

Состояние объемной поврежденности трибофатической системы

С. С. Щербаков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

sherbakovss@mail.ru

Рассматриваются модели поврежденности, основанные на концепции деформированного твердого тела с опасным объемом. Предложена методика определения поврежденности сложно нагруженной механической системы. Проведен расчет поврежденности трибофатической системы ролик–вал, работающей в условиях контактного взаимодействия ее элементов и неконтактного нагружения. Показано значительное изменение поврежденности данной системы по сравнению с таковой системы, подверженной отдельным видам нагружения.

Ключевые слова: трибофатическая система, объемная поврежденность, опасный объем, контактное взаимодействие, неконтактные нагрузки.

Введение. Применительно к трибофатическим системам, т.е. системам, которые работают в условиях контактного взаимодействия между их элементами и одновременно нагружены неконтактными силами [1–5], развивается комплексный подход к определению состояния поврежденности. Состояние трибофатической системы в некотором ее элементарном объеме может оцениваться в соответствии с моделью деформированного твердого тела с опасным объемом как поврежденное по достижении (в том числе одновременном) некоторыми компонентами тензора напряжений (деформаций) предельных значений. Множество таких элементарных объемов представляет собой в общем случае трехмерную область, называемую опасным объемом. Особое значение имеет изучение влияния соотношения контактных и неконтактных нагрузок на состояние поврежденности, т.е. на величину и форму опасных объемов.

Напряженно-деформированное состояние. Расчет опасных объемов основывается на предварительном определении пространственного напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов трибофатической системы, вызванного как локальным (контактным), так и объемным (неконтактным) нагружением:

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^{(c)}|_S &= p(F_c, S), & \sigma_{nt}^{(c)}|_S &= fp(F_c, S), & \sigma_{ij}^{(c)}|_{\rho \rightarrow \infty} &\rightarrow 0, \\ Q|_{S_Q} &= Q(F_b), & N|_{S_N} &= N(F_b), & M|_{S_M} &= M(F_b), \\ u_i|_{S_u} &= u_b, & i, j &= x, y, z, \end{aligned} \quad (1)$$

где $S(x, y)$ – площадка контакта; F_c, F_b – контактная и неконтактная силы; p – распределение контактного давления; f – коэффициент трения; ρ – расстояние от центра контакта; $\sigma_{ij}^{(c)}$ – напряженное состояние при контакте;

$n \perp S$; $\tau \parallel S$; Q , N , M – внутренние поперечное и продольное усилие и внутренний момент соответственно; u – перемещения; S_Q , S_N , S_M , S_u – множества точек твердого тела, к которым приложены внешние нагрузки, соответствующие внутренним усилиям, перемещениям.

Напряженное состояние в любой точке $M(x, y, z)$ трибофатической системы определяется из общего соотношения [1, 6–8]

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = [\sigma_{ij}^{(hs)} \vee \sigma_{ij}^{(surf)}] + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = \\ &= \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) G_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta \vee \sigma_{ij}^{(S)}(x, y) + \\ &+ \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) G_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta + \sigma_{ij}^{(M)}(x, y, z) + \\ &+ \sigma_{ij}^{(N)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(Q)}(x, y, z), \quad i, j = x, y, z, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma_{ij}^{(n)}$, $\sigma_{ij}^{(\tau)}$, $\sigma_{ij}^{(b)}$ – напряжения, вызванные соответственно нормальной контактной нагрузкой, касательной контактной нагрузкой, неконтактными нагрузками; $\sigma_{ij}^{(surf)}$ – напряжения на поверхности полупространства, обусловленные действием давления, распределенного по области $S(x, y)$ [1, 6–8]; $\sigma_{ij}^{(hs)}$ – напряжения под поверхностью полупространства [1, 6–8]; p – распределение касательных усилий (сила трения); $G_{ij}^{(B)}$, $G_{ij}^{(C)}$ – функции влияния из фундаментальных решений Буссинеска и Черрути [9].

Предельные значения. Переходя непосредственно к оценке поврежденности трибофатической системы при действии на нее предельной нагрузки F_{*lim} , рассмотрим предельное значение механического параметра $\varphi^{(*lim)}$, конкретизациями которого могут быть предельные напряжения $\sigma^{(*lim)}$ или деформации $\varepsilon^{(*lim)}$.

Для анизотропного деформируемого твердого тела определим предельное значение тензора механического параметра для каждой независимой компоненты $\varphi_{ij}^{(\pm *lim)}$ ($i, j = x, y, z$), главной компоненты $\varphi_i^{(\pm *lim)}$ ($i = 1, 2, 3$) и интенсивности $\varphi_{int}^{(*lim)}$ при действии на трибофатическую систему предельной нагрузки F_{*lim} , обуславливающей в общем случае трехмерное НДС [10–14]:

$$\begin{cases} \varphi_{ij}^{(\pm *lim)} = \underset{dV}{extr}[\varphi_{ij}(F_{*lim}, dV)]; \\ \varphi_i^{(\pm *lim)} = \underset{dV}{extr}[\varphi_i(F_{*lim}, dV)]; \\ \varphi_{int}^{(*lim)} = \underset{dV}{max}[\varphi_{int}(F_{*lim}, dV)], \end{cases} \quad (3)$$

где

$$extr(y) = \begin{cases} \max(y) & \text{при } y \geq 0; \\ \min(y) & \text{при } y < 0. \end{cases}$$

В соответствии с (3) предельные значения напряжений или деформаций для анизотропного деформируемого твердого тела представляют собой экстремальные (максимальные для растягивающих и минимальные для сжимающих напряжений) значения параметров φ .

Аналогично для изотропного деформируемого твердого тела определим предельные нормальные $\varphi_n^{(*lim)}$ и касательные $\varphi_\tau^{(*lim)}$ значения тензора $\varphi_{ij}^{(\pm *lim)}$, а также предельное главное напряжение $\varphi_1^{(*lim)}$ и предельную интенсивность напряжений $\sigma_{int}^{(*lim)}$:

$$\begin{cases} \varphi_n^{(*lim)} = \max_{dV,i} (|\varphi_{ii}(F_{*lim}, dV)|), & i = x, y, z; \\ \varphi_\tau^{(*lim)} = \max_{dV,i,j} (|\varphi_{ij}(F_{*lim}, dV)|), & i, j = x, y, z, \quad i \neq j; \\ \varphi_1^{(*lim)} = \max_{dV} (|\varphi_1(F_{*lim}, dV)|), \end{cases} \quad (4)$$

где dV – элементарный объем нагруженного тела.

Следовательно, если рассмотреть тензор σ_{ij} в каждом элементарном объеме dV тела, то в общем случае для описания изменения величины действующих напряжений по сравнению с таковым предельных напряжений можно ввести три типа матрицы (тензора) относительных повреждающих напряжений: компонентные; главные и октаэдрические:

$$\begin{cases} \psi_{ij} = \varphi_{ij} / \varphi_m^{(*lim)}; \\ \psi_i = \varphi_i / \varphi_1^{(*lim)}; \\ \psi_{int} = \varphi_{int} / \varphi_{int}^{(*lim)}, \end{cases} \quad (5)$$

где ψ_{ij} , ψ_i , ψ_{int} , вообще говоря, имеют вероятностную природу, поскольку как действующие напряжения (деформации) φ_{ij} , φ_i , φ_{int} , так и предельные значения $\varphi_m^{(*lim)}$, $\varphi_1^{(*lim)}$, $\varphi_{int}^{(*lim)}$ являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения.

Тензор ψ_{ij} можно разложить на шаровую ψ^S и девиаторную ψ_{ij}^D части:

$$\psi^S = \begin{pmatrix} \psi_s & 0 & 0 \\ 0 & \psi_s & 0 \\ 0 & 0 & \psi_s \end{pmatrix}; \quad (6a)$$

$$(\psi_{ij}^D) = (\psi_{ij}) - \psi^S = \begin{pmatrix} \psi_{11} - \psi_s & \psi_{12} & \psi_{13} \\ \psi_{21} & \psi_{22} - \psi_s & \psi_{23} \\ \psi_{31} & \psi_{32} & \psi_{33} - \psi_s \end{pmatrix}, \quad (6б)$$

где

$$\psi_s = \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})}{3\sigma_k^{(*lim)}} = \frac{1}{3}(\psi_{11} + \psi_{22} + \psi_{33}).$$

Можно определить также характеристику поврежденности, основанную на удельной потенциальной энергии деформации:

$$U = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (7)$$

которая в случае упругого деформирования имеет вид

$$U = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}. \quad (8)$$

Для этой характеристики можно выделить две части – отрывную и сдвиговую:

$$U_\sigma = \frac{1}{2} \sigma_{ii} \varepsilon_{ii}, \quad U_\tau = \frac{1}{2} (1 - \delta_{ij}) \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}. \quad (9)$$

По аналогии с тензорами φ_{ij} и ψ_{ij} введем следующие энергетические характеристики повреждения точки твердого тела:

$$U^{(*lim)} = \max_{dV} [U(F^{*lim}, dV)],$$

$$U_k^{(*lim)} = \max_{dV} [U_k(F^{*lim}, dV)], \quad k = \sigma, \tau; \quad (10)$$

$$\psi^U = U / U^{(*lim)},$$

$$\psi_k^U = U_k / U_k^{(*lim)}, \quad k = \sigma, \tau. \quad (11)$$

Для интегральной оценки поврежденности может быть использовано ее среднее по объему значение

$$\Psi_q = \frac{1}{V_q} \int_V \psi_q(V) dV, \quad (12)$$

где $q \in \{ij, i, int, U\}$.

Опасные объемы. В трибофатической системе, в отличие, например, от изгибаемого вала, все шесть независимых компонент тензора напряжений являются ненулевыми. В общем случае предельное состояние (образование микротрещин) в некоторой точке трибофатической системы может быть обусловлено несколькими различными компонентами. Тогда предел выносливости определяется по каждой компоненте тензора напряжений как экстремальное значение ее распределения при действии предельной нагрузки в соответствии с (3)–(6) [10–14].

Условия для ограничения опасных объемов имеют вид

$$V_{ij} = \{dV / |\varphi_{ij}| \geq \varphi_m^{(*lim)}, dV \subset V_k\}, \quad i, j = x, y, z, \quad m = \begin{cases} n & \text{при } i = j, \\ \tau & \text{при } i \neq j; \end{cases} \quad (13)$$

$$V_i = \{dV / |\varphi_i| \geq \varphi_1^{(*lim)}, dV \subset V_k\}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (14)$$

$$V_{int} = \{dV / \varphi_{int} \geq \varphi_1^{(*lim)}, dV \subset V_k\}; \quad (15)$$

$$V_U = \{dV / U \geq U^{(*lim)}, dV \subset V_k\}; \quad (16)$$

$$V_{U_m} = \{dV / U_m \geq U_m^{(*lim)}, dV \subset V_k\}, \quad m = \sigma, \tau. \quad (17)$$

Рассмотрим формирование опасных объемов в условиях контактного взаимодействия в соответствии с (15). Определим предельные напряжения согласно (3) при следующих исходных данных:

$$p_0 = \sigma_{zz}^{(n)}(F_c) \Big|_{x=0, y=0, z=0} = 2960 \text{ МПа}; \quad (18)$$

$$p_{f \min} = p_0(F_c^{(*lim)}) = 888 \text{ МПа},$$

где p_0 – максимальное контактное давление; $p_{f \min}$ – нижняя граница рассеяния предела выносливости при контактной усталости [1, 4].

Для соотношения полуосей эллипса контакта $b/a = 0,574$ и $f = 0,5$ предельное значение интенсивности напряжений в соответствии с (3) примет вид

$$\sigma_{int}^{(*lim)} = \max_{dV} [\sigma_{int}(F_{*lim}, dV)] = 0,62 p_{f \min}. \quad (19)$$

Расчет компонентных опасных объемов согласно (13) может быть полезен при необходимости оценки поврежденности в некотором заданном направлении. В свою очередь, с помощью (14)–(17) можно оценивать поврежденность на основе инвариантов тензора механического параметра. В технических приложениях для анализа поврежденности, обусловленной сложным трехмерным напряженным состоянием, при контактом взаимодействии в

качестве интегральной характеристики удобно использовать октаэдрический V_{int} или энергетический V_U опасный объем.

Проанализируем распределение локальной поврежденности ψ_{int} в опасном объеме $V_{int}^{(n)}$ при действии нормальной эллиптически распределенной контактной нагрузки (рис. 1). Характерной особенностью распределения ψ_{int} является то, что его максимальное значение находится на оси z под поверхностью контакта.

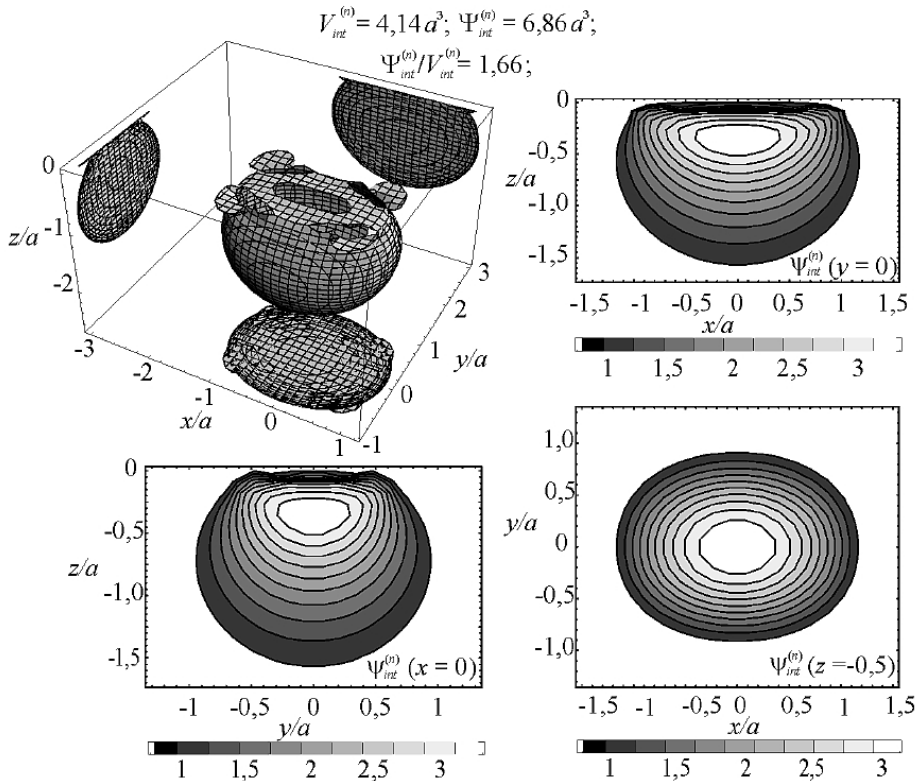


Рис. 1. Октаэдрический опасный объем и распределение поврежденности в различных его сечениях при действии контактной нагрузки $p(x, y)$ при $b/a = 0,574$.

Анализ данных, приведенных на рис. 1, позволяет сделать два принципиальных заключения. С одной стороны, процесс повреждаемости в общем случае является рассеянным, т.е. первичные трещины могут возникнуть в любой точке опасного объема. С другой стороны, он оказывается дискретным в том смысле, что существуют локальные области, где поврежденность ψ_{int} максимальна, и соответственно появление первичных трещин представляется наиболее вероятным.

Из рис. 2 хорошо видно, что формы и величины опасных объемов V_{int} различаются для разных комбинаций граничных условий. Сила трения $q(x, y) = 0,5p(x, y)$, направленная вдоль большей ($\parallel a$) и меньшей ($\perp a$) полуосей эллипса контакта или под углом $\pi/4$ к обеим полуосям ($\parallel a + \perp a$), приводит к увеличению V_{int} примерно на 10...18%, а ψ_{int} на 19...30% по сравнению с контактным взаимодействием без трения (n).

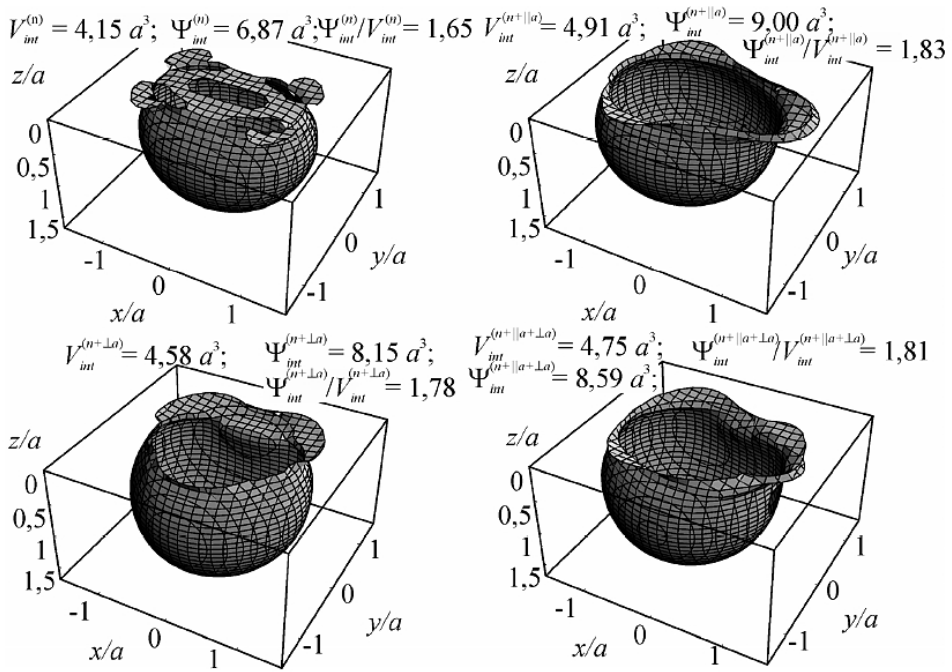


Рис. 2. Октаэдрические опасные объемы для различных комбинаций контактных нагрузок при $f = 0,5$, $b/a = 0,574$.

Значение $\max(\psi_{int}^{(n)})$ при контакте без трения равно примерно 3,5. В случае наибольшего влияния силы трения на поврежденность, когда она направлена с большей полуосью эллипса контакта, максимальное значение ψ_{int} увеличивается примерно на 60%, перемещаясь на поверхность контакта.

Проведенный анализ показывает, что при выборе модели поврежденности применительно к контактному взаимодействию с трением предпочтительнее рассматривать октаэдрический опасный объем V_{int} , поскольку именно он позволяет качественно различить трение качения, при котором повреждения зарождаются под поверхностью, и трение скольжения, когда повреждения зарождаются на поверхности.

Анализ поврежденности системы ролик–вал проведем, как и в случае эллиптического контакта с трением, в соответствии с моделью деформируемого твердого тела с опасным объемом. Предельные значения напряжений и параметры контактного взаимодействия принимаются согласно (19). Таким образом, появляется возможность оценить влияние неконтактных нагрузок на поврежденность в окрестности контакта.

Расчет опасных объемов проводился в соответствии с (13) при растяжении–сжатии вала при следующих напряжениях:

$$\sigma_{xx}^{(b)} = \pm 0,154 p_0. \tag{20}$$

При растяжении $V_{int}^{(n+b)}$ больше $V_{int}^{(n)}$ примерно в 4,6 раза (рис. 3), в то время как при сжатии $V_{int}^{(n-b)}$ больше $V_{int}^{(n)}$ примерно в 1,7 раза (рис. 4).

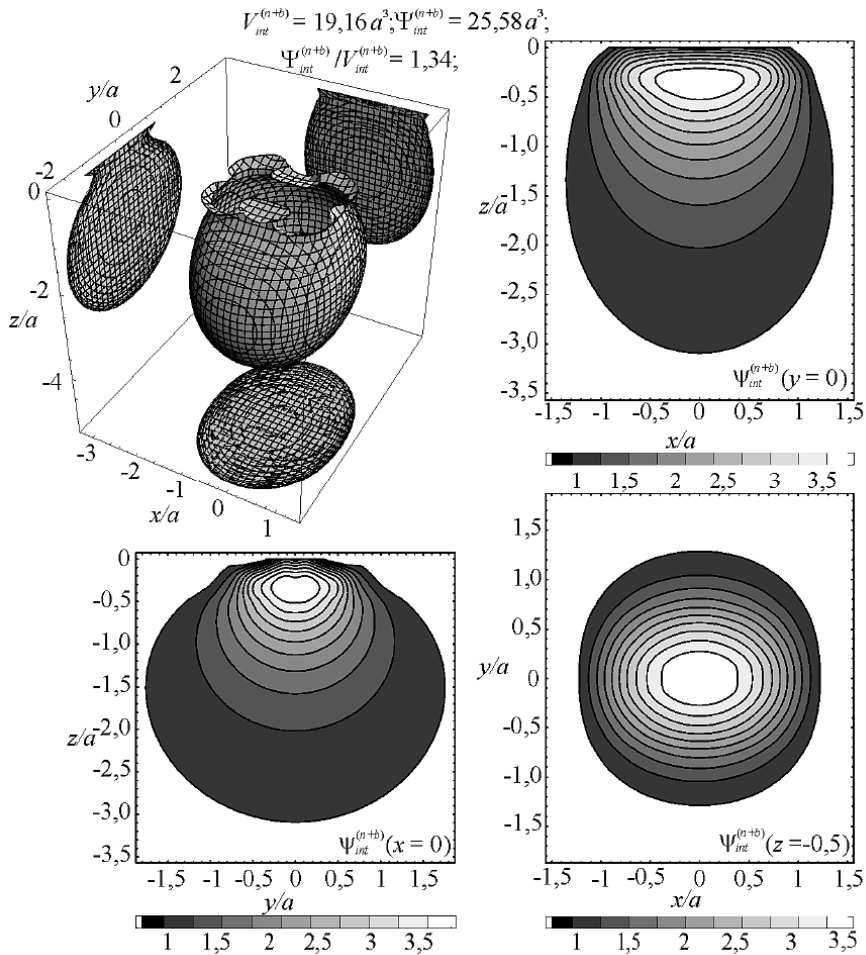


Рис. 3. Октаэдрический опасный объем $V_{int}^{(n+b)}$ и распределение поврежденности $\psi_{int}^{(n+b)}$ при действии нормальной контактной нагрузки $p(x, y)$ при $b/a = 0,574$ в области растяжения.

Распределение локальной поврежденности ψ_{int} по соответствующим опасным объемам (рис. 3, 4) и интегральный показатель поврежденности Ψ_{int} , рассчитанный в соответствии с (12), в случае совмещенного НДС в качественном отношении отличаются от таковых при контактном взаимодействии аналогично величинам соответствующих опасных объемов. На рис. 5 показана зависимость величины опасного объема V_{int} и характеристики поврежденности Ψ_{int} от соотношения неконтактных и контактных напряжений. Видно, что V_{int} и Ψ_{int} , рассчитанные с учетом неконтактных напряжений, увеличиваются как в зоне сжатия, так и в зоне растяжения. Такая зависимость обусловлена неотрицательностью функционала σ_{int} .

Полученные в соответствии с (1)–(20) результаты свидетельствуют о значительном изменении поврежденности (и, следовательно, долговечности) системы, работающей в условиях сложного нагружения (трибофатической системы), по сравнению с таковой системы, подверженной отдельным видам нагрузки.

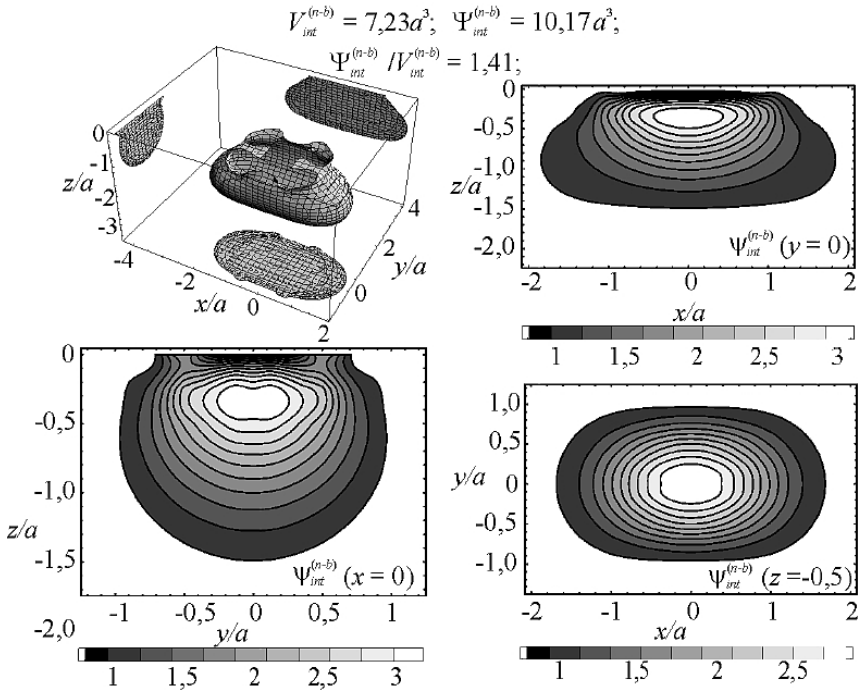


Рис. 4. Октаэдрический опасный объем $V_{int}^{(n-b)}$ и распределение поврежденности $\Psi_{int}^{(n-b)}$ при действии нормальной контактной нагрузки $p(x, y)$ при $b/a = 0,574$ в области сжатия.

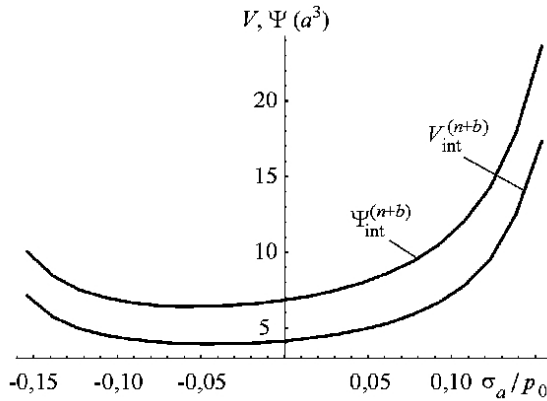


Рис. 5. Изменение характеристик поврежденности в окрестности контакта в зависимости от уровня неконтактных напряжений.

Резюме

Розглядаються моделі пошкодженості, які ґрунтуються на концепції деформування твердого тіла з небезпечним об'ємом. Запропоновано методику визначення пошкодженості складно навантаженої механічної системи. Проведено розрахунок пошкодженості трибофатичної системи ролик-вал, що працює в умовах контактної взаємодії її елементів і неконтактного навантаження. Показано значну зміну пошкодженості даної системи порівняно з системою, що зазнає окремих видів навантаження.

1. *Сосновский Л. А.* Механика износоусталостного повреждения. – Гомель: БелГУТ, 2007. – 434 с.
2. *Троценко В. Т., Сосновский Л. А.* Статистическая теория усталостного разрушения при сложном напряженном состоянии. Сообщ. 1 и 2 // Пробл. прочности. – 1979. – № 7. – С. 3 – 11.
3. *Троценко В. Т., Сосновский Л. А.* Механика износоусталостного повреждения и ее применение для расчета силовых систем машин и оборудования // Надежность и долговечность машин и сооружений. – 2005. – Вып. 24. – С. 8 – 20.
4. *Сосновский Л. А.* Основы трибофатики. В 2 т. – Гомель: БелГУТ, 2003. – Т. 1. – 246 с.; Т. 2. – 234 с.
5. *Sosnovskiy L. A.* Tribo-Fatigue: Wear-Fatigue Damage and Its Prediction. – Springer, 2005. – 428 p.
6. *Sosnovskiy L. A. and Sherbakov S. S.* Vibro-impact in rolling contact // J. Sound Vibr. – 2007. – **308**. – P. 489 – 503.
7. *Sosnovskiy L. A., Zhuravkov M. A., and Sherbakov S. S.* Dangerous volume as the measure of damage // The Improvement of the Quality, Reliability and Long Usage of Technical Systems and Technological Processes (Proc. of 7th Int. Conf. Sharm El Sheikh, Egypt, December 7–14, 2008). – Khmelniitskiy: KNU, 2008. – P. 105 – 108.
8. *Журавков М. А., Щербаков С. С., Сосновский Л. А.* Применение методологии механики деформируемого твердого тела в трибофатике // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – Днепропетровск: ДНУ. – Вып. 10. – 2009. – С. 116 – 122.
9. *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
10. *Журавков М. А., Щербаков С. С.* Расчет опасных объемов при контактном нагружении // Вест. БГУ. Сер. 1. – 2007. – № 1. – С. 117 – 122.
11. *Sosnovskiy L. A., Zhuravkov M. A., and Sherbakov S. S.* Model of deformable rigid body with dangerous volume for contact problems with friction // Proc. of the IVth World Tribology Congress (WTC IV) (Kyoto, Japan, Sept. 6–11, 2009). – Kyoto, 2009. – P. 156.
12. *Еловой О. М., Щербаков С. С.* Некоторые модели механики локальных повреждений // Тр. VI Междунар. симп. по трибофатике (ISTF 2010). – Минск: БГУ, 2010. – Т. 1. – С. 573 – 577.
13. *Щербаков С. С.* Опасные объемы как меры поврежденности // Машиностроение. – Минск: БНТУ. – Вып. 23. – 2007. – С. 265 – 269.
14. *Щербаков С. С.* Контактная задача: анализ опасных объемов // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – Днепропетровск: ДНУ. – Вып. 13. – 2009. – С. 279 – 285.

Поступила 11. 06. 2012