

УДК 007.52:531.3

Н.П. Подчасов, О.Н. Сухоручкина

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОСТЕЙШИХ ДВИЖЕНИЙ ПЛАТФОРМЫ МОБИЛЬНОГО РОБОТА КАК КОМПОНЕНТЫ КОМПЛЕКСНОЙ СИСТЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ*

Массовое распространение высокопроизводительных компьютеров и интернет-технологий привело к появлению нового направления в разработке информационного обеспечения робототехнических систем — использованию в интерфейсе дистанционного управления трехмерных on-line-моделей, отображающих текущее состояние робота и его рабочего пространства. Такие интерфейсы позволяют оператору при удаленном управлении, в том числе через сеть Интернет, на уровне естественных зрительных пространственных образов формулировать задания роботу, анализировать возможные варианты их выполнения, прогнозировать результаты взаимодействия робота с объектами внешней среды и, не имея доступа к управлению реальным механизмом, накапливать навыки общения с ним. Например, в [1, 2] описан опыт управления в виртуальной среде через Интернет роботом-манипулятором при захвате подвижного объекта. Кроме традиционных сфер применения — телеуправление роботами в экстремальных средах, удаленное управление автоматизированными производствами — возможно использование такого подхода в дистанционном обучении соответствующим дисциплинам.

В данной работе рассмотрена одна из задач, возникших при создании экспериментальной технологии самопрограммирования целенаправленных действий компьютерной системы на примере мобильного робота. При этом интерфейс оператора такой системы базируется на 3D-моделях робота и среды его функционирования. Одна из главных задач реализации управления подвижным объектом в виртуальной среде — получение математических моделей, обеспечивающих синхронность движений модели и реального объекта. В качестве объектов моделирования используются мобильные роботы двух типов:

— гусеничный многофункциональный робот с двумя манипуляторами разработки Международной лаборатории «Сенсорика» и Института прикладной математики им. Келдыша Российской академии наук;

— колесный робот с манипулятором персонального типа разработки фирмы Evolution Robotics (США).

Данная работа посвящена вопросам моделирования управления первым из них.

1. Постановка задачи

Рассматривается задача математического моделирования движений гусеничной платформы многофункционального мобильного робота. Пространственное

* Работа выполнена в рамках ГНТП «Образный компьютер»
© Н.П. ПОДЧАСОВ, О.Н. СУХОРУЧКИНА, 2004
Проблемы управления и информатики, 2004, № 1

положение исполнительных механизмов манипуляторов, установленных на его платформе, зависит от совокупности параметров, определяющих положение платформы во внешней неподвижной системе координат и звеньев манипуляторов относительно платформы. На рис. 1, *а* представлена 3D-модель робота «Сенсорика», а на рис. 1, *б* — модель его манипуляторов. Конструкция этих манипуляторов требует особо точного позиционирования подвижной платформы, ибо за счет ее маневрирования плоскость, в которой движется исполнительный орган (схват) манипулятора, занимает необходимое пространственное положение.

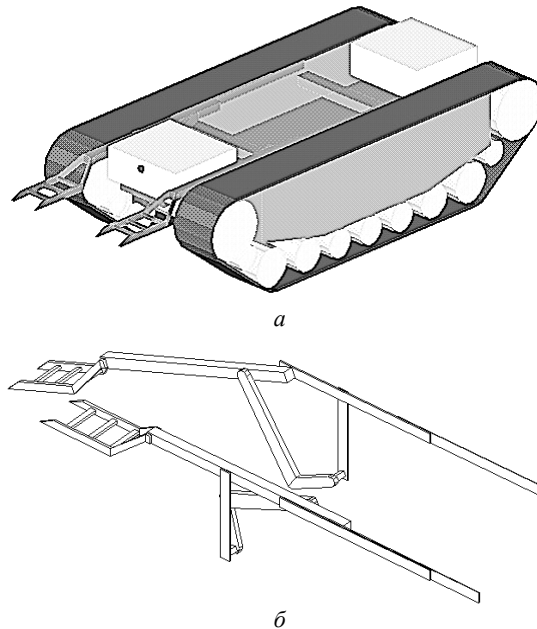


Рис. 1

Для того чтобы компьютерное моделирование действий робота достаточно полно и точно отражало основные закономерности реального движения такой системы, алгоритмы интеллектуального поведения робота должны строго увязываться с его кинематическими и динамическими возможностями.

В связи с этим возникает необходимость создания на базе методов классической механики математической модели движения робота. В общем случае это очень сложная задача, поскольку к модели предъявляются противоречивые требования: с одной стороны, она должна учитывать самые разнообразные условия эксплуатации робота, с другой — быть достаточно простой и компактной, чтобы моделирование проводилось в режиме реального времени. Одно из направлений исследований, позволяющее частично преодолевать отмеченные трудности, заключается в следующем: из многообразия всех возможных движений подвижного основания выделяются и рассматриваются их подмножества, относящиеся к тому или иному типу простейших движений твердого тела, которые, в свою очередь, соответствуют отдельным фазам программируемого движения робота.

2. Основные предположения и дифференциальные уравнения движения робота

Проиллюстрируем сказанное выше на примере исследования плоского движения подвижного основания на гусеничном ходу. Будем предполагать, что платформа робота, схематизируемая в виде параллелепипеда длины $2a$ и ширины $2c$, совершает плоско-параллельное движение параллельно неподвижной плоскости $o_1x_1y_1$ (рис. 2).

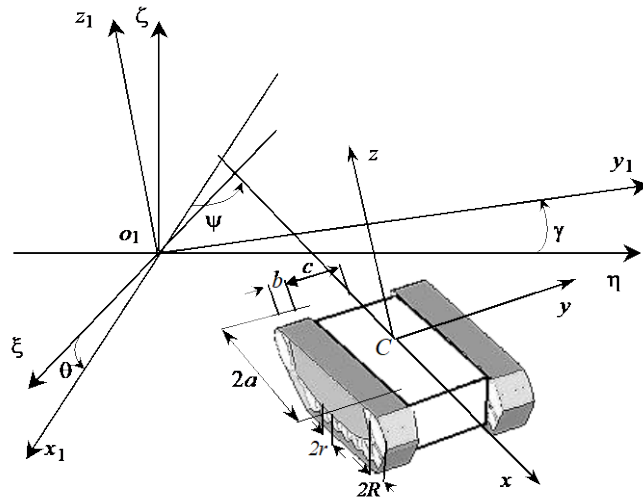


Рис. 2

В стандартной форме система дифференциальных уравнений движения робота, полученная с использованием соответствующих уравнений Лагранжа второго рода [3], может быть записана в виде

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{C1} &= v_{Cx} \cos \psi - v_{Cy} \sin \psi; & \dot{y}_{C1} &= v_{Cy} \cos \psi + v_{Cx} \sin \psi; \\
 \dot{v}_{Cx} &= \omega v_{Cy} + (F_x^{(a)} + F_x)/M; & \dot{v}_{Cy} &= -\omega v_{Cx} + (F_y^{(a)} + F_y)/M; \\
 \dot{\psi} &= \omega; & \dot{\omega} &= (M_z^{(a)} + M_z)/I_{Cz}; \\
 \dot{\varphi}_1 &= \omega_1; & \dot{\varphi}_2 &= \omega_2; & \dot{\omega}_1 &= Q_{\varphi_1}/I; & \dot{\omega}_2 &= Q_{\varphi_2}/I.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь x_{C1}, y_{C1} — координаты точки C центра масс робота в неподвижной системе $o_1x_1y_1z_1$ (см. рис. 2); v_{Cx}, v_{Cy} — проекции скорости точки C на оси жестко связанной с роботом системы координат $Cxyz$; ψ — курсовой угол, образуемый продольной осью робота Cx с осью o_1x_1 ; φ_1, φ_2 — углы поворота ведущих барабанов гусениц вокруг их осей вращения, закрепленных на платформе; ω — угловая скорость робота, ω_1, ω_2 — собственные угловые скорости ведущих барабанов; $M = M_P + M_D + 2M_T$ — масса робота; M_P — масса платформы; M_D — масса барабанов; M_T — масса гусеницы; $I_{Cz} = I_{PCz} + I_{DCz} + I_{TCz}$ — момент инерции робота относительно оси Cz , перпендикулярной плоскости движения; $I_{PCz}, I_{TCz}, I_{DCz}$ — моменты инерции относительно этой оси платформы, гусениц и барабанов соответственно; $I = R^2 \left(M_T + I_1/R^2 + \sum_{i=2}^{n+1} I_i/r_i^2 \right)$; I_i ($i = \overline{1, n+1}$) — моменты инерции относительно собственных осей вращения барабанов; R, r_i — радиус ведущего и i -го ведомого барабанов; $Q_{\varphi_1}, Q_{\varphi_2}$ — обобщенные силы, отвечающие обобщенным координатам φ_1, φ_2 ; $F_x^{(a)}, F_x, F_y^{(a)}, F_y$ — проекции на оси Cx и Cy главных векторов внешних активных сил и реакций связей, действующих на исследуемый объект, а $M_z^{(a)}, M_z$ — вычисленные относительно оси Cz главные моменты внешних активных сил и реакций связей соответственно.

В случае, когда определяющими среди совокупности активных сил являются силы тяжести, с достаточной степенью точности можно полагать, что

$$\begin{aligned} F_x^{(a)} &= Mg (\sin \theta \cos \psi - \cos \theta \sin \gamma \sin \psi); \\ F_y^{(a)} &= -Mg (\sin \theta \sin \psi + \cos \theta \sin \gamma \cos \psi); \\ F_z^{(a)} &= -Mg \cos \theta \cos \gamma; \quad M_z^{(a)} \equiv 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где θ, γ — корабельные углы [3], задающие положение плоскости $o_1 x_1 y_1$, относительно неподвижной системы координат $o_1 \xi \eta \zeta$, ось $o_1 \zeta$ которой направлена по местной вертикали вверх (см. рис. 2).

При рассмотрении практических задач конкретизация вида функций F_x, F_y, M_z представляет собой весьма сложный этап исследований, поскольку необходимо аналитически описывать силовое взаимодействие гусениц с опорной плоскостью. Детальное изучение этого взаимодействия выходит за рамки данной статьи, поэтому в первом приближении ограничимся предположением, что функции $f_{xi}(x, y, t)$ и $f_{yi}(x, y, t)$ ($i = 1, 2$), задающие плотности распределения продольных и поперечных компонент сил сцепления для правой ($i = 1$) и левой ($i = 2$) гусениц, не зависят от пространственных координат, т.е. $f_{xi}(x, y, t) = \alpha_i(t)$, $f_{yi}(x, y, t) = \beta_i(t)$. Тогда, обозначив $S_1 = \{-a_1 < x < a_1; -(c+b) < y < -c+b; z = \text{const}\}$, $S_2 = \{-a_1 < x < a_1; c-b < y < c+b; z = \text{const}\}$ прямоугольные, длиной $2a_1$ и шириной $2b$, площадки контакта i -й гусеницы с опорной плоскостью, находим:

$$\begin{aligned} F_{xi} &= \iint_{S_i} f_{xi}(x, y, t) dx dy = 4a_1 b \alpha_i(t); \quad F_{yi} = \iint_{S_i} f_{yi}(x, y, t) dx dy = 4a_1 b \beta_i(t); \\ M_{zi} &= \iint_{S_i} [x f_{yi}(x, y, t) - y f_{xi}(x, y, t)] dx dy = 4(-1)^{i+1} a_1 b c \alpha_i(t) = (-1)^{i+1} c F_{xi}; \\ F_x &= F_{x1} + F_{x2}; \quad F_y = F_{y1} + F_{y2}; \quad M_z = M_{z1} + M_{z2} = c(F_{x1} - F_{x2}). \end{aligned} \quad (3)$$

Как следует из четвертого уравнения системы (1), при отсутствии бокового скольжения составляющая F_y должна уравновесить действие соответствующей компоненты активных сил $F_y^{(a)}$ и поперечной силы инерции центра масс $-M v_{Cx} \omega$. Поэтому, согласно (3), функции $\beta_1(t), \beta_2(t)$ в любой момент времени должны удовлетворять требованию

$$4a_1 b [\beta_1(t) + \beta_2(t)] = M \omega v_{Cx} - F_y^{(a)}, \quad (4)$$

которое в дальнейшем всегда считается выполненным.

Конкретный вид обобщенных сил Q_{ϕ_i} ($i = 1, 2$) также существенно зависит от априорной идеализации рассматриваемых режимов движения. Будем предполагать, что при движении нормальная реакция, приложенная к j -му барабану, и его коэффициент трения качения равны соответственно N_j и h_j . Моменты сухого трения m_{fr} и m_{frj} , действующие в подшипниках барабанов, считаем посто-

янными. Обозначим U_i вращающий момент, действующий на i -й ведущий барабан со стороны двигателя. Тогда величины Q_{φ_i} при перемещении робота выражаются так:

$$Q_{\varphi_i} = U_i - R F_{xi} + M_{fri};$$

$$M_{fri} = - \left[m_{fr} + R \left(\sum_j \frac{m_{frj} + h_j N_j}{r_j} \right) \right] \text{sign } \omega_i, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

При движении без пробуксовки гусениц и проскальзывания барабанов относительно гусениц естественно потребовать равенства нулю средних значений продольных скоростей тех точек ведомых барабанов, которые контактируют с неподвижными элементами гусениц. Проведя осреднение по длине образующей цилиндрического барабана, вдоль которой имеет место контакт, получаем:

$$V_{x1} = \frac{1}{2b} \int_{-c-b}^{-c+b} (v_{Cx} + \omega y - \omega_1 r) dy = v_{Cx} + \omega c - \omega_1 r = 0;$$

$$V_{x2} = \frac{1}{2b} \int_{c-b}^{c+b} (v_{Cx} - \omega y - \omega_2 r) dy = v_{Cx} - \omega c - \omega_2 r = 0.$$

Здесь V_{x1} , V_{x2} — средние значения продольных скоростей точек контакта ведомых барабанов правой и левой гусениц соответственно. Так как гусеницы нерастяжимы, то средние значения проекций на направления их полотен скоростей точек контакта всех барабанов должны быть одинаковыми. Поэтому, используя последние уравнения, устанавливаем зависимости: $v_{Cx} + \omega c = \omega_1 R$, $v_{Cx} - \omega c = \omega_2 R$.

Из них после дифференцирования имеем

$$\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_2 = 2 \dot{v}_{Cx} / R; \quad \dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2 = 2 \dot{\omega} c / R. \quad (6)$$

В практике использования мобильных роботов выделяется часто встречающийся подкласс задач, характеризующийся тем, что траектория движения центра масс — кусочно-линейная кривая на плоскости ox_1y_1 . При этом платформа робота на каждом из отрезков ломаной совершает поступательное движение, заканчивающееся остановкой. В точках излома траектории платформа совершает вращательное движение вокруг оси Cz , которое прекращается после совмещения продольной оси Cx с направлением последующего отрезка траектории. Система дифференциальных уравнений, описывающая названные выше движения, получается из (1) с использованием зависимостей (3)–(6) и имеет вид

$$\dot{x}_{C1} = v_{Cx} \cos \psi; \quad \dot{y}_{C1} = v_{Cx} \sin \psi;$$

$$p_x \dot{v}_{Cx} = F_x^{(a)} + U_p / R + (M_{fr1} + M_{fr2}) / R; \quad (7)$$

$$\dot{\psi} = \omega; \quad p_z \dot{\omega} = U_v + c(M_{fr1} - M_{fr2}) / R,$$

где $p_x = M + 2I / R^2$; $U_p = U_1 + U_2$; $p_z = I_{Cz} + 2I(c / R)^2$; $U_v = c(U_1 - U_2) / R$.

3. Поступательное движение платформы

Пусть робот движется из состояния покоя поступательно в направлении оси Cx с постоянным значением курсового угла $\psi(t) = \psi_0 = \text{const}$, и его центр

инерции перемещается в плоскости ox_1y_1 вдоль отрезка длины L , заданного координатами (x_0, y_0) , $(x_{\text{term}}, y_{\text{term}})$ начальной и конечной точек соответственно. Пренебрегая моментами сухого трения ($m_f \approx m_{fj} \approx 0$) и для конкретности полагая, что коэффициенты трения качения удовлетворяют соотношениям $h_j/r_j = \delta = \text{const}$ ($j = \overline{1, n}$), а суммарные нормальные реакции опорной плоскости $N^{(i)}$, действующие на левую и правую гусеницы, одинаковы, согласно представлениям (2) и (5) получаем

$$M_{f1} = M_{f2} = -\delta R \left(\sum_j N_j \right) \text{sign } v_{Cx} = -\frac{1}{2} \delta R Mg \cos \theta \cos \gamma \text{sign } v_{Cx}. \quad (8)$$

Анализируя систему (7) и принимая во внимание выражение (8), заключаем, что поступательное движение робота имеет место, когда равны вращающие моменты, прикладываемые к левому и правому ведущим барабанам, т.е. $U_1 = U_2 = U_p/2$.

Рассмотрим «приведенную продольную силу» F_{long} , определив ее с учетом равенств (2) и (8) при $v_{Cx} \neq 0$ следующим образом:

$$\begin{aligned} F_{\text{long}} &= F_x^{(a)} + (M_{fr1} + M_{fr2})/R = \\ &= Mg (\sin \theta \cos \psi_0 - \cos \theta \sin \gamma \sin \psi_0 - \delta \cos \theta \cos \gamma \text{sign } v_{Cx}). \end{aligned}$$

Будем исходить из того, что трение качения, величина которого в состоянии покоя может изменяться в пределах от нуля до некоторой максимальной величины $\delta Mg |\cos \theta \cos \gamma|$, в любой момент времени способно компенсировать действие продольной составляющей силы тяжести. Тогда можно считать, что на начальном промежутке времени длительностью T_1 обеспечивается выполнение требований

$$\begin{aligned} 0 \leq U_p \leq MgR [\delta \cos \theta \cos \gamma - (\sin \theta \cos \psi_0 - \cos \theta \sin \gamma \sin \psi_0)]; \\ F_{\text{long}} + U_p/R = F_x^{(a)} + (M_{fr1} + M_{fr2})/R + U_p/R = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Следовательно, в рассматриваемом случае систему (7) можно привести к виду

$$\dot{x}_{C1} = v_{Cx} \cos \psi_0; \quad \dot{y}_{C1} = v_{Cx} \sin \psi_0; \quad p_x \dot{v}_{Cx} = F_{\text{long}} + U_p/R, \quad (10)$$

где $\psi_0 = \text{const}$ — фиксированное значение курсового угла.

Таким образом, задача управления платформой при ее поступательном движении на интервале времени $[0, T_{\text{term}}]$ заключается в отыскании решений $x_{C1}(t)$, $y_{C1}(t)$, $v_{Cx}(t)$ системы (10), удовлетворяющих начальным

$$x_{C1}(0) = x_0, \quad y_{C1}(0) = y_0, \quad v_{Cx}(0) = 0 \quad (11)$$

и конечным

$$x_{C1}(T_{\text{term}}) = x_{\text{term}}, \quad y_{C1}(T_{\text{term}}) = y_{\text{term}}, \quad v_{Cx}(T_{\text{term}}) = 0 \quad (12)$$

условиям. При этом программное управление $U_p(t)$ выбирается в удобном для практической реализации классе кусочно-линейных функций.

Рассмотрим часто встречающийся на практике вариант управляемого движения с ограничением по скорости, когда требуется, чтобы $v_{Cx}(t)$ не превосходила некоторой предельной величины v_m . При этом весь процесс перемещения можно разделить на три этапа. На первом происходит трогание робота с места и прямо пропорциональный времени рост $U_p(t)$. Этот этап завершается в момент времени $t = T_2$ достижения скоростью максимально допустимого значения, т.е. при выполнении условия

$$v_{Cx}(T_2) = v_m. \quad (13)$$

Далее целесообразно двигаться с постоянной скоростью v_m до некоторого момента времени $t = T_3$, после чего необходимо уменьшать скорость до полной остановки. Согласно данной стратегии управления, положим

$$U_p = \begin{cases} R a_{p1} t, & \text{если } 0 \leq t \leq T_2; \\ -R F_{\text{long}}, & \text{если } T_2 < t \leq T_3; \\ R[a_{p2}(T_3 - t) - F_{\text{long}}], & \text{если } T_3 \leq t \leq T_{\text{term}}. \end{cases} \quad (14)$$

В представлении (14) a_{p1} и a_{p2} — известные положительные постоянные, характеризующие конструктивные возможности двигателей быстрее или медленнее изменять величины вращающих моментов, а $T_1, T_2, T_{\text{term}}$ — подлежащие определению длительности соответствующих временных интервалов. Отметим, что, как следует из формул (9) и (14), значение времени $t = T_1$ начала движения платформы вычисляется следующим образом:

$$T_1 = Mg [\delta \cos \theta \cos \gamma - (\sin \theta \cos \psi_0 - \cos \theta \sin \gamma \sin \psi_0)] / a_{p1}.$$

Интегрирование системы (10) с учетом выражения (14) позволяет записать:

$$x_{C1}(t) = x_0 + \frac{\cos \psi_0}{p_x} \times \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq t \leq T_1; \\ \frac{a_{p1}}{6} (t - T_1)^3, & \text{если } T_1 < t \leq T_2; \\ \frac{a_{p1}}{2} (T_2 - T_1)^2 [t - T_1 - 2(T_2 - T_1)/3], & \text{если } T_2 < t \leq T_3; \\ -\frac{a_{p2}}{6} (t - T_3)^3 + \frac{a_{p1}(T_2 - T_1)^2}{2} (t - 2T_2/3 - T_1/3), & \text{если } T_3 < t \leq T_{\text{term}}; \end{cases} \quad (15)$$

$$y_{C1}(t) = y_0 + \frac{\sin \psi_0}{p_x} \times \begin{cases} 0 & \text{если } 0 \leq t \leq T_1; \\ \frac{a_{p1}}{6} (t - T_1)^3, & \text{если } T_1 < t \leq T_2; \\ \frac{a_{p1}}{2} (T_2 - T_1)^2 [t - T_1 - 2(T_2 - T_1)/3], & \text{если } T_2 < t \leq T_3; \\ -\frac{a_{p2}}{6} (t - T_3)^3 + \frac{a_{p1}(T_2 - T_1)^2}{2} (t - 2T_2/3 - T_1/3), & \text{если } T_3 < t \leq T_{\text{term}}; \end{cases} \quad (16)$$

$$v_{Cx}(t) = \frac{1}{p_x} \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq t \leq T_1; \\ \frac{a_{p1}}{2}(t-T_1)^2, & \text{если } T_1 < t \leq T_2; \\ \frac{a_{p1}}{2}(T_2-T_1)^2, & \text{если } T_2 < t \leq T_3; \\ -\frac{a_{p2}}{2}(t-T_3)^2 + \frac{a_{p1}}{2}(T_2-T_1)^2, & \text{если } T_3 < t \leq T_{\text{term}}. \end{cases} \quad (17)$$

Из условий (12), (13) с использованием зависимостей (15)–(17) находим искомые значения параметров времени T_2 , T_3 и T_{term} :

$$T_2 = T_1 + \sqrt{2v_m p_x / a_{p1}}, \quad T_3 = T_2 + L / v_m - \frac{\sqrt{2v_m p_x}}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{a_{p1}}} + \frac{2}{\sqrt{a_{p2}}} \right),$$

$$T_{\text{term}} = T_3 + \sqrt{a_{p1} / a_{p2}} (T_2 - T_1).$$

На практике в ряде случаев предпочтительнее реализовывать управляющие воздействия, описываемые в виде функций не только времени, но и других переменных, которые могут быть замерены с помощью тех или иных датчиков. Полученные зависимости (14)–(17) позволяют решать и эту задачу синтеза управления. Так, исключая время t из этих соотношений, находим

$$U_p = \begin{cases} Ra_{p1}t, & \text{если } 0 \leq t \leq T_1; \\ R \left(\sqrt{2a_{p1}p_x v_{Cx}(t)} - F_{\text{long}} \right), & \text{если } 0 \leq l(t) \leq l(T_2); \\ -RF_{\text{long}}, & \text{если } l(T_2) < l(t) \leq l(T_3); \\ -R \left(\sqrt{2a_{p2}p_x [v_m - v_{Cx}(t)]} + F_{\text{long}} \right), & \text{если } l(T_3) < l(t) \leq L. \end{cases}$$

В данном случае управление синтезировано в виде функции перемещения $l(t) = \sqrt{[x_{C1}(t) - x_0]^2 + [y_{C1}(t) - y_0]^2}$ и продольной скорости $v_{Cx}(t)$.

4. Вращение платформы вокруг неподвижной оси

Пусть система (7) справедлива и робот находится в состоянии покоя на горизонтальной плоскости ($\theta = \gamma = 0$). Требуется обеспечить его разворот вокруг оси Cz на заданный угол $\Delta\psi$. Анализируя эту систему с учетом равенств (5), заключаем, что такой поворот осуществим с помощью вращающих моментов, удовлетворяющих требованию $U_2 = -U_1$, в силу чего $\omega_2 = -\omega_1$. При этом уравнения движения приводятся к простейшему виду

$$\dot{\psi} = \omega, \quad p_z \dot{\omega} = U_v + M_n, \quad (18)$$

где $U_v = 2cU_1 / R = -2cU_2 / R$; $M_n = c(M_{fr1} - M_{fr2}) / R$, а начальные и конечные условия — соответственно к виду

$$\psi(0) = \psi_0, \quad \omega(0) = 0, \quad (19)$$

$$\psi(T_{\text{term}}) = \psi_{\text{term}} = \psi_0 + \Delta\psi, \quad \omega(T_{\text{term}}) = 0. \quad (20)$$

Поскольку второе уравнение (18) отличается от третьего уравнения (10) только значениями соответствующих коэффициентов, а начальные и конечные условия (19), (20) аналогичны условиям (11), (12), то и процедура отыскания решения задачи о развороте робота полностью повторяет описанный выше алгоритм получения решения в случае поступательного движения. Поэтому, опуская промежуточные пояснения, приведем лишь окончательные результаты.

При наличии ограничения $|\omega(t)| \leq \omega_m$ расчетные формулы, которые определяют силовые и кинематические характеристики вращения робота вокруг неподвижной оси и аналогичны выражениям (14)–(17), имеют вид

$$U_v = \begin{cases} ca_{\omega 1} t, & \text{если } 0 \leq t \leq T_2; \\ -M_n, & \text{если } T_2 < t \leq T_3; \\ ca_{\omega 2} (T_3 - t) - M_n, & \text{если } T_3 \leq t \leq T_{\text{term}}; \end{cases} \quad (21)$$

$$\omega(t) = \frac{c}{p_z} \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq t \leq T_1; \\ \frac{a_{\omega 1}}{2} (t - T_1)^2, & \text{если } T_1 < t \leq T_2; \\ \frac{a_{\omega 1}}{2} (T_2 - T_1)^2, & \text{если } T_2 < t \leq T_3; \\ -\frac{a_{\omega 2}}{2} (t - T_3)^2 + \frac{a_{\omega 1}}{2} (T_2 - T_1)^2, & \text{если } T_3 < t \leq T_{\text{term}}; \end{cases} \quad (22)$$

$$\psi(t) = \psi_0 + \frac{c}{p_z} \times \begin{cases} 0 & \text{если } 0 \leq t \leq T_1; \\ \frac{a_{\omega 1}}{6} (t - T_1)^3, & \text{если } T_1 < t \leq T_2; \\ \frac{a_{\omega 1}}{2} (T_2 - T_1)^2 [t - T_1 - 2(T_2 - T_1)/3], & \text{если } T_2 < t \leq T_3; \\ -\frac{a_{\omega 2}}{6} (t - T_3)^3 + \frac{a_{\omega 1} (T_2 - T_1)^2}{2} (t - 2T_2/3 - T_1/3), & \text{если } T_3 < t \leq T_{\text{term}}. \end{cases} \quad (23)$$

Здесь для значений $T_1, T_2, T_3, T_{\text{term}}$ справедливы выражения

$$T_1 = M g \delta \cos \theta \cos \gamma / a_{\omega 1}, \quad T_{\text{term}} = T_3 + \sqrt{a_{\omega 1} / a_{\omega 2}} (T_2 - T_1), \quad T_2 = T_1 + \sqrt{2 \frac{\omega_m p_z}{c |a_{\omega 1}|}},$$

$$T_3 = T_2 + |\psi_{\text{term}} - \psi_0| / \omega_m - \frac{\sqrt{2 \omega_m p_z / c}}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{|a_{\omega 1}|}} + \frac{2}{\sqrt{|a_{\omega 2}|}} \right).$$

Подводя итоги данного исследования, отметим, что в рамках оговоренных выше предположений получены следующие результаты. Установлены законы прямолинейного поступательного и вращательного вокруг оси движений платформы мобильного робота на гусеничном ходу (выражения (15)–(17) и (22), (23) соответственно), обеспечивающие требуемые программные перемещения робота. Найдены зависимости (14), (21), определяющие программные изменения вращающих моментов двигателей в виде функций времени, реализующие указанные законы движения. Решена задача синтеза управления как функции текущих значений перемещения и скорости.

Эти результаты реализованы в виде программного модуля, вошедшего в разрабатываемое программное обеспечение системы интеллектуального управления мобильным роботом — программно-информационный инструментальный комплекс, объединяющий задачи on-line-управления и off-line-моделирования и планирования действий робототехнической системы. Как сказано выше, интерфейс оператора такой системы базируется на 3D-моделях робота и среды его функционирования. Поэтому это программное обеспечение фактически представляет собой виртуальный полигон для апробации алгоритмов управления поведением робота. Полученные в данной работе результаты использовались для тестирования в этой виртуальной среде движений платформы робота при отработке программных траекторий. Тестирование проводилось на персональных компьютерах с тактовой частотой центрального процессора 800 МГц и выше и показало, что предложенные динамические модели движений платформы мобильного робота позволяют в режиме реального времени визуализировать движение его виртуальной модели на экране дисплея.

М.П. Подчасов, О.М. Сухоручкина

ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ НАЙПРОСТІШИХ РУХІВ ПЛАТФОРМИ МОБІЛЬНОГО РОБОТА ЯК КОМПОНЕНТИ КОМПЛЕКСНОЇ СИСТЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ЙОГО ФУНКЦІОНУВАННЯ

Розглядається задача моделювання динаміки мобільного гусеничного робота. Для найпростіших рухів його платформи в межах висунутих гіпотез про характер взаємодії гусеничних полотен з опорною площиною отримано рівняння руху, які інтегруються у кінцевому вигляді. Це дозволяє використовувати в режимі реального часу математичну модель рухів робота в організації інтерфейсу оператора, який базується на віртуальних моделях робота та середовища його функціонування.

N.P. Podchasov, O.N. Sukhoruchkina

DYNAMIC MODELS OF THE ELEMENTARY MOTIONS OF THE MOBILE ROBOT PLATFORM AS COMPONENTS OF THE COMPLEX SYSTEM FOR SIMULATION OF ITS FUNCTIONING

The task of simulation of mobile truck robot dynamics is considered. For the elementary motions of its platform within the framework of formulated hypothesis about nature of interaction of the caterpillar treads with the supporting plane the motion equations, which are integrable in the final form, were obtained. This result enables to use on-line the robot motion mathematical model in forming of operator interface based on the virtual models of robot and its environment.

1. *Oboe R., Fiorini P.* A design and control environment for internet-based telerobotics // *Int. J. Robotics Res.* — 1998. — **17(4)**. — P. 433–449.
2. *Белюсов И.П.* Виртуальная среда для телеуправления роботами через сеть Интернет // *Изв. РАН, Теория и системы управления.* — 2002. — № 4. — С. 135–141.
3. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. — М.: Изд.-во физ.-мат. лит., 1961. — 824 с.

Получено 12.12.2003