

# Метод определения предела выносливости конструкционных материалов при многоцикловом асимметричном нагружении с использованием эквивалентных напряжений

В. Н. Пелых, А. Д. Погребняк, М. Н. Регульский, Н. В. Романова

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

*Решена задача определения предела выносливости металлических конструкционных материалов при асимметричном циклическом нагружении в широком диапазоне изменения статической компоненты цикла. Расчеты предела выносливости базируются на использовании моделей предельного состояния, позволяющих описывать диаграммы предельных амплитуд напряжений при ограниченном объеме базового эксперимента, необходимого для идентификации параметров моделей.*

**Ключевые слова:** асимметричное циклическое нагружение, пределы выносливости, модель предельного состояния, диаграмма предельных амплитуд напряжений, эквивалентные напряжения.

**Введение.** Создание современных машиностроительных конструкций неразрывно связано с разработкой и всесторонним исследованием механических свойств конструкционных материалов. Особенно это актуально применительно к таким отраслям, как транспортное и стационарное энергомашиностроение, авиационная и космическая техника. В условиях эксплуатации детали и узлы конструкций подвергаются весьма сложному комплексу силовых и температурных воздействий, представляющему собой комбинации статических и циклических однородных или разнородных нагрузок. К таким деталям относятся различного рода валы, оси транспортных средств, лопатки и диски газовых турбин, паропроводы, элементы сверхзвуковых летательных аппаратов. В качестве основных материалов для их изготовления широко используются конструкционные стали и сплавы. Вопросам исследования механических свойств этих материалов посвящены многочисленные фундаментальные работы отечественных и зарубежных ученых [1–8] и др.

Опыт эксплуатации вышеуказанных конструкций свидетельствует о том, что во многих случаях разрушение деталей обусловлено воздействием циклических или циклических и статических нагрузок и определяется усталостью металла. В этих условиях сопротивление усталости оценивают на основе результатов усталостных испытаний при симметричном и асимметричном нагружении. Сложность и большая трудоемкость таких испытаний обусловили поиск альтернативного подхода к оценке характеристик сопротивления усталости конструкционных материалов. При этом, как правило, используют линейную зависимость между статической и циклической компонентами цикла нагружения – зависимость Гудмана либо параболическую зависимость Гербера. К сожалению, обе зависимости подтверждаются для конструкционных материалов лишь в частных случаях [2 и др].

Возникает необходимость в определении комплекса характеристик, позволяющих достаточно надежно рассчитать на прочность проектируемые конст-

рукции. Для деталей, предназначенных для ограниченной во времени эксплуатации, следует располагать кривыми усталости при различных значениях коэффициента асимметрии  $R$  или статической составляющей цикла нагрузления  $\sigma_m$  либо изохронными диаграммами предельных амплитуд напряжений, построенными для фиксированных долговечностей в координатах  $\sigma_a - \sigma_m$ .

Для деталей, рассчитываемых на неограниченный срок эксплуатации, весьма существенным является достаточно надежное определение предела выносливости материалов, используемых в проектируемых конструкциях. В работах [9–11] предложен метод построения предельных диаграмм, определения долговечности и сопротивления усталости при различной асимметрии нагрузления с использованием кривой усталости при симметричном цикле и результатов единичного базового эксперимента.

Данный метод апробирован на примере решения задач оценки долговечности с построением кривых усталости и диаграмм предельного состояния конструкционных металлических и композитных материалов в условиях асимметричного растяжения–сжатия, изгиба и кручения [9, 10, 12].

Целью настоящей работы является разработка метода определения предела выносливости конструкционных материалов с использованием концепции эквивалентных напряжений.

**Постановка задачи.** *Исходные соотношения.* В настоящее время известно несколько методов определения предела выносливости конструкционных материалов, как правило, при симметричном цикле нагрузления. В основном они базируются на установленных различного рода корреляционных зависимостях между некоторыми физическими или механическими характеристиками и значением предела выносливости. Методы и подходы к косвенному определению предела выносливости полностью изложены в работах [2, 6, 13, 14 и др.].

Рассмотрим нагружение гладких цилиндрических образцов осевыми циклическими нагрузками.

В общем случае изменение напряжений в образце при асимметричном циклическом нагружении может быть представлено зависимостью

$$\sigma = \sigma_m h(t) + \sigma_a g(n), \quad (1)$$

где  $\sigma_m$ ,  $\sigma_a$  – статическая и циклическая компоненты цикла нагрузления;  $h(t)$  – единичная функция Хевисайда,  $h = 0$  при  $t < 0$  и  $h = 1$  при  $t \geq 0$ ;  $g(n)$  – известная периодическая функция числа циклов  $n$  ( $n = ft$ ) изменения циклической компоненты;  $t$  – физическое время;  $f$  – частота нагружения.

В условиях нагружения (1) при растяжении–сжатии в испытуемых образцах реализуется одноосное напряженное состояние при совместном воздействии статических и циклических напряжений.

Напряжения асимметричного цикла характеризуются максимальным  $\sigma_{\max}$  и минимальным  $\sigma_{\min}$  значениями. В этом случае компоненты асимметричного цикла – статическая  $\sigma_m$  и циклическая  $\sigma_a$  составляющие могут быть представлены в следующем виде:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}. \quad (2)$$

Степень асимметрии цикла нагружения выражается через коэффициент асимметрии  $R$  либо коэффициент амплитуд  $A$ :

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}; \quad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1 - R_\sigma}{1 + R_\sigma}. \quad (3)$$

Ниже рассматривается область многоцикловой усталости, для которой характерны большие частоты ( $f \geq 10$  Гц) при числе циклов  $n > 10^4 \dots 10^5$ , когда максимальные напряжения в цикле не превышают макроскопический предел текучести. Усталостное разрушение в этих условиях происходит без накопления заметных односторонних пластических деформаций и является квазихрупким. Анализируется сопротивление усталости сталей и сплавов при комнатной и низких гомологических температурах, когда временные эффекты не проявляются.

**Концепция эквивалентных напряжений.** Решение многих задач деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций, подвергающихся воздействию сложных режимов нагружения, таких как, например, программное нагружение, комбинированное циклическое нагружение и др., строится на основе концепции эквивалентных напряжений. Эквивалентное напряжение позволяет установить соответствие между сложным режимом нагружения и эквивалентным ему по величине деформации или времени до разрушения простым режимом. Использование концепции эквивалентных напряжений дает возможность расчеты при сложных режимах нагружения проводить с помощью механических характеристик материала, полученных при простых режимах. В качестве простого режима нагружения чаще всего выбирается одноосное растяжение–сжатие и переменное кручение.

При асимметричном циклическом нагружении роль эквивалентного напряжения играет амплитуда напряжения, что позволяет асимметричный цикл свести к симметричному.

Методы расчета на прочность при действии циклических напряжений, основанные на концепции эквивалентности, широко использовались в работах [15–18].

Величина эквивалентного напряжения  $\sigma_{eq}$  представляет собой некоторую комбинацию компонент  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$ , структура которой устанавливается на основе анализа экспериментальных данных. Задача идентификации величины  $\sigma_{eq}$  сводится, по сути, к конкретизации функции

$$\sigma_{eq} \Big|_{\tilde{n}_R = n_R} = \varphi(\sigma_m, \sigma_a, c_i) = \sigma_n, \quad i = \overline{1, k}, \quad (4)$$

где  $\sigma_n$  – предел выносливости при симметричном цикле;  $\tilde{n}_R$  – число циклов до разрушения, соответствующее величине  $\sigma_n$ ;  $n_R$  – число циклов до разрушения при  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$ ;  $c_i$  – набор материальных констант;  $\varphi(\cdot)$  – функция, подле-

жащая конкретизацией; здесь подразумевается, что  $\sigma_n$  может быть как пределом ограниченной выносливости, так и физическим пределом выносливости.

Задача формулировки структуры эквивалентных напряжений  $\sigma_{eq}$  сводится таким образом к задаче конкретизации функции  $\varphi(\cdot)$  в (4) исходя из аналитического выражения, задающего зависимость между величинами  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$  в форме, которая лучше всего описывает диаграммы амплитуд предельных напряжений. Вид аналитического выражения определяется характеристиками материала и его чувствительностью к асимметрии, отражаемой значениями коэффициентов асимметрии (3).

Ранее [12] было установлено, что в зависимости от механических свойств материала, в частности от пластичности, эти выражения приобретают различный вид и могут быть описаны разными математическими функциями. Условно исследуемые конструкционные материалы можно подразделить на “хрупкие” и “пластичные”. Для первых относительное удлинение находится на уровне 6...20%, для вторых – 30...45%.

Для хрупких и пластичных материалов аналитическое выражение, описывающее зависимость между предельными напряжениями асимметричного цикла, выбирается соответственно в виде [9]

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_n} - \frac{2}{\pi} \left( \arccos \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_b} \right) \right)^\xi = 0, \quad (5)$$

$$\left( \frac{\sigma_a}{\sigma_n} \right)^{1/\lambda} - \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_b} \right) = 0, \quad (6)$$

где  $\sigma_n$  – предел ограниченной выносливости при симметричном цикле нагружения;  $\sigma_b$  – предел кратковременной прочности материала;  $\xi$  – коэффициент чувствительности хрупкого материала к асимметрии цикла нагружения;  $\lambda$  – коэффициент чувствительности пластичного материала к асимметрии цикла напряжений.

В отличие от линейной или параболической зависимостей, выражения (5) и (6), в которых используются тригонометрические функции  $\arccos$  и  $\cos$ , обладают большей универсальностью и достаточно хорошо удовлетворяют экспериментальным данным.

*Эквивалентные напряжения для хрупких материалов.* В этом случае эквивалентные напряжения записываем исходя из аналитического выражения (5), которое точно удовлетворяет граничным условиям:  $\sigma_a = \sigma_n$  при  $\sigma_m = 0$  и  $\sigma_m = \sigma_b$  при  $\sigma_a = 0$ .

Полагая, что  $\sigma_{eq} = \sigma_n$ , для величины эквивалентного напряжения  $\sigma_{eq}$  из (5) получаем соотношение

$$\sigma_{eq} = \left[ \frac{2}{\pi} \arccos \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_b} \right) \right]^{-1} \sigma_a, \quad (7)$$

откуда следует, что  $\sigma_{eq} = \sigma_a$  при  $\sigma_m = 0$  и  $\sigma_{eq} = 0$  при  $\sigma_a = 0$ .

Коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла напряжений  $\xi$  в (7) определяется с использованием характеристик усталости при симметричном цикле и данных испытаний образцов на усталость в базовом эксперименте при отнулевом ( $\sigma_m^0 = \sigma_a^0$ ) цикле [9]:

$$\xi = \frac{\lg \frac{\sigma_a^0}{\sigma_n^0} - \lg \frac{2}{\pi}}{\lg \left[ \arccos \left( \frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right) \right]}, \quad (8)$$

где  $\sigma_m^0, \sigma_a^0$  – статическая и циклическая компоненты отнулевого цикла;  $\sigma_n^0$  – предел ограниченной выносливости при симметричном цикле нагружения, соответствующий числу циклов до разрушения  $n_R^0$  при напряжениях  $\sigma_m^0$  и  $\sigma_a^0$ .

*Эквивалентные напряжения для пластичных материалов.* В этом случае эквивалентные напряжения записываются исходя из аналитического выражения (6), точно удовлетворяющего граничным условиям:  $\sigma_a = \sigma_n$  при  $\sigma_m = 0$  и  $\sigma_m = \sigma_B$  при  $\sigma_a = 0$ .

Полагая, что  $\sigma_{eq} = \sigma_n$ , для величины эквивалентного напряжения  $\sigma_{eq}$  из (6) получаем соотношение

$$\sigma_{eq} = \left[ \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right) \right]^{-\lambda} \sigma_a, \quad (9)$$

откуда следует, что  $\sigma_{eq} = \sigma_a$  при  $\sigma_m = 0$  и  $\sigma_{eq} = 0$  при  $\sigma_a = 0$ .

Раскладывая функции  $\arccos(\cdot)$  в (5) и  $\cos(\cdot)$  в (6) в ряд и ограничиваясь тремя или двумя членами разложения, аналитическое выражение для величины эквивалентного напряжения  $\sigma_{eq}$  можно получить в виде приближенных соотношений [11].

Коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла напряжений  $\lambda$  в (9), как и коэффициент  $\xi$  в (7), определяется с использованием характеристик усталости при симметричном цикле и данных испытаний образцов на усталость при отнулевом ( $\sigma_m^0 = \sigma_a^0$ ) цикле [9]:

$$\lambda = \frac{\lg \sigma_a^0 - \lg \sigma_n^0}{\lg \left[ \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right) \right]}. \quad (10)$$

Здесь все обозначения соответствуют принятым в (8).

**Предел выносливости металлических конструкционных материалов при асимметричном растяжении–сжатии.** Метод эквивалентных напряжений проверяли при решении задачи определения предела выносливости хрупких и пластичных материалов путем сопоставления полученных данных с экспериментальными.

Практически данная задача включает в себя два частных случая. В первом для определения предела выносливости необходимо провести ограниченный базовый эксперимент с целью получения коэффициентов, описывающих форму диаграммы предельного состояния, и построения диаграммы предельных амплитуд напряжений для неограниченной долговечности, которая и определяет пределы выносливости исследуемого материала в широком диапазоне изменения статической компоненты цикла нагружения. Для материалов, не имеющих физического предела выносливости, следует использовать диаграмму предельных амплитуд напряжений, соответствующую базе испытаний, на которой определяют предел ограниченной выносливости. Чаще всего она соответствует  $10^7$  циклов до разрушения. Второй случай определения предела выносливости сводится к использованию известных значений пределов выносливости при симметричном  $\sigma_{-1}$  и отнулевом  $\sigma_0$  циклах нагружения и не требует проведения дополнительных экспериментальных исследований. С помощью значений  $\sigma_{-1}$  и  $\sigma_0$  можно рассчитать коэффициенты  $\lambda$  и  $\xi$ , описывающие форму диаграмм предельного состояния, и найти пределы выносливости в широком диапазоне изменения статической компоненты цикла нагружения.

Рассмотрим первый случай решения сформулированной задачи. Режим одноосного асимметричного растяжения–сжатия задается соотношением (1).

Общее условие циклической прочности при асимметричном многоцикловом нагружении запишем так:

$$\sigma_{eq} = \sigma_{-1}. \quad (11)$$

*Предел выносливости хрупких материалов.* В качестве хрупких материалов рассматриваются титановые сплавы, высокопрочные сложнолегированные стали, жаропрочные стали и сплавы. Оценим предел выносливости стали ЭИ787 и двух жаропрочных никелевых сплавов (деформируемого ЭП109 и литейного ВЖЛ12У). Оценка предела выносливости при многоцикловом асимметричном нагружении предполагает получение на основе экспериментальных исследований достаточно корректного значения предела выносливости при симметричном цикле нагружения исследуемого материала как базовой характеристики. С помощью соотношений (7) и (11) определим значения  $\sigma_a$ , используемые в качестве предела выносливости  $\sigma_r$ , при асимметричном нагружении для выбранных значений статической компоненты цикла нагружения  $\sigma_m$ .

Значения пределов прочности  $\sigma_b$  и параметров отнулевого цикла  $\sigma_m^0$ ,  $\sigma_a^0$ ,  $\sigma_n^0$ ,  $n_R^0$ , а также коэффициента  $\xi$ , найденные согласно (8), для исследованных материалов приведены в табл. 1. Там же представлены экспериментальные и рассчитанные значения пределов выносливости, а также полученная погрешность  $\delta$ . Сравнение расчетных величин с экспериментальными показывает, что для указанных материалов получено их удовлетворительное согласование. Зависимость (7) позволяет определить предел выносливости исследуемых материалов при любом значении статической компоненты  $\sigma_m$  в условиях асимметричного нагружения.

Таблица 1

**Сравнение экспериментальных значений пределов выносливости с расчетными при асимметричном нагружении малопластичных конструкционных материалов**

| Материал     | $\theta$ , °C | $\sigma_v$ , МПа | $\sigma_a^0$ , МПа | $\sigma_m^0$ , МПа | $\sigma_n^0$ , МПа | $n_R^0$ , цикл   | $\xi$ | $\sigma_m$ , МПа | $\sigma_r^0$ , МПа | $\sigma_r^p$ , МПа | $\delta$ , % |
|--------------|---------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|-------|------------------|--------------------|--------------------|--------------|
| Сталь ЭИ787  | 400           | 1180,8           | 245,2              | 245,2              | 355,5              | $7,1 \cdot 10^5$ | 0,46  | 245,2            | 206,0              | 186,0              | 9,71         |
|              |               |                  |                    |                    |                    |                  |       | 490,5            | 147,1              | 146,8              | 0,20         |
| Сплав ЭП109  | 600           | 1080,0           | 200,0              | 200,0              | 268,2              | $7,0 \cdot 10^6$ | 0,56  | 147,1            | 206,0              | 197,0              | 4,37         |
|              |               |                  |                    |                    |                    |                  |       | 196,2            | 186,4              | 187,2              | -0,43        |
|              |               |                  |                    |                    |                    |                  |       | 392,4            | 159,0              | 154,1              | 3,08         |
| Сплав ВЖЛ12У | 20            | 900,0            | 200,0              | 200,0              | 287,5              | $4,4 \cdot 10^5$ | 0,52  | 196,2            | 71,6               | 75,6               | -5,59        |
|              |               |                  |                    |                    |                    |                  |       | 392,4            | 55,9               | 59,3               | -6,08        |
|              |               |                  |                    |                    |                    |                  |       | 588,6            | 46,1               | 44,0               | 4,55         |

На рис. 1 приведены диаграммы предельных амплитуд напряжений для неограниченной долговечности, т.е. пределов выносливости в координатах  $\sigma_r - \sigma_m$ . Данные диаграммы практически характеризуют степень снижения предела выносливости материала при асимметричном нагружении в зависимости от статической составляющей.

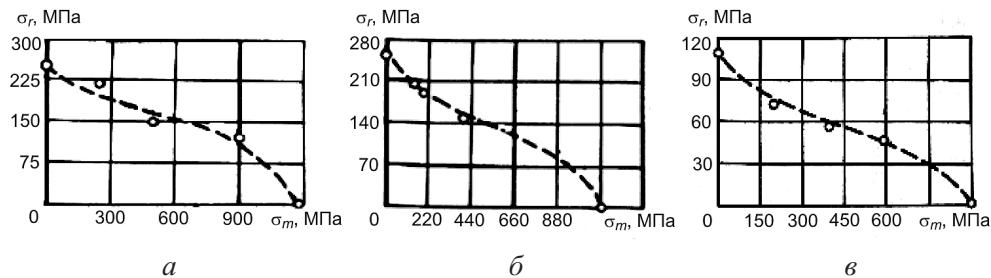


Рис. 1. Диаграммы пределов выносливости стали ЭИ787 (а) и сплавов ЭП109 (б), ВЖЛ12У (в). (Точки – значения предела выносливости, полученные по результатам экспериментальных исследований [5, 19].)

**Предел выносливости пластичных материалов.** В качестве пластичных материалов рассматриваются углеродистые и низколегированные стали. Расчеты значений  $\sigma_a$ , используемых в качестве пределов выносливости при асимметричном нагружении  $\sigma_r$ , выполнены применительно к исследованным материалам – стали Э10, малоуглеродистой стали, содержащей 0,13% С, и полосы сварочного железа – с помощью зависимости (9) с учетом (11). Исходная информация в виде значений пределов прочности  $\sigma_v$  и параметров отнулевого цикла  $\sigma_m^0$ ,  $\sigma_a^0$ ,  $\sigma_n^0$ ,  $n_R^0$ , а также коэффициента  $\lambda$ , найденного согласно (10), для этих материалов представлена в табл. 2.

На рис. 2 приведены результаты расчета пределов выносливости в виде диаграмм (штриховые линии) и их экспериментальные значения (точки), определенные при усталостных испытаниях [1, 20].

## Таблица 2

Сравнение экспериментальных значений пределов выносливости с расчетными при асимметричном нагружении пластичных конструкционных материалов

| Материал                 | $\theta$ , °C | $\sigma_b$ , МПа | $\sigma_a^0$ , МПа | $\sigma_m^0$ , МПа | $\sigma_n^0$ , МПа | $n_R^0$ , цикл | $\lambda$ | $\sigma_m$ , МПа | $\sigma_r^0$ , МПа | $\sigma_r^p$ , МПа | $\delta$ , % |
|--------------------------|---------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|-----------|------------------|--------------------|--------------------|--------------|
| Сталь Э10                | 20            | 338,4            | 144,2              | 144,2              | 202,5              | $10^7$         | 1,40      | 144,2            | 119,7              | 123,6              | -3,26        |
|                          |               |                  |                    |                    |                    |                |           | 196,2            | 92,3               | 86,7               | 6,07         |
| Малоуглеродистая сталь   | 20            | 388,5            | 152,1              | 165,8              | 200,6              | $10^7$         | 1,14      | 76,5             | 188,8              | 189,8              | -0,53        |
|                          |               |                  |                    |                    |                    |                |           | 151,9            | 165,8              | 159,4              | 3,86         |
|                          |               |                  |                    |                    |                    |                |           | 198,2            | 134,9              | 132,7              | 1,63         |
| Полоса сварочного железа | 20            | 352,2            | 101,0              | 101,0              | 110,4              | $10^7$         | 0,85      | 236,4            | 60,3               | 60,6               | -0,01        |

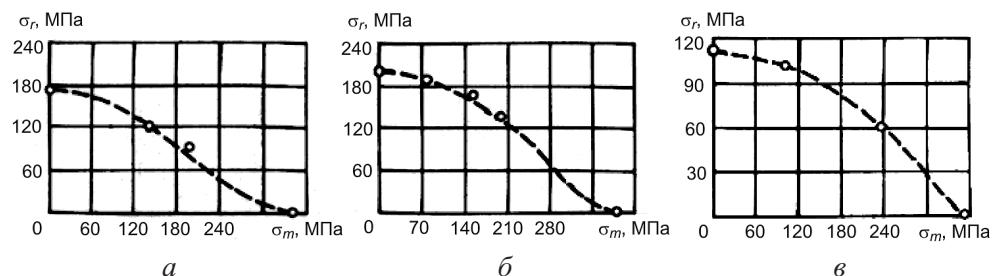


Рис. 2. Диаграммы пределов выносливости стали Э10 (а), малоуглеродистой стали (б) и полосы сварочного железа (в) в условиях асимметричного растяжения–сжатия.

Сопоставление результатов расчета пределов выносливости с экспериментальными значениями при асимметричном нагружении показывает хорошее их согласование – относительная погрешность не превышает 10%.

*Построение диаграммы пределов выносливости при асимметричном нагружении по известным данным.* Детальное исследование сопротивления усталости конструкционных материалов при асимметричном нагружении, как отмечалось выше, связано с большими трудозатратами. Поэтому исследования в этом направлении ограничиваются весьма краткой информацией, например данными о пределе выносливости в условиях симметричного и асимметричного циклического нагружения при одном или двух значениях статической компоненты.

В известных работах, справочниках содержится ограниченный объем информации о характере конструкционных материалов при асимметричном нагружении, что затрудняет выполнение расчетов на прочность деталей машиностроительных конструкций.

Разработанный подход позволяет с помощью экспериментальных данных, полученных при единичных испытаниях в условиях асимметричного нагружения, расширить информацию о сопротивлении усталости при таком нагружении.

Пусть известны пределы выносливости при симметричном цикле  $\sigma_{-1}$  и, например, предел выносливости  $\sigma_r$  при асимметричном с реализацией в эксперименте всего лишь одного значения статической компоненты  $\sigma'_m$ . Чаще всего в литературных источниках применительно к асимметричному нагружению приводятся значения предела выносливости при отнулевом цикле нагрузления  $\sigma_0$ , когда в эксперименте реализуются равные величины статической и циклической составляющих цикла. Тогда применительно к хрупким материалам с помощью зависимости (8) можно определить показатель степени  $\xi$ . Предполагая в первом приближении зависимость искомого коэффициента от долговечности, с использованием (7) можно рассчитать и построить полную диаграмму предела выносливости исследуемого материала в координатах  $\sigma_r - \sigma_m$ , т.е. определить степень влияния асимметрии нагружения на его изменение.

Аналогично по зависимости (10) можно определить показатель степени  $\lambda$  и по (9) рассчитать и построить диаграмму пределов выносливости пластичных материалов при асимметричном нагружении в широком диапазоне изменения статической компоненты.

При решении подобных задач возникает вопрос выбора зависимости (8) или (10) для определения показателя степени  $\xi$  или  $\lambda$ . В данном случае критерием выбора модели предельного состояния (7) или (9) может служить уровень пластичности исследуемого материала, поведение которого при асимметричном нагружении описывает та или иная модель. Дополнительным критерием может быть также коэффициент, характеризующий наклон кривой усталости материала при симметричном нагружении, как это было установлено ранее [11].

В качестве примера были рассчитаны и построены диаграммы пределов выносливости при асимметричном нагружении жаропрочного никелевого сплава ВЖЛ12У, стали Э16 и котельной стали. Практически все материалы относятся к относительно малопластичным. Их относительное удлинение находится в диапазоне 8...16%. Расчеты выполнены с использованием зависимости (11). В табл. 3 представлены значения пределов выносливости при симметричном  $\sigma_{-1}$  и отнулевом  $\sigma_0$  циклах нагружения, которые использованы при расчетах.

Результаты расчетов для указанных материалов приведены на рис. 3. Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными свидетельствует об удовлетворительном их согласовании. В данном случае погрешность в определении пределов выносливости также не превышает 10%.

**Обсуждение результатов.** Эффективность использования метода эквивалентных напряжений для оценки сопротивления усталости металлических материалов при асимметричном нагружении подтверждается результатами согласования расчетных данных с экспериментальными. Экспериментальная апробация метода осуществлена на примерах расчета пределов выносливости гладких цилиндрических образцов исследуемых материалов при асимметричном многоцикловом нагружении и сопоставлении полученных значений с экспериментальными.

В целом, как видно из данных, представленных в табл. 1, 2 и на рис. 1, 2, результаты расчетов, которые выполнены с использованием соотношений (7)

Таблица 3

Сравнение экспериментальных значений пределов выносливости с расчетными при асимметричном нагружении конструкционных материалов

| Материал        | $\theta$ , °C | $\sigma_b$ , МПа | $\sigma_0$ , МПа | $\sigma_{-1}$ , МПа | $n^0$ , цикл   | $\xi$ | $\sigma_m$ , МПа | $\sigma_r^3$ , МПа | $\sigma_r^p$ , МПа | $\delta$ , % |
|-----------------|---------------|------------------|------------------|---------------------|----------------|-------|------------------|--------------------|--------------------|--------------|
| Сплав ВЖЛ12У    | 600           | 900,0            | 100,0            | 132,4               | $5 \cdot 10^7$ | 0,45  | 196,2            | 95,2               | 87,9               | 7,67         |
|                 |               |                  |                  |                     |                |       | 392,4            | 67,2               | 68,4               | -1,78        |
| Сталь Э16       | 20            | 1324,3           | 451,3            | 569,0               | $3 \cdot 10^6$ | 1,06  | 196,2            | 529,7              | 521,0              | 1,64         |
|                 |               |                  |                  |                     |                |       | 686,7            | 353,2              | 379,5              | -7,45        |
| Котельная сталь | 20            | 410,1            | 112,8            | 133,4               | $10^7$         | 1,10  | 276,6            | 71,6               | 73,5               | -2,65        |

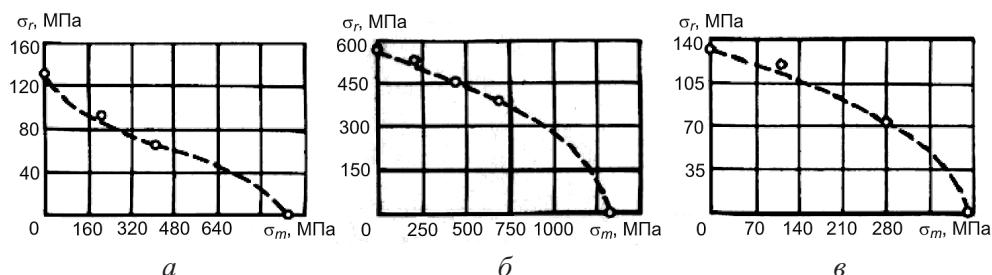


Рис. 3. Диаграммы пределов выносливости при асимметричном растяжении–сжатии жаропрочного сплава ВЖЛ12У (а), стали Э16 (б) и котельной стали (в). (Точки – данные эксперимента при отнулевом цикле [1, 19, 21].)

и (9), а также значений пределов выносливости при симметричном цикле нагружения и коэффициентов  $\xi$  и  $\lambda$  при единичном отнулевом цикле, удовлетворительно согласуются с экспериментом. Максимальная погрешность расчетных значений пределов выносливости по сравнению с экспериментальными в широком диапазоне изменения статической компоненты  $\sigma_m$  цикла нагружения не превышает 10%, что, учитывая разброс результатов усталостных испытаний, является вполне удовлетворительным. В большинстве случаев погрешность не зависит от величины  $\sigma_m$ .

Корректным представляется выделение группы условно хрупких и условно пластичных материалов, предельное состояние которых и соответственно величина эквивалентных напряжений задаются разными исходными моделями. Под хрупкостью и пластичностью понимаются значения относительной пластичности и разная интенсивность снижения усталостной прочности во времени, которая определяется величиной коэффициента наклона кривой усталости при симметричном цикле в уравнении кривой.

Разрабатываемый подход к оценке сопротивления усталости при асимметричном нагружении широкого круга конструкционных материалов позволяет также находить пределы выносливости при асимметричном нагружении с построением полных диаграмм пределов выносливости в этих условиях с использованием известной ограниченной справочной информации, характеризующей сопротивление усталости, например, по пределам выносливости при отнулевом цикле асимметричного нагружения.

Предложенная методика апробирована на примере сопоставления расчетных данных с экспериментальными (рис. 3). Получено их удовлетворительное согласование, максимальная погрешность в расчетной оценке пределов выносливости также не превышает 10%.

Основным ограничением использования концепции эквивалентных напряжений для оценки пределов выносливости конструкционных материалов может стать расхождение в интенсивности снижения усталостной прочности при асимметричном и симметричном нагружении, что может выражаться в заметном различии углов наклона кривых выносливости при указанных видах нагружения. Для металлических материалов это характерно, например, при высоких температурах вследствие развития процесса циклической ползучести [19]. В этом случае область применимости концепции эквивалентных напряжений при асимметричном нагружении для решения поставленной задачи при температуре  $\theta < (0,50...0,55)\theta_{melt}$ , где  $\theta_{melt}$  – температура плавления, будет определяться критическим значением коэффициента амплитуды  $A_*$ , зависящим от температуры  $\theta$  и вычисляемым экспериментально. Значения коэффициента  $A_*$  для некоторых металлических материалов приведены в [19].

Весьма существенным ограничением использования концепции эквивалентных напряжений при расчете предела выносливости исследуемых материалов являются структурные изменения и фазовые превращения, которые могут привести к дополнительным его изменениям при асимметричном нагружении. При этом будет наблюдаться различная чувствительность материала к условиям циклического нагружения.

При сопоставлении расчетных значений предела выносливости с экспериментальными при асимметричном нагружении возникают определенные трудности. Согласно нормативным документам, для определения предела выносливости необходимо испытать не менее трех образцов в интервале напряжений 0,95...1,05 ожидаемого значения предела выносливости. К сожалению, это требование не всегда выдерживается в эксперименте. Учитывая большой разброс результатов усталостных испытаний, экспериментальная оценка предела выносливости может быть случайной, что, в свою очередь, приведет к большей погрешности при сопоставлении расчета с экспериментом. Погрешности также возрастают для отношений значений статической компоненты и предела прочности, превышающих 0,65...0,70.

**Заключение.** Сформулирован подход к расчету пределов выносливости исследуемых материалов при многоцикловом асимметричном нагружении в широком диапазоне изменения статической компоненты цикла нагрузления. Подход базируется на использовании моделей предельного состояния при асимметричном цикле нагружения и концепции эквивалентных напряжений. Он апробирован при сопоставлении рассчитанных пределов выносливости с экспериментальными. Подход позволяет оценивать влияние статической составляющей на пределы выносливости исследуемых материалов.

## Резюме

Розв'язано задачу визначення границі витривалості металічних конструкційних матеріалів за асиметричного циклічного навантаження в широкому діапа-

зоні зміни статичної компоненти циклу. Розрахунки границі витривалості базуються на використанні моделей граничного стану, що дозволяє описати діаграми граничних амплітуд напружень при обмеженому об'ємі базового експерименту, необхідного для ідентифікації параметрів моделей.

1. Гаф Г. Дж. Усталость металлов / Пер. с англ. – М.; Л.: Гл. ред. лит. по черной металлургии. – 1935. – 304 с.
2. Форрест П. Усталость металлов / Пер. с англ. под ред. С. В. Серенсена. – М.: Машиностроение, 1968. – 352 с.
3. Хэйвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости / Пер. с англ. под ред. И. Ф. Образцова. – М.: Машиностроение, 1969. – 504 с.
4. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Руководство и справочное пособие. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
5. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Демьянушко И. В. и др. Термопрочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
6. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справочное пособие. Ч. 2 / Троценко В. Т., Красовский А. Я., Покровский В. В. и др. – Киев: Наук. думка, 1994. – 704 с.
7. Троценко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоциклическом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 344 с.
8. Воробьев А. З., Олькин Б. И., Стебнев В. Н., Родченко Т. С. Сопротивление усталости элементов конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 240 с.
9. Голуб В. П., Крижановский В. И., Погребняк А. Д. Метод расчета усталостной прочности металлических и композитных материалов при асимметричном многоциклическом нагружении // Прикл. механика. – 2004. – **40**, № 11. – С. 106 – 115.
10. Голуб В. П., Пелых В. Н., Погребняк А. Д. Прогнозирование усталостной долговечности призматических металлических стержней при асимметричном растяжении–сжатии методом эквивалентных напряжений // Вісн. НТУУ “КПІ”. Машинобудування. – 2010. – № 58. – С. 177 – 182.
11. Голуб В. П., Крижановский В. И., Погребняк А. Д., Кочеткова Е. С. Усталостная прочность металлических и композитных материалов при асимметричном растяжении–сжатии // Прикл. механика. – 2006. – **42**, № 1. – С. 48 – 58.
12. Желдубовский А. В., Пелых В. Н., Погребняк А. Д., Регульский М. Н. Расчетный метод оценки долговечности конструкционных сталей при осевом многоциклическом асимметричном нагружении // Надежность и долговечность машин и сооружений. – 2012. – № 36. – С. 111 – 119.
13. Михайлов-Михеев П. Б. Справочник по металлическим материалам турбино- и моторостроения. – М.; Л.: Машгиз, 1961. – 838 с.
14. Троценко В. Т., Хамаза Л. А., Цыбанев Г. В. Методы ускоренного определения пределов выносливости металлов на основе деформационных и энергетических критериев. – Киев: Наук. думка, 1979. – 175 с.

15. Серенсен С. В. Прочность металлов и расчет деталей машин. – М.: ОНТИ, 1937. – 252 с.
16. Серенсен С. В., Тетельбаум И. М., Пригородский Н. И. Динамическая прочность в машиностроении. – М.: Машгиз, 1945. – 328 с.
17. Киносашивили Р. С. Определение запасов прочности при переменных нагрузках // Техника воздушного флота. – 1944. – № 2-3. – С. 1 – 13.
18. Биргер И. А. Запасы прочности при переменных напряжениях // Вест. машиностроения. – 1948. – № 6. – С. 5 – 14.
19. Голуб В. П., Погребняк А. Д. Высокотемпературное разрушение материалов при циклическом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1994. – 228 с.
20. Цимбалистый Я. И. Исследование неупругости и усталости металлов при асимметричных циклах высокочастотного растяжения–сжатия: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1977. – 20 с.
21. Ужик Г. В. Прочность сталей при одновременном действии постоянных и переменных нагрузок // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1949. – № 5. – С. 657 – 665.

Поступила 01. 03. 2012