

Численное моделирование упругопластического деформирования и накопления повреждений в металлах при малоциклового усталости

И. А. Волков, Ю. Г. Коротких, И. С. Тарасов, Д. Н. Шишулин

Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород, Россия

pmpmvgavt@yandex.ru

С позиции механики поврежденной среды развита математическая модель, описывающая процессы накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлы и их сплавы) при многоосном непропорциональном комбинированном термосиловом нагружении. На основании результатов специально поставленных базовых экспериментов предложена экспериментально-теоретическая методика нахождения материальных параметров развитых определяющих соотношений механики поврежденной среды. Показано, что развитый вариант определяющих соотношений механики поврежденной среды адекватно (качественно и количественно) отражает основные эффекты упругопластического деформирования и накопления повреждений в металлах при малоциклового усталости.

Ключевые слова: напряжение, прочность, долговечность, деформация, разрушение, накопление повреждений, малоциклового усталость.

Обозначения

- e_{ij} – компоненты тензора полных деформаций
- \dot{e}_{ij} – компоненты тензора скоростей полных деформаций
- e'_{ij} – девиаторные компоненты полных деформаций
- e^e_{ij} – компоненты тензора упругих деформаций
- \dot{e}^e_{ij} – скорости компонент тензора упругих деформаций
- e'^e_{ij} – девиаторные компоненты упругих деформаций
- \dot{e}'^e_{ij} – скорости девиаторных компонент упругих деформаций
- e^p_{ij} – компоненты тензора пластических деформаций
- \dot{e}^p_{ij} – скорости компонент тензора пластических деформаций
- χ – полная длина траектории пластической деформации
- χ_m – длина траектории монотонного упрочнения
- $\dot{\chi}$ – скорость изменения длины траектории пластической деформации
- e – шаровая (гидростатическая) компонента тензора деформаций
- \dot{e} – скорость шаровой компоненты тензора деформаций
- e_u – интенсивность деформаций
- σ_{ij} – компоненты тензора напряжений
- σ'_{ij} – девиаторные компоненты тензора напряжений
- σ – шаровая (гидростатическая) компонента тензора напряжений
- ρ_{ij} – компоненты тензора микронапряжений (координаты центра поверхности текучести)

$\dot{\rho}_{ij}$	– скорости компонент тензора микронапряжений (координат центра поверхности текучести)
S_{ij}	– компоненты тензора активных напряжений
σ_u	– интенсивность напряжений
ρ_{\max}	– максимальное значение интенсивности тензора микронапряжений
C_p	– текущее значение радиуса поверхности текучести
C_p^0	– начальное значение радиуса поверхности текучести
\dot{C}_p	– скорость изменения радиуса поверхности текучести
q_2, Q_2	– модули монотонного и циклического упрочнения при сложном нагружении (при изломе траектории на угол $\pi/2$) материала
q_1, Q_1	– модули монотонного и циклического упрочнения при пропорциональном нагружении материала
q_3	– модуль монотонного упрочнения
q_χ	– модуль изотропного упрочнения
q_T	– температурный модуль радиуса поверхности текучести
θ	– угол излома траектории деформирования
δ_{ij}	– тензор Кронекера
a	– параметр циклического упрочнения, определяющий скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса при циклическом упругопластическом деформировании материала
T	– температура
\dot{T}	– скорость изменения температуры
Q_s	– стационарное циклическое значение радиуса поверхности текучести, соответствующее стационарному значению петли при циклическом упругопластическом деформировании материала при текущих значениях T и ρ_{\max}
λ	– пластический множитель (коэффициент пропорциональности)
A	– параметр непропорциональности процессов деформирования
g_1, g_2, g_3	– модули кинематического упрочнения (функции температуры)
K	– модуль объемного расширения (функции температуры)
E	– модуль Юнга
G	– модуль сдвига (функции температуры)
α	– коэффициент линейного расширения (функции температуры)
ψ_1, ψ_2	– весовые коэффициенты (константы), $0 \leq \psi_1 \leq 1$, $0 \leq \psi_2 \leq 1$
$f(\beta)$	– функция параметра объемности напряженного состояния, $\beta = \sigma/\sigma_u$
W	– энергия, расходуемая на образование рассеянных усталостных повреждений при малоцикловой усталости
W_a	– значение W в конце фазы зарождения микродефектов при малоцикловой усталости

Введение. Многолетние экспериментальные и теоретические исследования накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлы и их сплавы) свидетельствуют о том, что усталость охватывает три значительно отличающиеся друг от друга области циклического нагружения [1–3]:

многоцикловая усталость (МнЦУ) при квазиупругой работе материала (пластические деформации в пределах допуска 0,002), соответствующая долговечностям при симметричном циклическом одноосном нагружении $10^5 \dots 10^8$ цикл;

малоцикловая усталость (МЦУ) при нестационарном упругопластическом деформировании материала, соответствующая долговечностям при симметричном циклическом одноосном нагружении, меньшим 10^4 циклов;

переходная область, соответствующая долговечностям $10^4 \dots 10^5$ цикл, в которой одновременно действуют оба механизма.

Область МЦУ представляет собой циклическое нагружение, при котором во время каждого цикла возникают знакопеременные макроскопические пластические деформации. Процесс малоциклового усталости сопровождается пластической деформацией, циклическим упрочнением (разупрочнением) материала, нелинейной зависимостью напряжение–деформация. Данная область реализуется в элементах конструкций в зонах высоких температур и конструктивной концентрации напряжений.

В течение длительного времени исследования в области механики твердого тела в основном были направлены на разработку уравнений состояния, описывающих эффекты деформирования для различных процессов истории изменения механической нагрузки и температуры. Их разработка, с одной стороны, была обусловлена практической необходимостью оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций в условиях эксплуатации, с другой – появлением ЭВМ и мощных современных методов решения краевых задач механики сплошных сред, таких как, например, метод конечных элементов (МКЭ), позволяющих определять НДС конструктивных элементов и конструкций в целом практически для любых сложных функциональных зависимостей между тензорами напряжений и деформаций при произвольных сложных режимах термосилового нагружения.

В настоящее время приобретает актуальность проблема расчетной оценки совместных процессов деформирования и разрушения, что позволит ответить на вопрос, где и в какой момент времени при заданной истории изменения нагрузки и температуры в теле впервые возникнут макроскопические трещины и как они будут развиваться в дальнейшем. Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, точность расчетных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько данные уравнения состояния адекватно описывают кинетику НДС в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса пластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряженного состояния, история его изменения и другие, значительно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений. Можно сказать, что в настоящее время развитие уравнений состояния и, в частности, уравнений термопластичности должно определяться потребностями механики разрушения и быть направлено на описание основных эффектов, существенно влияющих на скорости процессов накопления повреждений.

Цель исследований состояла не столько в уточнении различных формулировок, необходимых для определения макроскопических деформаций по

заданной истории нагружения, сколько в стремлении разобраться в основных закономерностях процессов, определяющих и подготавливающих разрушение.

1. Определяющие соотношения механики поврежденной среды. Модель поврежденной среды состоит из трех взаимосвязанных частей [4–6]:

соотношений, определяющих упругопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения;

уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;

критерия прочности поврежденного материала.

1.1. Соотношения термопластичности. Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях [4–7]:

тензоры деформаций e_{ij} и скоростей деформаций \dot{e}_{ij} включают упругие деформации e_{ij}^e , \dot{e}_{ij}^e (не зависят от истории нагружения и определяются конечным состоянием процесса) и пластические e_{ij}^p , \dot{e}_{ij}^p (зависят от истории процесса нагружения);

начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса, эволюция поверхности текучести описывается изменением ее радиуса C_p и перемещением центра ρ_{ij} ;

справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;

изменение объема тела упругое;

рассматриваются начально изотропные среды, учитывается только анизотропия, вызванная процессами пластического деформирования.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K[e - \alpha(T - T_0)], & \sigma'_{ij} &= 2Ge'_{ij}; \\ \Delta\sigma &= 3K[\Delta e - \Delta(\alpha T)] + \frac{\Delta K}{K}\sigma, & \Delta\sigma'_{ij} &= 2G\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G}\sigma'_{ij}, \end{aligned} \quad (1)$$

где σ , $\Delta\sigma$, e , Δe – шаровые, а σ'_{ij} , $\Delta\sigma'_{ij}$, e'_{ij} , $\Delta e'_{ij}$ – девиаторные составляющие тензоров напряжений σ_{ij} , деформаций e_{ij} и их приращений $\Delta\sigma_{ij}$, Δe_{ij} соответственно; T – температура; T_0 – начальная температура; $K(T)$ – модуль объемного сжатия; $G(T)$ – модуль сдвига; $\alpha(T)$ – коэффициент линейного температурного расширения материала.

Эффекты монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений учитываются с использованием поверхности текучести, уравнение которой имеет вид

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической “памяти”. Уравнение поверхности “памяти”, позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, таково:

$$F_\rho = \rho_{ij} \rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где ρ_{\max} – максимальный за историю нагружения модуль переменной ρ_{ij} .

Принимается эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести вида [7–9]

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_\rho) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_\rho)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}; \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p\right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_\rho) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt; \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1 \quad (i=1, 2); \quad (6)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{\epsilon}_{ij}^e}{(\dot{\epsilon}_{ij}^e \dot{\epsilon}_{ij}^e)^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}; \quad (7)$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, & F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} > 0 \\ 0, & F_\rho < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho), \quad (8)$$

где q_1, q_2, q_3 – модули изотропного упрочнения, соответствующие монотонным лучевым путям нагружения, излому траектории деформирования на 90° и температурному изменению радиуса поверхности текучести; a – постоянная, определяющая скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса при циклическом деформировании материала; Q_s – стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных ρ_{\max} и T ; χ и χ_m – длины траектории пластического деформирования материала при циклическом и монотонном нагружении; C_p^0 – начальное значение радиуса поверхности текучести.

Первый член уравнения (4) описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ($H(F_\rho) = 1$ и $\Gamma(F_\rho) = 0$), второй член – циклическое упрочнение материала ($H(F_\rho) = 0$ и $\Gamma(F_\rho) = 1$), третий – изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры. В целом уравнение (4) описывает локальную анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра A , характеризующего отклонение вектора догрузки от нормали к поверхности текучести в точке нагружения. Операторы $H(F_\rho)$ и $\Gamma(F_\rho)$ позволяют автоматически провести разделение процессов монотонного и циклического деформирования.

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Внутренняя переменная ρ_{ij} , учитывающая анизотропию упрочнения пластического деформирования, удовлетворяет эволюционному уравнению [4, 6, 10]

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{\epsilon}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \langle \dot{T} \rangle, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (9)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ и $g_3 > 0$ – модули анизотропного упрочнения. Первый и второй члены этого уравнения отвечают за анизотропную часть деформационного упрочнения, третий – за изменение ρ_{ij} в результате воздействия температуры T .

Уравнение (9) описывает известный пространственный эффект Баушингера и анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования (изломе траектории деформирования). Введение второго члена в это соотношение моделирует исчезающую память внутренней переменной ρ_{ij} (скорость изменения ρ_{ij} является разностью между двумя составляющими $g_1 \dot{\epsilon}_{ij}^p$ и $g_2 \rho_{ij} \dot{\chi}$).

Для характеристики поведения поверхности “памяти” необходимо сформулировать эволюционное уравнение для ρ_{\max} :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \langle \dot{T} \rangle. \quad (10)$$

Здесь и далее для любой величины \dot{B} , заключенной в угловые скобки $\langle \rangle$, выполняются условия

$$\langle \dot{B} \rangle = \begin{cases} \dot{B} & \text{при } \dot{B} > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{B} \leq 0. \end{cases}$$

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций подчиняются закону градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (11)$$

где λ – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений в конце этапа нагружения.

Материальные параметры, входящие в выражения (4)–(10), находятся из различных экспериментов:

q_1 , q_3 , g_1 , g_2 и g_3 – из опытов на одноосное растяжение–сжатие цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам испытаний [4];

Q_1 – из испытаний на блочное циклическое симметричное нагружение с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса на каждом уровне амплитуд деформаций;

параметр a – из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления C_p к установившемуся состоянию;

q_2 – из эксперимента на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения e_{11}^{p*} и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве $\sigma_{11} - \sigma_{12}$;

Q_2 – из эксперимента на двухблочное циклическое деформирование с одинаковой заданной интенсивностью амплитуды деформаций до стабилизации петли гистерезиса в каждом блоке: первый блок – это симметричное циклическое растяжение–сжатие, второй – последующее циклическое симметричное нагружение образца кручением.

1.2. Эволюционные уравнения накопления повреждений. Экспериментальный и теоретический анализы процессов поврежденности материала позволяют представить эволюционное уравнение накопления усталостных повреждений в его элементарном объеме в следующем общем виде [2, 4, 8, 9, 11–13]:

$$\dot{\omega} = f_1(\theta)f_2(\beta)f_3(\omega)f_4(Z)\langle\dot{Z}\rangle, \quad (12)$$

где функция $f_1(\theta)$ описывает влияние кривизны траектории деформирования, $f_2(\beta)$ – вид (объемность) напряженного состояния, $f_3(\omega)$ – уровень накопленной поврежденности, $f_4(Z)$ – накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов.

Конкретизируя данное соотношение, постулируем, что структура эволюционного уравнения накопления повреждений при усталости имеет вид [4, 11–13]

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\beta) Z^\alpha (1 - \omega)^{-r} \langle\dot{Z}\rangle; \quad (13)$$

$$Z = \frac{W - W_a}{(W_f - W_a)}; \quad \langle\dot{Z}\rangle = \begin{cases} \dot{Z} & \text{при } \dot{Z} > 0; \\ 0 & \text{при } \dot{Z} \leq 0; \end{cases} \quad (14)$$

$$\langle\dot{Z}\rangle = \frac{\langle\dot{W}\rangle}{(W_f - W_a)}; \quad \dot{W} = \rho_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p; \quad (15)$$

$$f(\beta) = \exp(-k\beta). \quad (16)$$

В формулах (13)–(16) используются обозначения: W_f – значение энергии, соответствующей образованию макроскопической трещины (параметры материала); α, r, k – материальные параметры, зависящие от температуры T ; $f(\beta)$ – функция параметра объемности напряженного состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$; W – энергия, расходуемая на образование рассеянных усталостных повреждений при МЦУ, $W = \int_0^t \dot{W} dt$; W_a – значение W в конце фазы зарождения микродефектов при МЦУ.

В результате интегрирования уравнения (13) для некоторого заданного процесса нагружения и изменения температуры T получим

$$\omega = 1 - [1 - Y^{\alpha+1}]^{1/(r+1)}, \quad (17)$$

$$Y = AZ; \quad A = \left[(\alpha + 1) \int_0^Z f(\beta) Z^\alpha \frac{\langle dZ \rangle}{Z^{\alpha+1}} \right]^{1/(a+1)}. \quad (18)$$

Для регулярных процессов, когда можно выделить регулярные циклы, параметр Y выражается через относительное число циклов нагружения:

$$Y = N/N_f, \quad (19)$$

и уравнение (17) принимает вид

$$\omega = 1 - \left[1 - \left(\frac{N}{N_f} \right)^{\alpha+1} \right]^{1/(r+1)}. \quad (20)$$

При $\alpha = r = 0$ из уравнения (2) получим широко известное правило линейного суммирования повреждений:

$$\omega = \sum \frac{N}{N_f} = 1. \quad (21)$$

Согласно приведенным уравнениям, каждому процессу, характеризуемому индивидуальными историями деформирования и изменения температуры T , на плоскости переменных $\omega \sim W$ соответствует индивидуальная кривая развития поврежденности, и при изменении режима нагружения происходит переход от одной кривой к другой (принцип нелинейного суммирования повреждений).

На фазовой плоскости $\omega \sim Y$ процессу МЦУ соответствует единая обобщенная кривая развития поврежденности, однако скорость движения по этой кривой зависит от текущих параметров процессов деформирования и изменения T .

Введенная обобщенная энергетическая переменная Y позволяет установить эквивалентность между различными процессами поврежденности (для разных видов напряженного состояния, температур и историй деформирования) и экспериментальными данными.

Таким образом, уравнение (17) описывает единую кривую накопления повреждений для данного материала при МЦУ. Эта кривая может быть получена из испытаний на усталость лабораторных образцов при симметричном растяжении–сжатии. Обобщенный энергетический параметр Y является “внутренним” временем данных процессов. В этом времени измеряется наработка материала в опасной зоне при усталости и при необходимости оно может быть пересчитано в привычное для инженеров число характерных циклов изменения условий нагружения.

Экспериментально материальные параметры эволюционных уравнений накопления повреждений определяются на второй стадии процесса накопления повреждений, с которой начинается влияние поврежденности на физико-механические характеристики материала, при одновременном расчете экспериментальных процессов деформирования на этой стадии с использованием соотношений термопластичности [4]. Метод заключается в том, что все отклонения результатов численного моделирования процессов деформирования без учета влияния поврежденности от экспериментальных данных на второй стадии обусловлены влиянием поврежденности ω (уменьшение модуля упругости, падение амплитуды напряжений при постоянной амплитуде деформаций, увеличение амплитуды деформаций при постоянной амплитуде напряжений и т.д.).

Приближенно границы W_a, W_f могут быть определены из испытаний на усталость при заданной амплитуде напряжений или деформаций по моменту начала разупрочнения материала (увеличению амплитуды деформаций или уменьшению амплитуды напряжений соответственно).

Если имеются экспериментальные результаты $N_f = N_f(e^p)$ при $T = T_j$, где e^p – заданная амплитуда пластических деформаций, то путем проведения расчетов циклического деформирования для выбранной амплитуды с использованием уравнений термопластичности можно получить $W = W_a$ и $W = W_f$, соответствующие экспериментальным значениям N_a и N_f при каждой температуре $T = T_j$. Значения N_a могут быть скорректированы по началу процессов разупрочнения материала, вызванных накопленной поврежденностью, как было отмечено выше. По этим данным можно определить зависимости

$$W_a = W_a(\rho_{\max}, T_j), \quad W_f = W_f(T_j). \quad (22)$$

При $N > N_a$ характер изменения ω может быть установлен по закономерности падения амплитуды напряжений при заданной амплитуде пластической деформации:

$$\omega = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{\text{ст}}}, \quad (23)$$

где $\sigma_{\text{ст}}$ – значение амплитуды напряжений в стабилизированной петле гистерезиса (значение амплитуды напряжений при $N \approx N_a$); σ – текущее значение амплитуды.

На базе эволюционного уравнения для $\dot{\omega}$ по достижении значений долговечности N_f , при которых влияние многоциклового усталости мало, запишем

$$\dot{\omega} = \frac{2}{r+1} f(\beta) Z (1-\omega)^r \langle \dot{Z} \rangle; \quad (24)$$

$$\omega = 1 - \left\{ 1 - 2f(\beta) \int_0^Z Z \langle dZ \rangle \right\}^{1/(r+1)}. \quad (25)$$

При одноосном растяжении–сжатии можно получить

$$\sigma = \pm \frac{\sigma_{11}}{3}, \quad \sigma_u = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{11}, \quad \beta = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}; \quad (26)$$

$$\omega = 1 - \left(1 - \frac{(W - W_a)^2}{(W_f - W_a)^2} \right)^{1/(r+1)}, \quad \frac{\sigma}{\sigma_{ст}} = \left(1 - \frac{(W - W_a)^2}{(W_f - W_a)^2} \right)^{1/(r+1)}. \quad (27)$$

Эти соотношения являются базовыми для получения зависимости $r = r(T_j)$.

Для определения параметров функции $f(\beta)$ в принципе необходимы эксперименты при различных $\beta_j = \text{const}$. Для упрощения определения этих параметров можно использовать предположение, что при чистом сдвиге при $\beta = 0$ имеем $f(\beta) = 1$, при $\beta \rightarrow -\infty - f(\beta) \rightarrow 0$, при $\beta \rightarrow +\infty - f(\beta) \rightarrow +\infty$, при чистом растяжении–сжатии работа до образования макроскопической трещины примерно в 1,5–2 раза меньше, чем аналогичная работа при чистом сдвиге [12].

1.3. *Критерий прочности поврежденного материала.* В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие потери устойчивости процесса накопления повреждений: производная $\partial\omega/\partial u$ достигает своего критического значения:

$$\frac{\partial\omega}{\partial u} = \left(\frac{\partial\omega}{\partial u} \right)_f. \quad (28)$$

Дальнейшее развитие процессов поврежденности зависит от любых случайных факторов, и контролировать эти процессы невозможно.

Численные исследования показали, что условия (28) соответствуют значению поврежденности

$$\omega = \omega_f \cong 0,8. \quad (29)$$

2. Численные результаты и сравнение их с экспериментальными данными. В работе [14] проведена серия испытаний коррозионно-стойкой стали 304 (аналог отечественных нержавеющей сталей) на малоцикловую усталость в условиях контролируемой знакопеременной осевой деформации при температуре $T = 20^\circ\text{C}$ с использованием двух, трех и пяти значений деформации, изменяющихся как в увеличивающемся, так и в уменьшающемся порядке. Экспериментальные данные свидетельствуют, что последовательное увеличение значений приложенной деформации приводит к отклонениям от правил линейного суммирования повреждений в сторону повышения усталостной долговечности, в то время как уменьшение значений приложенных деформаций – к ее заниженным значениям.

Для оценки степени адекватности и определения границ применимости определяющих соотношений механики поврежденной среды, а также исследования влияния средней деформации на усталостную долговечность метал-

лов были проведены расчеты процессов упругопластического деформирования и усталостной долговечности тонкостенных трубчатых образцов при различных заданных законах изменения осевой знакопеременной деформации e_{11} при температуре $T = 20^\circ\text{C}$. Расчеты результатов сравнивались с имеющимися экспериментальными данными [14].

Ввиду отсутствия надежной экспериментальной информации о стали 304 все расчеты были проведены для стали 08X18H10T, физико-механические характеристики и материальные параметры определяющих соотношений которой представлены в табл. 1–5 [4].

Т а б л и ц а 1

Физико-механические характеристики и параметры модели стали 08X18H10T

Характеристика	$T = 20^\circ\text{C}$
K , МПа	172920
G , МПа	78700
E , МПа	205000
α , град $^{-1}$	0,0000166
C_p^0 , МПа	184,5
g_1 , МПа	23236
g_2	358,6

Т а б л и ц а 2

Температурный модуль радиуса поверхности текучести $q_T(\chi_m, T)$ при $T = 20^\circ\text{C}$

χ_m	$q_T(\chi_m, T)$, МПа
0	0,1021
0,003	0,1025
0,006	0,0850
0,009	0,1177
0,012	0,0933
0,015	0,1031
0,018	0,1020
0,021	0,0978
0,400	0,1000

Т а б л и ц а 3

Модуль монотонного упрочнения q_χ стали 08X18H10T при $T = 20^\circ\text{C}$

χ_m	0	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,018	0,021	0,400
q_χ , МПа	-17000	-4000	1300	1300	1185	1159	1117	1107	0

Т а б л и ц а 4

Модуль циклического упрочнения $Q_s(\rho_{\max})$ стали 08X18H10T при $T = 20^\circ\text{C}$

ρ_{\max}	0	20	30	40	50	60	80	100
Q_s , МПа	184	173	171	169	174	183	217	270

Т а б л и ц а 5

Работа разрушения $W_a = W_a(\rho_{\max})$ стали 08X18H10T при $T = 20^\circ\text{C}$

ρ_{\max} , МПа	0	15	30	41	51	65	69	72	74	76	78
W_a , МДж/м ³	1270	1270	1270	1270	1230	1046	945	492	202	66	0

Примечание: $W_f = 3685$ МДж/м³, $\alpha = 1$, $k = 1$, $r = 0,3$.

Результаты расчетного анализа процессов накопления усталостных повреждений для стали 08X18H10T при $T = 20^\circ\text{C}$ проведены для следующих режимов нагружения:

двухблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,0025$ до $\omega = 0,3$, переход к циклическому нагружению с амплитудой $e_{11} = 0,0065$ до образования макроскопической трещины ($\omega_f = 1$);

двухблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,0065$ до $\omega = 0,3$, переход к циклическому нагружению с амплитудой $e_{11} = 0,0025$ до разрушения;

трехблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,0025$ до $\omega = 0,1$, переход к циклическому нагружению с амплитудой $e_{11} = 0,0045$ до $\omega = 0,2$ и $e_{11} = 0,0065$ до образования макроскопической трещины;

трехблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,0065$ до $\omega = 0,1$, переход к циклическому нагружению с амплитудой $e_{11} = 0,0045$ до $\omega = 0,2$ и $e_{11} = 0,0025$ до разрушения;

пятиблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,0025$ до $\omega = 0,1$, переход к циклическому нагружению с амплитудой $e_{11} = 0,0035$ до $\omega = 0,15$, $e_{11} = 0,0045$ до $\omega = 0,2$, $e_{11} = 0,0053$ до $\omega = 0,3$ и $e_{11} = 0,0065$ до образования макротрещины;

пятиблочное циклическое нагружение с амплитудой $e_{11} = 0,0065$ до $\omega = 0,1$, переход к циклическому нагружению с амплитудой $e_{11} = 0,0053$ до $\omega = 0,15$, $e_{11} = 0,0045$ до $\omega = 0,2$, $e_{11} = 0,0035$ до $\omega = 0,3$ и $e_{11} = 0,0025$ до разрушения (рис. 1, табл. 6, где n – число блоков нагружения; N_1 – число циклов нагружения с амплитудой $e_{11} = 0,0025$; N_2 – с амплитудой $e_{11} = 0,0035$; N_3 – с амплитудой $e_{11} = 0,0045$; N_4 – с амплитудой $e_{11} = 0,0053$; N_5 – с амплитудой $e_{11} = 0,0065$; $\sum \frac{N_i}{N_{fi}}$ – значения сумм цикловых отношений).

При одноблочном циклическом нагружении с амплитудой $e_{11} = 0,0025$ длительность стадии зарождения микродефектов ($\omega = 0$) составляет $N_{a1} = 16507$ цикл, число циклов до разрушения $N_{f1} = 25035$, с амплитудой $e_{11} = 0,0035$ соответственно $N_{a2} = 4809$, $N_{f2} = 7688$, с амплитудой $e_{11} = 0,0045$ – $N_{a3} = 2020$, $N_{f3} = 3514$, с амплитудой $e_{11} = 0,0053$ – $N_{a4} = 679$, $N_{f4} = 1851$, с амплитудой $e_{11} = 0,0065$ – $N_{a5} = 47$, $N_{f5} = 891$.

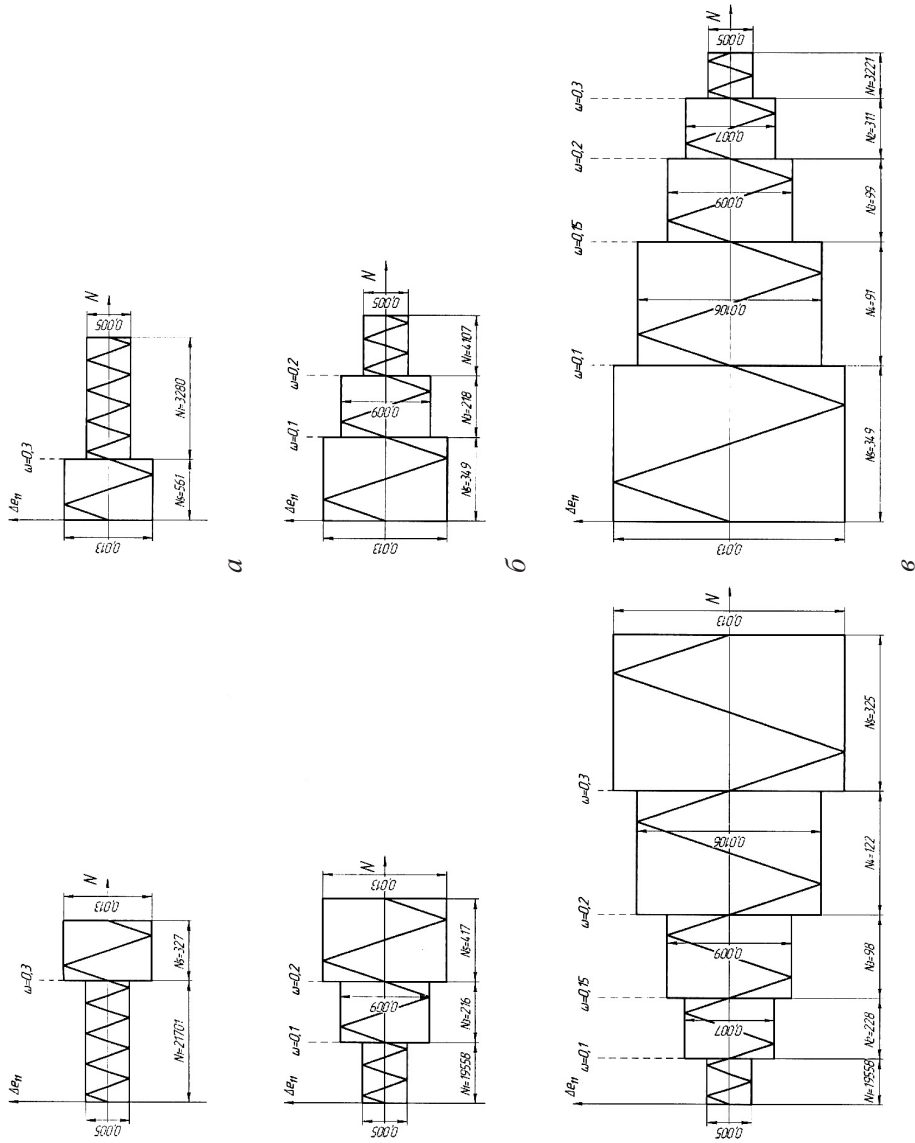


Рис. 1. Основные схемы изменения приложенных деформаций при двух- (а), трех- (б) и пятиступенчатом (в) нагружении при испытаниях на малоцикловую усталость. (Здесь и на рис. 2, 3: N в циклах).

Т а б л и ц а 6

Результаты расчетных исследований накопления усталостных повреждений при блочном нагружении

n	N_1 ($\Delta e_{11} = 0,005$)	N_2 ($\Delta e_{11} = 0,007$)	N_3 ($\Delta e_{11} = 0,009$)	N_4 ($\Delta e_{11} = 0,0106$)	N_5 ($\Delta e_{11} = 0,013$)	$\sum \frac{N_i}{N_{fi}}$
Возрастающие значения размаха деформаций						
2	21701	–	–	–	327	1,23
3	19558	–	216	–	417	1,31
5	19558	228	98	122	325	1,27
Убывающие значения размаха деформаций						
n	N_5 ($\Delta e_{11} = 0,013$)	N_4 ($\Delta e_{11} = 0,0106$)	N_3 ($\Delta e_{11} = 0,009$)	N_2 ($\Delta e_{11} = 0,007$)	N_1 ($\Delta e_{11} = 0,005$)	$\sum \frac{N_i}{N_{fi}}$
2	561	–	–	–	3280	0,76
3	349	–	218	–	4107	0,68
5	349	91	99	311	3221	0,64

В условиях двухблочного циклического нагружения по возрастающему режиму (рис. 2,а) при переходе от амплитуды $e_{11} = 0,0025$ к амплитуде $e_{11} = 0,0065$ число циклов равно $N_1 = 21701$, и при $\omega = 0,3$ наблюдается переход с одной усталостной кривой на другую. Суммарное число циклов до образования макротрещины ($\omega_f = 1$) составляет $N_f = 22028$.

Согласно правилу линейного суммирования повреждений [14], получим

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_5}{N_{f5}} = \frac{21701}{25035} + \frac{N_5}{891} = 1 \quad \text{и} \quad N_5 \cong 119 \text{ цикл}, \quad (30)$$

однако из рис. 1,а следует, что $N_5 = 327$ цикл ($N_5 = N_f - N_1$). Подставив значение N_5 в выражение (30), имеем неравенство

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_5}{N_{f5}} \cong 1,23 > 1, \quad (31)$$

что соответствует экспериментальным данным [14]. Правило линейного суммирования повреждений приводит к ошибке в консервативную сторону.

При переходе с амплитуды $e_{11} = 0,0065$ к амплитуде $e_{11} = 0,0025$ в условиях двухблочного циклического нагружения по второму убывающему режиму (рис. 3,а) число циклов равно $N_5 = 561$, и при $\omega = 0,3$ наблюдается переход с одной усталостной кривой на другую. Суммарное число циклов до разрушения ($\omega_f = 1$) составляет $N_f = 3841$.

Предсказываемое правилом линейного суммирования повреждений остаточное количество циклов N_1 до образования макроскопической трещины будет

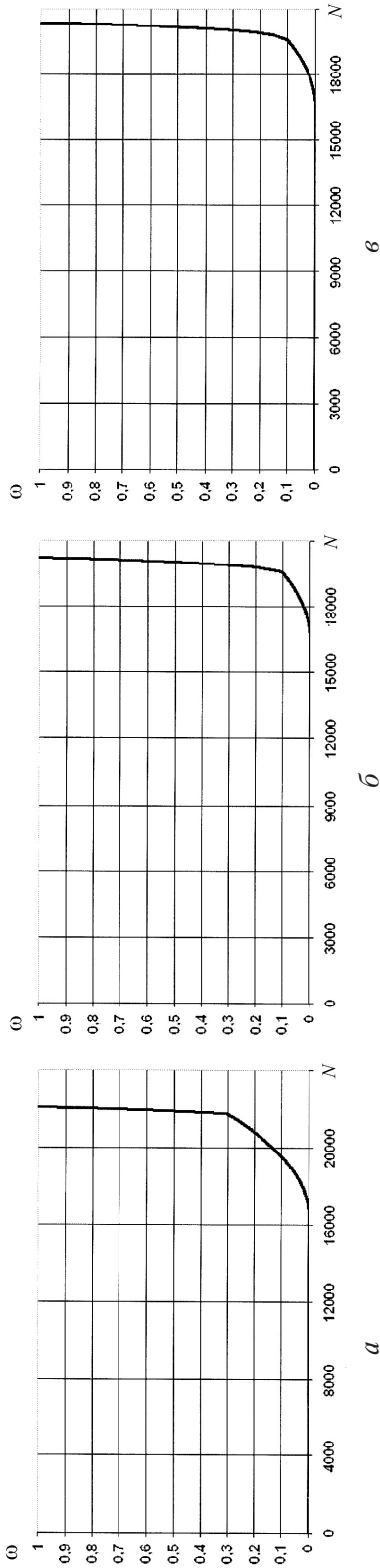


Рис. 2. Зависимость величины усталостных повреждений от числа циклов нагружения при возрастающей амплитуде деформаций. (Здесь и на рис. 3-5: а, б, в – двух-, трех- и пятиступенчатое нагружение соответственно.)

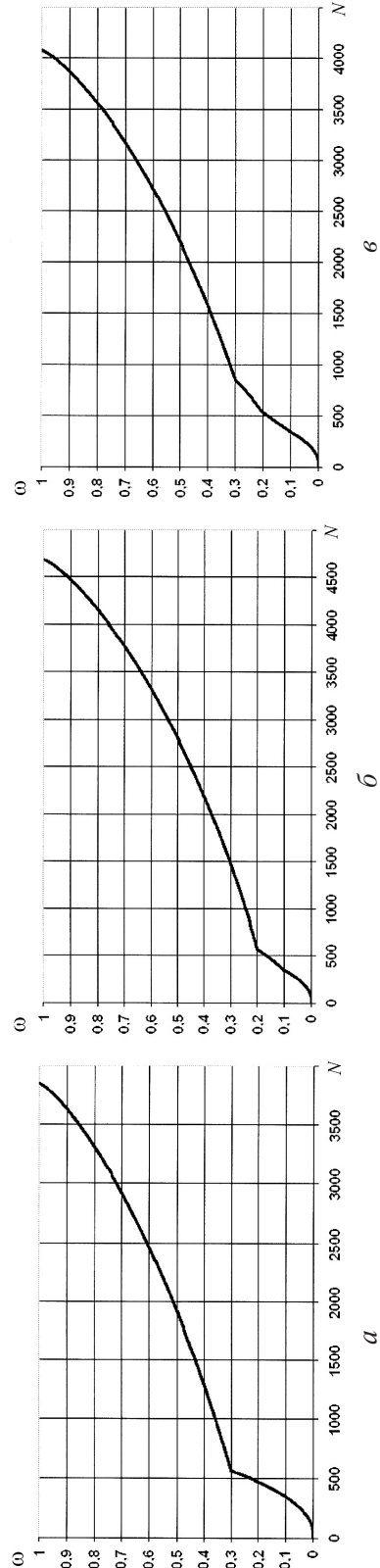


Рис. 3. Зависимость величины усталостных повреждений от числа циклов нагружения при уменьшающейся амплитуде деформаций.

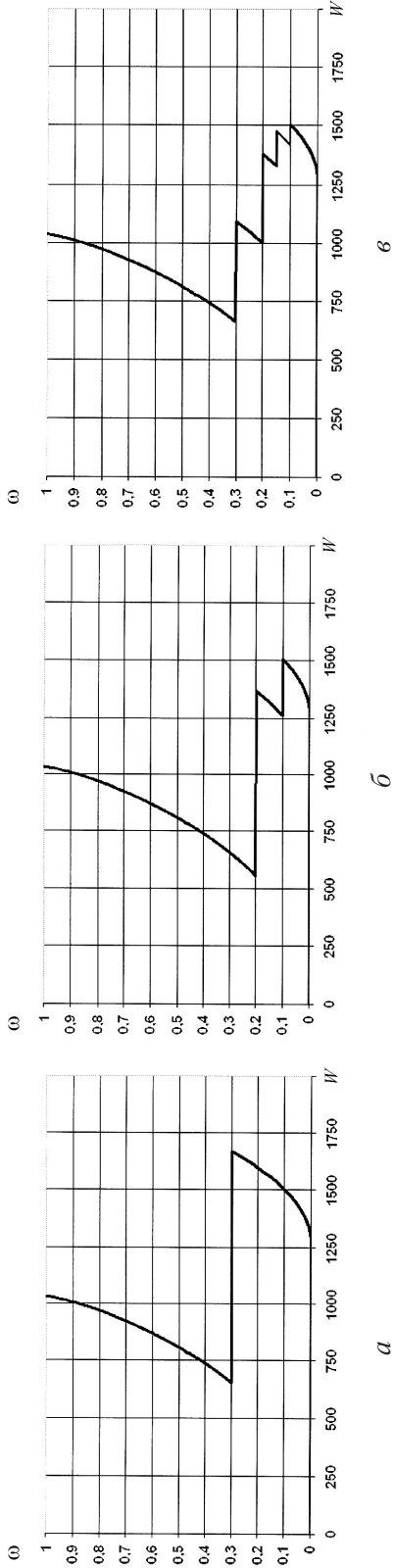


Рис. 4. Зависимость величины усталостных повреждений от внутренней переменной состояния W при возрастающей амплитуде деформаций. (Здесь и на рис. 5: W в МДж/м³)

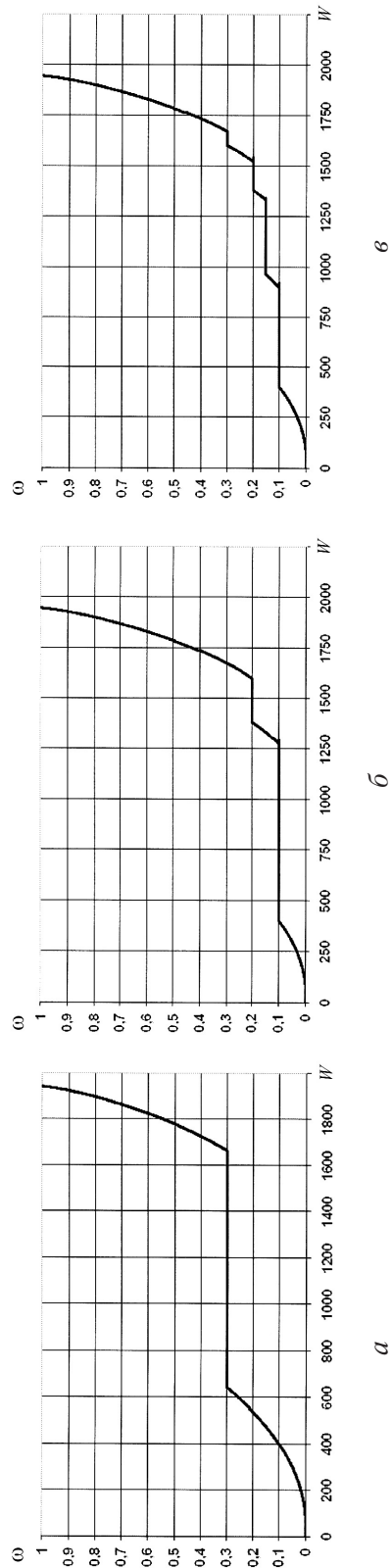


Рис. 5. Зависимость величины усталостных повреждений от внутренней переменной состояния W при уменьшающейся амплитуде деформаций.

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{N_1}{25035} + \frac{561}{891} = 1 \quad \text{и} \quad N_1 \cong 9273 \text{ цикл}, \quad (32)$$

однако из рис. 1,а следует, что $N_1 = 3280$ цикл ($N_1 = N_f - N_5$). Подставив это значение в выражение (32) получим неравенство

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = \frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_5}{N_{f5}} \cong 0,76 < 1, \quad (33)$$

что также соответствует экспериментальным данным [14]. Правило линейного суммирования повреждений в этом случае дает ошибку в неконсервативную сторону.

Аналогичные тенденции наблюдаются также для испытаний при трех и пяти значениях амплитуды деформаций (рис. 2–5): в случае увеличивающихся значений деформаций суммы долей долговечности превышают единицу, в случае уменьшающихся значений – они меньше единицы (более подробно эти результаты представлены на рис. 1–5,б,в и в табл. 6).

Таким образом, полученные численные результаты, их сравнение с имеющимися экспериментальными данными свидетельствуют о важности поведения материала в отношении влияния условий и порядка нагружений.

Заключение. Развита математическая модель механики поврежденной среды, описывающая процессы сложного пластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и сплавах). Разработанная модель позволяет учитывать:

монотонное и циклическое упрочнение, а также эффекты циклической памяти материала при пропорциональном и непропорциональном деформировании, включая переходные циклические процессы и стабилизированное циклическое поведение материала;

локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траектории деформаций;

нелинейное суммирование повреждений при изменении условий нагружения и от действия отдельных механизмов.

Проведена оценка адекватности эволюционных уравнений накопления повреждений путем сопоставления результатов численных расчетов с известными из литературных источников опытными данными по малоцикловой усталостной долговечности, которые подтверждают правильность моделирования процессов циклического упругопластического деформирования и усталостной долговечности конструкционных материалов (металлов и их сплавов).

Анализ полученных численных результатов и их сравнение с имеющимися опытными данными свидетельствуют о том, что:

правило линейного суммирования повреждений неадекватно характеризует поведение материала во многих случаях упругопластического нагружения;

уравнения термопластичности и накопления усталостных повреждений (4)–(7) позволяют с высокой точностью рассчитывать малоцикловую уста-

лостную долговечность конструкционных сталей при многоосных напряженных состояниях и произвольных траекториях деформирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-08-00266-а).

Резюме

Из позиции механики поврежденного срединного континуума разработана математическая модель, описывающая процессы накопления внутренних повреждений в конструктивных материалах (металлы и их сплавы) при комбинированном термомеханическом нагружении. На основании результатов специально поставленных базовых экспериментов предложена экспериментально-теоретическая методика определения материальных параметров в рамках обобщенной теории упругости. Показано, что разработанный вариант обобщенной теории упругости адекватно (качественно и количественно) отображает основные эффекты упруго-пластического деформирования и накопления повреждений в металлах при малоцикловом нагружении.

1. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, подтверждение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
2. Троценко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 342 с.
3. Романов А. Н. Разрушение при малоцикловом нагружении. – М.: Наука, 1988. – 279 с.
4. Волков И. А., Коротких Ю. Г. Уравнение состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
5. Волков И. А., Коротких Ю. Г., Тарасов И. С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при многоосном непропорциональном нагружении // Журн. прикл. механики и техн. физики. – 2009. – № 5. – С. 193 – 205.
6. Волков И. А., Коротких Ю. Г., Тарасов И. С. Численное моделирование накопления повреждений при сложном пластическом деформировании // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – 2, № 1. – С. 5 – 19.
7. Chaboche J. L. Continuous damage mechanics a tool to describe phenomena before crack initiation // Eng. Design. – 1981. – 64. – P. 233 – 247.
8. Пежина П. Моделирование критического поведения и разрушения диссипативного твердого тела // Теорет. основы инж. расчетов. – 1984. – 106, № 4. – С. 107 – 117.
9. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1986. – 360 с.
10. Новожилов В. В. О пластическом разрыхлении // Прикл. математика и механика. – 1965. – 29, вып. 4. – С. 681 – 689.
11. Боднер С. Р., Линдхолм У. С. Критерии приращения повреждений для зависящего от времени разрушения материалов // Теорет. основы инж. расчетов. – 1976. – 100, № 2. – С. 51 – 58.

12. *Леметр Ж.* Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // Там же. – 1985. – **107**, № 1. – С. 90 – 98.
13. *Гаруд Ю. С.* Новый подход к расчету усталости при многоосных нагружениях // Там же. – 1981. – **103**, № 2. – С. 41 – 51.
14. *Бернард-Коннолли М., Бью-Куок Т., Бирон А.* Усталость коррозионно-стойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации // Там же. – 1983. – **105**, № 3. – С. 47 – 53.

Поступила 18. 06. 2010