

УДК 536.24:532.526:533.001.16

Репухов В.М.

Институт технической теплофизики НАН Украины

**РАСШИРЕНИЕ РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ УРАВНЕНИЙ
СЛОЖНОГО (РАДИАЦИОННОГО И КОНВЕКТИВНОГО)
ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
С ОТНОСИТЕЛЬНЫМИ ЗАКОНАМИ ПЕРЕНОСА И СОСТОЯНИЯ**

Вивчається розширювання рішення системи нестационарних тримірних інтегродиференціальних транспортних рівнянь складного (радіаційного і конвективного) тепломасопереносу методами теорії поля при квазілінійному перетворенні с відносними законами переносу и ста- ну.

Изучается расширение решения системы нестационарных трехмерных интегродифференциальных транспортных уравнений сложного (радиационного и конвективного) теплообмена методами теории поля при квазилинейном преобразовании с относительными законами переноса и состояния.

We study the extending solution of the system nonstationary three dimensional integrodifferential transport equations of the complex (radiative and convective) heat and mass transfer by the methods of field theory with the quasilinear transformation and the relative transfer laws and state.

a_* – основная транспортируемая величина;

$\vec{b}_*(b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ и $\vec{b}_{*T}(b_{*t} = b_{*\alpha_*}, b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ – трех- и четырехмерные векторы переноса с проекциями на координатные оси;

$\vec{e}(n, s = \tau, v, \beta)$ – трехмерные единичные векторы;

f_* , $f_{b_*T\alpha}$, $f_{b_*\alpha}$ и f_p – основные и дополнительные функции преобразования;

$I_{v\tau}$ – спектральная яркость транспортируемого излучения в направлении луча;

$k_1(s)$ и $k_2(s)$ – кривизна и кручение луча функции его длины s ;

$L_V(a_*)$ и $R_D(a_*)$ – функционалы левой и правой части транспортного уравнения;

N_v и \vec{LN}_v – спектральные тензор и трехмерный вектор преломления;

S_* и S_{*T} – дефекты преобразования функционалов левой и правой частей уравнений;

t, x, y, z – координаты четырехмерного ортонормированного базиса Декарта;

u_v и u_n – спектральная и полная объемная плотность энергии излучения;

$\vec{V}(u, v, w)$ и $\vec{V}_T(1, u, v, w)$ – трех- и четырехмерные вектор скорости с проекциями;

α и α_* – координаты, принимающие в общем случае значения t, x, y, z , причем вторая в соответствии с индексом $*$ = $(1 + h), u, v, w$ и $a_1 = 1$, а также $\alpha = t, \tau, v, \beta$;

$\Psi_{*\alpha}^0$ – относительные законы переноса.

Индексы верхние:

черта сверху – образ; 0 – максимальные значения величины.

Индексы нижние:

n – полные по частотам характеристики фотонного континуума;

ν – спектральные характеристики фотонного континуума;

$*$ – плотность и другие величины, являющиеся решением транспортных уравнений $(\rho, u, v, w, \dots, h^0, I_{\nu\tau}, I_{n\tau}, u_\nu, u_n, \dots)$, причем $*$ и α обычно заменяются целыми числами.

1. ВВЕДЕНИЕ, ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА

Целью работы является общий метод расширения решения интегро-дифференциальных транспортных уравнений сложного (радиационного и конвективного) переноса при любых законах переноса и состояния среды (прообраз), когда используется решение уравнений в простейших условиях (образ, величины с верхней чертой) и квазилинейное преобразование с дефектом канонических транспортных уравнений одной формы движения в другую (видов формы); а также изучение системы уравнений-условий расширения решения с позиции теории поля, анализ ее полноты, непротиворечивости и замкнутости [1-12].

Самосопряженное обратимое квазилинейное вещественное (комплексное) преобразование канонических транспортных уравнений с дефектом: во-первых, сохраняет и подтверждает существование канонических уравнений в континуумах с различными свойствами и границами; во-вторых, интерпретируется в теории поля как перенос систем отсчета точек прообраза на системы образа с сохранением канонических уравнений [3,9,10].

Преобразование канонической системы основывается на том, что пространство в малом является четырехмерным евклидовым и пространства одной размерности изоморфны, а единое время является мерой всех форм (видов) движения элементарного объема с количеством транспортируемой величины на линии переноса. Поля физических величин, характеризующие свойства пространства или законы движения, функции четырех координат и могут служить проекциями линейных векторов. Причем проекции скорости на линии переноса, являясь решением нелинейных уравнений, коэффициенты в отличной от нуля линейной комбинации полных дифференциалов расстояния и времени [1,3-10,12].

Преобразование в молекулярном континууме (нижний индекс m), фотонном спектральном с осреднением величин по направлениям (индексы ν и m) и полном по всем частотам (индекс n) позволяют получить его в сложном, ввиду когерентности излучения и сходства подходов к решению уравнений при аддитивности массы и энергии [1,3,9,10].

2. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

2.1. Каноническая система транспортных уравнений

В ортонормированном базисе для всех форм движения (видов) с точностью до векторов переноса существует каноническая запись линий переноса и транспортных уравнений:

$$\left(\frac{ds}{V_s} = \right) \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} = \frac{dt}{1} \text{ и } L_V(a_*) \equiv \rho(\vec{V}_T \circ \text{grad}_T a_*) = \text{div}_T \vec{b}_{*T} \equiv R_D(a_*), \tag{1}$$

где $L_V(a_*) = \rho a_* (\vec{V}_T \circ \text{grad}_T \ln a_*)$, $R_D(a_*) = \frac{\partial b_{*t}}{\partial \alpha_*} + \text{div } \vec{b}_*$ или $R_D(a_*) = \int_V F_V dV$ – левый и два представления правого функционала, однозначно связанные между собою и с вектором переноса; a_* и $*$ – транспортируемая величина, отнесенная в молекулярном континууме к единице массы ($\rho = var$), а фотонном объеме ($\rho = 1$), и индекс соответствуют плотности, проекциям скорости, полной энтальпии, спектральной и полной яркости вдоль линии переноса, объемной плотности энергии излучения и другим ($\rho, u, v, w, h^0, I_{v\tau}, I_{n\tau}, u_v, u_n, \dots$); $\text{grad } a_*$, $\text{grad}_T a_*$, $\vec{V}(u, v, w)$, $\vec{V}_T(1, u, v, w)$, $\vec{b}_*(b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ и $\vec{b}_{*T}(b_{*t}, b_{*x}, b_{*y}, b_{*z})$ – трех- и четырехмерные (индекс T) градиенты транспортируемых величин, скорости и векторы переноса в ортонормированном базисе; индексы $*$ и α – обычно заменяются целыми числами, сочетаются с координатами в левой части $\alpha = t, x, y, z$ и правой $\alpha = \alpha_*, x, y, z$ при выборе $\alpha_* = t, x, y, z$ согласно $* = (1 \text{ и } h), u, v, w, \dots$ и $a_1 = 1$, задании величины $b_{*t} (= b_{*\alpha_*} = P_{\alpha_*})$ и ее производной в базисе Декарта или $\alpha = t, \tau, \nu, \beta$ в подвижном трехграннике Френе [3-11].

Трехмерный вектор переноса с параметром время однозначно задается по дивергенции и вихрю вектора внутри бесконечной или замкнутой области, ограниченной поверхностью с заданной на ней его производной по нормали или коэффициентам дефектов $\bar{C}_{*\alpha}$ [3,4,11].

В молекулярном и спектральном континууме транспортные уравнения известны [1-10]; причем скорости в среде $\vec{c}_{vT} \equiv \vec{V}_T$, $\vec{c}_v \equiv \vec{V}$ и вакууме $\vec{c}_0 \equiv \vec{V}_0$, тензоры преломления N_{vT} с матрицей четвертого ранга $[n_{vT}] = [1, n_{vxx}, n_{vyy}, n_{vzz}]$ и N_v третьего $[n_v] = [n_{vxx}, n_{vyy}, n_{vzz}]$ дают:

$$N_v \vec{c}_v = E \vec{c}_0, \text{ или } \vec{n}_v \equiv \vec{c}_0 / c_{v\tau} = N_v \vec{\tau}, \text{ div } (\vec{N}_v \vec{c}_v) = \text{div } \vec{c}_0 = 0 \text{ и } E \vec{L} N_v \equiv N_v^{-1} \text{Div } N_v;$$

$$N_v^{-1} \text{Div } N_v \vec{c}_v + E \text{div } \vec{c}_v = 0, \text{ а также } (\vec{L} N_v \circ \vec{c}_v) + \text{div } \vec{c}_v = 0 \text{ и } \eta_{v\tau} / k_v = (\text{mod } \vec{N}_v \vec{\tau})^2 I_{b_{v0}} \quad (2)$$

– линейное самосопряженное преобразование скоростей, или вектор показателя преломления, условие опорного луча постоянной скорости в вакууме и вектор-столбец преломления; причем нулевая дивергенция скорости в вакууме и линейность скоростей позволяют выделить уравнение неразрывности луча, а также равенство для дивергенции скорости в среде и закон Кирхгофа локального термодинамического равновесия вдоль луча [6-9].

Опорным лучам предельных однородных полей (c_{v0}, I_{v0}) вакуума соответствуют в точке P среды неоднородные поля (c_v, I_v) с исходными тензорами (N_v, N_{vT}) и равенства типа (2), а максимальный вектор поля (скорость, яркость) определяется исходной матрицей, ввиду экстремальных свойств собственных значений преобразования (эллипс) [12].

Полная производная по времени количества транспортируемой величины в элементарном объеме ΔV с учетом уравнений (2) и Френе зависит от направления линии переноса:

$$\frac{d[(a_* \rho \Delta V) E \vec{e}]}{(a_* \rho \Delta V) dt} = E \vec{e} \left[\frac{d \ln a_*}{dt} + \frac{d \ln(\rho \Delta V)}{dt} \right] + \frac{dE \vec{e}}{dt} = \left\{ \left[\frac{E \vec{e}}{a_*} \operatorname{div}_T (\rho V_{eT} \vec{a}_*) \right] + V_e \frac{dE \vec{e}}{ds_e} \right\} \Bigg|_{\substack{\rho=1, \\ V_e=c_{ve}, \\ \vec{e} \rightarrow \vec{\tau}}} \rightarrow \quad (3)$$

$$\rightarrow \vec{\tau} (c_{v\tau} \circ \operatorname{grad}_T \ln a_*) - c_{v\tau} (\vec{\tau} LN_{v\tau} - \vec{v} k_{1v}) - c_{vv} \vec{v} (LN_{vv} - k_{1v}) - \lambda c_{v\beta} \vec{\beta} (LN_{v\beta} - k_{2v}) + \Delta_{c_{vv}, c_{v\beta}}^{\text{остаток}},$$

что дает в правой части скалярное произведение, деформации объема и линии, а также потерю решений $LN_{vv} - k_{1v} = 0$ и $LN_{v\beta} - k_{2v} = 0$ при кривизне k_{1v} и кручении k_{2v} по Френе, где углы Эйлера связывают проекции вектора преломления трехмерной группой вращения и ортонормированные базисы Декарта и Френе ортогональным преобразованием [6-12].

Элементы исходных диагональных матриц скорости и яркости: связаны поглощающей способностью в транспортном уравнении яркости (6), кривизной и кручением общей линии переноса; три показателя преломления определяются уравнениями трех проекций вектора скорости (модель); а вдоль каждого луча обеспечивается локальное термодинамическое равновесие и закон сохранения энергии в объеме характерного тетраэдра [2,6-10].

В частности, если элементы связаны постоянными во всем поле множителями в виде $n_{v\alpha} = k_{v\alpha} n_{v\alpha}$ ($k_{v\alpha} = I_{v0}/c_{v0}$), то векторы преломления типа (2) равны; если луч предельный пучок гомоцентрических линий, который обменивается энергией с сохранением формы движения и превращением энергии внутри, то поперечными неравномерностями величин в равенствах (3) можно пренебречь, показатели преломления определять по равенствам (2) для скорости и потерянными решениям (3), считая их решением и свойством среды [6-10].

Каноническое транспортное уравнение (1) можно получить, учитывая: воздействие на элементарный объем векторов переноса; уравнения Стокса и Гаусса-Остроградского; равенства (3) и

$$\frac{d}{dt} \int_{V_F} a_* E \vec{e} dV = \int_F [B_*] n_F \vec{dF} = \int_{V_F} \operatorname{Div} B_* dV; \text{ столбцы } (\operatorname{div} b_*)' \text{ и } (\operatorname{div}_T b_{*T})', \text{ где}$$

$$[B_{*T}] = \begin{bmatrix} b_{*II}, b_{*IX}, b_{*IY}, b_{*IZ} \\ b_{*XI}, b_{*XX}, b_{*XY}, b_{*XZ} \\ b_{*YI}, b_{*YX}, b_{*YY}, b_{*YZ} \\ b_{*ZI}, b_{*ZX}, b_{*ZY}, b_{*ZZ} \end{bmatrix}; \quad \frac{d(I_0 \Delta V)}{I_0 \Delta V dt} = \vec{e}_0 \operatorname{div} \vec{c}_v = \frac{d(c_0 \Delta V)}{c_0 \Delta V dt} = \frac{d(c_{ve} \Delta V) E \vec{e}}{(c_{ve} \Delta V) dt} + \frac{d \ln[n_{ve}]}{dt} \vec{e} \quad \text{и} \quad (4)$$

частные законы $k_{v\alpha} R_{D0}(c_{v\alpha}) = R_{D0}(I_{v\alpha})|_{\alpha=\tau} = c_{v\tau} (\eta_{ev\tau} - \beta_{v0} I_{v\tau})$.

Операторы и функционалы основных транспортных уравнений сложного переноса:

$$R_D(\rho) = -\rho^2 \operatorname{div} \vec{V}; \quad \vec{R}_D(\vec{V}) = -\operatorname{grad}(p + \varphi) + \operatorname{Div} T; \quad R_D(m_j^0) = -\operatorname{div} \vec{J}_j^0;$$

$$R_D(h_m^0) = \frac{\partial(p+\varphi)}{\partial t} - \operatorname{div} \vec{Q}_m + \rho Q_q; R_D(I_{v\tau}) = c_{v\tau}(\eta_{ev\tau} - \beta_{v\tau} I_{v\tau}), R_D(u_n) = 4\pi\eta_n - k_n \Sigma_n, \quad (5)$$

$$R_D(c_{v\tau}) = c_{v\tau}^2 k_{0v} + R_{D0}(c_{v\tau}) \text{ при } k_{0v} = LN_{v\tau}, k_{1v} = LN_{vv} \text{ и } k_{2v} = LN_{v\beta},$$

где $\vec{F} = -\operatorname{grad}\varphi$ и $\rho\vec{F} = -\operatorname{grad}\varphi_f$ – силы и их потенциалы; $P = P_m + P_n$ и $T = T_m + T_n$ – суммарные с учетом излучения, тензор напряжений полный и только сил вязкости; p и $U = U_m^0 + u_n/\rho$ – суммарные давление и внутренняя энергия; $U_m^0 = U_m + \varphi + V^2/2$, $U_m(T) = C_v T$ и $h_m^0 = h_m + V^2/2 + \varphi$ – молекулярные полная и истинная внутренняя энергия, а также полная энтальпия; $\vec{\tau}_\alpha(\tau_{x\alpha}, \dots)$, $\vec{q}_\lambda(q_{\lambda x}, \dots)$ и $\vec{J}_j^0(J_{jx}^0, \dots)$ – векторы суммарных напряжений вязкости, молекулярных плотности потоков теплоты и компонентов смеси; ρQ_m , $\rho Q_p = -(\vec{V} \circ (P_n - T_n)) = k_{np} \Sigma_n$ и $\rho Q_q = k_{nq} \Sigma_n$ – подведенная в единицу времени удельная энергия молекулярным путем в «замороженном равновесии», за счет полезной работы сил излучения и непосредственного поглощения излучения; $b_{*\alpha*} = P_{\alpha*} = 0$ ($* = \rho, m_j$), $b_{*\alpha*} = -P_{\alpha*}$ ($* = u, v, w$) и $b_{*\alpha*} = +P_{\alpha*}$ ($* = h$) при $P_{\alpha*} \equiv p + \varphi_f$ – проекции векторов переноса; $\vec{b}_{\alpha*} = \vec{\tau}_\alpha$ ($\vec{b}_u = \vec{\tau}_x, \dots$), $\vec{b}_{m_j} = -\vec{J}_j^0$, $\vec{b}_h = -\vec{Q}_m$ и $\operatorname{div} \vec{Q}_m = \sum_\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} (q_{\lambda\alpha} - \sum_{* = u}^w a_* \tau_{\alpha*} + \sum_j h_j^0 J_{j\alpha}^0)$ – векторы переноса, включая молекулярный поток теплоты и его дивергенцию [1,2,9,10];

Обобщение коэффициента излучения $\beta_{v\tau}$ дает спектральные транспортные уравнения:

$$L_V(c_{v\tau}) = c_{v\tau}^2 LN_{v\tau} + R_{D0}(c_{v\tau}), \text{ или } k_{0v}(s_v) \equiv LN_{v\tau}, k_{1v}(s_v) = LN_{vv} \text{ и } k_{2v}(s_v) = LN_{v\beta},$$

$$L_V(I_{v\tau}(P, s_v, t)) = I_{v\tau} c_{v\tau} k_{0v} + R_{D0}(I_{v\tau}) = c_{v\tau}(\eta_{ev\tau} - \beta_{v\tau} I_{v\tau}) \equiv R_D(I_{v\tau}), \quad (6)$$

$$L_V(u_v(P, s_v, t)) = \frac{\partial u_v}{\partial t} - u_v \sum_{\alpha=x,y,z} \frac{\partial c_{v\alpha}}{\partial \alpha} + (\vec{\nabla} \circ \vec{F}_v) = k_{0vn} \Sigma_v + R_{D0}(u_v) = 4\pi\eta_{vn} - k_{vn} \Sigma_v \equiv R_D(u_v),$$

где $R_{D0}(I_{v\tau}) = c_{v\tau}(\eta_{ev\tau} - \beta_{v0} I_{v\tau})$, $R_{D0}(u_v) = 4\pi\eta_{vn} - k_{vn0} \Sigma_v$, $\beta_{v0} = k_v + \sigma_v$, $\beta_{v\tau} = k_v - k_{0v} + \sigma_v$, $k_{vn} = k_{vn0} - k_{0vn}$ – локальные величины, сохраняющие форму записи для однородной среды, анизотропной и уравнений интегрального решения в замкнутом объеме, с учетом направления луча ($k_v = \varepsilon_v \equiv I_{v\tau} / I_{v0}$); $I_{v\tau}$, $H_{v\tau}$, \vec{F}_v , $\eta_{v\tau}$, $\eta_{ev\tau} = \eta_{v\tau} + \sigma_v H_{v\tau}$, σ_v и $k_v = k_{vp} + k_{vq}$ – текущая и рассеянная яркость; сферический вектор излучения, плотности объемного собственного и эффективного излучения; коэффициент рассеяния и объемная поглощающая способность с превращением энергии излучения в работу k_{vp} и теплоту k_{vq} [1,2,9,10].

Точке P соответствуют максимальная яркость $I_v^0(P)$, индикатрисы яркости падающего излучения $p_v^0(s, P) = I_v / I_v^0$ и рассеяния $p_v(s' \rightarrow s)$, а осредненному тензору $N_{vn} = n_{vn} E$ средняя скорость и объемная плотность энергии, что позволяет переписать равенство:

$$\frac{L_v(I_{v\tau})}{c_{v\tau} I_{v\tau}} \equiv \left(\frac{c_{v\tau}}{c_{v\tau}} \tau_{v\tau}^{\rightarrow} \circ \text{grad}_T \ln I_{v\tau} \right) = \frac{\eta_{v\tau}}{I_{v\tau}} - \beta_{v\tau} + \sigma_v \frac{P_{vcp}^0}{P_v^0} \cong \frac{\eta_{v\tau}}{I_{v\tau}} - \beta_{v\tau} + \sigma_v \frac{I_m}{I_{v\tau}} \text{ при } \sum_v I_{vn} = I_n, \quad (7)$$

где $H_{v\tau} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} I_v(s') p_v(s' \rightarrow s) d\Omega' = \frac{I_v^0}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} p_v^0(s') p_v(s' \rightarrow s) d\Omega' = I_v^0 p_{vcp}^0 = I_{vcp} \cong I_{vn}$ – условия

осреднения; $c_{vn} = \frac{c_0}{n_{vn}}$, $I_{vn} \equiv \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} I_v d\Omega$, $u_{vn} = u_v = \frac{4\pi I_{vn}}{c_{vn}}$ и $\Sigma_{vn} \equiv \Sigma_v = c_{vn} u_v = 4\pi I_{vn}$ – связи среднего

показателя преломления и скоростей; средней яркости, объемной плотности энергии, плотности объемного падающего излучения и спектральных величин. Закон яркости (максимальная яркость и ее индикатриса) на линии переноса задается яркостью на границе трехмерного объема, которая определяет поле температуры, и наоборот [1,10,11].

2.2. Формализм преобразования и основная система уравнений-условий

Формализм преобразования всех видов движения одной формы одинаков при искомым основных функциях преобразования и заданных дополнительных соответственно:

$$f_\tau \equiv \frac{\partial \bar{t}}{\partial t}, f_x \equiv \frac{\partial \bar{x}}{\partial x}, f_y \equiv \frac{\partial \bar{y}}{\partial y}, f_z \equiv \frac{\partial \bar{z}}{\partial z}, f_* \equiv \frac{a_*}{a_*} \text{ и } f_{b_*T\alpha} \equiv \frac{b_{*T\alpha}}{b_{*T\alpha}}, \quad (8)$$

которые в малой окрестности точек (аналогично $\xi = f_\rho f_x$, $\eta = f_\rho f_y$ и $\zeta = f_\rho f_z$) могут считаться постоянными, определяют линейные пространства четырехмерных транспортируемых векторов, расстояний, переноса и в общем нелинейные их градиента и дивергенции.

Функционалы образа из функционалов прообраза можно выделить формально при линейной замене координат с обратной матрицей $[C]^{-1}$ алгебраическими операциями [3,9]:

$$L_v - \bar{f}_* \bar{L}_v = s_* \text{ и } R_D - \bar{f}_* \bar{R}_D = S_{*T} \text{ при } \bar{S}_{*T} = \bar{s}_*, \text{ или } \bar{S}_* = \bar{s}_* + \bar{P}_*, \quad (9)$$

$$\text{где } \bar{f}_* \equiv f_* f_\rho f_\tau = \frac{s_*}{s_*} = \frac{S_{*T}}{S_{*T}} = \frac{S_*}{S_*} = \frac{P}{P} \text{ и } 1 \cdot \frac{\partial \bar{t}}{\partial t} = f_u \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} = f_v \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} = f_w \frac{\partial \bar{z}}{\partial z} \quad (10)$$

- обобщенная функция и основные уравнения-условия преобразования;

$$\frac{s_*}{\rho a_*} = (\vec{V}_T \circ \vec{\Phi}_*) \text{ и } S_{*T} = -\bar{f}_* \sum_\alpha \bar{C}_{*T\alpha} \frac{\partial \bar{b}_{*T\alpha}}{\partial \alpha}, \text{ или } \bar{P}_* = -\bar{C}_{P\alpha*} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \alpha_*} \text{ и } \bar{S}_* = -\sum_\alpha \bar{C}_{*\alpha} \frac{\partial \bar{b}_{*\alpha}}{\partial \alpha}, \quad (11)$$

$$\Phi_{*\alpha}(a_*) \equiv \frac{\partial \ln a_*}{\partial \alpha} - \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \alpha} \frac{\partial \ln \bar{a}_*}{\partial \bar{\alpha}} = \frac{\partial \ln f_*}{\partial \alpha} - \sum_{\alpha_k \neq \alpha} \frac{\partial \ln \bar{a}_*}{\partial \bar{\alpha}_k} \frac{\partial \bar{\alpha}_k}{\partial \alpha} \text{ и } \bar{C}_{*T\alpha} \equiv 1 - \frac{1}{f_*} \frac{\partial b_{*T\alpha}}{\partial \alpha} / \frac{\partial \bar{b}_{*T\alpha}}{\partial \bar{\alpha}} \quad (12)$$

– соответственно определяемые равенствами (10) дефекты левой части однозначно представляются скалярными произведениями с помощью вектора преобразования и его проекций, а правой с помощью вектора коэффициентов дефектов (12) [3-5,9]. Причем свертка скалярного произведения оператора Гамильтона на матрицу тензора напряжений и переход к следу отражают линейные операции с правым функционалом в матричной форме; $[\rho a_* G a_*](V_T)' = (Sp([b_{*T}] [G b_{*T}]))'$ и $[\bar{\rho} a_* \bar{G} a_*](\bar{V}_T)' = (Sp([\bar{b}_{*T\alpha}] [\bar{G} \bar{b}_{*T\alpha}]))'$ при $(s_*)' = (S_{*T})'$ представляют уравнения (9), где $(s_*)' = [\rho a_* G a_*](V_T)' - [\bar{f}_*] [\bar{\rho} a_* \bar{G} a_*](\bar{V}_T)' = [\Phi_{*\alpha}](\rho a_* V_T)'$ и $(S_{*T})' = (Sp[b_{*T\alpha} G b_{*T\alpha}] - [\bar{f}_*] Sp[\bar{b}_{*T\alpha} \bar{G} \bar{b}_{*T\alpha}])'$ следуют из уравнений (10) - (12), которые связывают S_* и $S_{*T} = -Sp\{[b_{*T\alpha} G b_{*T\alpha}] [C_{*T\alpha}']\} = -\bar{f}_* Sp\{[\bar{b}_{*T\alpha} \bar{G} \bar{b}_{*T\alpha}] [\bar{C}_{*T\alpha}']\}$ соответственно с искомыми основными и дополнительными функциями преобразования [3-5,9,10,12].

Основная система уравнений-условий преобразования пяти первых транспортных уравнений молекулярного континуума ($* = u, v, w, m_j, h$) с учетом вида правых функционалов и согласующихся с физическими величинами тридцати пяти неизвестных в виде [3,9]

$$f_T \equiv \frac{d\bar{t}}{dt}, [C_m]^{-1}, [Gf_*]_{* = \rho, u, v, w}, f_{m_j}, f_h \quad (13a)$$

для двухкомпонентной смеси и имеет столько же уравнений-условий:

1) *одиннадцать* подсистемы, включая первые семь для линий переноса

$$\{[f_V][C]^{-1} - f_T[E]\}(V_T)' = 0 \text{ – четыре (сходственные линии тока и } [f_V](\bar{V}_T)' = (V_T)'),$$

$$f_\tau \equiv \frac{\partial \bar{t}}{\partial t} = f_u \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} = f_v \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} = f_w \frac{\partial \bar{z}}{\partial z}, \text{ или } [E] = \frac{[f_V]}{f_\tau} \left[\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \alpha} \right] \text{ – три (основные уравнения-условия),}$$

а также их пополюющие четыре для транспортных уравнений

$$f_{m_j} = 1 \text{ и задание } f_h (= f_{h_j}) \text{ – два (аддитивность с учетом } 1 = \sum m_j^0 \text{ и } h^0 = \sum m_j^0 h_j^0),$$

$$s_\rho = S_\rho \equiv -\rho^2 [u\Phi_X(u) + v\Phi_Y(v) + w\Phi_Z(w)] \text{ – одно (дефекты, неразрывность линий тока),}$$

$$f_p \Psi_Z^0 (= f_p \Psi_p^0) = f_p f_h h / h^0 \text{ – одно (состояние среды);}$$

2) $S_{*T} = s_*$ – пять дефектов (индексы $* = u, v, w, m_j, h$);

3) замыкающих девятнадцать для коэффициентов дефектов по уравнениям (11) и (12).

Основная система уравнений-условий преобразования пяти первых транспортных уравнений спектрального фотонного континуума ($* = k_{0v}, k_{1v}, k_{2v}, I_{v\tau}, u_v$) совпадает по форме с системой полного, а также молекулярного при тридцати пяти неизвестных [9,10]

$$f_{TV}, f_{uv}, f_{I_{VT}}, f_{H_V}, [f_{n_{vi}}], [C_V]^{-1}, [Gf_*] \Big|_{* = c_{1x}, c_{1y}, c_{1z}} \quad (136)$$

и имеет столько же уравнений-условий:

1) *одинадцать* подсистемы, включая одинаковые по форме первые семь, аналогичные $f_{uv} = f_{I_{vm}} / f_{c_{vm}}$ и задание $f_{I_{VT}}^0$ - два (аддитивность с учетом f_{pV}^0 и $f_{H_{VT}} = f_{I_{VT}}^0 f_{p_{VCP}}^0 \cong f_{I_{vm}}$), $s_{LN} = S_{LN} = 0$ – одно (дефекты, неразрывность луча),

$$\frac{\eta_{v\tau} / \bar{\eta}_{v\tau}}{k_v / \bar{k}_v} = \frac{(\text{mod } \bar{N}_v \tau)^2 I_{bv0}(T)}{(\text{mod } \bar{N}_v \tau)^2 \bar{I}_{bv0}(\bar{T})} \text{ – одно (состояние среды, относительный закон Кирхгофа);}$$

2) $S_{*T} = s_*$ – пять дефектов (индексы $*$ = $k_{0v}, k_{1v}, k_{2v}, u_v, I_{v\tau}$);

3) замыкающих (дополнительных) девятнадцать для коэффициентов дефектов.

2.3 Физическое и математическое содержание преобразования

На первом этапе линейность полных дифференциалов при замене переменных позволяет записать общее линейное преобразование дифференциала четырехмерного радиус-вектора линии переноса, которое следует из соответствующей системы линейных уравнений и дополнение которой определяющими уравнениями скорости позволяет записать линейное преобразование для введенного вектора скорости и их матрицы соответственно:

$$[C]^{-1} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{t}}{\partial t} & \frac{\partial \bar{t}}{\partial x} & \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} & \frac{\partial \bar{t}}{\partial z} \\ \frac{\partial \bar{x}}{\partial t} & \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} & \frac{\partial \bar{x}}{\partial y} & \frac{\partial \bar{x}}{\partial z} \\ \frac{\partial \bar{y}}{\partial t} & \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} & \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} & \frac{\partial \bar{y}}{\partial z} \\ \frac{\partial \bar{z}}{\partial t} & \frac{\partial \bar{z}}{\partial x} & \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} & \frac{\partial \bar{z}}{\partial z} \end{bmatrix}, \begin{cases} d\bar{t} = \frac{\partial \bar{t}}{\partial t} dt + \frac{\partial \bar{t}}{\partial x} dx + \frac{\partial \bar{t}}{\partial y} dy + \frac{\partial \bar{t}}{\partial z} dz, \\ d\bar{x} = \frac{\partial \bar{x}}{\partial t} dt + \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} dx + \frac{\partial \bar{x}}{\partial y} dy + \frac{\partial \bar{x}}{\partial z} dz, \\ d\bar{y} = \frac{\partial \bar{y}}{\partial t} dt + \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} dx + \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} dy + \frac{\partial \bar{y}}{\partial z} dz, \\ d\bar{z} = \frac{\partial \bar{z}}{\partial t} dt + \frac{\partial \bar{z}}{\partial x} dx + \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} dy + \frac{\partial \bar{z}}{\partial z} dz, \end{cases} \text{ или } (d\bar{\alpha}_T)' = [C]^{-1} (d\alpha_T)';$$

$$(\bar{V}_T)' = \frac{[C]^{-1}}{f_T} (V_T)', \quad f_T \equiv \frac{d\bar{t}}{dt}; \quad (14)$$

причем уравнений связи

$$\begin{aligned} (V_T)' &= [f_V] (\bar{V}_T)', [a_*] = [\bar{a}_*] [f_*], \\ [Ga_*] &= [\bar{G}a_*] [C]^{-1} + [Gf_*], \\ [b_{*T\alpha}] &= [\bar{b}_{*T\alpha}] [f_{b_{*T\alpha}}] \text{ и} \\ [Gb_{*T\alpha}] &= [\bar{G}b_{*T\alpha}] [C]^{-1} + [Gf_{b_{*T\alpha}}] \end{aligned}$$

нет при подсчете условий, так как они следствия функций (8) и векторов переноса, а нелинейность преобразования проявляется в виде сумм в последних равенствах (14), где $[Ga_*] \equiv \left[\frac{\partial \ln a_*}{\partial \alpha} \right]$,

$$[Gf_*] \equiv \left[\frac{\partial \ln f_*}{\partial \alpha} \right], [Gb_{*T\alpha}] \equiv \left[\frac{\partial \ln b_{*T\alpha}}{\partial \alpha} \right] \text{ и } [Gf_{b_{*T\alpha}}] \equiv \left[\frac{\partial \ln f_{b_{*T\alpha}}}{\partial \alpha} \right] \text{ – матрицы при столбцах } \alpha = t, x, y, z \text{ и}$$

строк $*$ или $*T\alpha = *a_*, *x, *y, *z$ при равенстве $b_{*t} = b_{*a_*}$; $(\vec{e}_t, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z) = (\vec{e}_t, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)[C]$ и

$$\vec{r}_T = A_r \vec{r}_T, \vec{V}_T = A_V \vec{V}_T, \vec{b}_{*aT} = A_{b_{*aT}} \vec{b}_{*aT} \text{ – связь базисов при замене переменных и линейные преобра-}$$

зования в исходном (старом) базисе с матрицами $[A_r] = [C]^{-1}$, $[A_V] = [C]^{-1} / f_T$ и $[A_{b_{\alpha*}}] = [f_{b_{\alpha*}}]^{-1}$; f_T – функция, которая с учетом дефектов и законов переноса связывает параметры времени транспортных уравнений (1); а $[f_V] \equiv [1, f_u, f_v, f_w]$ и $[f_V][C]^{-1} = f_T[E]$ – следствия из преобразования скоростей (8).

Основные функции преобразования (8) задают в равенствах (14) преобразования координат и векторов скорости, рассматриваемого класса, с характеристическими уравнениями соответственно $[C]^{-1} - [f_V / f_T]^{-1}[E] = 0$ и $[C]^{-1} / f_T - [f_V]^{-1}[E] = 0$, сохраняя ортогональность базисов $(\vec{e}_t, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z) = (\vec{e}_t, i, j, k)[f_V / f_T]$ и $(\vec{e}_t \equiv \vec{e}_t, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z) = (\vec{e}_t, i, j, k)[f_V]$; причем особенность самосопряженного преобразования класса скоростей с сохранением вещественного скалярного произведения над полем функций f_* , $f_{b_{\alpha T}}$ и f_T , с самосопряженной матрицей $[C]^{-1} = [H][U]$ и связью $[H]^2 = [H][H]^* = [C]^{-1}([C]^*)^{-1}$ в том, что пространство растягивается по координатным осям с неизменным единичным базисным вектором вдоль координаты времени, которому равна соответствующая проекция скорости; причем задается одномерное инвариантное подпространство, нормальное к инвариантному пространству трехмерных векторов с параметром время, где $[U]$ и $[H]$ – соответственно унитарная и положительно определенная матрица [12]. Тогда в дальнейшем можно анализировать каждую регулярную линию переноса, в трехмерном пространстве [7,8].

На втором этапе основные уравнения-условия и выделение дефектов функционалов допускают применение группы матриц $[C]^{-1} = [[f_V / f_T]^{-1}[U]$ с $[H] = [[f_V / f_T]^{-1}$, обеспечивая диагональные определители Грама с сохранением ортонормированного базиса, формы скалярного произведения левого функционала и дивергенции правого, а при соответствующем исключении дефектов форму транспортных уравнений в целом [9,10,12].

На третьем этапе устанавливается локальная связь сходственных точек на линиях переноса различных континуумов (молекулярный, фотонный спектральный и полный), что возможно всегда, ввиду изоморфизма евклидовых пространств; причем для конкретной пары преобразов из различных континуумов и заданных в них квазилинейных преобразованиях с дефектом можно рассмотреть на пересечении линий переноса с вершинами в сходственных точках треугольники скоростей преобразов (V, C) и образов (\bar{V}, \bar{C}), где $[f_V] \equiv [f_{V\bar{V}}] = [1, \frac{V_x}{V_x}, \frac{V_y}{V_y}, \frac{V_z}{V_z}]$ и $[f_C] \equiv [f_{C\bar{C}}] = [1, \frac{C_x}{C_x}, \frac{C_y}{C_y}, \frac{C_z}{C_z}]$ – соответствующие матрицы, а преобразы имеют угол пересечения $\Delta\varphi$ и высоту треугольника $h = V \cos\varphi$ [10,12].

На линиях переноса, включая точки пересечения, преобразования скоростей (8) и (14) преобразов V к преобразову C с матрицами $[f_{VC}]$ и $f_{TCV}^{-1}[C_{CV}]^{-1}$ (образ $[f_{\bar{V}\bar{C}}]$ и $f_{T\bar{C}\bar{V}}^{-1}[C_{\bar{C}\bar{V}}]^{-1}$) всегда допускают: во-

первых, совмещение направления скоростей группой вращения и их модулей с матрицами $[U]_{CV}$ и $[H]_{CV}$; во-вторых, общие и специальные линейные циклы

$$(f_{TCV}^{-1}[C]_{CV}^{-1})^{-1}[f_{C\bar{C}}](f_{T\bar{C}\bar{V}}^{-1}[C]_{\bar{C}\bar{V}}^{-1})[f_{V\bar{V}}]^{-1} = [E] \text{ и } (f_{TV\bar{C}}^{-1}[C]_{V\bar{C}}^{-1})[f_{V\bar{V}}](f_{TC\bar{V}}^{-1}[C]_{C\bar{V}}^{-1})[f_{C\bar{C}}] = [E], \quad (16)$$

где $(f_{TCV}^{-1}[C]_{CV}^{-1})^{-1}[f_{C\bar{C}}] = f_{TV\bar{C}}^{-1}[C]_{V\bar{C}}^{-1}$, $(f_{TCV}^{-1}[C]_{CV}^{-1})[f_{V\bar{V}}] = f_{TC\bar{V}}^{-1}[C]_{C\bar{V}}^{-1}$ и $[f_{V\bar{V}}]f_{T\bar{V}\bar{V}}^{-1}[C]_{\bar{V}\bar{V}}^{-1} = [E]$; в-третьих, три условия ортогонального преобразования для зеркального совмещения плоскостей треугольников и три, включая первое (16), для соответствующих скоростей [9,10].

В частности, законы сохранения массы источника компонента смеси ($a_* = \rho_i$) и полной энергии излучения ($a_* = u_n$, $k_n = 0$) представляются одинаковыми по форме уравнениями диффузии и (6), включая (3), а в сходственных точках производительностями источников (плотности суммарного объемного излучения прообраза и потока массы образа), что с учетом уравнения Планка дает $u_n = \rho_i C^2$, известную эквивалентность энергии и массы [2].

Более того, уравнения электромагнитного поля с выделением теплоты согласуются с моделью переноса и преобразования энергии поля излучения (6); а преобразование транспортных уравнений и лучей анизотропного поля к одной линии тока в сходственных точках с молекулярным полем, его тензором напряжений и граничными условиями.

Ортогональное преобразование обеспечивает единый ортонормированный базис с $f_{TCV} f_{T\bar{C}\bar{V}}^{-1} = f_{TV\bar{C}} f_{TC\bar{V}}^{-1} = 1$; комплексную матрицу $[C]_k^{-1} = [C]_{CV}^{-1} + i[C]_{\bar{C}\bar{V}}^{-1}$ и вещественную $[U]$

из диагональных клеток простого отражения в подпространстве расстояний и вращения:

$$[U]_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ и } [U]_2 = \begin{bmatrix} \cos \Delta\varphi & -\sin \Delta\varphi \\ \sin \Delta\varphi & \cos \Delta\varphi \end{bmatrix}, \text{ тогда } [U]_{2k} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\varphi & -i \sin \Delta\varphi \\ i \sin \Delta\varphi & \cos \Delta\varphi \end{bmatrix} \quad (17)$$

и $[H]_k^2 = [f_V]^{-1}[f_C]^{-1} = [E]$ для самосопряженных комплексных специальных преобразований (16).

Последние определяют $[f_V] \equiv [f_{V\bar{V}}] = [f_{C\bar{C}}]^{-1} \equiv [f_C]^{-1}$, $[f_{VC}] = [f_{\bar{V}\bar{C}}]^{-1}$ и задают зеркальные скорости $V/C = \bar{C}/\bar{V}$, совмещают с треугольником на двух скоростях прообраза лежащий в его плоскости треугольник образов при вершине в сходственной точке, равных углах $\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_-$ и высотах

$$h = c_+ \cos \varphi_+ = c_- \cos \varphi_-, \quad \text{где} \quad c_+ = C \geq V = c_- \quad \text{и} \quad \frac{c_-}{c_+} = \frac{\cos \varphi_+}{\cos(\varphi_+ - \Delta\varphi)}, \quad \text{или}$$

$\text{tg} \Delta\varphi = (\frac{c_-}{c_+} \sin \Delta\varphi) / [1 - (\frac{c_-}{c_+} \sin \Delta\varphi) \text{tg} \varphi_+]$; а частные условия $\varphi_- = 0$ и $\Delta\varphi = \pi/2$ с учетом связи

$\text{tg} \theta = -iV/C$, теоремы Пифагора $\cos \theta = 1/\sqrt{1 - V^2/C^2}$, прообраза $\vec{r}_k(iCt; x)$ и образа

$\vec{r}_k \left(iC \frac{t - xV/C^2}{\sqrt{1 - V^2/C^2}}; \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/C^2}} \right)$ дают преобразование Лоренца

$$[C]_k^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -iV/C \\ \sqrt{1 - V^2/C^2} & \sqrt{1 - V^2/C^2} \\ iV/C & 1 \\ \sqrt{1 - V^2/C^2} & \sqrt{1 - V^2/C^2} \end{bmatrix} \text{ и } \begin{cases} x^2 - C^2t^2 = \frac{(x - Vt)^2}{1 - V^2/C^2} - C^2 \frac{(t - xV/C^2)^2}{1 - V^2/C^2} = x^2 - C^2t^2 \\ \text{- сохранение скалярного произведения [2,12].} \end{cases}$$

2.4. Эквивалентные дополнительные уравнения-условия преобразования

Эквивалентные дополнительные уравнения-условия используют при записи правого функционала и уравнений, которые коэффициенты дефектов превращают в их следствия.

Тогда в молекулярном континууме обычно задаются относительные законы состояния и переноса соответственно $\Psi_{*\alpha}^0 \equiv b_{*\alpha}^0 / \bar{b}_{*\alpha}^0$ и $\Psi_Z^0 \equiv Z / \bar{Z}$, где $Z = \rho h / p$, $f_h = f_{h_j}$ и возможно $\Psi_{h\alpha}^0 = f_{b_{h\alpha}}$; а фотонных относительные величины и связи континуумов, в частности [3-10]:

1) восемь отношений – элементов матриц $[n_{vii} / \bar{n}_{vii}]$, свойств континуума $(f_{kv}, f_{\sigma v}, f_{pv})$, вакуума $f_{c0} = 1$ и когерентность $f_v = \text{const}$ (если $*$ = n , замена на подобные величины);

2) два отношения – условно f_{pv}^0 и в вакууме закон Планка $\Psi_{I_{bv}}^0 \equiv I_{bv0} / \bar{I}_{bv0} = \Psi(v, \bar{v}, T_v, \bar{T}_v)$

(* = n – замена, в частности, на закон Стефана-Больцмана $\Psi_{u_{bn}}^0 \equiv u_{bn0} / \bar{u}_{bn0} = T_n^4 / \bar{T}_n^4$);

3) шесть связей – проекций скоростей в сходственных точках характерных лучей спектрального и полного (16), а также направлений лучей образов и заданного направления;

4) две связи – температур сходственных точек $\bar{T}_v / T_v = \bar{T}_m / T_m$ и темпа времени $f_{T_v} = f_{T_m}$

5) одна связь – аддитивность энергии фотонных континуумов $\sum_v (f_{I_m} \bar{I}_m) / \bar{I}_n = f_{I_n}$

(* = n – замена на условие $f_{u_n} = p_n / \bar{p}_n$, ввиду равенства полного давления излучения

$$p_n = \frac{1}{c_n} \iint_{v; \Omega'} I_{v\tau} \cos^2 \theta d\Omega' dv \cong \frac{u_n}{3} = \frac{\Sigma_n}{3c_n} \text{ и его коэффициента } k_{np} \cong \frac{V_m}{3c_n} \text{ при } k_n = k_{np} + k_{nq} \text{ [1,2].}$$

Для замыкания спектрального континуума достаточно приведенного определения полного давления и полной плотности энергии излучения с учетом закона сохранения энергии (7) и Стефана-Больцмана, тогда полный фотонный континуум вспомогательный.

3. ВЫВОДЫ

1. Существует каноническая запись системы линий переноса и транспортных уравнений для любого вида и формы движения с точностью до векторов переноса.

1. Канонические системы сохраняют свой вид в вещественном евклидовом пространстве четырех измерений при квазилинейном преобразовании с дефектом (группа самосопряженных матриц) над множеством основных и дополнительных функций, которое использует основные уравнения-условия, относительные законы переноса транспортируемой величины и состояния среды континуума, обеспечивающие граничные условия образа.
2. Основная система уравнений-условий преобразования позволяет расширить решения простейших уравнений переноса и состоит: из подсистемы, определяющей основные функции преобразования по дефекту; уравнений-условий дефектов и дополнительных для коэффициентов дефектов, определяемых посредством относительных законов.
3. Для эквивалентных уравнений-условий используется разные формы правого функционала уравнений и законы, связанные с коэффициентами дефектов и условиями на границе.
4. Относительные законы переноса и состояния формируют поля транспортируемых величин (тензоры), включая спектральные с учетом закона сохранения энергии излучения, известные связи скорости, энергии и давления излучения; когда выделяются линии с максимальным локальным вектором и индикатрисой яркости (закон яркости) или наоборот условия на границе, а полный фотонный континуум играет вспомогательную роль.
5. Полнота непротиворечивость и замкнутость системы уравнений-условий обеспечивается учетом всех величин, входящих в транспортные уравнения, использованием методов линейной алгебры и однозначностью задачи Коши при представлении производных проекций векторов переноса коэффициентами дефектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кутателадзе С. С.* Основы теории теплообмена. – М.: Атомиздат. 1979. – 416 с.
2. *Бай-Ши-И.* Динамика излучающего газа. – М.: Мир, 1968. – 350 с.
3. *Репухов В. М.* Расширение решения транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса методом преобразования и относительных законов переноса// Пром. теплотехника. – 2008. – Т. 30, № 1. – С. 26–38.
4. *Репухов В. М.* Влияние законов переноса на преобразование транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса// Пром. теплотехника. – 2006. – Т. 28, № 5. – С. 26–30.
5. *Репухов В. М.* Аналитическое расширение решения транспортных уравнений конвективного тепломассопереноса методом преобразования и относительных законов // Труды VI Минского международного форума по тепломассообмену – Секция 1. – Конвективный тепломассообмен. – Convective Heat and Mass Transfer. – 1–53. – Минск: ИТМО им. А. В. Лыкова НАНБ. 2008.
6. *Репухов В. М., Сигорских С. В.* Радиационный перенос энергии в неоднородной среде// Пром. теплотехника. – 2009. Т. 31, № 5. – С. 88–96.

7. Репухов В. М., Сигорских С. В. Радиационный перенос энергии на границе неоднородных (анизотропных) сред // Пром. теплотехника. – 2010. Т. 32, № 5. – С. 79–87.
8. Репухов В. М., Сигорских С. В. Уравнения радиационного переноса энергии и граничные условия в неоднородной (анизотропной) среде // Радиационный и сложный теплообмен: Тр. пятой рос. нац. конф. по теплообмену. – М.: МЭИ. 2010. – Т. 6. – С. 252–256.
9. Репухов В. М. Метод и система уравнений-условий преобразования общих транспортных уравнений сложного (радиационного и конвективного) тепломассопереноса к простейшему виду // Радиационный и сложный теплообмен: Тр. пятой рос. нац. конф. по теплообмену. М.: МЭИ. 2010. – Т. 6. – С. 248–251.
10. Репухов В. М. Расширение решения транспортных уравнений радиационного теплопереноса методом преобразования и относительных законов переноса // Пром. теплотехника. – 2011. Т. 33, № 6. – С. 80–88.
11. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. Изд. девятое. – М.: Наука. 1965. – 247 с.
12. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре. – М.: Наука. 1971. – 280 с.

EXPANSION OF THE SOLUTION OF TRANSPORT EQUATIONS OF COMPLEX (RADIATIVE AND CONVECTIVE) HEAT AND MASS TRANSFER BY THE TRANSFORMATION METHOD AND RELATIVE TRANSFER LAWS AND STATE

Repukhov V. M.

Institute of Engineering Thermophysics of National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Zyelyabova str., Kyev, 03057, Ukraine

We study the extending solution of the system nonstationary three dimensional integrodifferential transport equations of the complex (radiative and convective) heat and mass transfer by the methods of field theory with the quasilinear transformation and the relative transfer laws and state. The has been presented full system equations of motion of substance and of energy, depending on the distribution of substances and determination from the experience forces of interaction, generalized the law of friction and heat transfer; the solution system in the form sum of total solution uniform field of dipoles and inhomogeneous private for spectral line, averages for all directions (convective) and for all spectrum (full).

References 12.

Key words: solution, radiative, convective, heat and mass transfer, transformation.

1. *Kutateladze S. S.* Osnovi teorii teploobmena [Foundations of the theory of heat transfer] , Moscow: Atomizdat. 1979. 416 p. (Rus.)
2. *Bai Shi-I.* Dinamika izluchayushego gaza [Radiation gas dynamics] Moscow: Mir ,1968. 350 p. (Rus.)
3. *Repukhov V. M.* Extension of the solution of transport equations of convective heat-mass transfer by the transformation method and relative transfer laws. Promishlennaya teplotehnika [Industrial Heat Engineering]. 2008. Vol. 30. No 1. P. 26. (Rus.)
4. *Repukhov V. M.* Influence of the transfer laws on the transformation of transport equations of convective heat and mass transfer, Promishlennaya teplotehnika [Industrial Heat Engineering]. 2006. Vol. 28. No 5. P. 26. (Rus.)
5. *Repukhov V. M.* Analytical expansion of solution of the convective heat and mass transfer transport equations by the transformation method and relative laws, VI Minsk International Heat & Mass Transfer Forum Proceedings. Section 1. Convective Heat and Mass Transfer. 2008. 1-53. (Rus.)
6. *Repukhov V. M., Sigorskykh S.V.* Radiation transfer of the energy in the nonuniform medium, Promishlennaya teplotehnika [Industrial Heat engineering]. 2009. Vol. 31. No 5. P. 88. (Rus.)
7. *Repukhov V. M., Sigorskykh S.V.* Radiation transfer of the surface nonuniform (anelotropic) mediums, Promishlennaya teplotehnika [Industrial Heat Engineering]. 2010. Vol. 32. No 5. P. 79. (Rus.)
8. *Repukhov V. M., Sigorskykh S.V.* Equation of radiative energy transfer at the border of heterogeneous (anisotropic) mediums, Moscow, Radiation and complex heat transfer: Proc. 5 Rus. nat. conf. heat exchange. Moscow Power Engineering Institute. 2010. Vol. 6. P. 252. (Rus.)
9. *Repukhov V. M.* Method and conditions-equations system transformation of the general transport equations complex (radiation and convective) heat and mass transfer to the simplest form, Proceedings 5 of Russian National Conference heat exchange. Moscow: Moscow Power Engineering Institute. 2010. Vol. 6. P. 248. (Rus.)
10. *Repukhov V. M.* Expansion of the solution of the transport equations of radiation heat transfer by the transformation method and relative transfer laws, Promishlennaya teplotehnika [Industrial Heat Engineering]. 2011. Vol. 33. No 6. P. 80. (Rus.)
11. *Cochin N. E.* Vector calculus and the beginning of tensor calculus. Edition 9. Moscow, Nauka, 1965. 247 p. (Rus.)
12. *Helfand I. M.* Lecture on linear algebra. Moscow: Nauka. 1971. 280 p. (Rus.)

Получено 25.11.2011
Received 25.11.2011