УДК 519.86

Н.С. Гончар, А.С. Жохин

КРИТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ В ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБМЕНА И ЯВЛЕНИЕ РЕЦЕССИИ*

Введение

Что является причиной кризисных явлений и как их можно объяснить на основании теории экономического равновесия и динамики? Поскольку такие явления повторяемы во времени, то они должны возникать на основании лежащих на поверхности причин. Такими причинами, возможно, являются: инерционность предложения и снижение спроса на определяющую для данной экономики группу товаров. Однако до сих пор эти простые идеи не реализованы на какой-то модели экономической динамики. Если бы удалось показать, что в некоторой математической модели экономической системы постоянство предложения товаров и снижение спроса на них ведут к явлению финансовой нестабильности, естественной для такого состояния экономики, то были бы найдены механизмы обнаружения явления рецессии. Оказывается, что столь простая и распространенная точка зрения — только полуправда. На наш взгляд, явление рецессии значительно сложнее и глубже.

Конечно же, само явление рецессии возникает не мгновенно, поэтому правомерен вопрос: как следует характеризовать математически механизм, который мог бы описать зарождение и динамику экономической системы, приближающуюся к состоянию рецессии. Понятно, что это состояние появляется через экономическую динамику, состоящую из последовательных состояний экономического равновесия. Поэтому причину, по-видимому, следует искать в качестве равновесных состояний, в которых пребывает экономическая система. Если бы удалось показать, что каждое из таких равновесных состояний является вырожденным и найти необходимые и достаточные условия их вырожденности, то это означало бы, что найден механизм обнаружения явления рецессии. Точнее, если заданным структурам предложения и спроса в экономической системе отвечает не одно равновесное состояние, а целая совокупность, то это означает, что такое состояние экономики нестабильно, поскольку ему нельзя приписать один равновесный ценовой вектор, при котором спрос не превышает предложения.

В классическом подходе к описанию общего равновесия Ж. Дебре [1] ввел понятие регулярной экономики, определив ее как таковую, в которой имеется конечное число равновесных состояний. (Для более полного ознакомления с состоянием этой проблемы см. [2].) В рамках информационной модели экономики вырожденность состояний экономического равновесия математически доказана в [3] (см. теорему 3.1.6). Тем не менее ранее не было установлено, какого же качества

* Работа частично поддерживалась программой фундаментальных исследований Отделения физики и астрономии НАН Украины.

равновесные состояния, т.е. не была найдена приемлемая формулировка степени вырожденности состояния равновесия в терминах распределения благ в экономической системе и его соответствия платежеспособному спросу потребителей.

В данной работе рассматривается математическая модель, в которой удается точно описать соответствие между структурой спроса каждого экономического агента и предложением, которое он делает в экономическую систему, и состоянием экономического равновесия. Под состоянием экономического равновесия понимают неотрицательный ненулевой вектор цен, при котором спрос не превышает предложения.

Рассматривается модель обмена товарами ненасыщаемыми потребителями. Если в состоянии равновесия в такой модели спрос строго не превышает предложения на некоторые товары, то это приводит к равновесным ценовым векторам с нулевыми компонентами на эти товары [3]. Последнее означает, что имеет место перепроизводство данного типа товаров, а следовательно, фирмы, которые производят эти товары, станут убыточными. И если таких фирм достаточно много и они определяют структуру экономики, то такое ее состояние следует называть кризисным или перепроизводством. Мы исследуем не только такие состояния равновесия.

В работе получены необходимые и достаточные условия существования экономического равновесия, дана классификация состояний экономического равновесия и на этой основе классификация распределения благ в экономической системе. В рассматриваемой экономической системе существует одно стабильное состояние равновесия и найдены условия для структур спроса и предложения, при которых это состояние единственное с точностью до постоянного множителя. Такое состояние стабильно, а остальные состояния равновесия названы r-критическими в соответствии с кратностью вырождения состояния равновесия. С возрастанием r от двух до $n-1$ финансовая стабильность в экономической системе ухудшается. Число r характеризует и степень справедливого распределения благ в экономической системе. Так как число разных типов товаров в экономической системе порядка 10^9, то можно считать, что невысокая критичность состояния экономики не вызывает беспокойства. И, конечно, основной вопрос заключается в том, когда количество переходит в качество. Таким индикатором может служить стоимость денег, т.е. постепенная потеря ими покупательной способности.

Классификация состояний равновесия

Цель работы — объяснить явление рецессии с точки зрения критических состояний экономического равновесия и динамики. Под критическим состоянием понимаем точки ветвления равновесных состояний. Эти состояния являются точками нестабильности экономической системы. В первом разделе данной работы исследуются условия, при которых равновесные состояния критические. Для иллюстрации рассматривается модель обмена, в которой имеются l потребителей. Каждый i-й потребитель владеет некоторым ненулевым набором товаров $b_i = \{b_{ki}\}_{k=1}^{n}$, $b_{ki} \geq 0$, $k=\overline{1,n}$. Всех различных товаров в экономической системе есть n типов. Если какая-то компонента j вектора b_i равна нулю, то i-й потребитель не обладает j-м типом товаров. Если i-й потребитель — физическое лицо, то он обладает таким товаром, как рабочая сила.

Среди потребителей имеются фирмы, предлагающие набор товаров, которые они производят. Для функционирования такой экономической системы необходим обмен товарами между потребителями: фирмам — чтобы приобрести ресурсы у физических лиц для производства товаров, физическим лицам — для удовлетворения своих нужд. Будем полагать, что происходит обмен набора товаров b_i, которым владеет i-й потребитель, на некий набор товаров, пропорциональный заданному вектору $C_i = \{C_{ki}\}_{k=1}^{n}$. Такая модель обмена исследовалась в [3 гл. 5], где даны необходимые и достаточные условия существования равновесия и построены алгоритмы их нахождения. В данной работе исследование этой модели продолжено в целях обнаружения явления рецессии. Полагаем, что совокупное предложение в рассматриваемой модели обозначается вектором $\psi = \{\psi_k\}_{k=1}^{n}$, $\psi_k = \sum_{i=1}^{l} b_{ki} > 0$, $k = \overline{1, n}$. Первая компонента каждого вектора b_i является предложением денег, а первая компонента вектора C_i — спросом на деньги.

Определение 1. Будем говорить, что в модели обмена экономическая система находится в состоянии экономического равновесия [3], если существует ненулевой неотрицательный вектор p_0 такой, что справедливы неравенства

$$\sum_{i=1}^{l} C_{ki} \frac{\langle b_i, p_0 \rangle}{\langle C_i, p_0 \rangle} \le \psi_k, \ \ k = \overline{1, n}. \tag{1}$$

Теорема 1. Пусть выполняются условия $\sum_{k=1}^{n} C_{ki} > 0$, $i = \overline{1, l}$, $\sum_{i=1}^{l} C_{ki} > 0$, $i = \overline{1, n}$. Необходимым и достаточным условием существования равновесия в модели обмена является следующее: существуют ненулевой неотрицательный вектор $y = \{y_i\}_{i=1}^{l}$ и ненулевой неотрицательный вектор $\overline{\psi} = \{\overline{\psi}_k\}_{k=1}^{n}$ такие, что

$$\overline{\psi} = \sum_{i=1}^{l} y_i C_i, \tag{2}$$

а для векторов b_i имеет место представление

$$b_i = \overline{b}_i + d_i, \ \ \overline{b}_i = y_i \frac{\langle C_i, p_0 \rangle}{\langle \overline{\psi}, p_0 \rangle} \psi, \ \ i = \overline{1, l}, \ \ \sum_{i=1}^{l} d_i = 0, \ \ \langle p_0, d_i \rangle = 0, \ \ i = \overline{1, l}, \tag{3}$$

где p_0 — ненулевой неотрицательный вектор, удовлетворяющий условиям

$$\langle \overline{\psi}, p_0 \rangle = \langle \psi, p_0 \rangle, \ \ \langle C_i, p_0 \rangle > 0, \ \ i = \overline{1, l}, \ \ \overline{\psi} \le \psi. \tag{4}$$

Доказательство. Необходимость. Пусть существует состояние экономического равновесия p_0, удовлетворяющее системе неравенств (1). Введем обозначения:

$$\sum_{i=1}^{l} C_{ki} \frac{\langle b_i, p_0 \rangle}{\langle C_i, p_0 \rangle} = \overline{\psi}_k, \ \ k = \overline{1, n}, \ \ \frac{\langle b_i, p_0 \rangle}{\langle C_i, p_0 \rangle} = y_i, \ \ i = \overline{1, l}.$$

Тогда $y_i \ge 0$ и имеет место равенство (2). Определим совокупность векторов $d_i = b_i - \overline{b}_i$, положив

$$\overline{b}_i = y_i \frac{\langle C_i, p_0 \rangle}{\langle \overline{\psi}, p_0 \rangle} \psi, \ \ i = \overline{1, l}.$$

Тогда

$$b_i = \overline{b}_i + d_i, \ \ \sum_{i=1}^{l} d_i = 0, \ \ \langle p_0, d_i \rangle = 0, \ \ i = \overline{1, l}. \tag{5}$$

 ISSN 0572-2691

Кроме того,

$$\langle\overline{\psi},\, p_0\rangle = \langle\psi,\, p_0\rangle,\ \langle b_i,\, p_0\rangle = \langle\overline{b}_i,\, p_0\rangle = y_i\langle C_i,\, p_0\rangle,\ \sum_{i=1}^{l}\overline{b}_i = \sum_{i=1}^{l} b_i = \psi.$$

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть справедливы условия теоремы. Тогда из (2)–(4) вытекает, что

$$\langle b_i,\, p_0\rangle = y_i\langle C_i,\, p_0\rangle,\ \sum_{i=1}^{l} C_{ki}\frac{\langle b_i,\, p_0\rangle}{\langle C_i,\, p_0\rangle} = \overline{\psi}_k \le \psi_k,\ k=\overline{1,n},$$

а следовательно, p_0 является равновесным ценовым вектором.

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть p_0 — строго положительное решение системы уравнений

$$\sum_{i=1}^{l} C_{ki}\frac{\langle b_i,\, p_0\rangle}{\langle C_i,\, p_0\rangle} = \psi_k,\ k=\overline{1,n}, \tag{6}$$

а система векторов $b_i - y_i C_i$, $i=\overline{1,l}$, имеет ранг $r < n-1$, где $y_i = \dfrac{\langle b_i,\, p_0\rangle}{\langle C_i,\, p_0\rangle}$.

Тогда существует $n-r$ параметрическая семья неотрицательных решений системы уравнений (6).

Доказательство. При условии существования строго положительного решения системы уравнений (6) по теореме 5.1.6 [3] для любой подсистемы r линейно независимых векторов $b_{i_k} - y_{i_k}C_{i_k}$, $k=\overline{1,r}$, система векторов $d_s = \{b_{si_k} - y_{i_k}C_{si_k}\}_{k=1}^{r}$, $s=\overline{1,n}$, такая, что вектор $-d_1 = \{-b_{1i_k} + y_{i_k}C_{1i_k}\}_{k=1}^{r}$ принадлежит внутренности конуса, образованного векторами d_s, $s \ne 1$. Без потери общности считаем, что ранг векторов $d_2,\ldots,d_{r+1}$ равен r; если же это не так, то этого можно достичь (поскольку $r < n-1$) перестановкой векторов и их перенумерацией.

Тогда по теореме 6.1.4 [3] существует $n-r$ параметрическая семья строго положительных решений системы уравнений относительно вектора $\{\alpha_2,\ldots,\alpha_n\}$:

$$-d_1 = \sum_{i=2}^{n}\alpha_i d_i,\ \alpha_i > 0.$$

Если положить $p = \{1, \alpha_2,\ldots,\alpha_n\}$, то получим, что вектор p удовлетворяет системе уравнений $\langle p, b_{i_k} - y_{i_k}C_{i_k}\rangle = 0$, $k=\overline{1,r}$, а следовательно, будет строго положительным решением системы уравнений (6).

Вследствие того, что r — ранг системы векторов $b_i - y_i c_i$, получим

$$\langle p, b_i - y_i C_i\rangle = 0,\ i=\overline{1,l}.$$

Из того, что $\langle p, C_i\rangle > 0$, $i=\overline{1,l}$, и p — строго положительный вектор, а $\sum_{i=1}^{l} C_{ki} > 0$, $k=\overline{1,l}$, то p — решение системы уравнений (6).

Общая ситуация такова, что вектор $-d_1$ принадлежит внутренности конуса, образованного r линейно независимыми векторами $d_2,\ldots,d_{r+1}$. В этом случае среди $n-r$ параметрической семьи решений есть такие, что некоторые компоненты могут быть равными нулю. И если для такого вектора p_0, $\langle C_i,\, p_0\rangle > 0$,

$i=\overline{1,l}$, то это означает, что в экономической системе есть группа товаров, которая определяется спросом r потребителей с векторами спроса $C_{i_1},\dots,C_{i_r}$. Цена этих товаров положительная, а цена остальных товаров в экономической системе нулевая. Из закона Вальраса

$$\langle \phi(p_0),\, p_0\rangle = \langle \psi,\, p_0\rangle,$$

где $\phi(p)=\{\phi_k(p)\}_{k=1}^{n}$, $\phi_k(p)=\sum_{i=1}^{l} C_{ki}\dfrac{\langle b_i,\, p\rangle}{\langle C_i,\, p\rangle}$, $k=\overline{1,n}$.

Поэтому все средства тратятся на приобретение группы тех товаров, которые определяются потребителями с векторами спроса $C_{i_1},\dots,C_{i_r}$.

Определение 2. Будем говорить, что экономическая система с распределением благ b_i, $i=\overline{1,l}$, и заданной структурой спроса, определяемой векторами C_i, $i=\overline{1,l}$, вектором степеней удовлетворения потребностей потребителей $y=\{y_i\}_{i=1}^{l}$, $y_i>0$, $i=\overline{1,l}$, «попала в ловушку», если для векторов b_i, $i=\overline{1,l}$, справедливо представление

$$b_i=\bar b_i+d_i,\ \ \bar b_i=y_i\frac{\langle C_i,\, p_0\rangle}{\langle \psi,\, p_0\rangle}\psi,\ \ i=\overline{1,l},\ \ \sum_{i=1}^{l} d_i=0,\ \ \langle p_0, d_i\rangle=0,\ \ i=\overline{1,l}, \tag{7}$$

где p_0 — ненулевой неотрицательный вектор, индексы нулевых компонент которого попали в непустое подмножество I множества $\{1,2,\dots,n\}=N$ и является таковым, что $\langle p_0, C_i\rangle>0$, $i=\overline{1,l}$, а у системы уравнений $\langle b_i-y_iC_i,\, p\rangle=0$, $i=\overline{1,l}$, не существует строго положительного решения относительно вектора p.

Теорема 3. Если распределение благ в экономической системе таково, что она «попала в ловушку», то не существует состояния равновесия у такой системы, равновесный ценовой вектор которого имел бы все строго положительные компоненты.

Доказательство. От противоположного. Пусть распределение благ в экономической системе таково, что она «попала в ловушку», и тем не менее существует состояние равновесия, равновесный ценовой вектор которого имеет строго положительные компоненты и который удовлетворяет системе уравнений (6). По теореме о необходимом и достаточном условии существования экономического равновесия для векторов b_i справедливо представление

$$b_i=\bar b_i^0+d_i^0,\ \ \bar b_i^0=y_i\frac{\langle C_i,\, \bar p\rangle}{\langle \psi,\, \bar p\rangle}\psi,\ \ i=\overline{1,l},\ \ \sum_{i=1}^{l} d_i^0=0,\ \ \langle p_0, d_i^0\rangle=0,\ \ i=\overline{1,l}.$$

Так как

$$\langle b_i, \alpha p_0\rangle = y_i\langle C_i, \alpha p_0\rangle,\ \ \langle b_i, \bar p\rangle = y_i\langle C_i, \bar p\rangle,\ \ i=\overline{1,l},$$

то, вычитая одну систему равенств из другой, получаем систему равенств

$$\langle b_i-y_iC_i,\, \bar p-\alpha\, p_0\rangle=0,\ \ i=\overline{1,l}.$$

Если теперь выбрать число α достаточно малым, таким, чтобы имело место неравенство $\bar p-\alpha\, p_0>0$, что возможно, то придем к противоречию.

Теорема доказана

Определение 3. Распределение благ b_i, $i=\overline{1,l}$, в экономической системе будем называть r-критическим при заданной структуре спроса, определяемой векторами спроса C_i, $i=\overline{1,l}$, вектором степеней удовлетворения потребностей потребителей $y=\{y_i\}_{i=1}^l$, если для векторов b_i, $i=\overline{1,l}$, справедливо представление

$$b_i=\overline{b}_i+d_i,\ \overline{b}_i=y_i\frac{\langle C_i,\,p_0\rangle}{\langle\psi,\,p_0\rangle}\psi,\ i=\overline{1,l},\ \sum_{i=1}^{l}d_i=0,\ \langle p_0,\ d_i\rangle=0,\ i=\overline{1,l}, \tag{8}$$

где p_0 — строго положительный вектор, а ранг системы векторов

$$b_i-y_iC_i,\ i=\overline{1,l}, \tag{9}$$

равен $n-r$.

Из теоремы 1 следует, что в точке равновесия p_0 происходит ветвление решений, т.е. существует r параметрическое семейство решений, являющееся семейством равновесных состояний. Проведем классификацию этих состояний. Для этого введем в рассмотрение понятие стоимости денег. В данной модели считаем, что первая компонента p_1^0 равновесного ценового вектора p_0 в экономической системе — это стоимость такого специфического товара, как деньги, а первая компонента ψ_1 вектора предложения ψ — предложение денег в экономической системе.

Если $r=1$, то можно определить однозначно стоимость денег, например, положив

$$p_1^0=\frac{\sum_{i=2}^{n}p_i^0\psi_i}{\psi_1}, \tag{10}$$

поскольку равновесный ценовой вектор при этом определяется с точностью до положительной константы. Здесь деньги будут как средством обмена, так и средством, сохраняющим стоимость. Поскольку при $r>1$ заданному распределению благ в экономической системе отвечает семейство равновесных состояний, то в этом случае деньги будут иметь размытую стоимость, поскольку формула (10) будет давать целое семейство значений. Если колебание стоимости денег незначительное при заданном значении r, то и в этом случае деньги будут выполнять как функцию обмена, так и приблизительно функцию стоимости. В противоположной ситуации, т.е. когда критичность станет такой, что деньги частично потеряют свою функцию стоимости, в экономической системе произойдет девальвация национальной валюты, и, как мы видим, причиной этого является несоответствие структуры предложения в экономической системе структуре спроса. В такой экономической системе необходимы реформы структуры распределения благ, т.е. структурная перестройка экономики.

В следующей теореме даны достаточные условия ветвления строго положительных решений непосредственно через структуру распределения благ.

Теорема 4. Пусть справедливы неравенства

$$\sum_{k=1}^{n}C_{ki}>0,\ \sum_{i=1}^{l}C_{ki}>0 \tag{11}$$

и существует строго положительный вектор $y=\{y_i\}_{i=1}^l$, $y_i>0$, матрица $\tau_1=\|\tau_{ki}^1\|_{k=1i=1}^{l,n}$, $\sum_{i=1}^{n}\tau_{ki}^1=1$, $k=\overline{1,l}$, такие, что:

1) имеет место равенство $\psi=\sum_{i=1}^{l}C_iy_i$;

2) матрица $\tau = \| \tau_{ki} \|_{k=1 i=1}^{l,n}$, $\tau_{ki} = \dfrac{y_k \tau_{ki}^1}{\psi_i}$ удовлетворяет условиям: τc — неотрицательная и неразложимая, а $\tau c \tau \geq 0$ и не содержит ненулевых строк,

$$\bar{b}_i = \{\bar{b}_{ki}\}_{k=1}^n, \ \ \bar{b}_{ki} = \sum_{j=1}^{l} C_{kj} b_{ji}^1, \ \ b_{ks}^1 = y_s \sum_{i=1}^{n} \tau_{ki} C_{is}.$$

Если ранг системы векторов $\bar{b}_i - y_i C_i$, $i = \overline{1, l}$, равен $r < n-1$, то в точке p_0 существует $n-r$ параметрическая семья строго положительных решений системы уравнений

$$\sum_{i=1}^{l} C_{ki} \frac{\langle \bar{b}_i, p \rangle}{\langle C_i, p \rangle} = \psi_k, \ \ k = \overline{1, n}. \tag{12}$$

Доказательство. Существует вектор p_0 [3], который является строго положительным решением системы уравнений (12). В соответствии с теоремой 2 существует $n-r$ параметрическая семья строго положительных решений.

Теорема доказана.

Теорема 5. Пусть p_0 — строго положительный вектор, а

$$\bar{b}_i = y_i \frac{\langle C_i, p_0 \rangle}{\langle \psi, p_0 \rangle} \psi, \ \ i = \overline{1, n}. \tag{13}$$

Если ранг совокупности векторов $\bar{b}_i - y_i C_i$, $i = \overline{1, l}$, равен r, то точка p_0 является точкой ветвления решений системы уравнений

$$\sum_{i=1}^{l} C_{ki} \frac{\langle \bar{b}_i, p \rangle}{\langle C_i, p \rangle} = \psi_k, \ \ k = \overline{1, n}, \tag{14}$$

размерности $n-r$.

Доказательство. Согласно теореме 4 p_0 — решение системы уравнений (14). Из теоремы 2 вытекает, что p_0 — точка ветвления размерности $n-r$.

Теорема доказана.

Определение явления рецессии

Полученные результаты используются для объяснения и детектирования явления рецессии.

Будем рассматривать эволюцию экономической системы в последовательные моменты времени $m = 1, 2, \ldots, M$. Полагаем, что в момент времени $s \in \overline{1, M}$ в экономической системе имеется l_s потребителей и производится n_s типов товаров. Каждый i-й потребитель в этом периоде функционирования экономики обладает вектором собственности $b_i^s = \{b_{ki}^s\}_{k=1}^{n_s}$, $i = \overline{1, l_s}$, $s = \overline{1, M}$, который он желает обменять на вектор, пропорциональный вектору $C_i^s = \{C_{ki}^s\}_{k=1}^{n_s}$, $i = \overline{1, l_s}$, $s = \overline{1, M}$. Далее полагаем, что выполнены условия:

$$\sum_{k=1}^{n_s} C_{ki}^s > 0, \ \ i = \overline{1, l_s}, \ \ \sum_{i=1}^{l_s} C_{ki}^s > 0, \ \ k = \overline{1, n_s}. \tag{15}$$

Пусть K_s^+ — некоторый положительный конус, являющийся подмножеством неотрицательного конуса $R_+^{n_s} = \{p \in R^{n_s}, \ p = \{p_i\}_{i=1}^{n_s}, \ p_i \geq 0, i = \overline{1, n_s}\}$, и такой, что для каждого вектора $p \in K_s^+$ каждая фирма, функционирующая в s-м перио-

ISSN 0572-2691

де, является неубыточной. Достаточные условия этого найдены в [3, гл. 4]. Будем полагать, что в рассматриваемом периоде эволюции экономической системы предложение денег неизменно.

Определение 4. Под экономической динамикой в модели обмена понимаем последовательность состояний равновесия, определяемых последовательностью равновесных ценовых векторов p_0^s, $s = \overline{1, M}$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\sum_{i=1}^{l} C_{ki}^s \frac{\langle b_i^s, p_0^s \rangle}{\langle C_i^s, p_0^s \rangle} \le \psi_k^s, \; k = \overline{1, n_s}, \; s = \overline{1, M}, \tag{16}$$

и таких, что p_0^s принадлежит множеству K_s^+, $s = \overline{1, M}$.

Теорема 6. Пусть выполнены условия (15). Необходимым и достаточным условием существования экономической динамики в модели обмена, каждая из фирм в которой неубыточна, являются следующие условия:

- существуют строго положительные векторы $y^s = \{y_i^s\}_{i=1}^{l_s}$, $s = \overline{1, M}$, такие, что

$$\psi^s = \sum_{i=1}^{l} y_i^s C_i^s; \tag{17}$$

- для векторов b_i^s справедливо представление

$$b_i^s = \bar{b}_i^s + d_i^s, \; \bar{b}_i^s = y_i^s \frac{\langle C_i^s, v_0^s \rangle}{\langle \psi^s, v_0^s \rangle} \psi^s, \; \sum_{i=1}^{l} d_i^s = 0, \; \langle v_0^s, d_i^s \rangle = 0, \; i = \overline{1, l_s}, \; s = \overline{1, M}, \tag{18}$$

где v_0^s принадлежит множеству K_s^+, $s = \overline{1, M}$.

Эта теорема является следствием теоремы 1.

Определение 5. Пусть последовательность состояний экономического равновесия, задаваемая последовательностью равновесных ценовых векторов p_0^s, $s = \overline{1, M}$, удовлетворяет системе неравенств (16). Будем говорить, что экономическая система движется к состоянию рецессии, если ранг $r(s)$ системы векторов $b_i^s - y_i^s C_i^s$, $i = \overline{1, l_s}$, является убывающей функцией s, где $y_i^s = \dfrac{\langle b_i^s, p_0^s \rangle}{\langle C_i^s, p_0^s \rangle}$.

Из определения 5 вытекает алгоритм проверки того, движется экономическая система к состоянию рецессии или нет.

Заключение

В настоящей работе впервые получены необходимые и достаточные условия существования равновесия в модели обмена и дана классификация состояний равновесия. Существуют состояния равновесия, в которых экономическая система будет пребывать довольно долго, если ее не реформировать. В этом случае экономическая система «попала в ловушку», т.е. распределение благ в обществе неэффективно. Доказана теорема, в которой установлены достаточные условия существования ветвления решений состояний равновесия, дающих континуальное множество состояний равновесия в отличие от регулярной экономики, в которой может быть лишь конечное число состояний равновесия с заданной структурой распределения благ в обществе и структурой спроса. Такие состояни названы r-критическими. При $r = 1$ состояние равновесия невырожденное и стоимость денег стабильна. При увеличении критичности состояния

равновесия вырожденность состояния равновесия увеличивается, что приводит к обесцениванию денег. Построена экономическая динамика и предложен алгоритм выявления рецессии на ранней стадии.

М.С. Гончар, А.С. Жохін

КРИТИЧНІ СТАНИ В ДИНАМІЧНІЙ МОДЕЛІ ОБМІНУ ТА ЯВИЩЕ РЕЦЕСІЇ

Отримано необхідні та достатні умови існування рівноваги у моделі обміну. Знайдено достатні умови галуження строго додатних розв'язків системи рівнянь рівноваги. На цій основі проведено класифікацію станів рівноваги та розглянуто застосування поняття критичності стану рівноваги до пояснення явища рецесії. Запропоновано методику виявлення наближення економічної системи до стану економічного спаду.

N.S. Gonchar, A.S. Zhokhin

CRITICAL STATES IN DYNAMICAL EXCHANGE MODEL AND RECESSION PHENOMENON

The necessary and sufficient conditions of the existence of economy equilibrium are obtained in exchange economy model. The sufficient conditions of branching of strictly positive solutions of the system of equilibrium equations are found. On this basis classification of equilibrium states is given and application of the notion of criticality of equilibrium state to the explanation of recession phenomenon is considered. The technique is proposed to detect approaching of an economy system to the state of recession.

1. *Debreu G.* Economies with a finite set of equilibria // Econometrica. — 1970. — **38**. — P. 387–392.
2. *Kehoe T.J.* Computation and multiplicity of equilibria / W. Hildenbrand, H. Sonnenschein (eds.) // Handbook of Mathematical Economics. — Amsterdam : Elsevier Scie. Publ. B.V., 1991. — P. 2049–2144.
3. *Gonchar N.S.* Mathematical foundations of information economics. — Kiev : In-t of Theoretical Physics, 2008. — 468 p.

Получено 13.04.2012