

Единая модель длительной и кратковременной ползучести и идентификация ее параметров

Н. А. Катанаха^{а,1}, А. С. Семенов^{а,2}, Л. Б. Гецов^{б,3}

^а Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия

^б НПО ЦКТИ, Санкт-Петербург, Россия

¹ katanaha@mail.ru

² semenov.artem@googlemail.com

³ guetsov@yahoo.com

В целях повышения точности прогнозов ползучести на больших временных базах (300000 ч и более) предложены определяющие уравнения, позволяющие на основе единой зависимости корректно описать как длительную, так и кратковременную ползучесть с учетом нелинейностей, присущих каждой из рассматриваемых стадий. Разработан алгоритм эффективной двухуровневой идентификации шести параметров модели на основе метода Левенберга–Марквардта. Показана возможность идентификации при использовании как кривых ползучести, так и кривых релаксации. Получены значения параметров модели для разных марок сталей, применяемых при изготовлении паропроводов.

Ключевые слова: длительная и кратковременная ползучесть, двухуровневая идентификация, метод Левенберга–Марквардта.

Введение. Современные требования к увеличению ресурса эксплуатации термонагруженных элементов энергетического оборудования новых энергоблоков, корректному определению остаточного ресурса и обоснованному продлению срока службы модернизируемых энергоблоков до 300000 ч и более приводят к необходимости верификации имеющихся и разработки новых моделей ползучести, обеспечивающих высокую точность при больших временах выдержки.

В настоящее время при описании процессов неупругого деформирования в условиях высоких температур широко используются изохронные кривые [1]. Недостатками этих данных являются применяемые при их получении способы экстраполяции экспериментальных результатов по ползучести, полученных на базе не более 50000...100000 ч. Однако накопленные за последние десятилетия экспериментальные данные (например, эксперименты А. А. Чижика [2]) позволяют по-новому рассмотреть вопросы экстраполяции характеристик ползучести материалов применительно к деталям, работающим в течение более 300000 ч. В данной работе рассматривается модель ползучести, позволяющая на основе единой зависимости корректно описать как длительную, так и кратковременную ползучесть с учетом нелинейностей, присущих каждой из исследуемых стадий. При разработке модели, в отличие от подхода построения изохронных кривых, предложенного в [1], авторы, следуя предложению Ю. Н. Работнова, используют построение изохронных кривых, начиная с кривой мгновенного деформирования.

Усложнение модели ползучести наряду с увеличением числа необходимых экспериментально определяемых параметров затрудняет процедуру идентификации искомых параметров на основе экспериментальных данных. Применение метода наименьших квадратов приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений относительно искомых констант, поиск физически состоятельного решения которой при достаточном разбросе экспериментальных данных является нетривиальной задачей. Обусловленность рассматриваемой системы ухудшается при увеличении длительности анализируемых временных интервалов. Для предложенной шестиконстантной модели ползучести используется подход двухуровневой идентификации с применением метода Левенберга–Марквардта. Верификация алгоритмов проведена для разных марок сталей, используемых при изготовлении паропроводов, по данным испытаний на ползучесть и релаксацию напряжений.

Единая модель длительной и кратковременной ползучести. Как правило, при оценке напряженно-деформированного состояния деталей, работающих при высоких температурах, проводят расчеты на ползучесть, в которых в качестве характеристик материала используют степенную аппроксимацию Нортон [3, 4], характеризующую при одноосном напряженном состоянии зависимость минимальной скорости ползучести $\dot{\varepsilon}^c$ (скорости ползучести на установившейся II стадии) от напряжения σ :

$$\dot{\varepsilon}^c = B\sigma^m, \quad (1)$$

где B , m – параметры материала, зависящие в общем случае от температуры.

Интегрирование (1) при постоянных напряжении и температуре приводит к линейной зависимости деформаций ползучести ε^c от времени t :

$$\varepsilon^c = B\sigma^m t. \quad (2)$$

Учет неустановившейся I стадии ползучести проведен в ряде моделей, одна из которых предложена Содербергом [4]:

$$\varepsilon^c = A\sigma^k(1 - e^{-C\sigma^l t}) + B\sigma^m t, \quad (3)$$

где A , B , C , k , l , m – характеристики материала, допускающие зависимость от температуры.

Заключительная, III стадия ползучести в значительной мере определяется процессом накопления повреждений и в настоящей работе не рассматривается. Этой теме посвящены многочисленные публикации, в частности [5]. В работе [6] была предложена аппроксимация кривых ползучести на основе экспериментальных данных по сопротивлению сталей ползучести большой длительности, полученных в [2], являющаяся модификацией (3):

$$\varepsilon^c = A\sigma^k(1 - e^{-Ct}) + Bt^l\sigma^m t. \quad (4)$$

Следует отметить, что значения входящих в (3) и (4) параметров для диапазона напряжений, больших и меньших предела упругости, различаются.

Формулы (3) и (4) характеризуют зависимость деформации ползучести от времени при постоянных температуре и напряжении на первых двух стадиях (неустановившаяся и установившаяся). Обе модели содержат одинаковое число параметров – шесть. Предложенная аппроксимация (4) имеет преимущество перед формулой (3), так как позволяет описать уменьшение скорости ползучести с течением времени, характерное для испытаний большой длительности (рис. 1), благодаря наличию во втором слагаемом формулы (4) степенной зависимости деформации ползучести от времени, в то время как формула (3) предполагает во втором слагаемом линейную зависимость от времени.

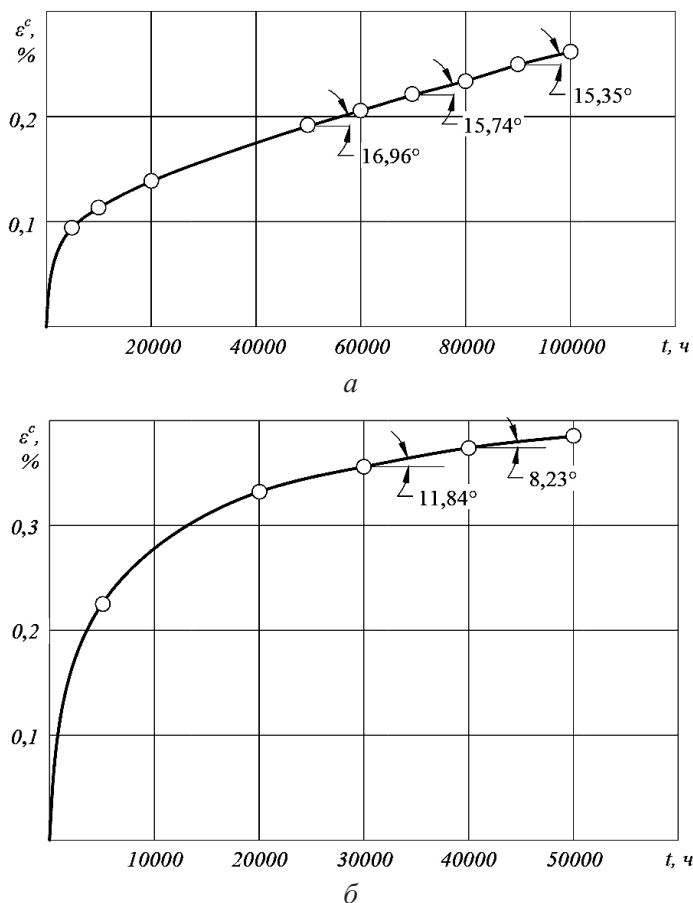


Рис. 1. Кривые ползучести, полученные в [2]: а – сталь P2M, T = 525°C, σ = 80 МПа; б – сталь 18X11MFBH (ЭП291Ш), T = 550°C, σ = 100 МПа.

Скорость ползучести для предложенной аппроксимации определяется на основе дифференцирования по времени уравнения (4) в предположении постоянства напряжений (условии, естественно, выполняемом при получении кривых ползучести):

$$\dot{\epsilon}^c = AC\sigma^k e^{-Ct} + B(l+1)\sigma^m t^l. \quad (5)$$

Уравнение (5) следует рассматривать как базовое соотношение предложенной модели, пригодное как для постоянных, так и переменных напряжений, в то время как уравнение (4), являющееся его частным случаем, может быть использовано только при постоянных напряжениях, т.е. только для аппроксимации кривых ползучести.

Совместное изучение уравнений (4) и (5) в предположении, что t является параметром, допускает его исключение и получение зависимости вида $\dot{\varepsilon}^c = f(\varepsilon^c, \sigma)$, характерной для теории упрочнения, однако для зависимости (4) в явном виде с использованием элементарных функций этого сделать аналитически не удастся. В случае необходимости указанная процедура может быть проведена с помощью численных методов.

Зависимость (5) справедлива для случая одноосного напряженного состояния. Обобщение ее на случай многоосного напряженного состояния имеет вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = [AC\sigma_{eq}^k e^{-Ct} + B(l+1)\sigma_{eq}^m t^l] \frac{3s_{ij}}{2\sigma_{eq}}, \quad (6)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$ – тензор скоростей деформации ползучести; s_{ij} – девиатор тензора напряжений, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\sigma_{kk}$; δ_{ij} – символ Кронекера; σ_{ij} – тензор напряжений; $\sigma_{eq} = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ – эквивалентное напряжение (интенсивность напряжений по Мизесу), непосредственно определяемое через компоненты тензора напряжений,

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}. \quad (7)$$

Модель ползучести (6) принадлежит к классу нелинейных вязкоупругих моделей. Дальнейшее ее обобщение на случай, позволяющий учитывать различия в параметрах для диапазона напряжений, больших и меньших предела упругости, имеет вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \begin{cases} [A_v C_v \sigma_{eq}^{k_v} e^{-C_v t} + B_v (l_v + 1) \sigma_{eq}^{m_v} t^{l_v}] \frac{3s_{ij}}{2\sigma_{eq}}, & \sigma_{eq} < \sigma_Y; \\ [A_p C_p \sigma_{eq}^{k_p} e^{-C_p t} + B_p (l_p + 1) \sigma_{eq}^{m_p} t^{l_p}] \frac{3s_{ij}}{2\sigma_{eq}}, & \sigma_{eq} = \sigma_Y, \end{cases} \quad (8)$$

где $A_v, B_v, C_v, k_v, l_v, m_v$ и $A_p, B_p, C_p, k_p, l_p, m_p$ – наборы параметров материала, соответствующие вязкоупругой и вязкоупругопластической стадиям; σ_Y – предел текучести материала.

Для использования соотношений (6) или (8) необходимо располагать информацией о параметрах A, B, C, k, l, m как функциях температуры и различать стадии деформирования. Определение указанных шести парамет-

ров требует проведения экспериментов на ползучесть или на релаксацию напряжений при постоянной температуре. Вопрос о необходимой длительности испытаний требует дальнейшего изучения.

Ниже предложены два способа определения шести констант как из результатов экспериментов на ползучесть, так и на релаксацию напряжений. В случае отсутствия прямых экспериментальных данных на ползучесть или релаксацию напряжений в качестве исходных данных для определения параметров уравнений (6) и (8) можно использовать изохронные кривые ползучести, которые, как известно, являются полным и компактным представлением характеристик ползучести материала при постоянной температуре.

Определение параметров модели материала по кривым ползучести.

Существуют две основные формы представления экспериментально полученных данных по ползучести материала: кривые ползучести (рис. 2) и изохронные кривые (рис. 3). Ниже приведен алгоритм идентификации параметров уравнения (4) для каждой из указанных форм представления.

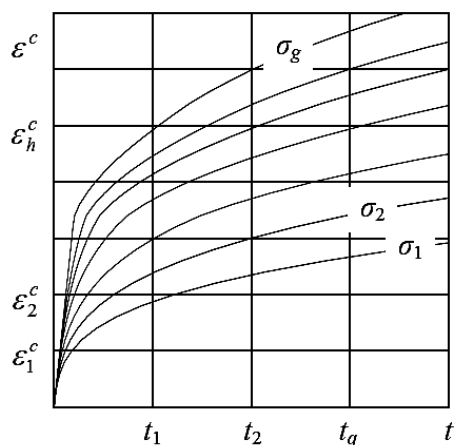


Рис. 2. Кривые ползучести.

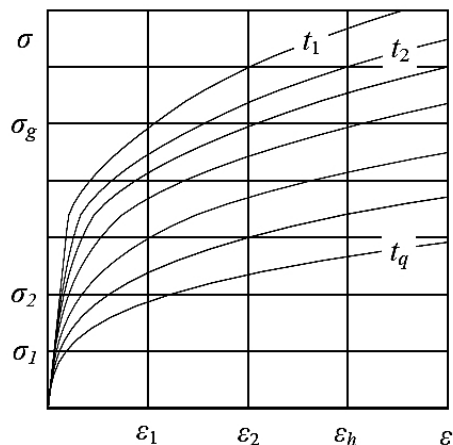


Рис. 3. Изохронные кривые.

Процедура нахождения шести вышеуказанных коэффициентов включает следующие этапы.

1. Если экспериментальные данные представлены в виде кривых ползучести, то для каждой из них деформации ползучести ϵ^c определяются при $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_g = \text{const}$ и каждом значении времени t_1, t_2, \dots, t_q (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Зависимость деформации ползучести от напряжений и времени

$t \setminus \sigma$	σ_1	σ_2	...	σ_g
t_1	$\epsilon^c(\sigma_1, t_1)$	$\epsilon^c(\sigma_2, t_1)$...	$\epsilon^c(\sigma_g, t_1)$
t_2	$\epsilon^c(\sigma_1, t_2)$	$\epsilon^c(\sigma_2, t_2)$...	$\epsilon^c(\sigma_g, t_2)$
...
t_q	$\epsilon^c(\sigma_1, t_q)$	$\epsilon^c(\sigma_2, t_q)$...	$\epsilon^c(\sigma_g, t_q)$

Если исходные экспериментальные данные представлены в виде изохронных кривых ползучести, то для каждого значения напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_g$ при каждом значении времени t_1, t_2, \dots, t_q деформации ползучести определяются по соотношению

$$\varepsilon^c = \varepsilon - \varepsilon^e - \varepsilon^p, \tag{9}$$

где ε – полные деформации; ε^e – упругие деформации; ε^p – пластические деформации.

Таким образом, использование изохронных кривых ползучести также позволяет представить экспериментальную информацию в виде зависимости $\varepsilon^c(\sigma_j, t_i)$ – табл. 1.

2. Константы материала (4) определяются методом наименьших квадратов с помощью экспериментальных данных (табл. 1) на основе минимизации функционала

$$L = \sum_{j=1}^g \sum_{i=1}^q [\varepsilon_{exp}^c(\sigma_j, t_i) - A\sigma_j^k(1 - e^{-Ct_i}) - Bt_i^l \sigma_j^m t_i]^2. \tag{10}$$

Однако расчеты показали, что одновременное определение всех шести констант модели в случае значительного разброса экспериментальных данных приводит к потере сходимости итерационных процедур с использованием методов оптимизации Гаусса–Ньютона или Левенберга–Марквардта при выборе начальных значений, не близких к оптимальным. Поэтому был использован подход двухуровневой идентификации, где на первом уровне определяются три фиктивные комбинации искомых констант и функций от напряжений и времени, группирующие отдельно константы, относящиеся к первой и второй стадиям ползучести, на втором этапе на их основе независимо находятся уже сами искомые константы. В соответствии с этим на первом этапе для каждого интервала времени $[t_1, t_i]$ ($i = 3, 4, \dots, q$) и для каждого напряжения σ_j ($j = 1, 2, \dots, g$) определяются параметры a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} уравнения, эквивалентного (4):

$$\varepsilon^c = a_{ij}(1 - \exp(-c_{ij})) + b_{ij}t. \tag{11}$$

Результаты расчетов в общем виде можно представить в виде табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Значения коэффициентов уравнения (11)

$t \setminus \sigma$	σ_1			σ_2			...			σ_g		
$[t_1, t_3]$	a_{31}	b_{31}	c_{31}	a_{32}	b_{32}	c_{32}	a_{3g}	b_{3g}	c_{3g}
$[t_1, t_4]$	a_{41}	b_{41}	c_{41}	a_{42}	b_{42}	c_{42}	a_{4g}	b_{4g}	c_{4g}
...
$[t_1, t_q]$	a_{q1}	b_{q1}	c_{q1}	a_{q2}	b_{q2}	c_{q2}	a_{qg}	b_{qg}	c_{qg}

В качестве примера рассмотрим первый интервал времени $[t_1, t_3]$ при напряжении σ_1 ($i=3$ и $j=1$). Определение параметров a_{31} , b_{31} , c_{31} с помощью метода наименьших квадратов приводит к поиску решений системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial a} \sum_{h=1}^i (\varepsilon^c(\sigma_1, t_h) - a_{31}(1 - e^{-c_{31}t_h}) - b_{31}t_h)^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial b} \sum_{h=1}^i (\varepsilon^c(\sigma_1, t_h) - a_{31}(1 - e^{-c_{31}t_h}) - b_{31}t_h)^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial c} \sum_{h=1}^i (\varepsilon^c(\sigma_1, t_h) - a_{31}(1 - e^{-c_{31}t_h}) - b_{31}t_h)^2 = 0. \end{cases} \quad (12)$$

В результате преобразований система трех нелинейных уравнений (12) может быть сведена к одному нелинейному уравнению $f(c_{31})=0$, не содержащему переменные a_{31} и b_{31} . Определение значения коэффициента c_{31} осуществляется методом половинного деления (дихотомии). По полученному значению коэффициента c_{31} определяются значения неизвестных переменных a_{31} и b_{31} . Аналогично находятся значения коэффициентов a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} для оставшихся промежутков времени и напряжения.

График зависимости $f(c_{ij})$ пересекает ось абсцисс в интервале физически допустимых значений c_{ij} только в одной точке, что указывает на единственность полученного решения параметра c_{ij} (рис. 4,а). Зависимость $b_{ij}(c_{ij})$ имеет монотонный характер, что также обеспечивает единственность коэффициента b_{ij} (рис. 4,б).

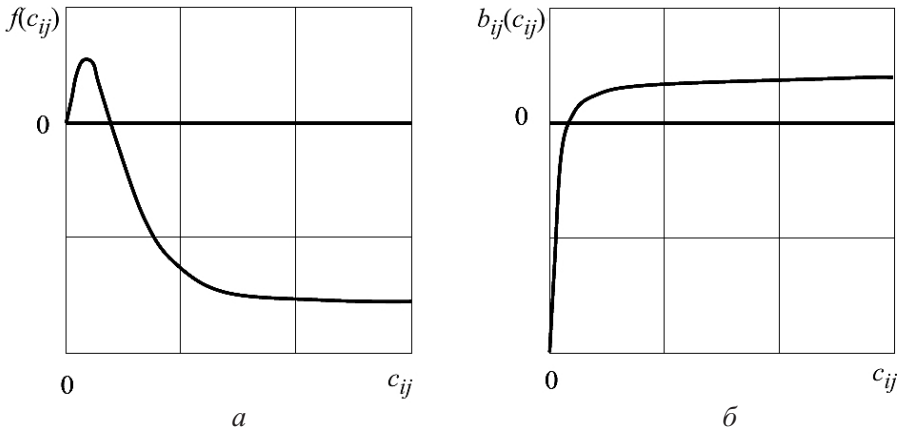


Рис. 4. Схематическое представление зависимостей $f(c_{ij}) - a$ и $b_{ij}(c_{ij}) - б$.

3. Сравнение выражений (4) и (11) приводит к равенству $b_{ij} = Bt_i^l \sigma_j^m$. На основе полученных ранее параметров b_{ij} находятся коэффициенты B , l , m . Определение коэффициентов выполняется с помощью метода оптимизации Левенберга–Марквардта. Его реализация заключается в последовательном

приближении заданных начальных значений коэффициентов к искомому локальному оптимуму.

Для этого задается начальный вектор коэффициентов $\mathbf{w} = [B, l, m]^T$. На каждом шаге итерации этот вектор заменяется вектором $\mathbf{w} + \Delta\mathbf{w}$. При оценке приращения $\Delta\mathbf{w}$ используется линейное приближение функции

$$g(\mathbf{w} + \Delta\mathbf{w}, t, \sigma) \approx g(\mathbf{w}, t, \sigma) + J\Delta\mathbf{w}, \quad (13)$$

где $g(\mathbf{w}, t, \sigma) = [g(\mathbf{w}, t_1, \sigma_1), g(\mathbf{w}, t_2, \sigma_2), \dots, g(\mathbf{w}, t_n, \sigma_n)]$; n – количество исходных данных; $g(\mathbf{w}, t, \sigma) = Bt^l\sigma^m$ – регрессионная модель; J – якобиан функции $g(\mathbf{w}, t, \sigma)$, определяемый выражением

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{w}, t_1, \sigma_1)}{\partial B} & \frac{\partial g(\mathbf{w}, t_1, \sigma_1)}{\partial l} & \frac{\partial g(\mathbf{w}, t_1, \sigma_1)}{\partial m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{w}, t_n, \sigma_n)}{\partial B} & \frac{\partial g(\mathbf{w}, t_n, \sigma_n)}{\partial l} & \frac{\partial g(\mathbf{w}, t_n, \sigma_n)}{\partial m} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Решением (14) будет значение вектора параметров \mathbf{w} , удовлетворяющее условию

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} (\mathbf{b} - g(\mathbf{w} + \Delta\mathbf{w}, t, \sigma))^2 = 0, \quad (15)$$

где $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_n]$.

Как следствие (15), получаем выражение для $\Delta\mathbf{w}$:

$$\Delta\mathbf{w} = (J^T J)^{-1} J^T (\mathbf{b} - g(\mathbf{w}, t, \sigma)). \quad (16)$$

Поскольку число обусловленности матрицы $J^T J$ есть квадрат числа обусловленности матрицы J , матрица $J^T J$ может оказаться существенно вырожденной. Поэтому, согласно подходу Левенберга–Марквардта, вводится параметр регуляризации $\lambda \geq 0$:

$$\Delta\mathbf{w} = (J^T J + \lambda I)^{-1} J^T (\mathbf{b} - g(\mathbf{w}, t, \sigma)). \quad (17)$$

Монотонное убывание минимизируемой функции достигается за счет подбора “хороших” значений λ . При $\lambda = 0$ направление $\Delta\mathbf{w}$ будет совпадать с направлением, предлагаемым в методе Гаусса–Ньютона, при $\lambda \rightarrow \infty$ направление $\Delta\mathbf{w}$ становится параллельным антиградиенту.

4. На основе полученных коэффициентов B, l, m определяется деформация ползучести $\varepsilon_{II}^c = Bt^{l+1}\sigma^m$ на II стадии и, как следствие, $\varepsilon_I^c = \varepsilon^c - \varepsilon_{II}^c$ на I стадии.

5. Вычисляются коэффициенты A, k, C уравнения (4) с помощью алгоритма Левенберга–Марквардта, аналогично п. 3 для I стадии ползучести.

Для оценки точности проведенной аппроксимации кривых ползучести определяется средняя ошибка аппроксимации (COA):

$$COA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100\%, \quad (18)$$

где y_i, \hat{y}_i – фактические и рассчитанные значения деформации ползучести. Обычно принимают, что значение COA не должно превышать 10...12%.

В табл. 3 представлены результаты расчета коэффициентов уравнения ползучести (5) для трех материалов по вышеописанной процедуре. На рис. 5 приведены результаты сравнения изохронных кривых, полученных расчетным путем с использованием коэффициентов из табл. 3, с экспериментальными данными.

Т а б л и ц а 3

Значения коэффициентов уравнения ползучести (5) для трубных сталей

Материал	$T, \text{ }^\circ\text{C}$	$A, \text{ МПа}^{-k}$	k	$C, \text{ ч}^{-1}$	$B, \text{ МПа}^{-m/\text{ч}^{l+1}}$	l	m	COA, %
15X1M1Ф	500	$3,615 \cdot 10^{-9}$	3,018	$2,048 \cdot 10^{-5}$	$7,684 \cdot 10^{-14}$	-0,498	3,833	3,59
	540	$1,281 \cdot 10^{-3}$	4,278	$2,112 \cdot 10^{-13}$	$1,537 \cdot 10^{-17}$	-0,517	5,824	11,15
12X1MФ	500	$3,802 \cdot 10^{-12}$	4,532	$8,291 \cdot 10^{-6}$	$3,483 \cdot 10^{-14}$	-0,886	4,458	4,68
	550	$7,130 \cdot 10^{-14}$	5,356	$8,268 \cdot 10^{-4}$	$2,217 \cdot 10^{-12}$	-0,478	3,900	6,14
10X9MФБ	550 (I+II)	$8,204 \cdot 10^{-16}$	5,344	$6,937 \cdot 10^{-3}$	$7,072 \cdot 10^{-9}$	-0,495	1,861	45,51
	550 (I)	$3,336 \cdot 10^{-11}$	4,092	$2,143 \cdot 10^{-5}$	$1,012 \cdot 10^{-20}$	-0,741	7,783	3,29
	550 (II)	$4,420 \cdot 10^{-15}$	5,451	$8,945 \cdot 10^{-3}$	$5,940 \cdot 10^{-8}$	-0,427	1,354	3,29
	575	$8,460 \cdot 10^{-13}$	5,290	$1,669 \cdot 10^{-5}$	$1,604 \cdot 10^{-16}$	-0,717	5,894	11,04

Представленная выше процедура идентификации параметров материала с использованием кривых ползучести была реализована на языке программирования C++ и имплементирована в вычислительный пакет Constitutive Equation Studio v.3.5 (CES v.3.5) [7].

Приведенное в табл. 3 для стали 10X9MФБ при $T = 550^\circ\text{C}$ значение COA составляет 45,51% (рис. 5,е, стадии ползучести I+II). Для снижения COA изохронные кривые для этой стали при 550°C были разбиты на две зоны – до и после напряжения, равного пределу упругости 140 МПа. В результате значение COA снизилось до 3,29% (рис. 5,ж, стадии ползучести I и II). Коэффициенты для I стадии ползучести относятся к напряжениям, которые меньше предела упругости, для II стадии – выше предела упругости. Это свидетельствует о важности учета различий в коэффициентах модели на вязкоупругой и вязкоупругопластической стадиях (8).

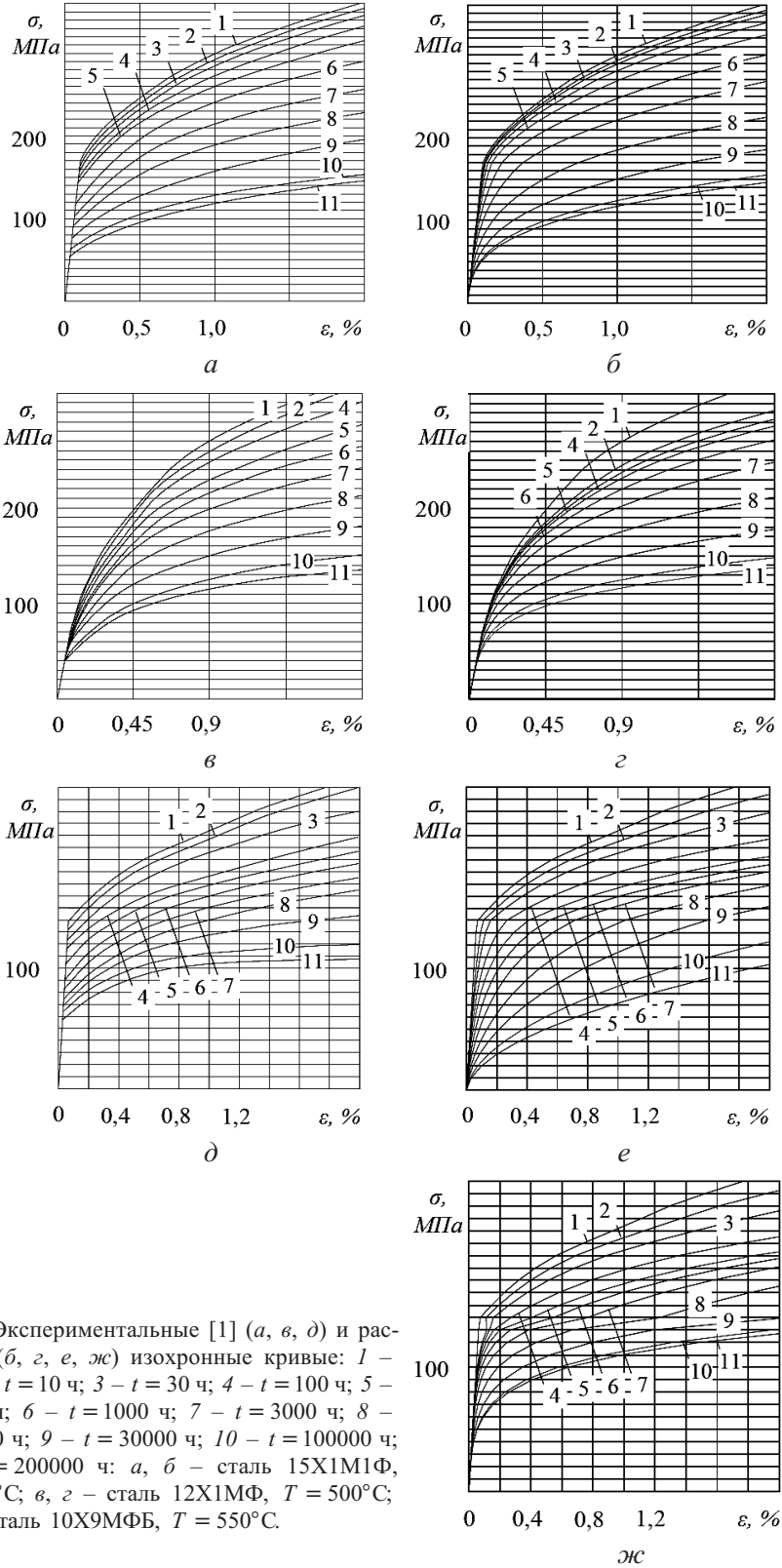


Рис. 5. Экспериментальные [1] (а, в, д) и расчетные (б, г, е, ж) изохронные кривые: 1 – $t = 0$; 2 – $t = 10$ ч; 3 – $t = 30$ ч; 4 – $t = 100$ ч; 5 – $t = 300$ ч; 6 – $t = 1000$ ч; 7 – $t = 3000$ ч; 8 – $t = 10000$ ч; 9 – $t = 30000$ ч; 10 – $t = 100000$ ч; 11 – $t = 200000$ ч: а, б – сталь 15X1M1Φ, $T = 500^\circ\text{C}$; в, г – сталь 12X1MΦ, $T = 500^\circ\text{C}$; д–ж – сталь 10X9MФБ, $T = 550^\circ\text{C}$.

Определение параметров модели материала по кривым релаксации напряжений. Альтернативным предложенному в предыдущем разделе методу нахождения параметров ползучести является подход к определению констант материала на основе данных испытаний на релаксацию напряжений – характерный случай накопления деформации ползучести при уменьшающихся напряжениях.

Процесс чистой релаксации описывается уравнением

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^c = \text{const}, \quad (19)$$

где $\varepsilon = \varepsilon^e(\sigma_0) + \varepsilon^p(\sigma_0) = \varepsilon_0$ – полная деформация в момент времени $t_0 = 0$ (предполагается $\varepsilon^c(t_0) = 0$); σ_0 – напряжение в момент времени $t_0 = 0$; $\varepsilon^e(\sigma_0) = \sigma_0/E$ и $\varepsilon^p(\sigma_0)$ – упругая и пластическая деформации в момент времени $t_0 = 0$; $\varepsilon^e = \sigma(t)/E$ – упругая деформация в момент времени t ; $\sigma(t)$ – остаточное напряжение в момент времени t .

Учитывая, что при однородном одноосном напряженном состоянии в процессе релаксации напряжения убывают, а значит, наблюдается пластическая разгрузка, и уровень пластических деформаций остается постоянным, в результате (19) приходим к равенству

$$\varepsilon^c(t) = \frac{\sigma_0}{E} - \frac{\sigma(t)}{E}. \quad (20)$$

С помощью уравнения (20) из экспериментальных данных по релаксации напряжений можно получить значения деформаций ползучести (табл. 1).

Следует отметить, что деформация ползучести, полученная на основе экспериментальных данных по релаксации напряжений, отличается от таковой, полученной из экспериментов на ползучесть при постоянных напряжениях.

Процедура определения коэффициентов модели при релаксации включает два этапа. На первом, аналогично процедуре, описанной в предыдущем разделе, определяются вспомогательные коэффициенты $A_r, B_r, C_r, k_r, l_r, m_r$ для уравнения (4). На втором этапе определяются искомые коэффициенты предложенной модели (5) A, B, C, k, l, m из условия наилучшей аппроксимации скоростей ползучести по уравнению (4) с коэффициентами $A_r, B_r, C_r, k_r, l_r, m_r$, используя (5). Процедура определения коэффициентов уравнения (5) A, B, C, k, l, m для скорости ползучести проводится на основе метода наименьших квадратов с использованием алгоритма Левенберга–Марквардта. Отличие данной процедуры от описанной в предыдущем разделе заключается в поиске аппроксимации скорости деформации, а не самой деформации ползучести. Определение коэффициентов осуществляется без деления на первую и вторую стадии ползучести. Очевидно, что идентификацию коэффициентов при релаксации можно проводить и без деления на два вышеописанных этапа, используя вместо результатов первого этапа значения скоростей деформации ползучести, непосредственно получаемые из эксперимента на релаксацию напряжений. Однако в этом случае наблюдается значительное снижение точности аппроксимации и ухудшение сходимости

итерационных процедур Левенберга–Марквардта. Использование гладких аппроксимаций в виде уравнения (4) с учетом первого этапа способствует повышению точности аппроксимации (для этой цели могут применяться и другие монотонные зависимости), а также позволяет использовать информацию о кривой мгновенного деформирования.

Определив на первом этапе коэффициенты $A_r, B_r, C_r, k_r, l_r, m_r$ после дифференцирования уравнения (4) получим выражение

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}^c = & A_r k_r \sigma^{k_r-1} \dot{\sigma} (1 - e^{-C_r t}) + A_r \sigma^{k_r} C_r e^{-C_r t} + B_r m_r \sigma^{m_r-1} \dot{\sigma} t^{l_r+1} + \\ & + B_r \sigma^{m_r} (l_r + 1) t^{l_r}, \end{aligned} \quad (21)$$

после исключения в котором переменной $\dot{\sigma}$, выраженной через $\dot{\varepsilon}^c$, с помощью выражения (20) окончательно приходим к соотношению

$$\dot{\varepsilon}^c = \frac{A_r \sigma^{k_r} C_r e^{-C_r t} + B_r \sigma^{m_r} (l_r + 1) t^{l_r}}{1 + E(A_r k_r \sigma^{k_r-1} (1 - e^{-C_r t}) + B_r l_r \sigma^{m_r-1} t^{l_r+1})}. \quad (22)$$

Уравнение (22) содержит регуляризованную информацию о скоростях деформации ползучести при испытаниях на релаксацию напряжений и служит основой для определения коэффициентов уравнения (5) методом наименьших квадратов с использованием алгоритма Левенберга–Марквардта.

Полученные на основе вышеприведенной двухэтапной процедуры значения коэффициентов уравнения (5) для исходных данных по кривым релаксации, используемым в расчетах для стали 10Х9МФБ (рис. 6) при температуре 600°C, представлены в табл. 4.

Т а б л и ц а 4

Параметры уравнения (5) для стали 10Х9МФБ при 600°C

Коэффициент	Экспериментальные данные по ползучести	Исходные данные по релаксации напряжений
$A, \text{МПа}^{-k}$	$7,511 \cdot 10^{-9}$	$1,264 \cdot 10^{-8}$
k	2,703	2,142
$C, \text{ч}^{-1}$	$2,403 \cdot 10^{-3}$	$2,424 \cdot 10^{-3}$
$B, \text{МПа}^{-m/\text{ч}^{l+1}}$	$1,456 \cdot 10^{-10}$	$1,438 \cdot 10^{-9}$
l	-0,544	-0,784
m	2,764	2,797

На рис. 7 расчетные кривые ползучести сравниваются с экспериментальными для стали 10Х9МФБ при температуре 600°C на базе испытаний 6000 ч. Наблюдается хорошее совпадение расчетных данных с экспериментальными.

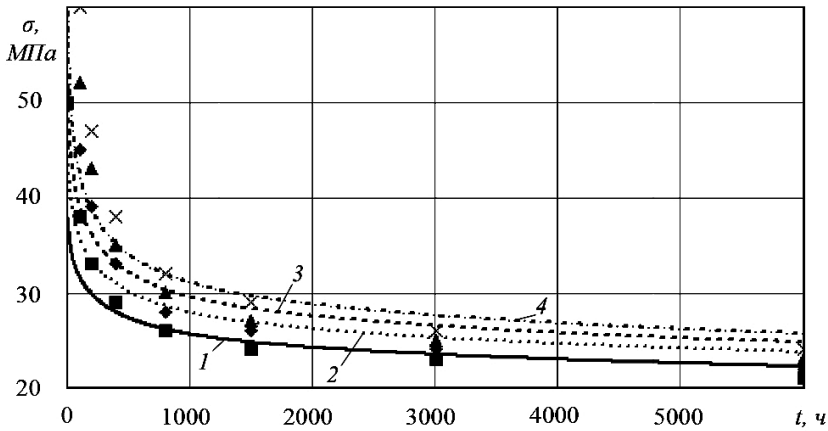


Рис. 6. Кривые релаксации напряжений стали 10Х9МФБ при 600°С: 1 – $\sigma_0 = 50$ МПа; 2 – $\sigma_0 = 70$ МПа; 3 – $\sigma_0 = 100$ МПа; 4 – $\sigma_0 = 200$ МПа. (Точки – исходные данные, кривые – расчетные значения.)

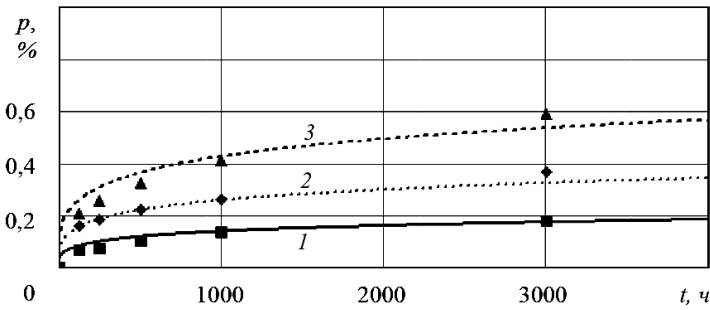


Рис. 7. Экспериментальные (точки) и расчетные (кривые) данные по ползучести стали 10Х9МФБ при 600°С: 1 – $\sigma_0 = 78$ МПа; 2 – $\sigma_0 = 98$ МПа; 3 – $\sigma_0 = 117,60$ МПа.

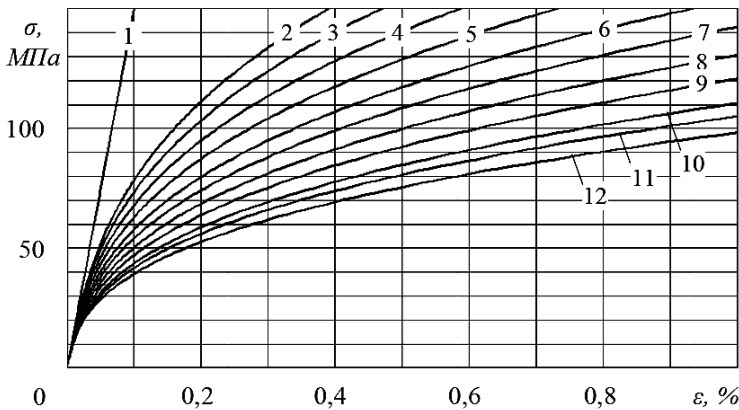


Рис. 8. Изохронные кривые ползучести стали 10Х9МФБ при 600°С: 1 – $t = 0$; 2 – $t = 10$ ч; 3 – $t = 30$ ч; 4 – $t = 100$ ч; 5 – $t = 300$ ч; 6 – $t = 1000$ ч; 7 – $t = 3000$ ч; 8 – $t = 10000$ ч; 9 – $t = 30000$ ч; 10 – $t = 100000$ ч; 11 – $t = 200000$ ч; 12 – $t = 500000$ ч.

Таким образом могут быть построены изохронные кривые ползучести стали 10Х9МФБ применительно к базе до 500000 ч (рис. 8).

Разработана методика идентификации коэффициентов уравнений ползучести на основе данных испытаний на ползучесть или на релаксацию напряжений с использованием изохронных кривых ползучести, позволяющая корректно проводить экстраполяцию результатов экспериментов при больших временах ползучести, достигающих 300000 часов и более.

Выводы

1. Предложена модель ползучести, учитывающая эффект разупрочнения материала в процессе ползучести, позволяющая адекватно описывать процессы ползучести применительно к малым и большим временам эксплуатации металла.

2. Разработаны обеспечивающие единственность решения методы идентификации параметров уравнения ползучести по данным испытаний на ползучесть и релаксацию напряжений, представленных как в виде первичных кривых ползучести, так и изохронных.

3. Рассчитаны значения коэффициентов предложенного уравнения ползучести для сталей 15X1M1Ф, 12X1MФ и 10X9MФБ, используемых при изготовлении паропроводов, и построены изохронные кривые для этих сталей применительно к широкому диапазону длительностей эксплуатации.

Авторы выражают благодарность Скоробогатых В. Н. за предоставленные данные по стали 10X9MФБ.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 12-08-00943).

Резюме

Із метою підвищення точності прогнозів повзучості на великих часових базах (300000 годин і більше) запропоновано визначальні рівняння, що дозволяє на основі єдиної залежності коректно описати як тривалу, так і короткочасну стадії повзучості з урахуванням нелінійностей, характерних для кожної з них. Розроблено алгоритм ефективної дворівневої ідентифікації шести параметрів моделі на основі методу Левенберга–Марквардта. Показано можливість ідентифікації при використанні як кривих повзучості, так і кривих релаксації. Отримано значення параметрів моделі для різних марок сталей, що використовуються при виготовленні паропроводів.

1. *Служебные свойства котельных материалов.* – Л: НПО ЦКТИ, 1981. – Вып. 43. – 76 с.
2. *Ланин А. А., Балина В. С. Жаропрочные металлы и сплавы: справочные материалы.* – СПб.: Энерготех, 2006. – 223 с.
3. *Norton F. H. Creep of Steel at High Temperatures.* – New York: McGraw-Hill Book Co., 1929. – 90 p.
4. *Гецов Л. Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин.* В 2 кн. – Рыбинск: ООО “Издательский дом “Газотурбинные технологии”, 2010. – 611 с.

5. *Кривенюк В. В., Усков Е. И., Авраменко Д. С.* Подготовка данных по высокотемпературной ползучести при формировании нормативной документации для металлоемкого энергетического оборудования // Пробл. прочности. – 2012. – № 5. – С. 45 – 55.
6. *Катанаха Н. А., Гецов Л. Б.* Определение характеристик ползучести по данным испытаний на релаксацию напряжений // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. – 2010.– 1 (95). – С. 204 – 210.
7. *Семенов А. С.* Вычислительные методы в теории пластичности. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2008. – 211 с.

Поступила 06. 12. 2012