

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УДК 620.172.224

Эффект Баушингера в трансверсально-изотропных материалах с трансляционным упрочнением

В. Н. Бастун

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

В рамках модели трансверсально-изотропного материала с трансляционным упрочнением исследована зависимость меры эффекта Баушингера от величины пластической деформации при растяжении в направлении оси симметрии и в ортогональном направлении. Приведен числовой пример определения меры эффекта Баушингера в стали 28ХЗСНМВФА мартенситного класса. Показано, что анизотропия предела текучести в области малых пластических деформаций сопровождается существенной анизотропией меры эффекта Баушингера.

Ключевые слова: эффект Баушингера, трансверсально-изотропный материал, трансляционное упрочнение.

Введение. Эффект Баушингера, представляющий простейшее проявление деформационного упрочнения, характеризует усталостную прочность, которая изменяется в результате накопления повреждений в материалах при циклическом знакопеременном нагружении [1, 2]. В качестве меры эффекта Баушингера чаще всего принимают величину отношения пределов текучести при изменении знака нагружения материала [3]. Эффект Баушингера при знакопеременном кручении исследовался в [4]. Мету эффекта Баушингера определяют экспериментально.

В литературных источниках эффект Баушингера рассматривается применительно к изотропным материалам, где его мера не зависит от направления предварительного деформирования. На необходимость изучения эффекта Баушингера в анизотропных материалах обращается внимание в работах [5–7].

Ниже рассмотрена возможность определения меры эффекта Баушингера в трансверсально-изотропных материалах расчетным путем в рамках гипотезы упрочнения трансляционного типа. При этом меру эффекта Баушингера необходимо определять в направлении двух ортогональных осей, одна из которых совпадает с осью симметрии, а другая лежит в плоскости изотропии. Указанный вид анизотропии характерен для металлических полуфабрикатов, получаемых путем волочения при обработке давлением [8]. Как показывают экспериментальные исследования [9], упрочнение трансляционного типа характерно для сталей мартенситного класса и титановых сплавов.

Постановка задачи. Рассмотрим материал в виде прутка, который получен при технологическом деформировании – волочении путем растяжения в осевом направлении. Введем ортогональную систему координат 1, 2, 3, ось 1

которой совпадает с осью прутка (ось симметрии), а оси 2 и 3 лежат в плоскости изотропии. Состояние поставки обозначим индексом 0, состояние после первичного растяжения до величины пластической деформации ε^p – индексом 1. Мера эффекта Баушингера λ в направлении осей 1 и 2 определяется соответственно соотношениями

$$\lambda_1 = \frac{\sigma_{1T}^{(-)}(\varepsilon_{11}^{p(1)})}{\sigma_{1T}^{(+)}(\varepsilon_{11}^{p(1)})}; \quad \lambda_2 = \frac{\sigma_{2T}^{(-)}(\varepsilon_{22}^{p(1)})}{\sigma_{2T}^{(+)}(\varepsilon_{22}^{p(1)})}, \quad (1)$$

где σ_{1T} , σ_{2T} – пределы текучести соответственно в направлении осей 1 и 2; $\varepsilon_{11}^{p(1)}$ и $\varepsilon_{22}^{p(1)}$ – пластические деформации при первичном растяжении соответственно в направлении осей 1 и 2; знаки “–” и “+” – соответственно повторные сжатие и растяжение после первичного растяжения до достижения пластической деформации $\varepsilon^{p(1)}$. Заметим, что мера эффекта Баушингера λ в направлении оси 3 в силу симметрии совпадает с таковой в направлении оси 2 и поэтому не рассматривается.

Для определения входящих в (1) пределов текучести используем условие пластичности анизотропных тел [9], анизотропия которых обусловлена деформационным упрочнением. Это условие в пространстве нормальных напряжений σ_{ii} ($i=1, 2, 3$) имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - \frac{2}{3}(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_{11} + \\ & + \sqrt{2}\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2\right)\sigma_{22} + a_1^2 + a_2^2 - R^2 = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где a_1 , a_2 и R – параметры, характеризующие анизотропию материала.

Уравнение (2) описывает некоторую поверхность, которая названа поверхностью нагружения. Смысл параметров a_1 , a_2 и R будет ясен, если след поверхности (2) представить в девиаторной плоскости $S_1 - S_2$ пяти-мерного векторного пространства S_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$) [10], где он примет вид окружности

$$(S_1 - a_1)^2 + (S_2 - a_2)^2 = R^2 \quad (3)$$

с координатами центра a_1 , a_2 и радиусом R .

Компоненты S_1 и S_2 связаны с компонентами девиатора напряжений S_{ii} соотношениями

$$S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}S_{11}; \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(S_{22} - S_{23}), \quad (4)$$

где $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma$; $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{kk}$ – среднее напряжение.

Тогда запишем

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(2\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{33}); \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sigma_{22} - \sigma_{33}). \quad (5)$$

Заметим, что в случае кинематического упрочнения имеем $R = R^{(0)} = \text{const}$, при технологическом деформировании – волочении путем одноосного растяжения, согласно гипотезе Циглера [11], $-a_2 = a_2^{(0)} = 0$. При этом траектория центра окружности (3) на стадии технологического деформирования показана на рис. 1 отрезком Ob , поверхность нагружения в состоянии поставки – окружностью с центром в точке b .

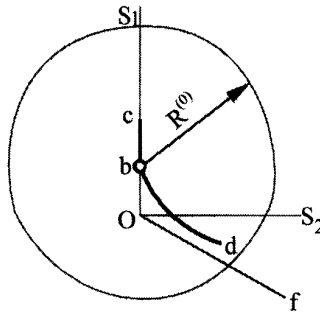


Рис. 1. Траектории центра поверхности нагружения при растяжении в направлении оси симметрии и в ортогональном направлении.

Функции $\lambda_1(\varepsilon_{11}^{p(1)})$ и $\lambda_2(\varepsilon_{22}^{p(1)})$ будем определять следующим образом.

Мера эффекта Баушингера в направлении оси 1. При растяжении до некоторой величины пластической деформации $\varepsilon_{11}^{p(1)}$ траектория центра окружности (3) описывается отрезком bc на прямой $S_2 = 0$ (рис. 1). С учетом граничного условия $\sigma_{11} = \sigma_{1r}$ при $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ и принятых допущений из условия (2) находим

$$\sigma_{1r}^{(\pm)} = \sqrt{\frac{3}{2}}(a_1^{(1)} \pm R^{(0)}). \quad (6)$$

Тогда мера эффекта Баушингера будет

$$\lambda_1(\varepsilon_{11}^{p(1)}) = \frac{a_1^{(1)}(\varepsilon_{11}^{p(1)}) - R^{(0)}}{a_1^{(1)}(\varepsilon_{11}^{p(1)}) + R^{(0)}}. \quad (7)$$

Из (6) следует

$$a_1(\varepsilon_{11}^{p(1)}) = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{1r}^{(+)}(\varepsilon_{11}^{p(1)}) - R^{(0)}. \quad (8)$$

Полагаем, что диаграмма растяжения $\sigma_{11}(\varepsilon_{11}^{p(1)})$ известна. Тогда, принимая напряжение, соответствующее некоторой фиксированной деформации

$\bar{\varepsilon}_{11}^{p(1)}$, в качестве предела текучести $\sigma_{1T}^{(+)}$, будем считать известной и величину $a_1(\varepsilon_{11}^{p(1)})$.

Величину $R^{(0)}$ в состоянии поставки определим следующим образом. Подставим в (2) последовательно граничные условия $\sigma_{11} = \sigma_{1T}^{(+)(0)}$ при $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ и $\sigma_{22} = \sigma_{2T}^{(+)(0)}$ при $\sigma_{11} = \sigma_{33} = 0$, в результате чего получим систему из двух уравнений, из решения которой находим:

$$a_1^{(0)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{(\sigma_{1T}^{(+)(0)})^2 - (\sigma_{2T}^{(+)(0)})^2}{2\sigma_{1T}^{(+)(0)} + \sigma_{2T}^{(+)(0)}} \quad (9)$$

и

$$R^{(0)} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_{1T}^{(+)(0)} - a_1^{(0)}). \quad (10)$$

Задавая на диаграмме $\sigma_{11}(\varepsilon_{11}^{p(1)})$ ряд значений σ_{11} и вычисляя по (8) соответствующие значения a_1 , по формуле (7) определяем функцию $\lambda_1(\varepsilon_{11}^{p(1)})$.

Мера эффекта Баушингера $\lambda_1(\varepsilon_{11}^{p(1)})$ может быть определена также по формуле (1). Значение $\sigma_{1T}^{(-)}(\varepsilon_{11}^{p(1)})$ (1) вычисляем из (6). Здесь и далее принимается абсолютное значение предела текучести $\sigma_{1T}^{(-)}$.

Мера эффекта Баушингера в направлении оси 2. Как следует из соотношений (5), одноосному растяжению в направлении оси 2 соответствует линейная траектория нагружения в плоскости $S_1 - S_2$

$$S_1 = -(1/\sqrt{3})S_2, \quad (11)$$

которая описывается отрезком Of на рис. 1. При этом траектория центра окружности (3), которая смещается в соответствии с гипотезой Циглера [11] в сторону оси S_2 , изобразится некоторой кривой $a_1(a_2)$. Подставляя в (2) граничное условие $\sigma_{22} = \sigma_{2T}^{(\pm)}$ при $\sigma_{11} = \sigma_{33} = 0$ и решая его относительно $\sigma_{2T}^{(\pm)}$, получаем

$$\sigma_{2T}^{(\pm)} = \frac{3}{4} \left[-\sqrt{2} \left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2 \right) \pm \sqrt{2 \left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2 \right)^2 - \frac{8}{3} (a_1^2 + a_2^2 - (R^{(0)})^2)} \right], \quad (12)$$

где $a_1(\varepsilon_{22}^{p(1)})$ и $a_2(\varepsilon_{22}^{p(1)})$ находим с помощью графоаналитического метода [12] следующим образом.

Зададимся на прямой (11) рядом точек $\bar{S}^{(1)}, \bar{S}^{(2)}, \dots, \bar{S}^{(n)}$, которым соответствуют деформации растяжения $\bar{\varepsilon}_{22}^{p(1)}, \bar{\varepsilon}_{22}^{p(2)}, \dots, \bar{\varepsilon}_{33}^{p(n)}$ в направлении оси 2. В соответствии с гипотезой [11] центр окружности (3) будет смещаться в

направлении вектора, соединяющего ее центр с изображающей точкой на траектории нагружения (11). В данном случае этот вектор на первом этапе будет ориентирован в направлении прямой

$$\frac{S_1 - a_1^{(0)}}{\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)}} = \frac{S_2}{\bar{S}_2^{(1)}}, \quad (13)$$

проходящей через точки с координатами $(0, a_1^{(0)})$ и $(\bar{S}_1^{(1)}, \bar{S}_2^{(1)})$.

Решая совместно уравнения прямой (13) и окружности

$$(S_1 - \bar{S}_1^{(1)})^2 + (S_2 - \bar{S}_2^{(1)})^2 = (R^{(0)})^2 \quad (14)$$

с центром в точке $\bar{S}^{(1)}$ с координатами $(\bar{S}_1^{(1)}, \bar{S}_2^{(1)})$, определяем значения координат $a_1^{(1)}$ и $a_2^{(1)}$ нового центра окружности (3), соответствующие точке $\bar{S}^{(1)}$:

$$\begin{aligned} a_1^{(1)} = & \frac{1}{1 + \left(\frac{\bar{S}_2^{(1)}}{\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)}} \right)^2} \left\{ \bar{S}_1^{(1)} + \frac{a_1^{(0)}(\bar{S}_2^{(1)})^2}{(\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)})^2} + \frac{(\bar{S}_2^{(1)})^2}{\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)}} - \right. \\ & - \left[\bar{S}_1^{(1)} + \frac{a_1^{(0)}(\bar{S}_1^{(1)})^2}{(\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)})^2} + \frac{(\bar{S}_2^{(1)})^2}{\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)}} \right]^2 - \left[1 + \left(\frac{\bar{S}_2^{(1)}}{\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)}} \right)^2 \right] \times \\ & \times \left[(\bar{S}_1^{(1)})^2 + \frac{2(\bar{S}_2^{(1)})^2 a_1^{(0)}}{\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)}} + (\bar{S}_2^{(1)})^2 - (R^{(0)})^2 \right]^{1/2} \Bigg\}; \\ a_2^{(1)} = & \frac{\bar{S}_2^{(1)}(a_1^{(1)} - a_1^{(0)})}{\bar{S}_1^{(1)} - a_1^{(0)}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Проведем через точки $a_1(a_1^{(1)}, a_2^{(1)})$ и $\bar{S}^{(2)}(\bar{S}_1^{(2)}, \bar{S}_2^{(2)})$ прямую

$$\frac{S_1 - a_1^{(1)}}{\bar{S}_1^{(2)} - a_1^{(1)}} = \frac{S_2 - a_2^{(1)}}{\bar{S}_2^{(2)} - a_2^{(1)}} \quad (16)$$

и решим (16) совместно с уравнением окружности

$$(S_1 - \bar{S}_1^{(2)})^2 + (S_2 - \bar{S}_2^{(2)})^2 = (R^{(0)})^2 \quad (17)$$

с центром в точке $\bar{S}^{(2)}$. В результате найдем новое положение центра окружности (3), соответствующее точке $\bar{S}^{(2)}$. Аналогично получим ряд точек, определяющих траекторию центра поверхности нагружения при растяжении материала прутка в направлении оси 2. Эта траектория на рис. 1 показана кривой bd . Значения пластической деформации ε_{22}^p , соответствующие точкам $\bar{S}^{(n)}$, найдем из кривой деформирования $\sigma_{22}^{(0)}(\varepsilon_{22}^{(0)})$, определяемой экспериментально. Она может быть установлена также расчетным путем при использовании одного из вариантов теории пластичности анизотропных тел, например [13, 14].

Числовой пример. Определим меру эффекта Баушингера в двух ортогональных направлениях: в направлении оси симметрии и оси, расположенной в плоскости изотропии. Материал – прутки диаметром 40 мм из стали 28ХЗСНМВФА мартенситного класса, полученный путем волочения и подвергнутый упрочняющей термической обработке. Значения пределов текучести материала следующие: в направлении оси симметрии $\sigma_{1T}^{(0)} = 1710$ МПа, в направлении ортогональных осей 2 и 3, расположенных в плоскости изотропии, $\sigma_{2T}^{(0)} \approx \sigma_{3T}^{(0)} = 1350$ МПа. Значения предела прочности σ_B и модуля Юнга E в разных направлениях практически одинаковы и равны соответственно 1860 МПа и $2 \cdot 10^5$ МПа. Диаграммы растяжения $\sigma_{11}^{(0)}(\varepsilon_{11}^{(0)})$ и $\sigma_{22}^{(0)}(\varepsilon_{22}^{(0)})$ в направлении осей 1 и 2 приведены на рис. 2.

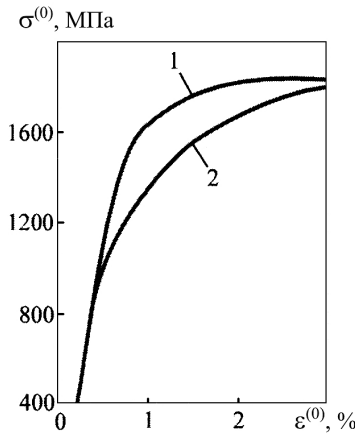


Рис. 2. Диаграммы растяжения стали 28ХЗСНМВФА в направлении оси симметрии (1) и ортогональном направлении (2).

По формулам (9) и (10) находим $a_1^{(0)} = 175$ МПа, $R^{(0)} = 1215$ МПа. В рассматриваемом случае, как указывалось выше, $a_2^{(0)} = 0$. Задавая на диаграмме $\sigma_{11}^{(0)}(\varepsilon_{11}^{(0)})$ ряд значений σ_{11} и полагая, что они совпадают с пределами текучести $\sigma_{1T}^{(+)}$ (табл. 1), определяем соответствующие значения $a_1^{(1)}(\varepsilon_{11}^{p(1)})$, а по формуле (7) – зависимость меры эффекта Баушингера $\lambda_1(\varepsilon_{11}^{p(1)})$ в направлении оси 1 (кривая 1 на рис. 3). Для нахождения пластических составля-

Т а б л и ц а 1

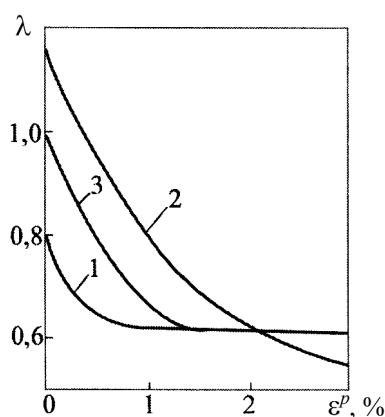
Параметры поверхности нагружения при растяжении в направлении оси симметрии

$\sigma_{1T}^{(+)}$, МПа	ε_{11}^P , %	$a_1^{(1)}$, МПа	$a_2^{(1)}$, МПа	$\sigma_{1T}^{(-)}$, МПа
1710	0	175	0	1360
1760	0,4	253	0	1170
1830	1,1	280	0	1135
1840	1,9	290	0	1115
1850	2,5	290	0	1115

Т а б л и ц а 2

Параметры поверхности нагружения при растяжении в направлении оси, расположенной в плоскости изотропии

$\sigma_{2T}^{(+)}$, МПа	ε_{22}^P , %	$a_1^{(1)}$, МПа	$a_2^{(1)}$, МПа	$\sigma_{2T}^{(-)}$, МПа
1350	0	175	0	1565
1390	0,3	155	25	1480
1550	0,7	75	235	1370
1710	1,3	0	325	1213
1845	2,5	-60	370	1080

Рис. 3. Зависимость меры эффекта Баушингера от ε^P в направлении оси симметрии и в ортогональном направлении.

ющих деформаций из полных деформаций $\varepsilon_{11}^{(1)}$ вычитаем упругие составляющие $\varepsilon_{11}^{e(1)} = \sigma_{11}^{(1)} / E$.

Задавая на кривой 2 на рис. 2 ряд значений напряжений $\sigma_{22} = \sigma_{2T}^{(+)}$ (табл. 2), определяем меру эффекта Баушингера $\lambda_2(\varepsilon_{22}^{P(1)})$ в направлении ортогональной оси 2. В табл. 2 приведены соответствующие $\sigma_{22} = \sigma_{2T}^{(+)}$ значения пластической деформации ε_{22}^P , величины a_1 и a_2 , определяемые по формулам (15), и соответствующие значения пределов текучести $\sigma_{2T}^{(-)}$, вычисляемые по (12). Определенная таким образом согласно (1) зависи-

мость $\lambda_2(\varepsilon_{22}^P)$ представлена на рис. 3 кривой 2. Там же для сравнения кривой 3 показана зависимость $\lambda(\varepsilon^P)$ для стали 28ХЗСНМВФА в изотропном состоянии после отжига и последующей упрочняющей термической обработки. Как видно, материал в области пластических деформаций $\varepsilon^P = 0 \dots 1\%$ проявляет существенную анизотропию меры эффекта Баушингера. С увеличением ε^P анизотропия становится менее выраженной.

Заметим, что растяжение в направлении оси симметрии приводит к уменьшению предела текучести при одноосном сжатии в плоскости изотропии и его увеличению при одноосном растяжении в этой плоскости [15–17].

Заключение. На основании проведенного исследования можно отметить, что изложенный выше подход позволяет оценивать расчетным путем меру эффекта Баушингера в трансверсально-изотропных материалах, упрочняющихся в соответствии с гипотезой кинематического типа, в направлении двух ортогональных осей, одна из которых совпадает с осью симметрии, а другая лежит в плоскости изотропии. Согласно этому подходу в расчетах используются диаграммы одноосного растяжения материала (в состоянии поставки) в указанных ортогональных направлениях. Заметим, что поскольку использованная гипотеза упрочнения не учитывает изменение формы поверхности нагружения, которая, как показывают экспериментальные исследования, имеет некоторое “сплющивание” в тыльной части, рассмотренный метод оценки эффекта Баушингера является приближенным.

Резюме

У рамках моделі трансверсально-ізо­тропного матеріалу з трансляційним зміцненням досліджено залежність міри ефекту Баушингера від величини пластичної деформації при розтязі в напрямку осі симетрії і ортогональному напрямку. Наведено числовий приклад визначення міри ефекту Баушингера в сталі 28ХЗСНМВФА мартенситного класу. Показано, що анізотропія границі текучості в області малих пластичних деформацій супроводжується суттєвою анізотропією міри ефекту Баушингера.

1. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов. Ч. 2. – М.: Машиностроение, 1974. – 368 с.
2. Гігіняк Ф. Ф., Лебедєв А. О., Шкодзінський О. К. Міцність конструкційних матеріалів при малоцикловому навантаженні за умов складного напруженого стану. – Київ: Наук. думка, 2003. – 267 с.
3. Шапошников В. А. Механические испытания металлов. – М.; Л.: Машгиз, 1954. – 443 с.
4. Тальнов С. Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1968. – 134 с.
5. Chuna B. K., Jinna J. T., and Lee J. K. Modeling the Bauschinger effect for sheet metals: theory. Pt. 1 // Int. J. Plasticity. – 2002. – 18, No. 5-6. – P. 571 – 595.

6. *Haddadia H., Bouviera S., Banub M., et al.* Towards an accurate description of the anisotropic behavior of sheet metals under large plastic deformation // *Ibid.* – 2006. – **22**, No. 12. – P. 2226 – 2271.
7. *Jordona J. B., Horstemeyera M. F., Solankia K., and Xuena Y.* Damage and stress state influence on the Bauschinger effect in aluminum alloys // *Mech. Mater.* – 2007. – **39**, No. 10. – P. 920 – 931.
8. *Микляев П. Г., Фридман Я. Б.* Анизотропия механических свойств металлов. – М.: Металлургия, 1986. – 223 с.
9. *Bastun V. N. and Kaminsky A. A.* Applied problems in the mechanics of strain hardening of structural metallic materials // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – **41**, No. 10. – P. 1092 – 1129.
10. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Общая математическая теория. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
11. *Ziegler H.* A modification of Prager's hardening rule // *Quart. Appl. Math.* – 1959. – No. 17. – P. 55 – 65.
12. *Бастун В. Н., Шкаранута Л. Н.* К определению связей между напряжениями и деформациями при сложных процессах нагружения на основе учета деформационного упрочнения материала // *Пробл. прочности.* – 1987. – № 6. – С. 49 – 54.
13. *Ковальчук Б. И., Лебедев А. А., Уманский С. Э.* Механика неупругого деформирования материалов и элементов конструкций. – Киев: Наук. думка, 1987. – 276 с.
14. *Косарчук В. В., Ковальчук Б. И., Лебедев А. А.* Теория пластического течения анизотропных сред. Сообщ. 1. Определяющие соотношения // *Пробл. прочности.* – 1986. – № 4. – С. 50 – 57.
15. *Малинин Н. Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 399 с.
16. *Писаренко Г. С., Можаровский Н. С.* Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. – Киев: Наук. думка, 1981. – 494 с.
17. *Han-Chin Wu.* Effect of loading-path on the evolution of yield surface for anisotropic metals subjected to large pre-strain // *Int. J. Plasticity.* – 2003. – No. 19. – P. 1773 – 1800.

Поступила 09. 09. 2010