

УДК 532.536

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРОСКАЛЬЗЫВАЮЩЕГО ПОТОКА В ПОРИСТОМ КРИВОЛИНЕЙНОМ МИКРОКАНАЛЕ

Ковецкая Ю.Ю., Скицько А.И., Сорокина Т.В.

Институт технической теплофизики НАН Украины, ул. Желябова, 2а, Киев, 03057, Украина

<https://doi.org/10.31472/ihe.3.2018.03>

Досліджено нестійкість течії із проковзуванням у криволінійному мікроканалі, сформованому двома нерухомими концентричними поверхнями. Використано метод колокацій для знаходження критичних значень чисел Діна та хвилових чисел, які визначають критерії нестійкості для потоку. Отримано залежності критичних значень чисел Діна від ширини каналу, коефіцієнта проковзування і проникності.

Исследована неустойчивость течения с проскальзыванием в криволинейном пористом микроканале, сформированном двумя неподвижными концентрическими поверхностями. Использован метод коллокаций для нахождения критических значений чисел Дина и волновых чисел, которые определяют критерии неустойчивости для потока. Получены зависимости критических значений чисел Дина от ширины канала, коэффициента проскальзывания и проницаемости.

The instability of slipping flow in a curvilinear porous microchannel formed by two stationary concentric surfaces is investigated. The collocation method was used for calculation of critical Dean numbers and wave numbers, which define criteria of instability. Dependences for critical values of Dean numbers from the channel width, slipping factor and permeability are obtained.

Библ. 11, рис. 2, табл. 1.

**Ключевые слова:** неустойчивость потока, проницаемость, критическое число Дина. $K$  – проницаемость; $L$  – длина свободного пробега молекул; $p$  – давление; $\tilde{p}_A$  – амплитуда давления; $R_1$  – радиус выпуклой стенки; $R_2$  – радиус вогнутой стенки; $\tilde{r}$ ,  $\varphi$ ,  $\tilde{z}$  – цилиндрические координаты; $\tilde{t}$  – время; $\tilde{u}_m$  – средняя скорость; $\tilde{u}_0, \tilde{p}_0$  – скорость и давление основного потока; $\tilde{u}_A, \tilde{v}_A, \tilde{w}_A$  – амплитуды возмущений скоростей; $\tilde{w}, \tilde{v}, \tilde{u}$  – компоненты скорости; $\beta$  – коэффициент нарастания возмущений; $\tilde{\gamma}$  – волновое число; $\eta$  – ширина зазора между цилиндрическими поверхностями; $\nu$  – кинематическая вязкость; $\rho$  – плотность.

### Введение

В последние годы появился широкий спектр микроустройств с криволинейной геометрией. Криволинейная геометрия каналов часто используется в биотехнологиях и других технических устройствах для грануляции, сепарации и смешивания микрочастиц [1,2]. Большое количество этих устройств основано на концепции образования продольных вихрей под влиянием центробежных сил, что позволяет обеспечить высокую пропускную способность и эффективность процесса. Для прогнозирования протекания этих процессов возникают проблемы, связанные с вопросами исследования гидродинамической неустойчивости течения. При этом необходимо оценивать значения критериев возникновения неустойчивости.

Существует много работ по гидродинамической неустойчивости в микроканалах при течении чистой среды. Вопросы центробежной неустойчивости потока в криволинейных каналах отображены в работах [3, 4], вопросы неустойчивости потоков Дина – в работах [3, 5]. Было показано влияние различных параметров на

критическое значение чисел Тейлора и Дина. В работе [6] разработана новая модель термокапиллярной неустойчивости в тонкой плёнке на основе модифицированного уравнения Орра-Зоммерфельда.

Влияние пористости среды на процессы неустойчивости ламинарного течения в пористом плоском канале изучалась в работе [7], в гиперпористой среде – в работе [8]. Была проанализирована зависимость критического числа Рейнольдса от различных параметров среды. Методом ренормгрупповой (RNG) модели исследовано возникновение турбулентности в пористой среде [9]. В работах [10, 11] рассматривается характер течения и неустойчивости в пористых криволинейных каналах. Получено решение для профиля скорости и критического числа Дина в зависимости от геометрии канала и пористости среды.

Цель данной работы – получение критериев неустойчивости для течения Дина в криволинейном пористом микроканале как функции коэффициента проскальзывания, проницаемости и отношения между радиусами вогнутых и выпуклых стенок.

**Математическая модель и решение  
для невозмущённого потока**

Исследуется устойчивость ламинарного течения в криволинейном микроканале, образованном двумя неподвижными цилиндрами (течение Дина). Канал заполнен пористой средой с однородной проницаемостью. Движение потока обеспечивается азимутальным градиентом давления.

Гидродинамика потока в таком микроканале описывается следующими уравнениями, которые выражаются в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \phi} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + v \left( \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} - \frac{\tilde{w}}{\tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{z}^2} \right) - \frac{v}{K} \tilde{w}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \phi} - \frac{\tilde{u}^2}{\tilde{r}} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + v \left( \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} - \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \phi^2} - \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{z}^2} \right) - \frac{v}{K} \tilde{v}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \phi} - \frac{\tilde{v} \tilde{u}}{\tilde{r}} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{z}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \phi} + v \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} - \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \phi^2} + \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{z}^2} \right) - \frac{v}{K} \tilde{u}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \phi} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{z}} = 0, \quad (4)$$

где "волна" указывает на то, что параметр размерный. Уравнения (1) – (3) содержат член, учитывающий линейное сопротивление Дарси пористой среды. Для исследования неустойчивости необходимо получить профиль скорости основного потока. Для течения Дина эти профили получены из азимутальной проекции уравнения импульса. Поскольку поток не зависит от азимутальной координаты  $\phi$ , все инерционные члены равны нулю. Профиль скорости также не зависит от продольной координаты  $\tilde{z}$ , т.к. поток гидродинамически полностью развит.

$$-\frac{1}{\rho \tilde{r}} \left( -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \phi} \right) = v \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} - \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}^2} - \frac{\tilde{u}}{K} \right). \quad (5)$$

Течение проходит вдоль азимутальной координаты  $\phi$ . Азимутальный градиент давления не зависит от радиальной координаты и является постоянной величиной. Уравнение в безразмерной форме принимает вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \left( \frac{1}{r^2} + \frac{1}{Da} \right) u = -\frac{1}{r}, \quad (6)$$

где  $u = \frac{\rho v \tilde{u}}{R_2 \left( -\frac{\partial p}{\partial \phi} \right)}$ ,  $r = \frac{\tilde{r}}{R_2}$  – безразмерные параметры;

$Da = \frac{K}{R_2^2}$  – число Дарси.

Уравнение для потока в криволинейном микроканале решается при следующих граничных условиях:

$u = \vartheta L \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) \Big|_{wall}$ , где  $\vartheta$  – коэффициент вязкостного проскальзывания.

$$u = \sigma \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{\eta} \right) \text{ при } r = \eta, \quad (7)$$

$$u = -\sigma \left( \frac{\partial u}{\partial r} - u \right) \text{ при } r = 1, \quad (8)$$

где  $\eta = \frac{R_1}{R_2}$ ,  $\sigma = \frac{\vartheta L}{R_2}$ .

Уравнение (6) с граничными условиями (7), (8) решается методом изменения параметров.

В результате невозмущённый профиль скорости для основного потока имеет вид:

$$u = \frac{Da}{r} + C_1 L_1 \left( \frac{r}{\sqrt{Da}} \right) + C_2 K_1 \left( \frac{r}{\sqrt{Da}} \right), \quad (9)$$

где  $C_1, C_2$  – константы интегрирования;  $L_1, K_1$  – модифицированные функции Бесселя.

**Анализ линейной неустойчивости**

Центробежная неустойчивость исследована на основе метода малых (линейных) возмущений. На основное течение накладываем возмущения так, что суммарные величины выглядят таким образом:

$$\tilde{u}(\tilde{t}, \tilde{r}, \tilde{z}) = \tilde{u}_0(\tilde{r}) + \tilde{u}_A(\tilde{r}) \cos(\tilde{\gamma} \tilde{z}) \exp(\tilde{\beta} \tilde{t}), \quad (10)$$

$$\tilde{v}(\tilde{t}, \tilde{r}, \tilde{z}) = \tilde{v}_A(\tilde{r}) \cos(\tilde{\gamma} \tilde{z}) \exp(\tilde{\beta} \tilde{t}), \quad (11)$$

$$\tilde{w}(\tilde{t}, \tilde{r}, \tilde{z}) = \tilde{w}_A(\tilde{r}) \sin(\tilde{\gamma} \tilde{z}) \exp(\tilde{\beta} \tilde{t}), \quad (12)$$

$$\tilde{p}(\tilde{t}, \tilde{r}, \tilde{z}) = \tilde{p}_0(\tilde{r}) + \tilde{p}_A(\tilde{r}) \cos(\tilde{\gamma} \tilde{z}) \exp(\tilde{\beta} \tilde{t}), \quad (13)$$

Подставляя уравнения (10) – (13) в уравнения (1) – (4), линеаризуя и устраняя амплитуды  $\tilde{w}_A$  и  $\tilde{p}_A$  при  $\tilde{\beta} = 0$ , получим следующие уравнения для азимутальных и радиальных амплитуд:

$$\left( DD^* - \gamma^2 - \frac{(1-\eta)^2}{Da} \right) u_A = D^* U v_A, \quad (14)$$

$$\left[ (DD^* - \gamma^2)^2 - \frac{(1-\eta)^2}{Da} (DD^* - \gamma^2) \right] v_A = 2\gamma^2 \frac{De^2}{\xi} U u_A, \quad (15)$$

где  $D = \frac{d}{dr}, D^* = D + \frac{1-\eta}{\xi}$ , (16)

$$\xi = \frac{\tilde{r}}{R_2} = \eta + (1-\eta) \left( r + \frac{1}{2} \right), \quad x = \frac{r - (R_1 + R_2)/2}{R_2 - R_1}, \quad (17)$$

$$u_A = \frac{\tilde{u}_A}{\tilde{u}_m}, v_A = \frac{\tilde{v}_A (R_2 - R_1)}{v}, U = \frac{u_0}{u_m},$$

$$\tilde{u}_m = \frac{u_m R_2 \left( -\frac{\partial p}{\partial \varphi} \right)}{\rho v}, \quad \gamma = \tilde{\gamma} (R_2 - R_1), \quad (18)$$

где De – число Дина;  $u_0, u_m$  – безразмерные скорость основного потока и средняя скорость;  $\gamma$  – безразмерное волновое число.

Критерий гидродинамической неустойчивости, который приводит к развитию вторичных вихрей, получается путём решения задачи на собственные значения уравнений (14), (15) при следующих граничных условиях:

$$u_A = \sigma (Du_A - u_A/\eta) \text{ при } x = -1/2; \quad (19)$$

$$u_A = \sigma (Du_A - u_A) \text{ при } x = 1/2. \quad (20)$$

В результате критическое число Дина задаётся следующим уравнением:

$$De_{cr} = \min_{\gamma} \{ De(\gamma, \eta, \sigma, Da) \}. \quad (21)$$

**Численные решения и анализ полученных результатов**

Уравнения (14) – (15) с граничными условиями (19) – (20) решались методом коллокаций с пробными функциями:

$$u_A = \sum_{j=1}^n a_j \left( x^2 - \frac{1}{4} \right) x^{j-1}; \quad v_A = \sum_{j=1}^n b_j \left( x^2 - \frac{1}{4} \right)^2 x^{j-1}. \quad (22)$$

$$u_A = \sum_{j=1}^n a_j \left( x^2 - \frac{1}{4} \right) T_{2j-1}(x); \quad v_A = \sum_{j=1}^n b_j \left( x^2 - \frac{1}{4} \right)^2 T_{2j-1}(x). \quad (23)$$

где  $T_{j(\gamma)}$  – полиномы Чебышева первого рода. Результаты расчётов критических чисел Дина представлены в табл. 1

Табл. 1. Значение критических чисел Дина в зависимости от коэффициента проскальзывания, ширины канала и проницаемости

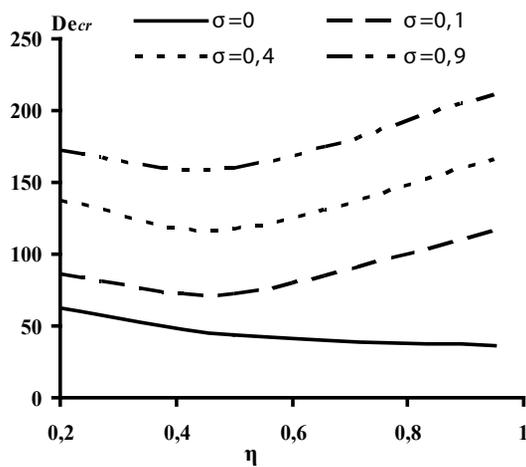
$\sigma$	$Da \rightarrow \infty$			$Da=1$			$Da=0,1$			$Da=0,01$			$Da=0,001$		
	$\eta=0,95$	$\eta=0,5$	$\eta=0,2$	$\eta=0,95$	$\eta=0,5$	$\eta=0,2$	$\eta=0,95$	$\eta=0,5$	$\eta=0,2$	$\eta=0,95$	$\eta=0,5$	$\eta=0,2$	$\eta=0,95$	$\eta=0,5$	$\eta=0,2$
0	36,36	43,71	62,28	36,38	43,93	62,79	36,39	45,71	67,98	36,58	61,91	142,62	38,42	324,59	621,18
0,1	115,70	72,50	86,00	115,75	72,85	86,70	115,80	75,80	93,87	116,40	102,69	196,94	122,26	538,38	857,76
0,2	126,80	79,30	106,20	126,86	79,68	107,07	126,90	82,91	115,92	127,57	112,32	243,20	133,99	588,88	1059,24
0,3	140,40	92,80	123,10	140,46	93,25	124,10	140,52	97,02	134,37	141,25	131,44	281,90	148,36	689,13	1227,80
0,4	165,70	117,00	137,80	165,78	117,56	138,93	165,84	122,33	150,41	166,70	165,72	315,56	175,09	868,84	1374,42
0,5	184,40	119,50	148,10	184,49	120,07	149,31	184,55	124,94	161,65	185,52	169,26	339,15	194,85	887,41	1477,15
0,6	198,70	123,90	156,80	198,79	124,50	158,08	198,86	129,54	171,15	199,90	175,49	359,07	209,96	920,08	1563,92
0,7	207,90	133,60	163,50	207,09	134,24	164,84	208,07	139,68	178,46	209,16	189,23	374,41	219,68	992,11	1630,75
0,8	209,50	143,50	168,40	209,60	144,19	169,78	209,67	150,03	183,81	210,77	203,25	385,63	221,37	1065,63	1679,62
0,9	211,60	159,50	172,7	211,70	160,27	174,11	211,77	166,76	188,51	212,88	225,91	395,48	223,59	1184,45	1722,51

На рисунку 1 показана залежність критического числа Дина від ширини каналу при різних значеннях проникності середовища.

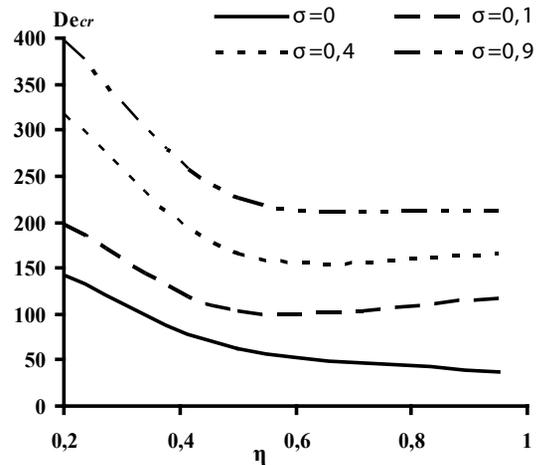
З ростом  $\sigma$  значення числа  $De_{cr}$  збільшується, що пов'язано з збільшенням ступеня заповненості профілю невзмущеної швидкості. Цей ефект аналогічний впливу профілю швидкості основного потоку на неустійчивість, описувану модифікованим рівнянням Орра-Зоммерфельда. Ця тенденція спостерігається при всіх значеннях параметра  $Da$ . Також з рисунка 1а видно, що при течії чистої рідини ( $Da \rightarrow \infty$ ) залежність критического числа Дина має мінімум приблизно при  $\eta = 0,5$ . Для граничних умов без ковзання ( $\sigma = 0$ ) цей мінімум не спостерігається. Наявність мінімумів обумовлено тим, що з зменшенням розміру каналу при наявності умов прискорення розвитку гідродинамічної неустійчивості стає більш складним. Зменшення проникності

приводить до стабілізації потоку лише при малих  $\eta$ . З зменшенням ширини криволинійного каналу вплив прискорення не спостерігається і мінімумів залежності чисел  $De_{cr}$  немає.

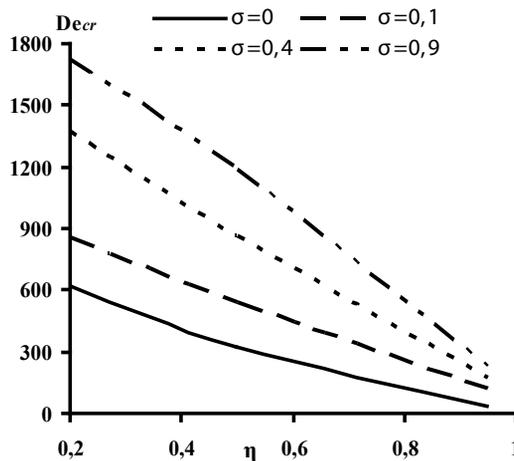
На рисунку 2 показана залежність критического числа Дина від  $\sigma$  і проникності середовища при різних значеннях  $\eta$ . Як обговорювалося вище, збільшення ширини каналу (зменшення  $\eta$ ) і зменшення проникності (зменшення  $Da$ ) призводить до збільшення критического числа Дина, що вказує на стабілізацію потоку при гідродинамічній неустійчивості. Вплив проникності посилюється з збільшенням ширини каналу. При  $\eta = 0,95$  проникність практично не впливає на центробіжну неустійчивість (рис.2а). Цей результат випливає з рівнянь (14) – (15), т.к. члени, що містять параметр  $Da$  виходять з рівнянь при  $\eta = 1$ . Критическі хвильові числа також зростають з збільшенням ширини зазору каналу і пористості сре-



а)



б)



в)

Рис. 1. Залежність критического числа Дина від параметра  $\eta$  при: а)  $Da \rightarrow \infty$ ; б)  $Da = 0,01$ ; в)  $Da = 0,001$ .

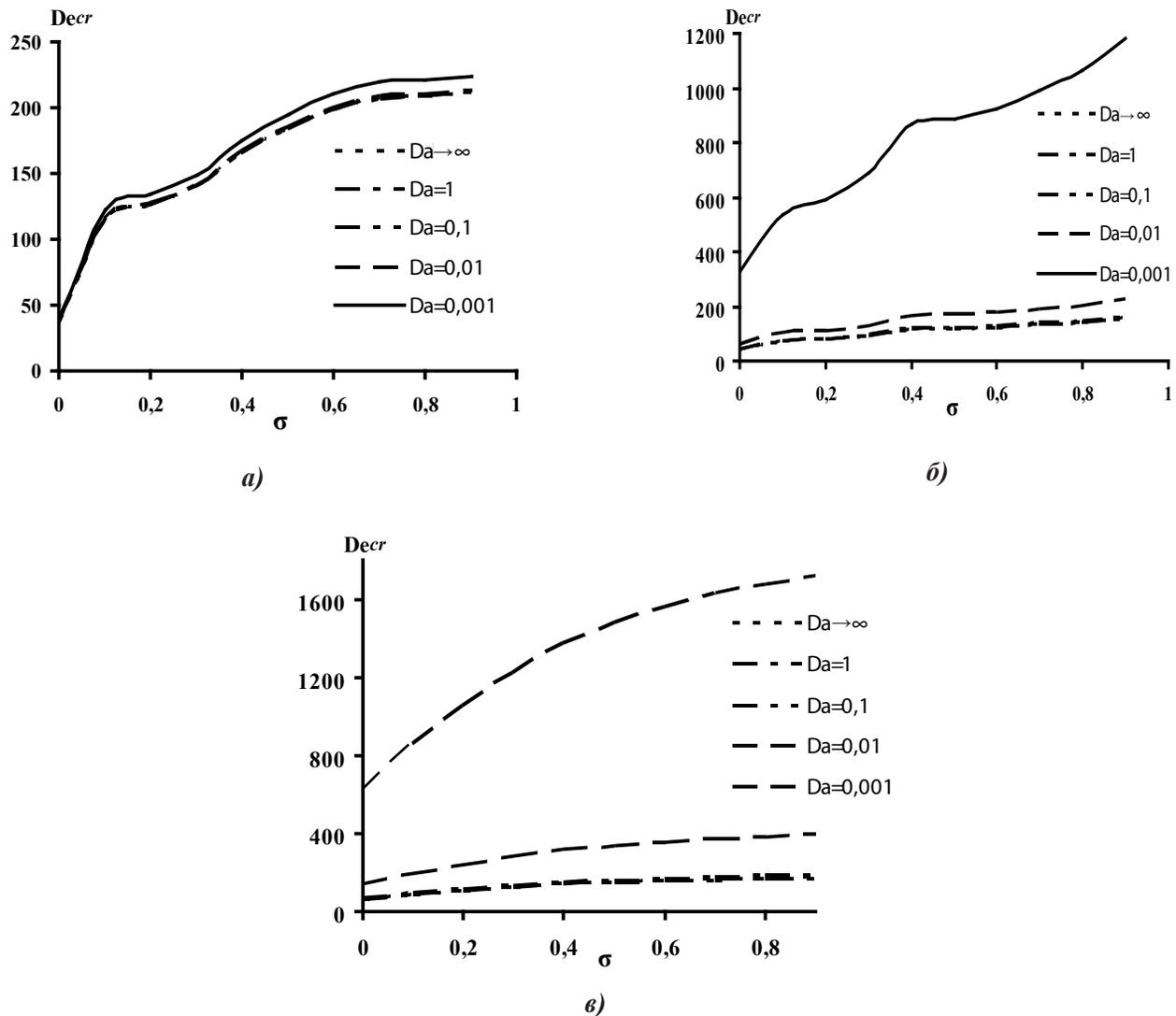


Рис. 2. Зависимость критического числа Дина от параметра  $\sigma$  при: а)  $\eta = 0,95$ ; б)  $\eta = 0,5$ ; в)  $\eta = 0,2$ .

ды, т. е. с уменьшением значений параметров  $\eta$  и  $Da$  трансверсальный масштаб продольных вихрей уменьшается.

### Выводы

Исследована гидродинамическая неустойчивость потока с проскальзыванием в криволинейном пористом микроканале между двумя неподвижными концентрическими цилиндрами. Получены невозмущенные профили скорости для потока с проскальзыванием. Проблема линейной неустойчивости решена численно, используя метод коллокаций.

Расчёты показали, что увеличение коэффициента проскальзывания, пористости среды и ширины канала приводит к увеличению заполненности профиля скорости невозмущенного потока (профиль становится более плоским). Это, в свою очередь, приводит к увеличению критических значений числа Дина и критической длины

волны возмущения, которые определяют критерии неустойчивости для потока. Также показано, что для  $\sigma > 0$  зависимости критического числа Дина от параметра  $\eta$  имеют минимум, наблюдающийся при  $\eta = 0,5$ . С уменьшением ширины канала и проницаемости этот эффект нивелируется.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Nivedita N., Ligrani P., Papautsky I. Dean Flow Dynamics in Low-Aspect Ratio Spiral Microchannel. Scientific Reports // 2017. – Vol. 7. – pp. 1–10.
2. Bhagat A.A., Kuntaegowdanahalli S.S., Papautsky I. Continuous particle separation in spiral microchannels using dean flows and differential migration // Lab Chip. – 2008. – vol.8, pp.1906–1914.
3. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Instability of a slip flow in a curved channel formed by two concentric cylindrical surfaces // European Journal of Mechanics B/

Fluids. – 2009. – 28, N 6. – P. 722–727.

4. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Centrifugal instability of nanofluids with radial temperature and concentration nonuniformity between co-axial rotating cylinders // European Journal of Mechanics B/Fluids. – 2016. – vol. 60. – pp. 90–98.

5. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Dean instability of nanofluids with radial temperature and concentration non-uniformity // Phys. Fluids. – 2016. – vol. 28. – pp. 034104-1 – 034104-16.

6. Avramenko A. A., Shevchuk I. V., Harmand S., Tyrinov A. I. Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2015. – vol. 91. – pp. 77 – 88.

7. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Basok B.I., Blinov D.G. Investigation of stability of a laminar flow in a parallel-plate channel filled with a fluid saturated porous medium // Phys. Fluids. – 2005. – vol. 17. - pp. 094102-1 - 094102-6.

8. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A. Instability of slip-flow in a channel occupied by a hyper-porous medium // Journal of Porous Media. – 2007. – vol. 10. – pp. 435 – 442.

9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Renormalization group model of macroscopic turbulence in porous media // Transport in Porous Media. – 2006. – vol. 63. – pp. 175 – 193.

10. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a Curved Porous Channel with a Rectangular Cross Section // Journal of Porous Media. – 2008. – vol. 11. – pp. 241 – 246.

11. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow instability in a curved porous channel formed by two concentric cylindrical surfaces // Transport in Porous Media. – 2007. – vol. 69. – pp. 373 – 381.

## THE INSTABILITY OF SLIPPING FLOW IN A CURVILINEAR POROUS MICROCHANNEL

Kovetska Y.Y., Skitsko A.I., Sorokina T.V.

*Institute of Engineering Thermophysics of the National Academy of Sciences of Ukraine, vul. Zhelyabova, 2a, Kyiv, 03680 Ukraine*

<https://doi.org/10.31472/ihe.3.2018.03>

The hydrodynamic instability of flow with slippage in a curvilinear porous microchannel between two stationary concentric cylinders is investigated. Unperturbed velocity profiles for a flow with slip are obtained. The problem of linear instability is solved numerically, using the collocation method.

Calculations showed that an increase in the coefficient of slippage, the porosity of the medium and the width of the channel leads to an increase in the occupancy of the velocity profile of the undisturbed flow (the profile becomes more flat). This, in turn, leads to an increase in the critical values of Dean number and the critical wave length of the perturbation, which determine the instability criteria for the flow. It is also shown that for  $\sigma > 0$  the dependences of the critical Dean number on the parameter  $\eta$  have a minimum observed at  $\eta = 0.5$ . With decrease in channel width and permeability, this effect is leveled.

References 11, figures 2, tabl. 1.

**Key words:** instability of flow, permeability, critical Dean number.

1. Nivedita N., Ligrani P., Papautsky I. Dean Flow Dynamics in Low-Aspect Ratio Spiral Microchannel. *Scientific Reports*, 2017, Vol. 7, pp. 1–10. (Eng)

2. Bhagat A.A., Kuntaegowdanahalli S.S., Papautsky I. Continuous particle separation in spiral microchannels using dean flows and differential migration, *Lab Chip*, 2008, Vol.8, pp.1906–1914. (Eng)

3. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Instability of a slip flow in a curved channel formed by two concentric cylindrical surfaces, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2009, 28, Vol. 6, pp. 722–727. (Eng)

4. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Centrifugal instability of nanofluids with radial temperature and concentration non-uniformity between co-axial rotating cylinders, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2016, №60, pp. 90–98. (Eng)

5. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Dean instability of nanofluids with radial temperature and concentration non-uniformity, *Phys. Fluids*, 2016, №28, pp. 034104-1 - 034104-16. (Eng)

6. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Harmand S., Tyrinov A.I. Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, №91, pp. 77 – 88. (Eng)

7. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Basok B.I., Blinov D.G. Investigation of stability of a laminar flow in a parallel-plate channel filled with a fluid saturated porous medium, *Phys. Fluids*, 2005, №17, pp. 094102-1 - 094102-6. (Eng)

8. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A. Instability of slip-flow in a channel occupied by a hyper-porous medium, *Journal of Porous Media*, 2007, vol. 10, pp. 435 – 442. (Eng)

9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Renormalization group model of macroscopic turbulence in porous media, *Transport in Porous Media*, 2006, vol. 63, pp. 175 – 193. (Eng)

10. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a Curved Porous Channel with a Rectangular Cross Section, *Journal of Porous Media*, 2008, vol. 11, pp. 241 – 246. (Eng)

11. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow instability in a curved porous channel formed by two concentric cylindrical surfaces, *Transport in Porous Media*, 2007, vol. 69, pp. 373 – 381. (Eng)

Отримано 24.05.2018

Received 24.05.2018