

УДК 681.3.015

Т. Витковски, С. Эльзвай, А. Антчак

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ И ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА

Эффективность применения генетических алгоритмов (ГА) в задачах планирования производства [1, 2] зависит от многих факторов. Их рациональный выбор приводит к повышению скорости и устойчивости поиска квазиоптимальных решений задач планирования. ГА — алгоритмы поискового типа, для них устойчивость поиска определяется способностью на каждом шаге итерации повышать среднее значение целевой функции (функции приспособленности — ФП). Скорость работы ГА определяется временем, необходимым для выполнения заданного пользователем критерия останова. Важная характеристика ГА — способность преодолевать локальные оптимумы. Выбор параметров ГА для повышения эффективности их использования в прикладных задачах представляет собой трудно формализуемый процесс. Для простых ГА (ПГА) этот выбор определяется только интуицией пользователя. Вызвано это тем, что параметры ПГА задаются перед запуском вычислительной программы и остаются неизменными в ходе всего вычислительного процесса. Повысить эффективность эволюционного поиска можно за счет изменения основных параметров ГА при решении задачи в зависимости от хода вычислительного процесса, т.е. при выполнении программы. Такие адаптивные ГА в процессе работы могут изменять значения многих параметров генетического поиска. В адаптивных ГА реализуется принцип динамического выбора параметров. По результатам контроля над вычислительным процессом вводятся различные эвристические правила выбора параметров: размера популяции, вероятности скрещивания и мутации, значения масштабного коэффициента ФП. До настоящего времени остается нерешенным вопрос создания систем на базе ГА, которые были бы оптимизированы как по критерию качества решения задачи, так и по критерию времени реализации.

О сходимости ГА

Исследование сходимости ГА — одна из самых сложных проблем в области эволюционных алгоритмов. Для решения этой проблемы используется, например, анализ ГА с помощью конечных цепей Маркова. В работах [3, 4] исследовалась сходимость в зависимости от начальных условий и плана задач. В работе [5] доказано, что классические ГА никогда не сходятся к глобальному оптимуму. В то же время модифицированные версии, с так называемой элитарной моделью, способны сохранять наилучшие решения в популяции, могут сходить к глобальному оптимуму.

Один из возможных способов анализа сходимости ГА использует теорему Банаха о сжатых отображениях и последовательных приближениях к един-

ственной неподвижной точке отображения. Теорема Банаха (принцип сжатых отображений) представляет собой мощный метод установления сходимости в обширной области применения аппарата приближенных вычислений. К сожалению, применение этого принципа к исследованию сходимости ГА имеет только интуитивное приложение. Для применения этого принципа необходимо образовать замкнутое множество полного метрического пространства таким образом, чтобы его элементами были популяции. Тогда сжатое отображение f будет иметь единственную неподвижную точку, которую, согласно теореме Банаха, можно вычислить с помощью итерационной процедуры как предел последовательностей популяций, начиная от произвольно выбранной начальной популяции $P(0)$. В ГА можно обеспечить выполнение условий теоремы: пространство популяции $\langle S, \delta \rangle$ — полное метрическое пространство, а отображение $f: P(t) \rightarrow P(t+1)$ — сжатое (δ — расстояние). Теория сжатых отображений объясняет, в некотором смысле, почему для данной задачи можно получить сходимость к оптимальной точке. Однако практическое применение ГА показывает:

- кодирование решений в хромосоме приводит к тому, что ГА работают в другом пространстве, чем пространство решений задачи;
- теоретически неограниченное количество итераций и популяций должно быть конечным при практической реализации алгоритма.

Вследствие перечисленных выше причин в некоторых условиях невозможно найти оптимальное решение. Это связано с преждевременной сходимостью ГА к локальному оптимуму, что представляет собой общую проблему многих оптимизационных алгоритмов. Одним из эффективных методов обхода локальных оптимумов, который применяется в ГА адаптивного типа, предусматривается выбор значения γ — масштабного коэффициента ФП. Изменение параметра γ влияет на интенсивность репродукции (интенсивность селекции). Интенсивность репродукции показывает изменение среднего значения ФП хромосом популяции при применении оператора репродукции. С этой целью величина γ используется как нормирующий множитель. Масштабирование ФП применяется для того, чтобы одновременно уменьшить значение ФП для «наихудших» и увеличить для «наилучших» хромосом. Масштабирование проводится для обеспечения соответствующего уровня конкуренции хромосом во время репродукции. В случае отсутствия масштабирования проявляется стремление к доминированию в процессе селекции со стороны небольшого количества «супериндивидов». В такой ситуации значения функции ФП должны быть уменьшены, чтобы избежать доминирования в популяции. В дальнейшем, когда состав популяции становится более однородным, уровень конкуренции между хромосомами уменьшается и процесс делается хаотическим. В этом случае значения функции ФП надо увеличить, чтобы образовать различие между хромосомами популяции. Наиболее часто используются следующие методы масштабирования: линейное масштабирование, σ -отрезающее масштабирование (σ -truncation) и степенное масштабирование.

При линейном масштабировании модифицированную ФП f' получают из исходной f , применяя линейное преобразование вида $f' = af + b$, где a, b — коэффициенты линейного преобразования. Эти коэффициенты следует подбирать таким образом, чтобы были выполнены условия:

- неизменность среднего значения f_s ;
- максимальное значение промасштабированной функции приспособления должно быть на уровне определенной кратности среднего приспособления.

В методе σ -отрезающего масштабирования $f' = f - (f_s - c\sigma)$, где c — кратность, равная $1 \div 3$, f_s — среднее значение функции f .

Степенное преобразование связано с возведением исходной функции приспособления в некоторую степень: $f' = f^k$, где f' — значение промасштабированной функции, f^k — исходная функция приспособления, k — масштабный коэффициент.

Настройка ГА

На этапе проектирования ГА, исходя из вида решаемой задачи, осуществляется выбор из числа стандартных или разработка новых основных операторов: репродукции (селекции), скрещивания, мутации [2]. На этом этапе переменными принятия решений служат виды способа селекции и виды операции скрещивания и мутации. Настройка ГА связана с исследованием переменных принятия решений и определением влияния на эффективность алгоритма таких параметров, как вероятность мутации, вероятность скрещивания, а также величина популяции и значения масштабного коэффициента функции приспособления γ .

Величина популяции — один из самых важных параметров при практическом использовании ГА. В случае слишком малой величины популяции относительно быстро происходит сходимость ГА к локальному оптимуму. В противном случае затрачиваются большие вычислительные ресурсы и время ожидания улучшения результатов может быть очень длительным. В процессе генетического поиска наилучшего решения принимаются во внимание два показателя: разнообразность популяции и интенсивность селекции, которые зависят от величины популяции.

Динамическое изменение размеров популяций

В процессе развития биологического вида размер популяции и длительность жизни каждого индивида меняются в зависимости от изменения условий среды обитания. Это позволяет реагировать на внешние воздействия и повышает эффективность естественного отбора. При решении задач эволюционного моделирования ПГА используют фиксированные размеры популяций и время жизни каждого индивида, что приводит к преждевременной сходимости. ГА с популяциями переменного размера приведен в работах [3, 4]. Этот алгоритм не содержит, в отличие от известных, механизмов селекции. При описании алгоритма вводится понятие «возраста» хромосомы. Это понятие равносильно количеству поколений, во время которых хромосома «живая». В алгоритме подсчет возраста хромосомы заменяет механизм селекции, принятый в ПГА. Возраст оказывает влияние на численность популяции на каждом этапе эволюционного процесса. Многие авторы считают, что такой подход более «естественный», чем использование механизмов селекции.

Представленный в работе [4] метод переменной численности популяции (AGzZLP) похож на некоторые эволюционные стратегии, принятые в других методах, в которых потомки ведут борьбу за проживание с родителями. Однако главное различие заключается в том, что когда в других методах численность популяции остается постоянной, в ГА этого вида численность популяции меняется во времени, т.е. имеет место динамическое изменение размера популяции. Считается обоснованным предположение, что на разных этапах моделирования процесса эволюции генетические операции будут иметь различную значимость, следовательно модель должна иметь возможность самонастройки частоты и пределов изменений популяций. Аналогично можно считать, что на разных этапах эволюционного процесса могут быть «оптимальными» разные размеры популяций.

Генетические алгоритмы с переменной численностью популяций AGzZLP во время операции репродукции образуют из популяции хромосом новую вспомогательную популяцию — популяцию потомков. Численность $AuxPopSize(t)$ вспомогательной популяции пропорциональна численности $PopSize(t)$ начальной популяции и содержит количество хромосом, определяемое по формуле $AuxPopSize(t) = [PopSize(t)]\rho$, где ρ — коэффициент репродукции.

Каждая хромосома из популяции может быть выбрана для репродукции с одинаковой вероятностью, независимой от значения ФП. Дочерние хромосомы (потомки) образуются с помощью генетических операторов скрещивания и мутации, применяемых к выбранным хромосомам. Так как выбор хромосом не зависит от значений ФП, это означает, что отсутствует операция селекции. Вместо нее вводится понятие «возраста» хромосомы и параметр LT — «время жизни» элемента популяции (хромосомы), который приписывается один раз каждой хромосоме во время оценки (образования).

Для каждой хромосомы параметр LT постоянен во время всего эволюционного процесса, т.е. от образования хромосомы до ее уничтожения. Уничтожение (гибель) хромосомы наступает тогда, когда ее возраст (количество поколений), в течение которых она живет, превысит ее время жизни. В алгоритмах AGzZLP численность популяции после одной итерации определяется формулой

$$PopSize(t+1) = PopSize(t) + AuxPopSize(t) - D(t),$$

где $D(t)$ — количество хромосом, которые «погибли» в популяции на шаге t .

Существует много возможных стратегий определения LT хромосом. Определение постоянного значения (больше, чем 1) независимо от каких-либо статистик, связанных с поиском, оказывает влияние на экспоненциальный рост численности хромосом в популяции. Кроме того, поскольку в этом алгоритме нет механизма селекции, то отсутствует и интенсивность селекции.

Определение постоянного значения LT для всех хромосом приводит к низкому качеству найденных решений. Чтобы ввести интенсивность селекции (в данном случае уместно говорить об интенсивности репродукции, так как селекция отсутствует) стратегия вычисления LT должна:

- предпочитать хромосомы с ФП выше среднего значения;
- проводить настройку численности популяции соответственно текущему этапу поиска; особенно следует избегать экспоненциального роста популяции, что приводит к большим неоправданным вычислительным издержкам.

Увеличение количества лучше приспособленных индивидов во вспомогательной популяции достигается за счет того, что хромосомам со значениями ФП выше среднего назначается более длительное время жизни LT . При вычислении значений LT необходимо учитывать состояние генетического поиска. Применяется несколько мер оценки состояний поиска: $AvgFit$, $MaxFit$, $MinFit$, которые представляют соответственно среднее, наибольшее и наименьшее значения ФП в текущей популяции, а $AbsFitMax$, $AbsFitMin$ — наибольшее и наименьшее значения ФП, найденные в предыдущих популяциях.

Рассмотрим несколько возможных стратегий вычисления LT . Параметр LT для i -го индивида можно определить для задачи максимизации с положительным значением функций на основе:

- i) пропорционального упорядочения;
- ii) линейного упорядочения;
- iii) билинейного упорядочения.

В случае *i* стратегия исходит из идеи селекции методом рулетки. LT для отдельных индивидов пропорционально значению их ФП.

В случае *ii* LT вычисляется согласно значениям ФП по отношению к наилучшему значению ФП в предыдущих популяциях.

В случае *iii* предполагается компромисс между стратегиями *i* и *ii*. При этом увеличивается различие между LT почти всех индивидов, для чего используется информация о среднем значении ФП популяции, однако учитываются также наибольшее и наименьшее значения ФП, найденные во всех предыдущих популяциях.

В работе [4] ПГА сравнивается с ГА с переменной численностью популяции (AGzZLP). Сравнение проводится по двум показателям:

1) вычислительных затрат алгоритма, которые учитываются путем подсчета среднего числа обращений к вычислениям критериальной ФП во время всего вычислительного процесса;

2) способности алгоритма генерировать «хорошие» приближения к оптимальным значениям, определяемым с помощью среднего из наибольших значений ФП, найденных во всех вычислениях.

Оба оцениваемых алгоритма имели одинаковые условия останова и одинаковые параметры, за исключением численности популяции, которая в алгоритме AGzZLP изменялась (коэффициент репродукции $\rho = 0,4$). Исследования показали, что алгоритм AGzZLP проводит процесс самонастройки с помощью выбора соответствующей численности популяции на каждом этапе эволюционного процесса. Определено воздействие коэффициента ρ на оптимальность AGzZLP, значение которого не оказывает влияния на ПГА, так как в этом случае происходит полное обновление старой популяции за счет создания новой. В случае AGzZLP значение ρ сильно влияет на вычислительные издержки, которые уменьшаются при снижении коэффициента репродукции до некоторой величины без существенной потери точности, так что его оптимальное значение — $\rho = 0,4$. Кроме того, показано, что в ПГА малые численности популяции приводят к низким вычислительным издержкам и плохим приближениям к оптимальным значениям. Увеличение численности начальной популяции улучшает приближение к оптимальным значениям и увеличивает вычислительные затраты. Начиная с некоторой численности начальной популяции алгоритм перестает улучшать приближения к оптимальному значению, но вычислительные издержки растут в линейной зависимости от численности популяции. В случае AGzZLP начальная численность популяции практически не влияет ни на приближение решений к оптимальным значениям (отличное), ни на вычислительные издержки (удовлетворительные).

При исследовании алгоритмов ПГА и AGzZLP по показателям 1 и 2 одновременно замечено, что поведение ПГА оптимально при некоторых численностях популяции для всех рассматриваемых в эксперименте задач. Алгоритм AGzZLP определял численность популяции в зависимости от задачи и состояния поиска. На основе исследований сделаны следующие выводы:

— линейная стратегия *ii* характеризуется наилучшей способностью алгоритма генерировать «хорошие» приближения к оптимальным значениям (по показателю 2) и самыми высокими вычислительными издержками (по показателю 1);

— билинейная стратегия *iii* характеризуется худшей оптимальностью по показателю 2, чем стратегия *ii*, но она самая дешевая;

— пропорциональная стратегия *i* характеризуется средней оптимальностью вычислений (по показателю 2) и средними вычислительными издержками (по показателю 1).

Одновременно показано, что алгоритм AGzZLP по любой из стратегий определения LT индивидов в большинстве тестов работал лучше, чем ПГА, а вычислительные издержки AGzZLP по сравнению с ПГА были выше.

Проблема выбора параметров ГА до сих пор мало исследована. Среди различных параметров ГА численность популяции, очевидно, наиболее важна, так как она существенно влияет на вычислительные издержки. Некоторые авторы (см., например, [4]) предполагают, что наилучший способ ее определения — это самонастройка, проводимая согласно с потребностями ГА, что представляет собой главную идею AGzZLP.

Оценка точности ГА

При решении задач с помощью ГА важно уметь правильно оценить точность получаемых результатов. Для ГА точность алгоритма характеризуется отклонением полученного решения от оптимального значения. В общем случае для оценки точности алгоритмов применяются три основных метода: оценка поведения в наихудшем случае (для наиболее трудной задачи); вероятностная оценка; экспериментальная оценка [6]. Последний вид оценок применяется наиболее часто.

Оценка поведения в наихудшем случае — относительно простой метод, однако он не всегда приводит к хорошим для практических целей результатам, что ограничивает его применение. Вероятностная оценка приближенных алгоритмов дает возможность получения информации о поведении алгоритма в среднем, однако этот метод очень сложен из-за необходимости аналитического определения относительной и абсолютной ошибок алгоритма. Он тоже редко используется для практического анализа алгоритмов. Чаще всего для оценки приближенных алгоритмов применяется экспериментальная оценка. Этот метод основан на сравнении решений, полученных с помощью исследуемого алгоритма, с эталонными (оптимальными) решениями рассматриваемой задачи. Так как для NP-полных задач поиск оптимального решения представляет собой нерешенную проблему, этот вид оценок используется редко. В общем случае пользуются другими методами оценок точности — такими, например, как рассмотренные в работе [7]:

а) сравнение с решениями, которые генерируются случайным образом и в общем случае намного «отстают» от оптимальных решений; как правило, такие решения можно получить с помощью малоэффективных приближенных алгоритмов;

б) сравнение с решениями, которые могут быть получены на основе других алгоритмов путем введения дополнительных ограничений и упрощений для решаемой задачи, после чего оказывается возможным получить оптимальное решение для частного случая задачи;

в) сравнение значений квазиоптимальных решений с решениями, полученными с помощью экспоненциальных алгоритмов, вычисление которых прервано после ранне заданного времени;

г) сравнение генерируемых решений с помощью исследуемого алгоритма с решениями, полученными в результате применения других конкурирующих приближенных алгоритмов; применение этого метода приводит к хорошим результатам, особенно в тех случаях, когда известны результаты вычислений, полученные с использованием конкурирующих алгоритмов метода в.

ГА имеют исключительное свойство — на одном шаге ГА обрабатывает n^3 схем частных решений. Это делает их гораздо более эффективными, чем, например, алгоритмы случайного поиска.

Критерии останова ГА

Выбор критерия останова эволюционных алгоритмов (в том числе ГА) — сложная задача. Сходимость этих алгоритмов имеет асимптотический характер, и вероятность достижения глобального оптимума растет, когда число итераций стремится к бесконечности. Особенно трудно анализируется способность алгоритма, связанная с возможностью выхода из областей поиска решений, содержащих локальный оптимум. С учетом перечисленных выше обстоятельств, критерии останова ГА можно разделить на две группы [3]. К первой группе относятся критерии останова, которые формируются на основании проверок значений ФП хромосом, генерируемых с помощью ГА. Критерии этого вида используются чаще всего из-за простоты и сводятся к анализу наилучшего значения ФП для хромосомы, полученной за счет итераций, на данный момент времени. К этой же группе критериев относятся критерии останова, формируемые с учетом количества генераций. Вторая группа критериев содержит критерии останова, связанные с проверкой способности алгоритма к просмотру пространства генотипов, что служит главным фактором для преодоления локальных оптимумов. Эта способность во многом обусловлена разнородностью исходной популяции, а также воздействием оператора мутации.

Критерии останова ГА, относящиеся к первой группе, можно классифицировать более подробно на критерий максимальной стоимости, критерий уровня ФП и критерий минимальной скорости улучшения решения.

Применяя *критерий максимальной стоимости*, предполагаем, что если стоимость вычислений (вычислительные расходы) алгоритма будет больше, чем принятое максимальное значение K_{\max} , то алгоритм заканчивает работу. Значение K_{\max} определяется на основе специфики применения ГА в прикладных задачах, например при оптимизации управления, когда все управление должно быть назначено в точно определенный момент времени, связанный с началом очередного цикла управления. Разнородность этого критерия — критерий останова, по которому следует закончить вычислительный процесс после заданного количества генераций.

Критерий уровня ФП считается выполненным, если ГА найдет такое решение задачи, для которого значение критериальной ФП удовлетворяет заранее заданному пользователем значению, т.е. выполняется неравенство

$$\varphi(X^*(t)) \geq \varphi_s,$$

где φ_s — заданное пользователем значение ФП; $\varphi(X^*(t))$ — наилучшее значение ФП, которое соответствует наилучшей хромосоме X^* (индивиду), полученной при рассмотрении всех популяций на момент итерации t . По этому критерию останова ГА может работать достаточно долго, поэтому добавочно необходимо определить максимальную допустимую стоимость поиска решений (вычислительных затрат).

Критерий минимальной скорости улучшения решения основан на наблюдении скорости изменений решений, получаемых с помощью ГА. Параметры алгоритма останова — величины τ и ε . Останов ГА происходит в том случае, если в очередных τ -генерациях нельзя улучшить решение более, чем на ε , т.е. выполняется неравенство

$$|\varphi(X^*(t - \tau)) - \varphi(X^*(t))| \leq \varepsilon.$$

На практике часто принимают $\varepsilon = 0$, и тогда выполняется останов алгоритма, если в очередных t -генерациях не происходит улучшения решений.

Основной среди критериев останова ГА второй группы — критерий потери разновидности популяций. В ГА при решении сложных задач большой размерности типичен такой характер приближения к решению, когда скорость улучшения значений функции приспособления в процессе поиска экстремума постепенно уменьшается и может наступить вырождение популяции при значениях ФП, существенно отличающихся от оценок оптимального решения. Оценить потерю разновидности в генерируемых ГА популяциях можно по уменьшению скорости улучшения значения ФП, а также путем вычисления евклидова расстояния между хромосомами популяции. Потеря разновидности в популяциях означает потерю способности алгоритма выполнять переходы в другие области поискового пространства.

В работах [2, 8] рассмотрены основные этапы проектирования ГА и создания программы AGHAR для решения задач календарного планирования производства. Были проведены эксперименты компьютерной программы AGHAR для последовательного и последовательно-параллельного хода производственного процесса. Эксперимент проводился при следующих значениях переменных и параметров алгоритма:

- величина популяции — 500 хромосом;
- количество генераций — 60 в каждом процессе эволюции;
- способ селекции — классический метод рулетки, причем следующая популяция выбирается пропорционально значениям ФП (критериальная функция — минимальное время обработки всех заказов);
- операция скрещивания: order-based crossover;
- операция мутации: single-swap mutation; приняты равные вероятности для мутации последовательности производственных операций и для мутации размещения станков;
- коэффициент масштабирования ФП $\gamma = 0$.

Процесс имитационного моделирования проведен для разных значений вероятностей мутации p_m и скрещивания p_c . Каждый процесс эволюции выполнялся 7 раз, после чего вычислялось среднее значение критериальной функции. В случае последовательного хода производства наилучшие средние значения результатов получены для $p_m = 0,2$ и $p_c = 0,3$. Для последовательно-параллельного хода производства наилучшие средние значения результатов были получены для $p_m = 0,35$ и $p_c = 0,3$. Замечено, что малое значение p_m всегда вызывает нестабильность результатов и приводит к низкому качеству решений.

Т. Вітковскі, С. Ельзвай, А. Антчак

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІННИХ І ПАРАМЕТРІВ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ ПЛАНУВАННЯ ВИРОБНИЦТВА

Розглядається вплив основних параметрів і змінних генетичних алгоритмів на ефективність розв'язку задач оптимізації. Наводяться дані про адаптивну організацію вибору параметрів. Обговорюються експериментальні оцінки ефективності генетичних алгоритмів при їх використанні в задачах планування виробництва.

ANALYSIS OF VARIABLES AND PARAMETERS OF GENETIC ALGORITHMS FOR PRODUCTION PROCESS PLANNING

The influence of main parameters and variables of genetic algorithms on efficient solutions of optimization problems is considered. Data on adaptive organization of parameter selection are presented. Experimental efficiency estimates of genetic algorithms applied to problems of production process planning are considered.

1. *Витковский Т., Эльзвай С., Антчак А.* Генетические алгоритмы — современный инструмент поиска квазиоптимальных решений // Проблемы управления и информатики. — 2003. — № 5. — С. 22–35.
2. *Витковский Т., Эльзвай С., Антчак А.* Проектирование основных операций генетических алгоритмов для планирования производства // Там же. — 2003. — № 6. — С. 129–138.
3. *Arabas J.* Wykłady z algorytmów ewolucyjnych. — Warszawa : WNT, 2001. — 303 s.
4. *Michalewicz Z.* Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. — Warszawa : WNT, 1996. — 346 s.
5. *Rudolph G.* Convergence of evolutionary algorithms in general search spaces // Proc. 3-rd IEEE Conf. on Evolutionary Computations ICEC. IEEE Press, 1996. — P. 50–54.
6. *Błażewicz J., Cellary W., Słowiński R., Węglarz J.* Badania operacyjne dla informatyków. — Warszawa : WNT, 1983. — 338 s.
7. *Martyniak Z.* (ed.) Nowoczesne metody zarządzania produkcją / Wydział zarządzania AGH. — Kraków, 1996. — 346 s.
8. *Elzway S., Witkowski T.* Projektowanie algorytmów genetycznych dla potrzeb harmonogramowania produkcji i ich efektywność / Mat. konferencji «Zarządzanie małymi i średnimi przedsiębiorstwami w układach konsorcjalnych i warunkach wirtualnych, SIiTMP WSE-I. Warszawa, 2001. — S. 77–78.

*Получено 18.06.02
После доработки 13.11.03*