tau$, $\xi_2=t-\tau$, $\omega_2=2\pi/(1-\tau)$; $\{a_{ik},b_{ik}\}_{k=1}^{n}$, $i=1,2$ – шукані коефіцієнти параметризації, які визначаємо нижче. Коефіцієнти $\{p_{ij}\}_{j=1}^{3}$ знаходимо з умов транспортної операції (3):

$$p_{i0}=x_{i-1}-\sum_{k=1}^{n}a_{ik}\ ,\ \ p_{i1}=-\omega_i\sum_{k=1}^{n}kb_{ik}\ ,$$

$$p_{i2}=\frac{3}{\tau_i^2}\left(x_i-x_{i-1}-\tau_i p_{i1}\right),\ \ p_{i3}=-\frac{2}{3\tau_i}p_{i2}\,,\quad i=1,2\,,$$

де $\tau_1=\tau$, $\tau_2=1-\tau$, $x_2=x_0$.

Швидкість руху маніпулятора $\dot{x}(t)$ і прискорення $\ddot{x}(t)$ обчислюємо диференціюванням виразів (6) за часом t на відповідному проміжку $t\in[0,\tau]$, $t\in[\tau,1]$. Далі, використовуючи підхід обернених задач динаміки, після підставляння $x(t,\mathrm{z})$, $\dot{x}(t,\mathrm{z})$, $\ddot{x}(t,\mathrm{z})$, де $\mathrm{z}=(\{a_{1k},b_{1k},a_{2k},b_{2k}\}_{k=1}^{n})$ – вектор коефіцієнтів параметризації, у рівняння руху (3) отримуємо параметричне сімейство керувань $F(t,\mathrm{z},\mathrm{c})\equiv(1+\lambda)\ddot{x}(t,\mathrm{z})-\mu(t,\mathrm{z},\mathrm{c})$, що зводить функціонал (5) до функції багатьох змінних $G(\mathrm{c},\mathrm{z})$, а вихідну *задачу 1* – до такої задачі нелінійного програмування [22, 19, 15].

***Задача** 2*. Знайти такі вектор параметрів пасивних приводів $\mathrm{c}^*\in\Omega$ та вектор коефіцієнтів параметризації z^*, які мінімізують $G(\mathrm{c},\mathrm{z})$, тобто,

$$G(\mathrm{c},\mathrm{z})\xrightarrow[\mathrm{c}\in\Omega,\ \mathrm{z}]{}\min\ .\qquad(7)$$

У введеному параметризованому класі функцій (6) значення цільової функції $G(\mathrm{c},\mathrm{z})$ збігається зі значенням функціонала (5).

Для розв'язання *задачі 2* використовуємо числові алгоритми мінімізації функцій багатьох змінних, наприклад, класичні алгоритми методу Розенброка, методу спряжених напрямків тощо [3, 5, 26, 11]. Ефективним тут видається також застосування ітераційних методів мінімізації функцій із високим порядком збіжності [4, 18], новітнього евристичного алгоритму Jaya [17], [30] та інтелектуальних алгоритмів, заснованих на еволюційних обчисленнях [27]. Водночас перспективними у дослідженні таких задач можуть бути алгоритми інтервальної математики [14] та паралельних обчислень [13], методика штучних нейронних мереж [12].

Кінематичні та динамічні характеристик маніпуляційної системи обчислюємо на рівномірних сітках часових проміжків $[0,\tau]$, $[\tau,1]$, інтеграл (5) – за допомогою алгоритму методу Сімпсона [16].

3. **Числове моделювання**. Наведемо результати розв'язання *задачі 2*, побудовані за описаним вище методом параметричної оптимізації. Задавали такі безрозмірні параметри маніпулятора та транспортної операції: $\lambda=0.5$, $x_0=0$, $x_1=1$, $\tau=0.5$, обмеження на параметри пасивних приводів: $c_i^{(1)}=$

$=120$, $l_i^{(1)}=0.3$, $i=1,2$.

Параметри числової схеми набували значень: кількість членів тригонометричного ряду в (6) $n=4$, відповідно, загальна кількість параметрів оптимізації в (7) становила 20. Для мінімізації функції $G(\mathrm{c},\mathrm{z})$ використовували алгоритм методу Розенброка [11], точність за параметрами оптимізації та значенням цільової функції задавали 10^{-6} і 10^{-5}. Обчислювали в інтегрованому програмному середовищі MATLAB на комп'ютері з процесором AMD Phenom II X4 965 (3.4 GHz), тривалість обчислень – близько 40 с.

Отриманий субоптимальний розв'язок характеризується параметрами $c_1^*=c_2^*=99.05$, $l_1^*=l_2^*=0.3$ та мінімальним значенням $G^*(\mathrm{c}^*,\mathrm{z}^*)=10.6$. Зауважимо, що в умовах *задачі 1* симетричність пасивних приводів не задавали, проте в результаті оптимізації отримали рівність параметрів $c_1=c_2$, $l_1=l_2$. Додамо також, що розмірні значення характеристик побудованого субоптимального динамічного процесу можна розрахувати за формулами (2), з яких отримуємо коефіцієнт переходу від безрозмірного значення функціонала (5) до відповідної розмірної величини: $\nu_\Phi = m^2L^2 / T^3$.

На рис. 2 зображено графіки керування F^* (потовщена лінія) та пасивних сил μ^* (тонка). Штриховою лінією позначено субоптимальне керування F_0^* для досліджуваного маніпулятора без пасивних приводів ($c_1=c_2=0$, $l_1=l_2=0$). В останньому випадку мінімальне значення $G_0^*(\mathrm{c}^*,\mathrm{z}^*)=30.6$, що свідчить про енергетичну ефективність запропонованих пасивних пружинних приводів.

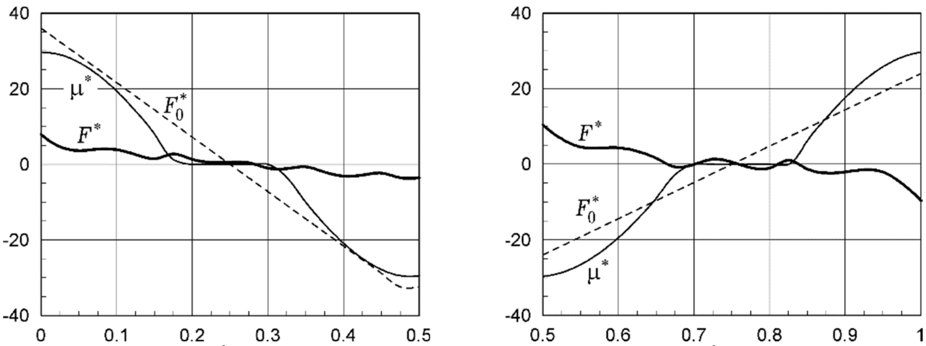

Рис. 2. Активні керування F^*, F_0^* і пасивні сили μ^* для руху маніпулятора в прямому (а) та зворотному (б) напрямках

У таблиці наведено мінімальні значення G^*, отримані в *задачі 2* для різних значень параметра τ. Бачимо, що цей параметр суттєво впливає на мінімальне значення функції $G(\mathrm{c},\mathrm{z})$. Найменше значення $G^*(\mathrm{c}^*,\mathrm{z}^*)=10.6$ досягається для $\tau=0.5$, тобто, коли тривалість етапів руху маніпулятора в прямому та зворотному напрямках рівна. Водночас параметри пасивних приводів також відповідно рівні між собою.

τ	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
G^*	757.0	508.6	133.0	10.6	12.8	147.0	904.7

Для дослідження впливу параметрів пасивних приводів на мінімальне (за коефіцієнтами параметризації z) значення G^* розглянемо симетрично рівні пасивні приводи: $c_1 = c_2$, $l_1 = l_2$. Введемо дискретну множину значень параметрів c_1, l_1:

$$\tilde{\Omega} = \{10 \le c_1 \le 110,\ \ 0.1 \le l_1 \le 0.5,\ \ \Delta c_1 = 10,\ \ \Delta l_1 = 0.1\},$$

де символом Δ позначено крок у зміні відповідного параметра. Розглянемо таку задачу оптимального керування.

***Задача** 3*. Для заданих значень $(c_1, l_1) \in \tilde{\Omega}$ знайти закон руху $x^*(t)$ та відповідне керування $F^*(t)$, які задовольняють рівняння (3), умови циклічної операції (4) і мінімізують функціонал (5).

У результаті розв'язання *задачі 3* отримаємо субоптимальні кінематичні та динамічні характеристики розглядуваного маніпулятора на двопараметричній множині $\tilde{\Omega}$ значень параметрів симетричних пасивних пружинних приводів.

На рис. 3 подано поверхню, яка характеризує залежність значень $\tilde{G}^* = \min_z G^*(c, z)$ від параметрів $(c_1, l_1) \in \tilde{\Omega}$. Видно, що ці параметри суттєво впливають на значення $\tilde{G}^*$. Це свідчить, що, вибравши відповідні значення параметрів розглядуваних пасивних приводів, можна істотно зменшити енерговитрати маніпулятора під час виконання заданої циклічної транспортної операції. Додамо також, що на введеній дискретній множині $\tilde{\Omega}$ серед значень $\tilde{G}^*$ є мінімальне, яке відповідає $c_1^* = c_2^* = 100$, $l_1^* = l_2^* = 0.3$, що практично збігається з отриманим розв'язком *задачі 2*.

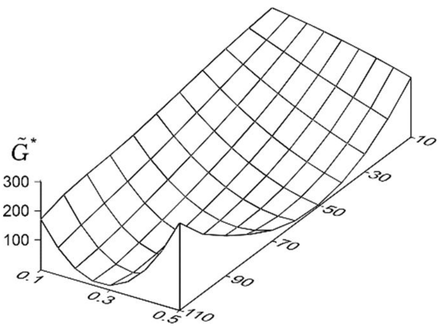

Рис. 3. Розподіл значень $\tilde{G}^*$ на дискретній сітці $(c_1, l_1) \in \tilde{\Omega}$

Висновки. Для одноланкового маніпулятора, який під дією активного та пасивних пружинних приводів виконує задану циклічну транспортну операцію, сформульовано задачу сукупної оптимізації параметрів конструкції та законів руху за умови мінімізації квадратичного (за активним керуванням) функціонала. На основі методу параметричної оптимізації побудовано аналітико-числовий алгоритм наближеного розв'язання досліджуваної задачі. Алгоритм реалізовано у вигляді відповідної комп'ютерної програми, з допомогою якої виконано серію числових експериментів з моделювання субоптимального динамічного процесу маніпулятора та проаналізовано вплив параметрів (у безрозмірному вигляді) транспортної операції і пасивних приводів на енерговитрати маніпуляційної системи.

Числовими розрахунками встановили, що коли тривалість етапів прямого і зворотного руху маніпулятора рівні, енерговитрати є найменші, а пасивні приводи (за своїми параметрами) симетрично рівні.

Аналіз отриманих результатів також свідчить, що для розглядуваного одноланкового маніпулятора введення запропонованих пасивних пружинних приводів є ефективним і зменшує пороговий рівень активного керування приблизно втричі, що забезпечує виконання транспортної операції з порівняно малою силою активного приводу.

1. *Аветисян В. В., Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н.* Оптимизация режимов управления манипуляционными роботами с учетом энергозатрат // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1987. – № 3. – С. 100–107.
2. *Аветисян В. В., Болотник Н. Н.* Субоптимальное управление электромеханическим манипулятором с высокой точностью позиционирования // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1990. – № 5. – С. 32–41.
3. *Бартіш М. Я.* Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів: Вид. центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – 224 с.
4. *Бартіш М., Огородник Н.* Трикроковий ітераційний метод мінімізації функцій з кубічним порядком збіжності // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. Прикл. математика та інформатика. – 2013. – Вип. 20. – С. 3–9.
5. *Бейко І. В., Зінько П. М., Наконечний О. Г.* Задачі, методи і алгоритми оптимізації. – Рівне: НУВГП, 2011. – 624 с.
6. *Бербюк В. Є., Демидюк М. В., Литвин Б. А.* Параметрична оптимізація ходи та пружних характеристик пасивних приводів двоногого крокуючого робота // Вісн. Київськ. ун-ту. Сер.: Кібернетика. – 2002. – № 3. – С.17–20.
7. *Бербюк В. Є., Кудин М. І.* Математичне моделювання субоптимального руху напівпасивно-керованих механічних систем // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1999. – 42, № 3. – С. 117–125.
8. *Бербюк В., Кудин М., Boström A., Peterson B.* Енергетично-оптимальний рух напівпасивно-керованого дноланкового маніпулятора // Механіка та машинобудування. –1999. – №1. – С. 55–60.
9. *Демидюк М. В., Ширко М. І.* Оптимізація законів руху та конструктивних параметрів маніпуляційного модуля // Відбір та обробка інформації. – 2007. – Вип. 26 (102). – С. 44–49.
10. *Демидюк М. В., Ширко М. І.* Оптимізація режимів руху та параметрів дволанкового маніпулятора з активними й пасивними приводами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – 50, № 2. – С. 183–190.
11. *Жалдак М. І., Триус Ю. В.* Основи теорії і методів оптимізації: Навч. посіб. Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 608 с.
12. *Новотарський М. А., Нестеренко Б. Б.* Штучні нейронні мережі: обчислення. – Київ: Ін-т математики НАН України, 2004. – 408 с.
13. *Поліщук О. Д., Тютюнник М. І., Яджак М. С.* Організація паралельних обчислень для локального оцінювання якості функціонування складних систем // Відбір і обробка інформації. – 2010. – Вип. 32 (108). – С. 119–124.
14. *Сеньо П. С.* Прямые интервальные методы решения вариационных задач и задач оптимального управления // Динамические системы. – 2004. – Вып. 18. –С. 44–50.
15. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. – Москва: Мир, 1975. – 536 с.
16. *Цегелик Г. Г.* Чисельні методи: Підр. – Львів: Вид. центр ЛНУ ім. І. Франка, 2004. – 408 с.
17. *Anh H.P.H., Huan T. T.* Optimal Walking Gait Generator for Biped Robot Using Modified Jaya Optimization Technique // Int. J. of Computational Intelligence Systems – 2020. – 13, Is. 1. – P. 382–399.
18. *Argyros I. K., Shakhno S., Yarmola H.* Two-step solver for nonlinear equations // Symmetry. – 2019. – 11, Is. 2. – P. 128.
19. *Bazaraa M. S., Sherali H. D., Shetty C. M.* Nonlinear programming: theory and algorithms (3rd ed.). – John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2013. – 872 p.
20. *Berbyuk V.* Numerical Method for Optimization of Semi-Passively Controlled Dynamical Systems // Proc. The 1-st Int. Conf. from Scientific Computing to Computational Engineering (8-10 September, 2004, Athens). – Patras University Press, 2005. – 2. – P. 866–873.
21. *Berbyuk V. E., Bostrom A. E.* Optimization problems of controlled multibody systems having spring-damper actuators // Int. appl. mech. – 2001. – 37, Is. 7. – P. 935–940.
22. *Betts J. T.* Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming. – Society for Industrial and Applied Mathematic, University City Science Center, Philadelphia, 2001. – 190 p.

23. *Chevallereau C., Bessonnet G., Abba G., Aoustin Y.* Bipedal Robots: Modeling, Design and Building Walking Robots. – Wiley-ISTE, 2013. – 328 p.
24. *Demydyuk M. V.* Parametric optimization of four-link close-chain manipulator with active and passive actuators // J. of Mathematical Sci. – 2010. – 168, No. 5. – P. 746–758.
25. *Demydyuk M. V., Hoshovs'ka N. V.* Parametric optimization of the transport operations of a two-link manipulator // J. of Mathematical Sci. – 2019. – 238, Is. 2. – P. 174–88.
26. Encyclopedia of Optimization. Second Ed. (Eds. C. A. Floudas, P. M. Pardalos). – Springer, 2009. – 4646 p.
27. Gong D., Yan J., Zuo G. A. Review of Gait Optimization Based on Evolutionary Computation // Appl. Computational Intelligence and Soft Computing. – 2010. – 2010. – P. 1–12.
28. *Grizzle J. W., Chevallereau C., Sinnet R. W., Ames A. D.* Models, feedback control, and open problems of 3D bipedal robotic walking // Automatica. – 2014. – 50, Is. 8. – P. 1955–1988.
29. *Lidberg M., Berbyuk V.* Optimization of Controlled Motion of Closed-Loop Chain Manipulator Robots with Different Degree and Type of Actuation. // J. Stability and Control: Theory and Application (SACTA). – 2002. – 4, No. 2. – P. 56–73.
30. *Rao R. V.* Jaya: a simple and new optimization algorithm for solving constrained and unconstrained optimization problems // Int. J. of Industrial Engineering Computations. – 2016. – 7, Is. 1. – P. 19–34.
31. *Saidouni T.* Numerical synthesis of three-dimensional gait cycles by dynamics optimization // Robotica. – 2011. – 29, Is. 3. – P. 445–459.
32. *Tacue J., Rengifo C., Bravo D.* An experimental energy consumption comparison between trajectories generated by using the cart-table model and an optimization approach for the Bioloid robot // Int. J. of Adv. Robotic Systems. – 2020. –17, Is. 2. – P. 1–14.

PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE CYCLIC PICK-AND-PLACE OPERATIONS OF A SINGLE-LINK MANIPULATOR WITH ACTIVE AND PASSIVE ACTUATORS

The problem of optimization of the laws of the motion and parameters of a single-link manipulator performing the cyclic pick-and-place operations is investigated. The manipulator, under the influence of the active and passive (a set of springs) actuators, performs translational motion in the horizontal plane. The objective function is taken to be the quadratic functional. An approximate solution to the problem is constructed, based on the parameterization of the manipulator's motion law by the sum of a cubic polynomial and a finite trigonometric series with unknown coefficients, which reduces the original optimal control problem to a nonlinear programming problem.

Keywords: *manipulator, mathematical model, optimal control, parametric optimization, nonlinear programming*.

[1] Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів;
[2] Львівський нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів;
[3] ФОП, Львів

Одержано
05.06.23