

ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ
ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Введение

На современном этапе возросли требования к функционированию систем автоматического управления (САУ). САУ должна обеспечивать необходимое качество регулирования, минимизировать расход материальных и/или энергетических ресурсов для достижения поставленных целей, а также ограничивать износ органов управления. Решение поставленных задач рассматривается теорией оптимизации динамических систем с использованием метода пространства состояний [1]. В настоящее время математический аппарат векторно-матричного анализа не имеет широкого прикладного применения в задачах автоматизации технологических процессов (ТП). Большинство промышленных объектов управления (ОУ) характеризуются распределенностью параметров или наличием транспортного запаздывания. Метод пространства состояний плохо адаптирован для анализа ОУ с распределенными параметрами и/или транспортным запаздыванием. Также необходимо учитывать, что большинство SOFTLOGIC-систем программирования контроллеров не может оперировать переменными в виде массивов [2], это исключает использование метода пространства состояний. В процессе настройки САУ ТП наладчики предпочитают элементарные формулы определения оптимальных значений параметров настройки ПИ- или ПИД-регуляторов, используя параметры ОУ [3]. Однако существующие зависимости разработаны только для непрерывных САУ.

Исходя из изложенного, цель статьи — разработать инженерный метод оптимальной настройки цифрового регулятора с минимизацией затрат на управляющее воздействие. Дополнительное условие — удобство и простота практического использования.

Инженерный метод оптимизации цифровой САУ

Рассмотрим структурную схему одноконтурной цифровой САУ (рис. 1). Она состоит из цифрового регулятора (ЦР), ОУ и сумматора. На схеме используются следующие обозначения: w_s — сигнал задания, e_s — ошибка регулирования, u_s — сигнал управления, y_s — выходной сигнал ОУ.

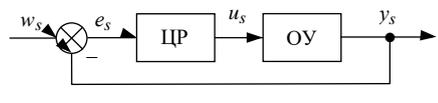


Рис. 1

При динамической оптимизации в качестве критерия обычно используются квадратичные критерии качества, так как эти критерии позволяют производить поиск оптимального решения аналитическим способом.

Как правило, модульные критерии применяются при численной оптимизации. Для оптимизации цифровой САУ будем рассматривать обе формы:

$$I = \begin{cases} T_0 \sum_{s=0}^{Nt} (q|e_s| + r|w_s - Ku_s|), & Nk = 1, \\ T_0 \sum_{s=0}^{Nt} (qe_s^2 + r[w_s - Ku_s]^2), & Nk = 2. \end{cases} \quad (1)$$

где T_0 — время дискретизации; s — текущий индекс дискретного времени; Nt — количество точек наблюдения с шагом T_0 ; q и r — весовые коэффициенты;

K — коэффициент передачи ОУ, $K \cong \frac{y_s}{u_s} \Big|_{s \geq Nt}$; Nk — номер выбранного критерия

качества. Критерий (1) адаптирован к задачам оптимизации САУ ТП и позволяет минимизировать отклонение сигнала управления от технологически заданного. Численное моделирование и сравнение оптимальных переходных процессов в САУ с использованием функционала (1) рассматривается в [4].

При пуско-наладочных работах по автоматизации на производстве наладчики предпочитают элементарные формулы расчета параметров регуляторов, используя упрощенную динамическую модель ОУ, ориентируясь на использование преобразования Лапласа:

$$W_{CO}(p) = \frac{K}{Tp + 1} e^{-p\tau}, \quad (2)$$

здесь T — постоянная времени; τ — запаздывание в ОУ.

Если оптимизировать непрерывную систему управления по каналу $w \rightarrow y$, то ее динамические свойства однозначно определяются передаточной функцией разомкнутой системы (РС) [5]. Когда в качестве «единицы времени» используется постоянная времени ОУ, передаточная функция РС для цифровой системы управления с учетом цифрового квантователя и фиксатора нулевого порядка в «безразмерной форме» примет вид

$$W_{OS}(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-T_0^* p}}{p} K_r^* \left(1 + \frac{1}{T_i^* p} + T_d^* p \right) \frac{e^{-p\tau^*}}{p + 1} \right\}, \quad (3)$$

где

$$T_0^* = \frac{T_0}{T}; \quad \tau^* = \frac{\tau}{T}; \quad T_i^* = \frac{T_i}{T}; \quad T_d^* = \frac{T_d}{T}; \quad K_r^* = K \cdot K_r, \quad (4)$$

K_r — коэффициент передачи, T_i — время интегрирования, T_d — время дифференцирования регулятора. Здесь и дальше переменные с индексом * обозначают динамику САУ в масштабе постоянной времени ОУ.

Учитывая (4), можно рассматривать цифровую САУ, в которой ОУ представляется дискретной передаточной функцией

$$W_{CO}^*(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-T_0^* p}}{p} \cdot \frac{e^{-p\tau^*}}{p + 1} \right\}. \quad (5)$$

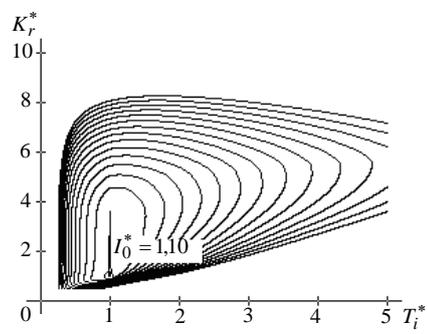
Исходя из (5), динамические свойства ОУ определяются относительным запаздыванием τ^* и периодом дискретизации T_0^* , при этом расчетный регулятор характеризуется безразмерными параметрами K_r^* , T_i^* , T_d^* .

Для «безразмерного масштаба времени» функционал (1) примет вид

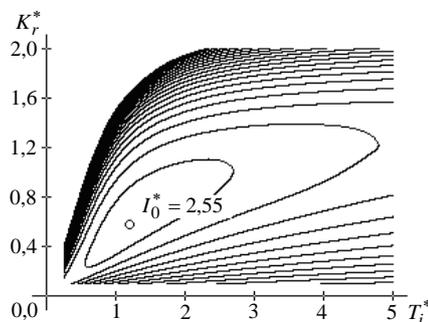
$$I^* = \begin{cases} T_0^* \sum_{s=0}^{Nt^*} (q |e_s^*| + r |w_s^* - u_s^*|), & Nk = 1, \\ T_0^* \sum_{s=0}^{Nt^*} (q [e_s^*]^2 + r [w_s^* - u_s^*]^2), & Nk = 2. \end{cases} \quad (6)$$

Поиск оптимальных настроек ЦР для ОУ (5) по критерию (6) выполняется численно. Учитывая ограниченность статьи, алгоритмы оптимального поиска и программную реализацию методов рассматривать не будем, эти материалы представлены в [4, 6].

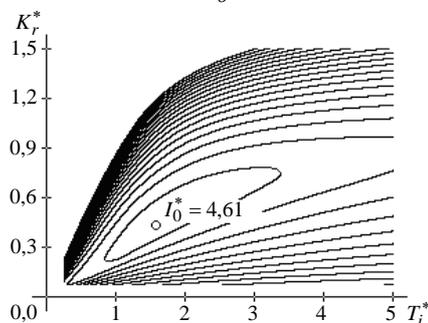
Рассмотрим результаты численного исследования. Выбор численного метода оптимизации зависит от количества экстремумов. Можно предположить, что для данной задачи целевой функционал (6) имеет несколько экстремумов. В этом случае может оказаться, что результат оптимизации зависит от выбора численного метода [7], стартовой точки вектора поиска и т.д. Чтобы найти глобальный оптимум и исключить из рассмотрения локальные, поиск выполнялся методом сканирования. В программе задавалась область поиска, где производился перебор настроек ЦР с заданным шагом. Если настройки регулятора не обеспечивали устойчивость САУ, то результаты моделирования не учитывались. На рис. 2, 3 представлены результаты оптимизации цифровой САУ с ПИ- и ПИД-регуляторами по каналу $w \rightarrow y$ для критерия (6) ($Nk = 1, q = 1, r = 1$) и трех значений τ^* и T_0^* ($a - \tau^* = 0,1, T_0^* = 0,05$; $b - \tau^* = 1, T_0^* = 0,15$; $в - \tau^* = 2, T_0^* = 0,3$). При варьировании параметров Nk, q, r, τ^* и T_0^* качественный характер графиков сохранится (учитывая ограниченный объем статьи, эти зависимости не представлены). По результатам исследований можно утверждать, что оптимизация цифровой САУ с ПИ- или ПИД-регулятором по критерию (6) является унимодальной задачей.



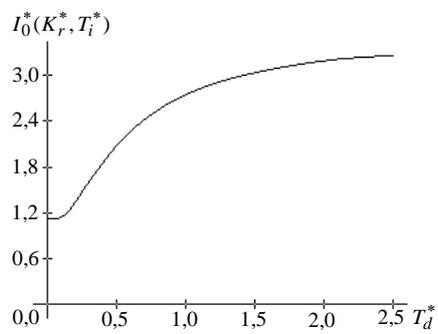
a



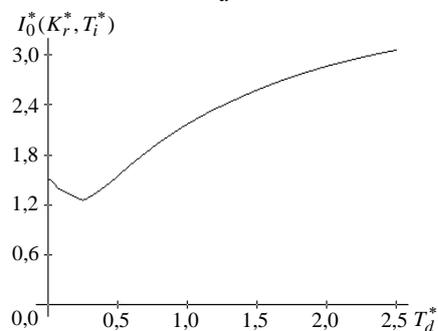
b



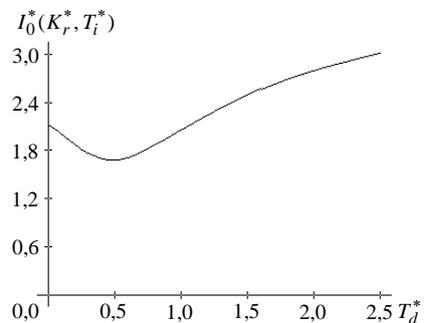
в



a



b



в

Рис. 2

Рис. 3

Основной недостаток метода сканирования — громоздкие вычисления при оптимизации многопараметрических систем. Оптимизация по трем параметрам настройки ПИД-регулятора требует значительных вычислительных ресурсов компьютера. Учитывая унимодальность решаемой задачи, основной алгоритм численной оптимизации цифровой САУ реализуется с помощью метода Хука–Дживса. Это позволило сократить время поиска оптимальных параметров ЦР.

Результаты численного поиска настроек ЦР аппроксимировались с помощью метода наименьших квадратов:

$$\varepsilon^* = \sum_{s=0}^m \sum_{z=0}^n [y_{s,z}^* - f_a(\tau_s^*, T_{0,z}^*)]^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

Здесь $y_{s,z}^*$ — численно найденное значение параметра ЦР; $f_a(\tau_s^*, T_{0,z}^*)$ — аппроксимирующая функция; $m \times n$ — количество численно найденных решений для параметра ЦР в области поиска.

Для обеспечения условия (7) в качестве аппроксимирующей функции $f_a(\tau_s^*, T_{0,z}^*)$ использовались зависимости:

1) $f_1(\tau^*, T_0^*) = a_{0,1} + a_{1,1}(1/\tau^*)^{a_{2,1}} + a_{2,1}T_0^*$ — для параметра K_r^* ЦР;

2) $f_2(\tau^*, T_0^*) = a_{0,2} + a_{1,2}\tau^* + a_{2,2}T_0^*$ — для параметра T_i^* ЦР;

3) $f_3(\tau^*, T_0^*) = a_{0,3} + a_{1,3}\tau^* + a_{2,3}T_0^*$ — для параметра T_d^* ЦР.

Поиск параметров ЦР производился в области:

1) $\tau^* \in [0,1 \dots 2]$, $m = 10$; $T_0^* \in [0,05 \dots 0,3]$, $n = 10$ для ПИ-регулятора;

2) $\tau^* \in [0,2 \dots 2]$, $m = 10$; $T_0^* \in [0,05 \dots 0,3]$, $n = 10$ для ПИД-регулятора.

Обратный пересчет параметров ЦР к реальному масштабу времени выполняется следующим образом. Например, $T_d^* = a_0 + a_1\tau^* + a_2T_0^*$, учитывая (4), можно

записать $\frac{T_d}{T} = a_0 + a_1 \frac{\tau}{T} + a_2 \frac{T_0}{T}$, откуда $T_d = a_0T + a_1\tau + a_2T_0$. Результаты аппроксимации настроек ЦР с учетом (4) приведены в табл. 1.

Таблица 1

ЦР	Параметры критерия	
	$q = 1, r = 0$	$q = 1, r = 1$
ПИ ($Nk = 1$)	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,232 + 0,57 \left(\frac{T}{\tau} \right)^{0,77} - 0,173 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 0,804T + 0,562\tau - 0,303T_0$ $E^* = 1,86 \%$	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,434 + 0,214 \frac{T}{\tau} - 0,237 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 0,775T + 0,502\tau - 0,386T_0$ $E^* = 0,52 \%$
ПИ ($Nk = 2$)	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,329 + 0,751 \left(\frac{T}{\tau} \right)^{0,783} - 0,257 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 1,186T + 0,652\tau - 0,587T_0$ $E^* = 0,78 \%$	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,096 + 0,688 \left(\frac{T}{\tau} \right)^{0,318} - 0,097 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 0,985T + 0,587\tau - 0,217T_0$ $E^* = 0,38 \%$
ПИД ($Nk = 1$)	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,502 + 0,579 \left(\frac{T}{\tau} \right)^{0,852} - 0,799 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 0,832T + 0,454\tau - 0,888T_0$ $T_d = 0,015T + 0,348\tau + 0,127T_0$ $E^* = 3,3 \%$	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,401 + 0,464 \left(\frac{T}{\tau} \right)^{0,863} - 0,379 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 0,869T + 0,444\tau - 0,747T_0$ $T_d = 0,016T + 0,229\tau + 0,175T_0$ $E^* = 2,6 \%$
ПИД ($Nk = 2$)	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,373 + 0,758 \left(\frac{T}{\tau} \right)^{0,655} - 0,847 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 0,657T + 0,506\tau - 1,108T_0$ $T_d = 0,057T + 0,387\tau + 0,446T_0$ $E^* = 2,64 \%$	$K_r = \frac{1}{K} \left[0,224 + 0,626 \left(\frac{T}{\tau} \right)^{0,386} - 0,269 \frac{T_0}{T} \right]$ $T_i = 0,908T + 0,536\tau - 1,305T_0$ $T_d = 0,031T + 0,172\tau + 0,715T_0$ $E^* = 1,22 \%$

Качество аппроксимации оценивалось средней относительной погрешностью по зависимости

$$E^* = \frac{1}{(m+n)} \sum_{s=0}^m \sum_{z=0}^n \frac{\left| \sum_{k=0}^{Nt} h_k - \sum_{k=0}^{Nt} h_k^a \right|}{\sum_{k=0}^{Nt} h_k} \cdot 100, \quad (8)$$

где h_k и h_k^a — оптимальные переходные процессы в цифровой САУ (см. табл. 1), полученные численно и с помощью аппроксимирующих зависимостей. Такая погрешность аппроксимации вполне допустима для решения инженерных задач.

Примеры моделирования САУ

В качестве примера рассмотрим расчет оптимальной САУ с ПИ-регулятором без привязки к конкретному ТП, динамические свойства ОУ и настройки регулятора представлены без размерностей. Динамические свойства ОУ выбраны произвольно для передаточной функции (2) с параметрами: $K = 5$; $T = 100$; $\tau = 20$. Используя табл. 1, рассчитали настройки цифрового ПИ- регулятора для возможных вариантов критерия (1), численные значения сведены в табл. 2. На рис. 4 представлены результаты моделирования: a — $Nk = 1, T_0 = 5$; b — $Nk = 2, T_0 = 5$; c — $Nk = 1, T_0 = 15$; d — $Nk = 2, T_0 = 15$; e — $Nk = 1, T_0 = 30$; e — $Nk = 2, T_0 = 30$.

Таблица 2

Цифровой ПИ-регулятор		Параметры критерия	
		$q = 1, r = 0$	$q = 1, r = 1$
$T_0 = 5$	$Nk = 1$	$K_r = 0,44, T_i = 90,13$	$K_r = 0,3, T_i = 85,61$
	$Nk = 2$	$K_r = 0,59, T_i = 128,71$	$K_r = 0,25, T_i = 109,16$
$T_0 = 15$	$Nk = 1$	$K_r = 0,43, T_i = 87,1$	$K_r = 0,29, T_i = 81,75$
	$Nk = 2$	$K_r = 0,59, T_i = 122,84$	$K_r = 0,25, T_i = 106,99$
$T_0 = 30$	$Nk = 1$	$K_r = 0,43, T_i = 82,55$	$K_r = 0,29, T_i = 75,96$
	$Nk = 2$	$K_r = 0,58, T_i = 114,03$	$K_r = 0,24, T_i = 103,73$

Сравнение результатов моделирования (рис. 4, кривая 1 — $q = 1, r = 0$; кривая 2 — $q = 1, r = 1$) показывает, что расчет оптимальной САУ по модульному критерию качества ($Nk = 1$) имеет ряд преимуществ. Во-первых (как не раз отмечалось в литературе), переходные процессы в САУ, рассчитанные по среднеквадратическому критерию, имеют повышенную склонность к колебательности. Во-вторых, длительность переходных процессов в САУ, рассчитанных по модульному критерию, меньше. Отметим, что оптимизация САУ по критерию с минимизацией сигнала управления уменьшает колебательность переходных процессов в системе и снижает расход материальных и/или энергетических потоков на управление ТП (см. рис. 4, кривые 2).

Для расчета промышленных регуляторов по тем или иным критериям используется большое количество формул, наиболее полный обзор таких расчетов представлен в [3]. Однако здесь имеются зависимости только для расчета непрерывных САУ. Некоторые из расчетных формул представлены в табл. 3. Для тестового ОУ по расчетным формулам из табл. 3 получены численные значения параметров для аналогового ПИ-регулятора. Значения расчетных параметров представлены в табл. 4. Также здесь имеются значения цифрового ПИ-регулятора, полученные по табл. 1 при $T_0 = 0$. На рис. 5 представлены результаты моделирования: a — $Nk = 1, q = 1, r = 0$, критерий (1) (кривая 1), (Rv) (кривая 2), (Ed) (кривая 3); b — $Nk = 2, q = 1, r = 0$, критерий (1) (кривая 1), (Mr) (кривая 2), (Zh) (кривая 3). Анализируя рис. 5, видим, что полученные в статье расчетные формулы обеспечивают наилучшее значение критерия качества для непрерывной САУ.

К преимуществам полученных зависимостей можно отнести их простоту, точность, большой диапазон применимости, а также возможность настройки САУ с ЦР без использования теории Z-преобразования.

Отметим, что литературный обзор не выявил аналогичных формул для расчета цифровых САУ. Для инженерных расчетов ЦР исследователи предлагают использовать номограммы, например [8]. Учитывая графическое определение параметров, методам с использованием номограмм присуща субъективность в расчетах, что сказывается на точности решения.

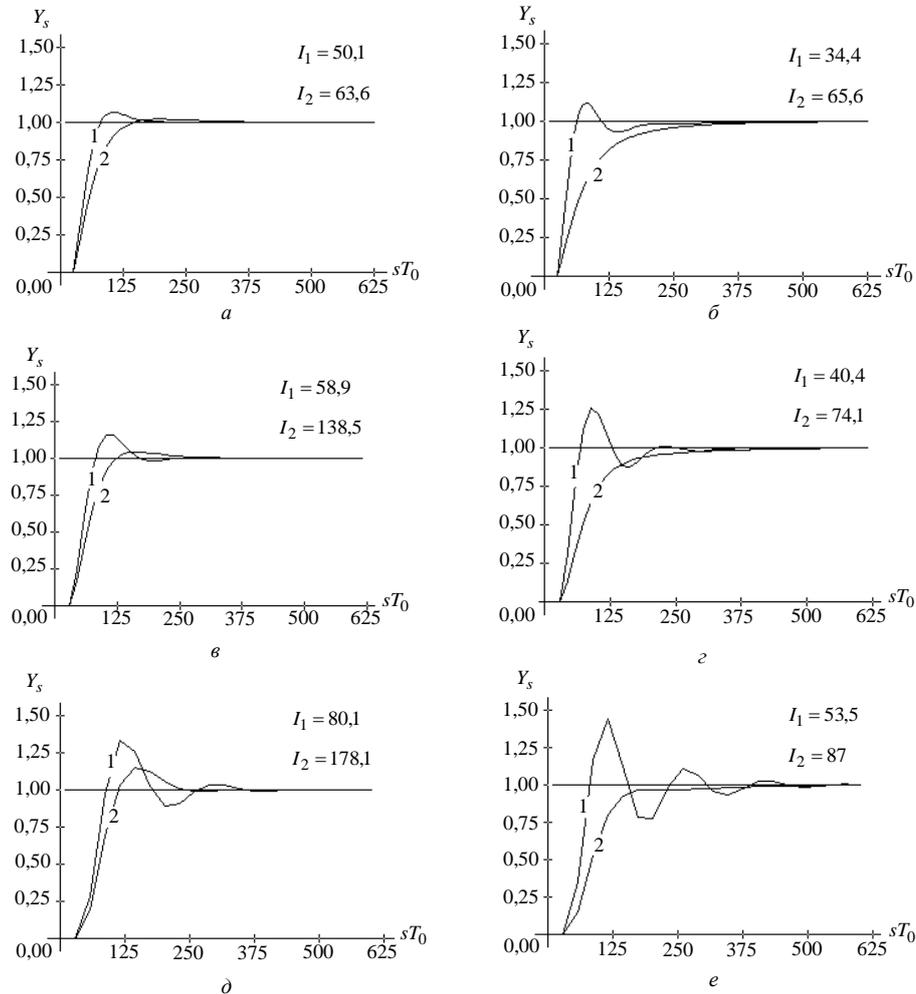


Рис. 4

Таблица 3

Автор(ы)	Критерий оптимизации	Расчетные формулы
Rovira и др. (1969)	$\int e dt \rightarrow \min$	$K_r = \frac{0,758}{K} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0,861}$, $T_i = \frac{T}{1,02 - 0,323\tau/T}$, $0,1 \leq \tau/T \leq 1$ (Rv)
Edgar (1994)	$\int e dt \rightarrow \min$	$K_r = \frac{0,67T}{K\tau}$, $T_i = 3,5\tau$ (Ed)
Murrill (1967)	$\int e^2 dt \rightarrow \min$	$K_r = \frac{1,305}{K} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0,959}$, $T_i = \frac{T}{0,492} \left(\frac{\tau}{T}\right)^{0,739}$, $0,1 \leq \tau/T \leq 1$ (Mr)
Zhuang, Atherton (1993)	$\int e^2 dt \rightarrow \min$	$K_r = \frac{1,279}{K} \left(\frac{T}{\tau}\right)^{0,945}$, $T_i = \frac{T}{0,535} \left(\frac{\tau}{T}\right)^{0,586}$, $0,1 \leq \tau/T \leq 1$ (Zh)

Таблица 4

Расчетные формулы	Критерий оптимизации	Значения параметров ЦР
табл. 1 ($T_0 = 0$)	(1), $Nk=1, q=1, r=0$	$K_r=0,44, T_i=91,64$
(Rv)	$\int e dt \rightarrow \min$	$K_r = 0,61, T_i = 104,67$
(Ed)	$\int e dt \rightarrow \min$	$K_r = 0,67, T_i = 70$
табл. 1 ($T_0 = 0$)	(1), $Nk=2, q=1, r=0$	$K_r = 0,6, T_i = 131,64$
(Mr)	$\int e^2 dt \rightarrow \min$	$K_r = 1,22, T_i = 61,87$
(Zh)	$\int e^2 dt \rightarrow \min$	$K_r = 1,17, T_i = 72,79$

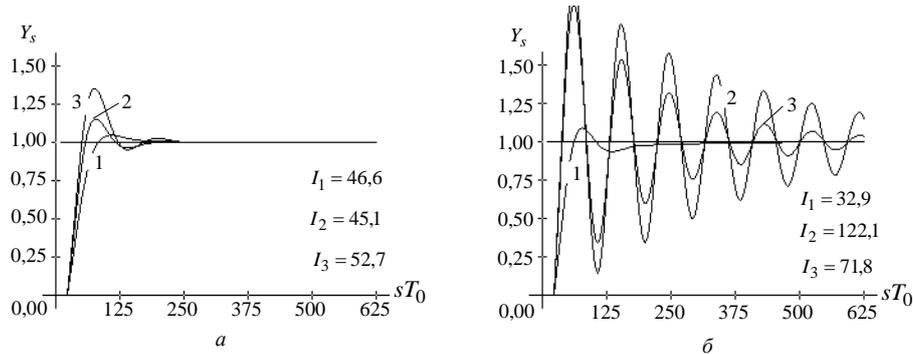


Рис. 5

Заключение

Для синтеза и оптимизации цифровой САУ авторы предлагают использовать функционал (1) с минимизацией управляющего воздействия. Данный критерий корректно учитывает сигнал управления, что позволяет минимизировать расход материальных и/или энергетических потоков при управлении промышленными аппаратами. Оптимизация цифровой САУ по критерию (1) является унимодальной задачей.

Для предложенного критерия оптимизации САУ получены функциональные зависимости ЦР от динамических свойств ОУ. Расчетные формулы отличаются от существующих простой структурой и большей точностью. Зависимости могут применяться для настройки аналоговых и цифровых САУ в широком диапазоне $0,1 \leq \tau/T \leq 2$ и $0 \leq \tau/T \leq 0,3$ без применения теории Z-преобразования. Эта особенность метода существенна для инженерно-обслуживающего персонала предприятий, который не знаком с теорией управления дискретными системами.

По мнению авторов, для синтеза оптимальных САУ целесообразно использовать модульные критерии качества, что подтверждается результатами моделирования. С развитием информационных технологий и численных методов модульные критерии качества найдут прикладное применение в задачах оптимального управления ТП. В дальнейшем планируется получить функциональные зависимости оптимальных настроек ПИ- и ПИД-регулятора для цифровой САУ, где динамические свойства ОУ представляются аperiodическим звеном второго порядка с запаздыванием.

І.М. Голінко, А.П. Ладанюк, А.І. Кубрак

ИНЖЕНЕРНИЙ МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ ЦИФРОВИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Для оптимізації цифрових систем керування запропоновано інтегральний критерій якості з мінімізацією керуючого впливу. Чисельно підтверджено унімо-

дальність критерію якості. Для одноконтурної системи керування чисельно визначено функціональну залежність оптимальних параметрів цифрового регулятора від динамічних властивостей об'єкта керування. Розрахункові формули відрізняються від існуючих простою структурою, високою точністю визначення оптимальних параметрів регулятора та більшим діапазоном застосовності. Використання запропонованого методу не потребує знання теорії дискретних систем, що суттєво для інженерно-обслуговуючого персоналу підприємств.

I.M. Golyenko, A.P. Ladanyuk, A.I. Kubrak

ENGINEERING METHOD OF DIGITAL CONTROL SYSTEMS OPTIMIZATION

Integral performance index with controlling action minimization is offered for control systems optimization. It is numerically confirmed a unimodality of performance criterion. For SISO control system the controller optimal parameters as function of the process dynamic are numerically defined. Design rules differ from existing ones by simple structure, good accuracy and ensure the efficient control. Use of the offered method does not demand knowledge of discrete systems theory that is essential for engineering-attendants of enterprises.

1. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. — М. : Машиностроение, 1986. — 448 с.
2. Слободюк М.В., Голінко І.М. Огляд сучасних засобів програмування PC-BASED контролерів // Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики: матеріали ІХ Міжнар. наук.-практ. конф., Київ, 18–22 квіт. 2011 р. — С. 304.
3. Aidan O'Dwyer. Handbook of PI and PID controller tuning rules. — Dublin Institute of Technology, 2006. — 545 p.
4. Голінко І.М. Синтез оптимальних систем керування із мінімізацією керуючого впливу // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. — 2012. — № 2 (54). — С. 79–88.
5. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. — М. : Издательский дом МЭИ, 2008. — 396 с.
6. Голінко І.М., Кубрак А.І. Моделювання та оптимізація систем керування. — Кам'янець-Подільський : Рута, 2012. — 262 с.
7. Ладієва Л.Р. Оптимізація технологічних процесів. — Київ : ІВЦ Вид-во «Політехніка», 2004. — 192 с.
8. Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. — М. : Мир, 1984. — 541 с.

Получено 22.05.2013