

Применение метода начальных параметров к анализу связанных гидромеханических колебаний трубопроводных систем. Сообщение 1. Вибродиагностика трубопроводов при механических колебаниях

И. В. Орыняк, А. С. Батура, С. А. Радченко

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Описан метод начальных параметров, используемый при анализе напряженно-деформированного состояния сложных разветвленных трубопроводных систем как при статическом нагружении, так и при собственных и вынужденных гармонических колебаниях, в том числе при кинематическом нагружении амплитудами перемещений. Для моделирования произвольных криволинейных элементов, в частности пространственных, предложен безынерционный поворотный элемент нулевой длины, осуществляющий поворот координатных осей соседних элементов. Показаны возможности метода при решении задачи вибродиагностики трубопроводов.

Ключевые слова: вибрации трубопроводных систем, метод динамических жесткостей, вибродиагностика, вынужденные колебания.

Введение. Динамические воздействия на трубопроводную систему, вызванные, например, вращающимися частями агрегатов или потоком жидкости, могут приводить к резонансу, накоплению повреждений в металле и, как следствие, разрушению. В связи с этим необходимость анализа колебаний трубопроводов предусмотрена в нормативных документах и регламентах эксплуатации для предприятий нефтехимической промышленности, для тепловых и атомных энергетических станций.

Основными задачами вибрационного анализа являются.

Определение собственных частот и форм колебаний трубопроводов, что важно еще на этапе проектирования для предотвращения резонанса.

Моделирование вынужденных колебаний, актуальное, в частности, для описания поведения системы во время гипотетических аварийных ситуаций или при действии известных источников вибрации.

Обработка данных виброметрии, т.е. оценка напряженно-деформированного состояния трубопровода на основе замеров виброускорений, скоростей либо перемещений его точек.

Заметим, что в литературных источниках все больше внимания уделяется колебательным процессам, возникающим в транспортируемой трубопроводами среде (жидкость, сжатый газ, перегретый пар и т.п.). Подобные гидродинамические процессы являются не только источниками вибрации трубопроводов, но и влияют на такие их характеристики, как собственные частоты и формы колебаний [1]. Это обусловлено сложным характером взаимодействия среды с трубопроводом при связанных гидромеханических колебаниях системы трубопровод – транспортируемая среда. Безусловно, учет влияния среды и гидродинамических колебаний – актуален для адекватного анализа вибрации трубопроводов и всех перечисленных выше задач.

Для анализа гармонических колебаний сложных пространственных трубопроводных систем, в том числе с учетом колебаний переносимой среды, в Институте проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины разработан один из вариантов метода начальных параметров (МНП).

Целью настоящего сообщения является описание данного варианта метода начальных параметров и его возможностей для решения практических задач. Основное внимание уделяется применению метода к анализу результатов виброметрии.

Для контроля состояния вибрирующих трубопроводов используются вибрационные датчики, измеряющие изменение во времени таких параметров, как перемещения, скорости и ускорения точек трубопровода. Однако основной интерес представляют силы и напряжения, вызванные вибрациями, которые непосредственно измерить сложно. Поэтому важной задачей является моделирование поведения трубопроводной системы и оценка действующих напряжений на основе кинематических вибропараметров (виброперемещения, виброскорости, виброускорения). Отметим, что в общем случае такая задача – весьма сложная и неоднозначная по ряду причин.

Практически невозможно определить заранее величины всех действующих сил, их направление и точки приложения, особенно для различных переходных и аварийных режимов, даже с учетом предварительного анализа схемы и режимов работы трубопровода.

Использование данных с вибродатчиков при моделировании подразумевает кинематическое нагружение (амплитудами перемещений) модели трубопровода, что затруднено для некоторых расчетных методов, в которых невозможно непосредственно задать амплитуду смещения [2, 3].

Часто возникает необходимость оперативно оценить напряжения в трубопроводе даже ценой некоторого огрубления результата, например в случае наступления опасного режима работы, т.е. метод анализа колебаний должен обладать возможностью экспресс-оценки напряжений, в частности, на основе данных предварительно проведенных вычислений, анализа.

Ниже описаны суть МНП и его возможности при анализе механических колебаний трубопроводов.

1. Суть метода начальных параметров. Согласно МНП трубопровод рассматривается как набор конструктивных стержневых элементов (прямые и криволинейные стержни, тройники, подземные элементы), опор, внешних усилий разных типов. При этом физические, геометрические и механические параметры элементов должны быть постоянными в каждом сечении, что достигается дроблением элементов, при этом размерность задачи может быть восстановлена последующей операцией прогонки.

Напряженно-деформированное состояние (НДС) трубопроводной системы описывается 12 неизвестными параметрами для каждого сечения, а именно: шестью силовыми (три пространственные силы и три момента) и шестью трансляционными (три перемещения и три угла вращения). Для каждого конструктивного элемента записываются уравнения связи 12 параметров в конечном сечении с параметрами в начальном сечении. Например, для статических задач они могут быть получены на основе дифференциальных зависимостей из [4].

Для решения динамических задач (в частности, определения собственных частот и форм, моделирования вынужденных гармонических колебаний и т.д.) уравнения МНП модифицируются с использованием метода динамических жесткостей (МДЖ) [5]. При этом 12-размерный вектор параметров в конце участка \vec{V}_e связывается с вектором состояния в начале участка \vec{V}_i с помощью матрицы перехода $A(G, \omega)$, которая зависит от геометрии сечения трубопровода, длины участка G и частоты колебаний ω :

$$\vec{V}_e = A(G, \omega)\vec{V}_i. \quad (1)$$

В предельном случае ($\omega \rightarrow 0$) матрица A переходит в соответствующую статическую матрицу, а процедуры составления расчетных схем и их решения полностью соответствуют таковым для статического нагружения. В этом и состоит очевидное преимущество МДЖ. Для прямолинейных участков выражения $A(G, \omega)$ сравнительно простые, в то время как для криволинейных участков их получение затруднено. И хотя в литературных источниках представлены некоторые из таких решений, они не могут претендовать на универсальность, и даже для частных случаев геометрии и нагружения имеют очень громоздкий вид.

Для моделирования криволинейных элементов более эффективно введение понятия “безынерционного поворотного элемента нулевой длины”. В этом случае трубопровод моделируется набором прямолинейных конечных и поворотных элементов. Для последних матрица перехода может быть достаточно просто получена в общем виде из уравнений аналитической геометрии.

Геометрия оси трубопровода характеризуется подвижным криволинейным базисом единичных векторов $(\vec{t}(s), \vec{n}(s), \vec{k}(s))$, где \vec{t} – касательный вектор; \vec{n} , \vec{k} – векторы нормали и бинормали соответственно; s – длина оси трубопровода [6]. Другими важными геометрическими характеристиками оси являются главный радиус кривизны R и радиус бинормали B . Известно, что производные от этих векторов по длине оси s описываются следующим образом:

$$\frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{\vec{n}}{R}, \quad \frac{d\vec{n}}{ds} = \frac{\vec{k}}{B} - \frac{\vec{t}}{R}, \quad \frac{d\vec{k}}{ds} = -\frac{\vec{n}}{B}. \quad (2)$$

Трехкомпонентный вектор перемещений $\vec{W} = W_t\vec{t} + W_n\vec{n} + W_k\vec{k}$ (аналогично для углов, сил, моментов) связан с помощью дифференциальных зависимостей с другими внутренними и внешними параметрами нагружения $\vec{F}(s)$:

$$\vec{W}' = \frac{d\vec{W}}{ds} = \vec{F}(s). \quad (3)$$

Для безынерционного поворотного элемента прирост длины дуги $\Delta s = R\Delta\theta$, где $\Delta\theta$ – угол поворота координатных осей, являющийся основной характеристикой элемента.

Тогда прирост вектора перемещений (углов, моментов, сил) будет

$$\Delta \vec{W} = \frac{d\vec{W}}{ds} R \Delta \theta = \vec{F}(s) \Delta s. \quad (4)$$

Поскольку длина поворотного элемента $\Delta s \rightarrow 0$, то $\vec{F}(s) \Delta s \approx 0$, и согласно правилу дифференцирования сложной функции с учетом (2) получим

$$\begin{aligned} dW_t/d\theta - W_n &= 0; \\ dW_n/d\theta + W_t - \eta W_k &= 0; \\ dW_k/d\theta + \eta W_n &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\eta = R/B$, или в более удобном виде $\eta = \Delta\psi/\Delta\theta$, $\Delta\psi$ – поворот (кручение) вокруг оси трубопровода.

Система дифференциальных уравнений (5) имеет следующее решение, записанное в виде, удобном для применения в МНП:

$$\begin{aligned} W_n(\theta) &= W_{n,0} \cos(\sqrt{1+\eta^2}\theta) + \frac{\eta W_{k,0} - W_{t,0}}{\sqrt{1+\eta^2}} \sin(\sqrt{1+\eta^2}\theta); \\ W_t(\theta) &= \frac{\eta^2 W_{t,0} + \eta W_{k,0}}{1+\eta^2} + \frac{W_{n,0}}{\sqrt{1+\eta^2}} \sin(\sqrt{1+\eta^2}\theta) + \\ &+ \frac{W_{t,0} - \eta W_{k,0}}{1+\eta^2} \cos(\sqrt{1+\eta^2}\theta); \\ W_k(\theta) &= -\frac{\eta W_{n,0}}{\sqrt{1+\eta^2}} \sin(\sqrt{1+\eta^2}\theta) - \frac{\eta(W_{t,0} - \eta W_{k,0})}{1+\eta^2} \cos(\sqrt{1+\eta^2}\theta) + \\ &+ \frac{\eta W_{t,0} + W_{k,0}}{1+\eta^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Система (6) является универсальным решением при использовании поворотного элемента для всех четырех трехкомпонентных наборов (перемещения, углы поворота, силы и моменты), характеризующих вектор состояния каждой точки трубопровода (вариант этих уравнений для гидромеханических колебаний будет описан в сообщении 2).

Поиск собственных частот и форм колебаний по МНП базируется на методе “размыкания по перемещениям”, детально описанном в [5]. Суть его состоит в следующем: в сечении между двумя произвольными расчетными элементами вместо условия равенства перемещений (поворотов) по одному из направлений (например, вместо условия $W_{y,0}^i = W_{y,1}^{i-1}$ по направлению Y для

конца “1” элемента $i-1$ и конца “0” элемента i) записывается дополнительное условие равенства силы (момента) по этому направлению произвольному ненулевому числу (для данного примера это условие $Q_{y,1}^{i-1} = Q \neq 0$ или $Q_{y,0}^i = Q \neq 0$). Понятно, что в общем случае при расчете перемещения концов этих элементов не будут равны. Вводится параметр разницы перемещений (в данном случае $\Delta W_y = W_{y,0}^i - W_{y,1}^{i-1}$) концов элементов. Расчет проводится многократно для различных значений собственной частоты ω , которая входит в уравнения связи как параметр. Те значения ω , при которых разница перемещений равна нулю ($\Delta W_y = 0$), являются значениями собственной частоты. Перемещения точек трубопроводной системы и возникающие в сечениях моменты и силы при этих частотах соответствуют собственным формам колебаний [5].

2. Моделирование вынужденных колебаний, кинематическое нагружение трубопроводной системы по МНП. Выше отмечалось, что моделирование вынужденных колебаний является важной частью гармонического анализа. Это необходимо, в частности, для оптимизации размещения вибродатчиков, оценки значений вынуждающих сил. В основном в расчетных программных комплексах можно задавать амплитуды внешних сил и моментов. Согласно МНП амплитуда внешней вынуждающей силы, действующей вдоль определенной оси, задается как скачок сил между трубопроводными элементами:

$$Q_2 = Q_1 + P_0, \quad (7)$$

где Q_1 и Q_2 – амплитудные значения внутренних усилий по определенному направлению на концах сопрягаемых участков; P_0 – амплитуда внешней гармонической силы. Отметим, что без учета внешней силы ($P_0 = 0$) получим простое условие сопряжения сил между элементами:

$$Q_1 = Q_2.$$

В качестве примера рассмотрим балку (рис. 1), нагруженную в центре гармонической силой амплитудой P_0 . Балка представляет собой полный стержень круглого сечения (труба) со следующими параметрами: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0,3$; $\rho = 8000$ кг/м³; длина $l = 5$ м; внешний радиус $R = 0,1$ м; толщина стенки $t = 0,005$ м.

В результате численного моделирования получена зависимость изгибающего момента в центральной точке $M(l/2)$ от частоты ω , которая соответствует известному теоретическому решению для балки Эйлера, $M(l/2) = \frac{P_0 l}{8\gamma} (\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{th} \gamma)$, где $\gamma = \frac{\alpha l}{2} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{\rho F \omega^2 l^4}{EI}}$; $\alpha = \sqrt[4]{\frac{\rho F \omega^2}{EI}}$; F и I – площадь и момент инерции сечения [7]. При этом для первой собственной частоты $\omega = 136$ рад/с на зависимости наблюдается разрыв второго рода, соответствующий возникновению резонанса, при $\omega \rightarrow 0$ изгибающий момент стремится к статическому значению.

Важно отметить, что данный принцип задания нагрузки используется как в статической, так и динамической версии МНП.

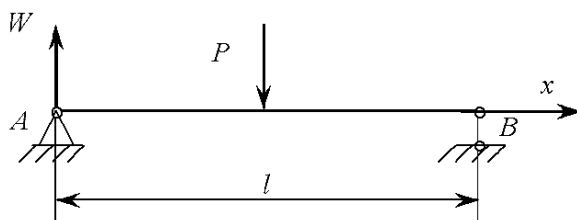


Рис. 1. Схема нагружения двухопорной трубы: точками A и B обозначены концы трубы; W – направление ее поперечного смещения.

На практике часто приходится решать обратную задачу, состоящую в идентифицировании (“восстановлении”) амплитуды вынуждающей силы на основании замеров кинематических параметров посредством вибродатчиков. Согласно предложенному МНП, существует возможность нагружать модель трубопровода кинематически, т.е. амплитудами перемещений, что выгодно отличает этот метод от ряда аналогов.

Амплитуда перемещений W_0 задается с помощью элементов “жесткая опора”, т.е. опор с нулевым значением податливости, жестко задающих перемещение балки в произвольном числе точек закрепления по выбранным направлениям следующим образом:

$$w = W_0. \quad (8)$$

Амплитуда внешней силы P_0 при этом определяется (“восстанавливается”) тривиально, как реакция на соответствующей опоре. Важной особенностью данного МНП является то, что значение P_0 можно определять не только в точках, где заданы перемещения, т.е. в местах установки вибродатчиков, но и в других, например, где предполагается действие вынуждающих сил. При этом идентификация действующих сил будет точной. Покажем это на примере.

Пусть на расстоянии 1 м от точки приложения некоторой гармонической силы амплитудой P_0 к балке (рис. 1) измерена амплитуда виброперемещения W_0 . Положим его одинаковым для всех частот и равным перемещению от некоторой статической силы $P_{ст}$. Тогда задача идентификации внешней силы сводится к определению в заданном диапазоне частот амплитуды P_0 на основании “измерения амплитуды виброперемещения W_0 на вибродатчике”. На рис. 2 показана зависимость восстановленной, идентифицированной с помощью МНП внешней силы, разделенной на значение $P_{ст}$, от частоты колебаний, разделенной на первую собственную частоту колебаний балки.

Полученная кривая совпала с теоретическим результатом, тривиально определяемым из формулы для смещения точек балки в зависимости от расстояния x от начала балки:

$$W(x) = \frac{P_0 l^3}{16EI\gamma^3} \frac{Y_3(\gamma)Y_2(\alpha x) - Y_1(\gamma)Y_4(\alpha x)}{Y_1^2(\gamma) - Y_3^2(\gamma)}, \text{ пред-}$$

ставленной, в частности, в [7], где Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 – функции Крылова. Поскольку здесь, как и в [7], потери энергии при колебаниях не учитывались, при приближении к первой и третьей собственным частотам значение вынуждающей силы стремится к нулю. При этом для второй собственной частоты (на

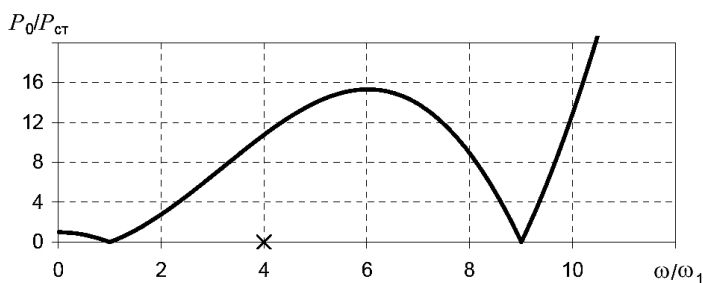
Рис. 2. Зависимость амплитуды внешней силы от частоты колебаний ω .

рис. 2 отмечена крестиком) значение силы ненулевое, так как в центре балки находится узел колебаний. Важно заметить, что при $\omega \rightarrow 0$ значение силы стремится к статическому (к единице), т.е. модель сохраняет непрерывность решения при переходе к статике.

3. Восстановление поведения системы на основе замеров виброперемещений. Если места действия вынуждающих сил известны, то на основании замеров амплитуд перемещений с помощью вибродатчиков их можно точно определить (“восстановить”). Однако реально их места действия часто неизвестны, поэтому возникают закономерные вопросы: насколько точно можно восстановить поведение системы, т.е. определить амплитуды внутренних сил, моментов, перемещений трубы в каждом сечении, на основании замеров и как влияет на точность результатов расположение вибродатчиков относительно вынуждающих сил.

Для ответа на эти вопросы был проведен следующий численный эксперимент, описанный, в частности, в [2]. Труба, аналогичная изображенной на рис. 1, но с другими условиями закрепления: слева – жесткая заделка, справа – шарнирная опора, нагружается в центре силой амплитуды P_0 . Параметры системы: $E = 2,0689 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0,3$; $\rho = 7836,6$ кг/м³; $l = 6,096$ м; $R = 0,05715$ м; $t = 0,0188$ м. Первые собственные частоты колебаний системы равны 11,66, 37,65, 78,18 Гц.

На первом этапе эксперимента (“реальное нагружение”) система нагружалась силой амплитуды P_0 в диапазоне частот колебаний 0...160 Гц, амплитуды перемещений и моментов записывались в 19 равномерно распределенных по трубе сечениях, которые в дальнейшем считались точками возможного “расположения вибродатчиков”.

На втором этапе моделировалось “восстановление поведения системы” на основании информации, полученной с вибродатчиков, при различных вариантах их расположения. Для этого вынуждающую силу в центральной точке убирали, а в сечениях, где моделируется вибродатчик, система кинематически нагружалась записанными во время “реального нагружения” амплитудами перемещений. На графиках поведение системы при силовом нагружении (“реальное”) сопоставлялось с поведением системы при кинематическом нагружении (“восстановленное”). На рис. 3 в качестве примера приведены графики для разных частот и вариантов расположения датчиков (крестики). Поскольку интерес представляет точность восстановления поведения системы, а не конкретные значения амплитуд, для удобства на графиках

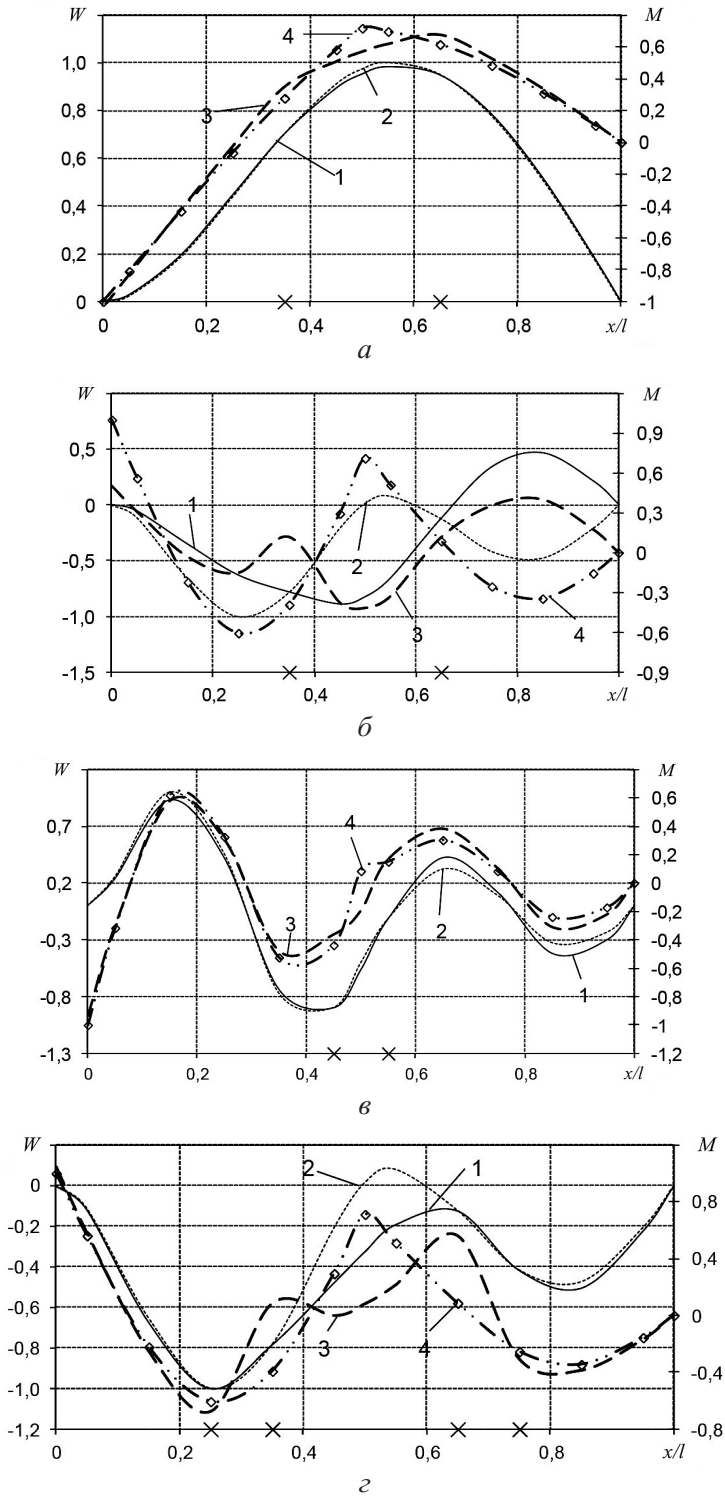


Рис. 3. Графики поперечного смещения трубы W (1, 2) и изгибающего момента M (3, 4): 1, 3 – “восстановленные”; 2, 4 – “реальное” (а – $\omega = 8$ Гц, размещение датчиков по первому варианту; б – $\omega = 60$ Гц, то же по первому варианту; в – $\omega = 140$ Гц, то же по второму варианту; г – $\omega = 60$ Гц, то же по третьему варианту).

они разделены на максимальные амплитуды перемещений и моментов в “реальном” случае, продольная координата x (ось абсцисс) разделена на длину балки l . Отметим, что при использовании данных со всех 19 “точек замеров” поведение системы восстанавливалось абсолютно точно.

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Чем ближе точки замеров к месту действия силы, тем точнее восстанавливается поведение системы.

2. Чем больше точек измерений, тем точнее результат (хотя близость к месту действия силы является более важным фактором).

3. С увеличением частоты колебаний точность восстановления поведения системы падает, хотя эта зависимость и немонотонная.

Таким образом, метод может быть эффективно использован для определения НДС трубопровода по результатам замеров виброперемещений при относительно невысоких частотах вынужденных колебаний, не превышающих первую собственную частоту. С повышением частоты колебаний точность оценки НДС уменьшается.

Отметим, что в [2] получены несколько парадоксальные выводы, радикально отличающиеся от наших. Согласно приведенным результатам [2], точность восстановления поведения системы увеличивается с ростом частоты колебаний, и для частот возбуждения, превышающих третью собственную частоту, она практически идеальна. Моделирование поведения трубы в [2] проводилось с помощью метода конечных элементов, и, судя по всему, не совсем корректно было реализовано кинематическое нагружение системы. Заметим, что сомнения по поводу адекватности результатов [2] были высказаны и в [8].

4. Оценка действующих напряжений на основе замеров виброскоростей. “Коэффициент эластичности” $K_{эл}$ представляет собой соотношение между максимальными действующими напряжениями σ_{max} в трубопроводной системе и максимальной виброскоростью \dot{W}_{tmax} [9]. Для трубы, опертой на две шарнирные опоры (рис. 1), легко показать, что данное соотношение постоянное для всех собственных частот. Так, напряжение σ_M от изгибающего момента M будет $\sigma_M = \frac{M}{I} R$. В свою очередь, $M = \frac{d^2W}{dx^2} EI$. На основании решения для поперечных колебаний стержней с распределенной массой, представленного, например, в [4], получим выражение для максимального значения σ_M :

$$\sigma_{max} = Ak^2 ER, \quad (9)$$

где $k^4 = \frac{\rho F \omega_i^2}{EI}$; ω_i – i -я собственная частота колебаний; A – амплитуда колебаний.

С другой стороны, дифференцируя по времени t выражение для W при колебаниях, получаем

$$\dot{W}_t = \omega_i A \sin i \frac{x\pi}{l} \cos \omega_i t. \quad (10)$$

Тогда для собственных частот колебаний ω_i запишем

$$K_{эл}(\omega_i) = \frac{\sigma_{\max}}{\dot{W}_{t\max}} = \frac{Ak^2 ER}{A\omega_i} = \frac{\sqrt{\rho F E R}}{\sqrt{IE}} \approx \sqrt{2\rho E} \quad (\text{для тонкостенной трубы}). \quad (11)$$

Следует отметить, что в общем случае точка с максимальными вибро-скоростями не будет совпадать с точкой действия наибольших напряжений, более того, максимальные значения достигаются в разных фазах гармонических колебаний.

Безразмерный коэффициент эластичности $\tilde{K}_{эл}(\omega) = K_{эл}(\omega) / \sqrt{2\rho E}$ представляет собой отношение $K_{эл}$ для конкретной трубопроводной системы и частоты колебаний ω к значению $K_{эл}$ для прямой балки, определяемому по (11). Поскольку МНП позволяет определить формы собственных и вынужденных колебаний, с его помощью можно тривиально получить $\tilde{K}_{эл}(\omega)$ для любых трубопроводных систем. На рис. 4 показана построенная по МНП зависимость $\tilde{K}_{эл}$ от частоты вынужденных колебаний ω для балки, жестко защемленной с одного конца и опертой на шарнирную опору с другого (ее параметры описаны в разд. 3). При приближении частоты возбуждения ω к собственным частотам данной балки параметр $\tilde{K}_{эл}$ стремится к значениям для собственных частот колебаний.

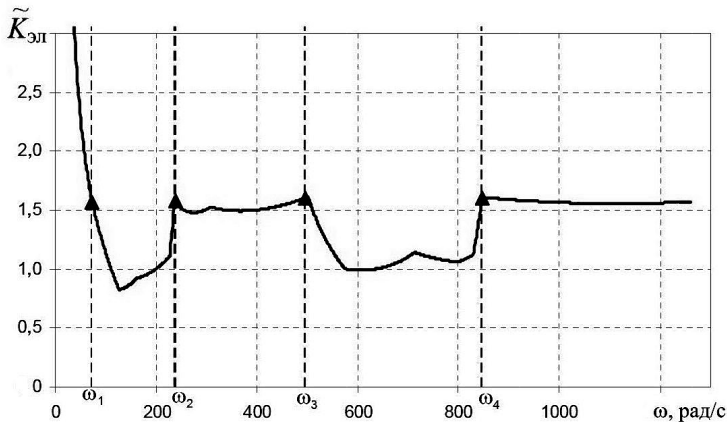


Рис. 4. Зависимость коэффициента эластичности от частоты вынужденных колебаний. (Штриховые линии соответствуют собственным частотам колебаний, точки – значения $\tilde{K}_{эл}$ для этих частот.)

Для первых двух собственных частот при различных конфигурациях трубопроводных систем и формах колебаний по МНП получены значения $\tilde{K}_{эл}$, а также отношения вибронпряжений к виброперемещениям и виброскоростям (таблица), которые весьма близки к полученным путем численных экспериментов в [10].

Сообственные частоты, соотношение между напряжениями и перемещениями, напряжениями и виброскоростями, коэффициент эластичности

Параметры	Прямая балка		U-образная система, колебания в плоскости	
	Первая собственная форма	Вторая собственная форма	Первая собственная форма	Вторая собственная форма
Собственная частота колебаний, Гц	$\frac{1,676}{1,671}$	$\frac{6,706}{6,700}$	$\frac{4,024}{4,822}$	$\frac{16,265}{18,319}$
Отношение напряжений к перемещениям, Па/м	$\frac{7,086 \cdot 10^9}{7,153 \cdot 10^9}$	$\frac{2,835 \cdot 10^{10}}{2,843 \cdot 10^{10}}$	$\frac{2,586 \cdot 10^{10}}{3,272 \cdot 10^{10}}$	$\frac{6,012 \cdot 10^{10}}{6,693 \cdot 10^{10}}$
Отношение напряжений к виброскоростям, Па·с/м	$\frac{5,943 \cdot 10^7}{6,064 \cdot 10^7}$	$\frac{5,943 \cdot 10^7}{6,010 \cdot 10^7}$	$\frac{9,010 \cdot 10^7}{9,612 \cdot 10^7}$	$\frac{5,183 \cdot 10^7}{5,176 \cdot 10^7}$
$\tilde{K}_{эл}(\omega)$	1,000	0,991	1,585	0,854
	Z-образная система, колебания из плоскости		3D система	
	Первая собственная форма	Вторая собственная форма	Первая собственная форма	Вторая собственная форма
Собственная частота колебаний, Гц	$\frac{3,973}{4,090}$	$\frac{5,806}{5,921}$	$\frac{3,497}{3,374}$	$\frac{4,720}{5,730}$
Отношение напряжений к перемещениям, Па/м	$\frac{2,428 \cdot 10^{10}}{2,492 \cdot 10^{10}}$	$\frac{2,849 \cdot 10^{10}}{2,577 \cdot 10^{10}}$	$\frac{2,748 \cdot 10^{10}}{2,108 \cdot 10^{10}}$	$\frac{3,276 \cdot 10^{10}}{3,061 \cdot 10^{10}}$
Отношение напряжений к виброскоростям, Па·с/м	$\frac{8,603 \cdot 10^7}{8,630 \cdot 10^7}$	$\frac{6,893 \cdot 10^7}{6,166 \cdot 10^7}$	$\frac{1,105 \cdot 10^8}{8,850 \cdot 10^7}$	$\frac{9,743 \cdot 10^7}{7,568 \cdot 10^7}$
$\tilde{K}_{эл}(\omega)$	1,423	1,017	1,460	1,248

Примечание. Над чертой приведены данные, полученные в [10], под чертой – с помощью МНП.

Видно, что безразмерный коэффициент эластичности имеет порядок единицы. Зная плотность материала и модуль Юнга, на основании замеров виброскоростей с датчиков можно быстро (в режиме реального времени) оценить действующие при вибрациях трубопроводов напряжения по формуле (11). Использование замеров виброскоростей предусмотрено в ряде норм по обеспечению безопасной эксплуатации трубопроводов [11–13]. Так, в атомной энергетике гарантированно безопасными считаются значения виброскоростей до 12 мм/с, опасными – от 20 мм/с. Оценка прочности трубопроводов в соответствии с этими нормами по данным измерений виброскорости предусмотрена в ряде расчетных программных комплексов [14, 15]. Отметим, что для компенсации возможных неточностей в определении $\tilde{K}_{эл}$ и мест с наибольшей амплитудой колебаний предельные значения виброскоростей выбираются весьма консервативно, с большими коэффициентами запаса. Использо-

вание развитых расчетных комплексов и методов анализа трубопроводов позволяет уменьшить эту консервативность.

Выводы

1. Предложен вариант метода начальных параметров для анализа гармонических механических колебаний сложных трубопроводных систем.

2. Описан безынерционный поворотный элемент, позволяющий моделировать произвольные криволинейные элементы, в том числе пространственные.

3. Показана точность метода при моделировании вынужденных колебаний как при силовом, так и кинематическом нагружении трубопроводов.

4. Представлены два подхода к анализу данных виброметрии: полное восстановление поведения системы на основании замеров виброперемещений и экспресс-оценка вибронапряжений по данным замеров виброскоростей.

5. Показаны возможности использования МНП для этих видов анализа. Продемонстрирована актуальность реализованного в МНП кинематического нагружения, существенно упрощающего моделирование поведения системы по данным замеров.

Резюме

Описано метод початкових параметрів, який використовується для аналізу напружено-деформованого стану складних розгалужених трубопровідних систем як за статичного навантаження, так і за власних та вимушених гармонічних коливань, у тому числі за кінематичного навантаження амплітудами переміщень. Для моделювання довільних криволінійних елементів, зокрема просторових, запропоновано безінерційний поворотний елемент нульової довжини, що здійснює поворот координатних осей сусідніх елементів. Показано можливості методу для розв'язку задачі вібродіагностування трубопроводів.

1. *Moussou P., Vaugrante P., Guivarch M., and Seligmann D.* Coupling effects in a two elbows piping system // Proc. of the 7th Int. Conf. on Flow Induced Vibrations, Lucerne, Switzerland. – 2000. – P. 579 – 586.
2. *Moussa W. A. and AbdelHamid A. N.* On the evaluation of dynamic stresses in pipelines using limited vibration measurements and FEA in the frequency domain // J. Press. Vess. Tech. – 1999. – 121. – P. 241 – 245.
3. *ANSYS Operational Guide.* ANSYS Release 10.0. – ANSYS Inc., 2005. – 105 p.
4. *Сопротивление материалов.* Учеб. для вузов (4 изд.) / Под общ. ред. акад. АН УССР Г. С. Писаренко. – Киев: Вища шк., 1979. – 496 с.
5. *Орняк И. В., Радченко С. А., Батура А. С.* Расчет собственных и вынужденных колебаний трубопроводной системы. Сообщ. 1. Анализ колебаний пространственной стержневой системы // Пробл. прочности. – 2007. – № 1. – С. 79 – 93.

6. Лантев Г. Ф. Элементы векторного исчисления. – М.: Наука, 1975. – 336 с.
7. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высш. шк., 1972. – 416 с.
8. Truong K. T. Discussion of “On the evaluation of dynamic stresses in pipelines using limited vibration measurements and FEA in the frequency domain” // J. Press. Vess. Tech. – 2001. – **123**. – P. 259 – 261.
9. Батура А. С., Орыняк И. В., Радченко С. А. Анализ гармонических колебаний трубопроводных систем с помощью программного комплекса PipeMaster // Надійність і довговічність машин та споруд. – 2007. – № 28. – С. 148 – 165.
10. Wachel J. C., Morton Scott J., and Atkins Kenneth E. Piping vibration analysis // Proc. 19th Turbomachinery Symp. – Texas A&M University, 1990. – P. 119 – 134.
11. ASME OM-S/G-2000. Standards and Guides for Operation and Maintenance of Nuclear Power Plants. Pt. 3: Requirements for Pre-operational and Initial Start-up Vibration Testing of Nuclear Power Plant Piping Systems. – ASME, New York, 2000. – 388 p.
12. ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Sec. III, Div. I, Nuclear Power Plant Components, Subsection NB, NB-3600. – New York, 1992. – 412 p.
13. Seligman D. and Guillou J. Flow induced vibration in a PWR piping system // Trans. 13th SMIRT (August 13–18). – Porto Alegre, Brazil, 1995.
14. CAEPIPE User’s Manual, Version 5.1J. – SST Systems, 2003. – 457 p.
15. Hartlen R. T. The “Dynamic Susceptibility” Method for Piping Vibration – a Screening Tool for Potentially-Large Alternating Stresses. User Guide // Plant Equipment Dynamics, Ontario, Canada, 2002. – 8 p.

Поступила 23. 06. 2011