УДК 629.7.05

А.И. Ткаченко

К ЗАДАЧЕ ПОЛЕТНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ ПО НЕИЗВЕСТНЫМ НАЗЕМНЫМ ОРИЕНТИРАМ

Введение

В настоящей работе, как и в [1], речь идет о согласовании параметров ориентации оптической камеры космического аппарата (КА) в момент съемки Земли из космоса с синхронными показаниями звездного датчика или иной бортовой аппаратуры, определяющей самостоятельно собственную ориентацию. Такое согласование предполагает, что степень точности, с которой известно взаимное угловое положение камеры и звездного датчика в корпусе КА, по меньшей мере сопоставима с требуемой точностью определения ориентация камеры в момент экспонирования. В ином случае для уточнения взаимной ориентации упомянутых приборов на орбите предусматривается процедура, именуемая далее для краткости полетной юстировкой и составляющая часть более общего набора операций — полетной геометрической калибровки. Традиционные методы полетной геометрической калибровки используют наблюдения наземных ориентиров, топографически привязанных с высокой точностью [2–5].

В [1] решается задача полетной юстировки оптико-электронного комплекса КА по результатам съемки неизвестных наземных ориентиров. Отметим, что в работе [6] ее автор сформулировал идею определения ориентации КА по наблюдениям незаданных ориентиров. Он же в [7] обосновал принципиальную возможность решения задачи полетной геометрической калибровки по неизвестным наземным ориентирам и представил вполне строгое хронологически первое решение. Эти публикации, по-видимому, фиксируют приоритет их автора в постановке и решении названной задачи, в частности, в использовании эффекта стереопары для извлечения информации, заменяющей априорные данные об ориентирах при полетной геометрической калибровке. Некоторые недочеты, присущие этим материалам, объяснимы: «работы первооткрывателей неуклюжи» [8].

Полученное в [1] решение задачи полетной юстировки построено на использовании фотограмметрического условия компланарности [9]. Основное достоинство этого решения — относительная простота вычислений. При этом изложенный в [1] материал оставляет возможности для дополнений и уточнений. Ниже рассмотрены некоторые из них.

1. Основные предположения. Уравнения юстировки

КА, на котором установлены камера и звездный датчик, движется по низкой слабоэллиптической околоземной орбите. Центры проекции обоих приборов находятся в центре масс КА — точке O.

Все рассматриваемые далее координатные базисы — правые ортогональные. Таковы геоцентрические базисы: **I** — инерциальный, **J** — связанный с вращаю-

© А.И. ТКАЧЕНКО, 2014

щейся Землей («земной»). В остальном выбор базисов **I** и **J** произволен; оговорим лишь, что их взаимная ориентация известна. С камерой и звездным датчиком соответственно свяжем правые ортогональные системы координат xyz и 123 с началом в точке O и базисами соответственно $\mathbf{K}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$ и $\mathbf{E}$, направив ось z с ортом $\mathbf{k}_3$ по оптической оси камеры в сторону, противоположную объекту съемки, а ось 3 — по оптической оси звездного датчика на наблюдаемый участок неба. Представления физических векторов в базисах $\mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{E}$ и $\mathbf{K}$ отмечаем соответствующими нижними индексами. Преобразование координат произвольного вектора $\mathbf{r} \in R^3$ из базиса **K** в базис **E** задаем формулой $\mathbf{r}_E = Q\mathbf{r}_K$, где $Q = \text{const}$ — (3×3)-матрица направляющих косинусов, характеризующая взаимную ориентацию камеры и звездного датчика в корпусе КА. Вместо Q задана априори ортогональная матрица Q^*, столь близкая к Q, что

$$Q^* \approx [E_3 + \Phi(\boldsymbol{\theta}_E)]Q, \tag{1}$$

где E_3 — единичная (3×3)-матрица; $\boldsymbol{\theta}_E = [\theta_1\, \theta_2\, \theta_3]^{\mathrm{T}} = \text{const}$ — малый вектор с элементами порядка $10-30'$, характеризующий отклонение матрицы Q^* от Q, т.е. ошибку задания взаимной ориентации приборов; $\Phi(\boldsymbol{\theta}_E)$ — кососимметрическая (3×3)-матрица, задающая операцию $\boldsymbol{\theta}_E \times \mathbf{r}_E = \Phi(\boldsymbol{\theta}_E)\mathbf{r}_E$. Индекс Т указывает на транспонирование. Звездочкой отмечаются модельные значения параметров-операндов, т.е. значения, доступные использованию в вычислениях.

При движении по орбите КА проходит над расположенным по трассе полета или вблизи нее участком земной поверхности, на котором находятся неизвестные точечные ориентиры. При этом система управления ориентацией КА наводит камеру на упомянутый участок и производится сеанс кадровой съемки из нескольких снимков, разделенных интервалом порядка 1 с. В момент экспонирования t_i звездный датчик определяет матрицу направляющих косинусов $A_i = A(t_i)$ — реализацию матрицы A, характеризующей ориентацию базиса **E** относительно инерциального базиса **I** и преобразование координат $\mathbf{r}_I = A\mathbf{r}_E$, а глобальная система позиционирования GPS вычисляет геоцентрический радиус-вектор $\mathbf{R}_I$ точки O. В этот же момент рассчитывается матрица направляющих косинусов $D = D(t)$, задающая преобразование координат $\mathbf{r}_J = D^{\mathrm{T}}\mathbf{r}_I$. На каждом снимке регистрируются координаты изображений ориентиров на чувствительной площадке камеры. Местонахождение ориентиров в земном базисе **J** фиксировано, но совершенно неизвестно, а их высота относительно геоида произвольна в реальных пределах.

Необходимо составить методику съемок и сконструировать алгоритмы обработки снимков неизвестных ориентиров, позволяющие оценить вектор $\boldsymbol{\theta}_E$ и на основании (1) уточнить матрицу Q^* до уровня, характеризуемого отклонениями от Q порядка $10-30''$.

Пусть в моменты времени t_m, t_n камера из двух разных точек орбиты O_m, O_n соответственно производит съемку одного и того же неизвестного точечного наземного ориентира M. По зарегистрированным координатам изображений ориентира x_ν, y_ν и заданному фокусному расстоянию камеры f формируются векторы $\mathbf{s}_{\nu K} = x_\nu \mathbf{k}_1 + y_\nu \mathbf{k}_2 - f\mathbf{k}_3$ $(\nu = m, n)$ — направляющие векторы линий визирования MO_m и MO_n в базисе **K**. Преобразование этих векторов в земной базис производится по формуле

$$\mathbf{s}_{\nu J} = D_\nu^{\mathrm{T}} A_\nu Q \mathbf{s}_{\nu K}, \;\; D_\nu = D(t_\nu), \;\; A_\nu = A(t_\nu) \;\; (\nu = m, n). \tag{2}$$

Согласно фотограмметрическому условию компланарности

$$\mathbf{b}_{mn,\,J}^{\mathrm{T}}(\mathbf{s}_{mJ}\times\mathbf{s}_{nJ})=0, \tag{3}$$

где $\mathbf{b}_{mn}$ — произвольный вектор направления O_mO_n, найденный по данным GPS. Поскольку в действительности вместо Q используется матрица Q^* (1), при $\boldsymbol{\theta}_E\neq 0$ вместо (2) получаются векторы-аппроксимации $\mathbf{s}_{mJ}^*$, $\mathbf{s}_{nJ}^*$:

$$\mathbf{s}_{\nu J}^*\approx\mathbf{s}_{\nu J}+G_\nu\boldsymbol{\theta}_E,\;\; G_\nu=-D_\nu^{\mathrm{T}}A_\nu\Phi(\mathbf{s}_{\nu E}),\, \mathbf{s}_{\nu E}=Q\mathbf{s}_{\nu K}\;\;(\nu=m,\,n). \tag{4}$$

Подставив их вместо $\mathbf{s}_{mJ},\mathbf{s}_{nJ}$ в (3) и обозначив $\mathbf{b}_{mn,\,J}^{\mathrm{T}}(\mathbf{s}_{mJ}^*\times\mathbf{s}_{nJ}^*)=\kappa_{mn}=$ $=\kappa_{mn}(\boldsymbol{\theta}_E)$, по аналогии с [1] имеем уравнение измерений

$$\kappa_{mn}=\mathbf{b}_{mn,\,J}^{\mathrm{T}}[\Phi(\mathbf{s}_{mJ})G_n-\Phi(\mathbf{s}_{nJ})G_m]\boldsymbol{\theta}_E. \tag{5}$$

Оценка $\boldsymbol{\theta}_E$ получается решением системы всех доступных уравнений (5) или некоторой ее подсистемы, например, методом наименьших квадратов.

2. Элементы методики полетной юстировки

Уравнения измерений — коренной, но не единственный элемент методики полетной юстировки. Точность юстировки существенно зависит от организации процесса съемки и последовательности снимков, способа формирования стереопар, сочетающих снимки из точек O_m и O_n, расположения участков с неизвестными ориентирами относительно трассы полета, движений КА в ходе съемок. При выборе и конструировании таких элементов уместно исходить из соображений полной наблюдаемости системы $\dot{\boldsymbol{\theta}}_E=0$ с измерениями (5) на промежутке съемок.

Исследование наблюдаемости выполним, в стиле работы [10], как поиск возможных ненаблюдаемых состояний — векторов $\boldsymbol{\theta}_E=\mathrm{const},\boldsymbol{\theta}_E\neq 0,$ обращающих правую часть (5) в нуль тождественно по $m,\,n$ для всех доступных ориентиров. Очевидно, ненулевой вектор $\boldsymbol{\theta}_E$ есть ненаблюдаемое состояние, если $\mathbf{b}_{mn,\,J}$ и векторы $\mathbf{s}_{mJ}^*$, $\mathbf{s}_{nJ}^*$ из (4) компланарны.

Для упрощения анализа положим $Q=E_3$ (при $\boldsymbol{\theta}=0$ трехгранники xyz и 123 совмещены). В рамках исследования наблюдаемости введем упрощающие предположения условного характера. Пусть участок местности с неизвестными ориентирами, над которым движется КА, расположен по трассе полета. В моменты собственно съемки система управления ориентацией КА посредством изменения тангажа направляет ось z на одну и ту же точку участка, лежащую в плоскости орбиты, а ось y и близкую к ней ось 2 ориентирует практически перпендикулярно плоскости орбиты. В течение времени съемок упомянутого участка игнорируем прецессию орбиты и смещения ориентиров относительно плоскости орбиты вследствие вращения Земли. Тогда в процессе съемок участка ориентация трехгранника 123 относительно снимаемой сцены в последовательные моменты экспонирования различается поворотом вокруг направления, перпендикулярного плоскости орбиты, а векторы $\mathbf{s}_{mJ},\mathbf{s}_{nJ}$ находятся в плоскости орбиты. В качестве предполагаемого ненаблюдаемого состояния рассмотрим вектор

$$\boldsymbol{\theta}_E=\boldsymbol{\theta}_E'=[0\;\theta_2\;0]^{\mathrm{T}},\;\;\theta_2\neq 0. \tag{6}$$

При сделанных допущениях вектор $\boldsymbol{\theta}_E'$ в моменты экспонирования t_m,t_n перпендикулярен плоскости орбиты и имеет одинаковую ориентацию относительно базиса $\mathbf{J}$ и одинаковые представления в этом базисе. Преобразуем (5) к виду

$$\kappa_{mn}=\mathbf{b}_{mn,\,J}^{\mathrm{T}}[\Phi(\mathbf{s}_{nJ})\Phi(\mathbf{s}_{mJ})\boldsymbol{\theta}_{mJ}-\Phi(\mathbf{s}_{mJ})\Phi(\mathbf{s}_{nJ})\boldsymbol{\theta}_{nJ}], \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\theta}_{\nu J} = D_\nu^{\mathrm{T}} A_\nu \boldsymbol{\theta}_E$ ($\nu = m, n$). Из (7) следует

$$\kappa_{mn} = \mathbf{b}_{mn,\,J}^{\mathrm{T}} [\mathbf{s}_m (\mathbf{s}_n^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\theta}_{mJ}) - \mathbf{s}_{nJ} (\mathbf{s}_{mJ}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\theta}_{nJ}) + \mathbf{s}_{mJ}^{\mathrm{T}} \mathbf{s}_{nJ} (\boldsymbol{\theta}_{nJ} - \boldsymbol{\theta}_{mJ})]. \tag{8}$$

При оговоренных предположениях $\mathbf{s}_{nJ}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\theta}'_{mJ} = \mathbf{s}_{nJ}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\theta}'_{nJ} = 0$ и $\boldsymbol{\theta}'_{mJ} = \boldsymbol{\theta}'_{nJ}$. Поэтому формально $\kappa_{mn}(\boldsymbol{\theta}'_E) = 0$ и состояние (6) действительно ненаблюдаемо. Смысл этого эффекта очевиден из (4): при $\boldsymbol{\theta}_E = \boldsymbol{\theta}'_E$ векторы $\mathbf{s}_{mJ}^*$, $\mathbf{s}_{nJ}^*$ из (4) остаются в той же плоскости, что и $\mathbf{b}_{mn}, \mathbf{s}_{mJ}, \mathbf{s}_{nJ}$. Фактически вследствие нестрогости принятых допущений оказывается $|\kappa_{mn}(\boldsymbol{\theta}'_E)| << 1$, т.е. состояние (6), а вместе с ним и координата θ_2 слабо наблюдаемы. Если же в нарушение сделанных ограничений точка M не лежит в плоскости орбиты, то наведение оптической оси камеры на ориентир достигается варьированием углов крена и рыскания. При этом в общем случае $\boldsymbol{\theta}'_{mJ} \neq \boldsymbol{\theta}'_{nJ}$ и $\kappa_{mn}(\boldsymbol{\theta}'_E) \neq 0$, т.е. состояние (6) не является ненаблюдаемым.

Другой вектор, привлекаемый для анализа, $\boldsymbol{\theta}_E = \boldsymbol{\theta}''_E = [0\ 0\ \theta_3]^{\mathrm{T}}$, направлен по оси 3 $(\theta_3 \neq 0)$. Вследствие относительно узкого поля зрения камеры линии визирования всех ориентиров участка в момент экспонирования близки к оптической оси. Очевидно, $\Phi(\mathbf{s}_{\nu E})\boldsymbol{\theta}''_{\nu E} = [y_\nu \theta_3\ -x_\nu \theta_3\ 0]^{\mathrm{T}}$ $(\nu = m, n)$ в соответствии с установленной выше структурой векторов $\mathbf{s}_{\nu E}$. Поскольку $|x_\nu| + |y_\nu| << f$, то, как видно из (4), (5), $|\kappa_{mn}(\boldsymbol{\theta}''_E)| << 1$ и вектор $\boldsymbol{\theta}''_E$ вообще слабо наблюдаем. Это свойство, как показывают результаты моделирования, усугубляется, если наблюдаемый участок находится на трассе полета, и ослабляется по мере смещения участка с ориентирами от трассы. Правдоподобного объяснения этого эффекта нет; возможно, он связан с варьированием углов крена и рыскания при съемках участка, удаленного от трассы. Если стабилизация КА производится так, что в моменты t_m, t_n ось 1 коллинеарна $\mathbf{b}_{mn}$, то вектор $\boldsymbol{\theta}_E^{\times} = [\theta_1\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$ $(\theta_1 \neq 0)$ задает ошибку взаимного положения базисов **E**, **K** как поворот вокруг направления $\mathbf{b}_{mn}$, которое остается компланарным полученным векторам $\mathbf{s}_{mJ}^*, \mathbf{s}_{nJ}^*$ из (4). В этих условиях вектор $\boldsymbol{\theta}_E^{\times}$ есть ненаблюдаемое состояние, а координата θ_1 ненаблюдаема или слабо наблюдаема. То же следует из (8), поскольку в рассматриваемом случае векторы $\boldsymbol{\theta}_{mJ}, \boldsymbol{\theta}_{nJ}$ одинаковы и коллинеарны $\mathbf{b}_{mn,\,J}$.

Изложенное показывает, что для повышения точности полетной юстировки на основе (5) необходимо обеспечить достаточно широкое варьирование матриц A_m, A_n в процессе съемок. В частности, следует производить изменение тангажа и формирование стереопар так, чтобы угол $O_m M O_n$ был достаточно велик. Целесообразно также выбирать наблюдаемые участки с неизвестными ориентирами на достаточном удалении от трассы полета, чтобы движения по крену и рысканию, необходимые для наведения камеры на такие участки, способствовали улучшению наблюдаемости $\boldsymbol{\theta}_E$.

Одним из наиболее заметных возмущений, нарушающих точность юстировки, являются погрешности звездного датчика. При действии этого фактора в (4) вместо $\boldsymbol{\theta}_E$ должен фигурировать вектор $\boldsymbol{\theta}_E + \boldsymbol{\beta}_{\nu E}$, где $\boldsymbol{\beta}_{\nu E}$ — малый вектор ошибки звездного датчика в определении ориентации базиса **E** относительно **I** [11]. Неблагоприятное влияние этого возмущения может быть ослаблено статистическим эффектом обработки значительного количества снимков одного и того же участка.

Каждую из ошибок позиционирования точек O_m, O_n с помощью GPS представим в виде векторной суммы смещений в плоскости $O_m M O_n$ и в направлении, перпендикулярном этой плоскости. Очевидно, только вторая составляющая возмущает условие компланарности и генерирует ошибки юстировки, притом лишь при условии, что значения этой составляющей в точках O_m, O_n неодинаковы, и в тем меньшей мере, чем больше расстояние O_mO_n. Поскольку эффект упомянутых ошибок GPS можно трактовать как выход «модельного» вектора $\mathbf{b}_{mn,\,J}$ из плоскости O_mMO_n в результате фиктивного поворота вокруг направления, лежащего в этой плоскости, снижается в основном точность оценивания θ_1 и θ_3. Вообще чувствительность алгоритма (5) к ошибкам GPS объясняется, по-видимому, тем, что эти ошибки влияют на точность юстировки не через отклонение рассчитанного вектора $\mathbf{R}_I$ от его фактического положения, а вследствие отклонения модельного вектора $\mathbf{b}_{mn,\,J}$ от плоскости O_mMO_n, а это последнее отклонение тем меньше, чем больше расстояние O_mO_n. Осреднение по большому числу различных стереопар, характерное для метода наименьших квадратов, ослабляет неблагоприятное влияние ошибок GPS таким же образом, как влияние ошибок $\boldsymbol{\beta}_{\nu E}$. Следует ожидать, что увеличение числа обрабатываемых стереопар при надлежащем их формировании ослабит влияние других, менее заметных возмущающих факторов, таких как линеаризация по $\boldsymbol{\theta}_E$ в (1) и ошибки считывания координат изображений ориентиров.

Еще один возможный источник ошибок полетной юстировки — неточное задание фокусного расстояния камеры. Пусть вместо f известна аппроксимация $f^* = f + \Delta f$, где Δf — ошибка задания фокусного расстояния, $|\Delta f| << f$. Тогда вместо $\mathbf{s}_{\nu K}$ $(\nu = m, n)$ формируются и фигурируют в (4) векторы $\mathbf{s}'_{\nu K} = \mathbf{s}_{\nu K} - \Delta f\,\mathbf{k}_3$. Игнорируя величины выше первого порядка малости относительно $x_\nu, y_\nu, \Delta f$ и $\boldsymbol{\theta}$, находим $\mathbf{s}'_{\nu K} \approx \mathbf{s}_{\nu K}(1 - \Delta f / f)$ $(\nu = m, n)$. Поэтому векторы $\mathbf{s}'_{mJ}, \mathbf{s}'_{nJ}$ в первом приближении коллинеарны соответственно $\mathbf{s}_{mJ}, \mathbf{s}_{nJ}$, так что $\mathbf{b}^{\mathrm{T}}_{mn,\,J}(\mathbf{s}'_{mJ} \times \mathbf{s}'_{nJ}) \approx 0$. Относительно слабая чувствительность к ошибкам задания фокусного расстояния — дополнительное достоинство алгоритма полетной юстировки из [1], которое вместе с тем ограничивает возможности оценивания Δf по результатам наблюдений и съемок.

Процесс полетной юстировки можно дополнить приближенной привязкой неизвестных ориентиров в земном базисе **J**. Пусть X, Y, Z — искомые координаты конкретного ориентира в базисе **J**. Получив в результате юстировки оценку $\boldsymbol{\theta}^*_E$ вектора $\boldsymbol{\theta}_E$, по (4) восстановим приближенное значение направляющего вектора линии визирования в момент экспонирования $t_m : \mathbf{s}_{mJ} = [s_{mX} \;\; s_{mY} \;\; s_{mZ}]^{\mathrm{T}} = \mathbf{s}^*_{mJ} - G_m\boldsymbol{\theta}^*_E$. Составим систему уравнений относительно X, Y, Z:

$$s_{mY}X - s_{mX}Y = s_{mY}X^o_m - s_{mX}Y^o_m, \quad s_{mZ}X - s_{mX}Z = s_{mZ}X^o_m - s_{mX}Z^o_m, \tag{9}$$

где X^o_m, Y^o_m, Z^o_m — координаты центра проекции камеры O_m (вектора $\mathbf{R}_J$) в момент t_m. Координаты ориентира оценим, решив методом наименьших квадратов систему всех доступных уравнений (9), относящихся к данному ориентиру.

3. Моделирование

Цель выполненного моделирования состояла в определении достижимой точности в зависимости от условий и организации полетной юстировки и демонстрации эффектов, сопровождающих юстировку. Предполагалось, что наблюдению доступны три участка земной поверхности, каждый в форме квадрата со стороной $a = 20$ км или $a = 40$ км. Участок A расположен на трассе полета. Участки

B и C удалены от участка A соответственно на 4 и 7,5 орбитальных витка вперед и, кроме того, во время их наблюдения смещены относительно трассы соответственно влево и вправо на расстояние d — до 400 км. На каждом участке находится 16 точечных ориентиров, расположенных вблизи узлов равномерной квадратной сетки, покрывающей участок. Все они при экспонировании попадают в поле зрения камеры. Смещения ориентира относительно ближайшего узла сетки вдоль трассы и перпендикулярно ей на расстояния, равномерно распределенные в пределах ± 1000 м, вносят элемент случайности. Высота ориентира над сферической поверхностью Земли — случайная величина, равномерно распределенная в пределах ± 50 м. В процессе собственно полетной юстировки местонахождение ориентиров неизвестно. При прохождении КА над участком или вблизи него по орбите высотой около 670 км выполняются сеансы съемки, каждый из L снимков, разделенных интервалом 1 с, причем L имеет четные значения от 2 до 20. Всего при прохождении КА над участком имитируется три таких сеанса, так что общее число снимков участка — $3L$. В момент экспонирования система управления ориентацией КА направляет оптическую ось камеры приближенно на некоторую точку участка с ориентирами, близкую к его центру. Для обеспечения достаточно больших значений углов $O_m M O_n$ первый сеанс наблюдений выполнялся с углом тангажа $\vartheta \approx 42^\circ$, когда участок с ориентирами находится впереди по трассе, второй сеанс — при $\vartheta \approx 0^\circ$, когда линии визирования ориентиров близки к направлению в надир, третий — при $\vartheta \approx -42^\circ$, когда ориентиры остаются позади КА.

Счет выполнялся сериями по 200 однотипных вариантов. Серии различались значениями a, d и L. В каждой серии для формирования всех случайных величин использовался генератор последовательности псевдослучайных чисел, инициированной в первом варианте серии и переходящей из варианта в вариант. Полагалось $Q = E_3$ (при $\boldsymbol{\theta} = 0$ базисы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{K}$ совмещены). В качестве инерциального базиса $\mathbf{I}$ рассматривался базис правой ортогональной геоцентрической инерциальной системы координат $\xi\eta\varsigma$ с осью η, направленной по угловой скорости суточного вращения Земли, и осью ς, ориентированной в точку весеннего равноденствия. За базис $\mathbf{J}$ принималось фиксированное в теле Земли положение базиса $\mathbf{I}$ в начальный момент $t = 0$. Очевидно, выбор земного базиса $\mathbf{J}$ не влияет на точность юстировки в целом. Ошибки определения направляющих векторов $\mathbf{s}_{\nu K}$ из (2) вводились как малые повороты вокруг направлений $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ на случайные углы, равномерно распределенные в пределах $\pm 0{,}8''$. Параметры других возмущающих факторов, нарушающих точность юстировки, воспроизводились как нормально распределенные центрированные случайные величины. В частности, в каждом варианте значения $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ устанавливались как независимые случайные величины со среднеквадратическим отклонением $10'$. Ошибки позиционирования КА по данным GPS в момент экспонирования характеризуются среднеквадратическим отклонением 15 м. Ошибки звездного датчика имитировались поворотами вокруг связанных с ним направлений $1, 2, 3$ на углы, имеющие среднеквадратические отклонения соответственно $3'', 3''$ и $10''$. Последние характеристики согласуются по уровню и соотношению ошибок измерительных каналов со сведениями о звездных датчиках семейства БОКЗ из [12]. При указанном сочетании возмущений влияние игнорирования нелинейных членов по отношению $\boldsymbol{\theta}_E$ в (1) на точность полетной юстировки относительно невелико.

Стереопары, используемые при формировании уравнений (5) для каждого ориентира, составлялись как сочетания снимка с номером $m = 1, 2, \ldots, 3L/2$ и снимка с номером $n = 3L/2 + m$. Все уравнения (5), доступные в очередном варианте счета, обрабатывались методом наименьших квадратов. По окончании счета варианта находилось остаточное значение $\boldsymbol{\theta}_E$, соответствующее откорректированной матрице Q^*. По результатам всех вариантов серии вычислялись ве-

 ISSN 0572-2691

личины $\sigma_{\theta 1}, \sigma_{\theta 2}, \sigma_{\theta 3}$ — оценки среднеквадратических отклонений остаточных ошибок $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ — и обобщающая характеристика $\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\| = (\sigma_{\theta 1}^2 + \sigma_{\theta 2}^2 + \sigma_{\theta 3}^2)^{1/2}$.

В табл. 1 представлены характеристики точности юстировки с использованием результатов наблюдения одного участка (*A* или *B*) при $L = 2$ и различных значениях *a*, *d*. Показатели $\sigma_{\theta 1}, \sigma_{\theta 2}, \sigma_{\theta 3}$ и $\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\|$ здесь и далее приведены в угловых секундах. Видно, как грубо оцениваются ошибки θ_2 и особенно θ_3 при $d = 0$ и как улучшается точность юстировки в целом по мере удаления участка с ориентирами от трассы полета. Заметно также, как с увеличением размеров участка и расширением пучка ориентиров возрастает точность оценивания θ_3.

Результаты полетной юстировки по наблюдениям участков *B* и *C* при $L = 2$ показаны в табл. 2. Отмечается повышение точности юстировки, прежде всего за счет уменьшения остаточной ошибки θ_3, по сравнению со строками табл. 1, полученными при аналогичных параметрах серий. В табл. 3 приведены результаты моделирования при числе снимков в сеансе $L = 10$; прочие условия — те же, что при получении табл. 2. Общее повышение точности по сравнению с табл. 2 за счет статистического осреднения ошибок звездного датчика составляет примерно 30 %. При $L = 20$ точность юстировки повышалась еще на 3–4 угл. с.

Результаты полетной юстировки по наблюдениям участков *B* и *C* при $L = 2$ показаны в табл. 2. Отмечается повышение точности юстировки, прежде всего за счет уменьшения остаточной ошибки θ_3, по сравнению со строками табл. 1, полученными при аналогичных параметрах серий. В табл. 3 приведены результаты моделирования при числе снимков в сеансе $L = 10$; прочие условия — те же, что при получении табл. 2. Общее повышение точности по сравнению с табл. 2 за счет статистического осреднения ошибок звездного датчика составляет примерно 30 %. При $L = 20$ точность юстировки повышалась еще на 3–4 угл. с.

Дополнение наблюдений участков *B* и *C* снимками участка *A* не показало повышения точности полетной юстировки.

При оговоренном уровне и соотношении возмущающих факторов наблюдалось практически одинаковое неблагоприятное влияние случайных ошибок звездного датчика и GPS на точность юстировки. Менее проблемными (порядка $5 - 10''$) оказались ошибки юстировки, вызванные линеаризацией выражения (1) относительно $\boldsymbol{\theta}_E$. Этот фактор сказывался в основном на точности оценивания координаты θ_3, и вызванные им характеристики остаточных ошибок $\sigma_{\theta 3}$ при $L = 10$ оказались на 30 % меньше, чем при $L = 2$. Примерно такой же уровень и характер имели ошибки юстировки, происходящие от неточного считывания координат изображения x_ν, y_ν. Оценивание действия отдельно взятых возмущающих факторов производилось в схеме, предусматривающей съемку участков *B* и *C*.

Ошибка фокусного расстояния Δf имитировалась как нормально распределенная центрированная случайная величина со среднеквадратическим отклонением σ_f. Согласно обоснованному выше свойству слабой чувствительности алгоритма (5) к неточ-

Таблица 1

a, км	*d*, км	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$	$\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\|$
20	0	16,4	111,0	147,7	185,5
20	100	15,9	44,7	77,6	91,0
20	400	23,0	11,0	20,8	32,9
40	0	15,4	23,6	72,1	77,4
40	100	16,3	30,3	63,2	71,9
40	200	17,8	18,7	40,5	48,0
40	400	23,0	11,2	18,4	31,6

Таблица 2

a, км	*d*, км	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$	$\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\|$
20	100	10,7	22,9	33,8	42,2
20	200	11,5	12,4	23,1	28,6
20	400	14,6	7,3	17,6	24,0
40	100	10,7	21,1	25,2	34,6
40	200	11,4	12,1	17,3	24,1
40	400	14,5	7,3	12,3	20,4

Таблица 3

a, км	*d*, км	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$	$\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\|$
20	200	5,6	6,4	21,2	22,8
20	400	7,1	3,8	14,4	16,5
40	100	5,2	11,8	21,4	25,0
40	200	5,5	6,3	14,8	17,0
40	400	7,0	3,7	10,1	12,8

ному заданию фокусного расстояния при юстировке по снимкам участков *B*, *C* с параметрами $L = 10, a = 40$ км, $d = 400$ км, $\sigma_f = 0.01f$ увеличение характеристики $\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\|$ по сравнению с ситуацией при $\Delta f = 0$ не превышало $2''$.

Оценивание координат ориентиров в базисе $\mathbf{J}$ на основе (9) производилось в рамках полетной юстировки по наблюдениям участков *B*, *C* с параметрами $a = 20$ км, $d = 400$ км. При $L = 2$ среднеквадратические отклонения ошибок оценивания координат всех 32 ориентиров в базисе $\mathbf{J}$ по результатам 200 вариантов серии не превышали 60 м, а математические ожидания этих ошибок — 6 м. При $L = 10$ названные среднеквадратические отклонения оставались в пределах 30 м, а математические ожидания — в пределах 3 м.

Рассматриваемая постановка задачи полетной юстировки допускает принципиальную возможность решения без привлечения GPS или иного средства позиционирования. Пусть в моменты экспонирования t_m, t_n в поле зрения камеры попадает три ориентира — M, N и P; $\mathbf{s}_{\Gamma\nu J}$ $(\Gamma = M, N, P;\ \nu = m, n)$ — направляющие векторы соответствующих линий визирования. Сформируем, как указано выше, модельные значения направляющих векторов $\overset{*}{\mathbf{s}}_{\Gamma\nu J} = \mathbf{s}_{\Gamma\nu J} + G_{\Gamma\nu}\boldsymbol{\theta}_E$. Матрицы $G_{\Gamma\nu}$ по структуре аналогичны G_ν из (4). Введем векторы $\mathbf{g}_{\Gamma J} = \mathbf{s}_{\Gamma mJ} \times \mathbf{s}_{\Gamma nJ}$ $(\Gamma = M, N, P)$. Учитывая фотограмметрическое условие компланарности, устанавливаем, что векторы $\mathbf{g}_{MJ}, \mathbf{g}_{NJ}, \mathbf{g}_{PJ}$ перпендикулярны $\mathbf{b}_{mn,\,J}$ и вследствие этого компланарны: $\mathbf{g}_{MJ}^{\mathrm{T}}(\mathbf{g}_{NJ} \times \mathbf{g}_{PJ}) = 0$. Модельные же векторы $\overset{*}{\mathbf{g}}_{\Gamma J} = \overset{*}{\mathbf{s}}_{\Gamma mJ} \times \overset{*}{\mathbf{s}}_{\Gamma nJ}$ $(\Gamma = M, N, P)$ при $\boldsymbol{\theta}_E \neq 0$, вообще говоря, некомпланарны. В первом приближении

$$\overset{*}{\mathbf{g}}{}_{MJ}^{\mathrm{T}}(\overset{*}{\mathbf{g}}_{NJ} \times \overset{*}{\mathbf{g}}_{PJ}) = [\mathbf{g}_{MJ}^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{g}_{NJ})\Psi_{Pmn} + \mathbf{g}_{NJ}^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{g}_{PJ})\Psi_{Mmn} + \mathbf{g}_{PJ}^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{g}_{MJ})\Psi_{Nmn}]\boldsymbol{\theta}_E, \quad (10)$$

$$\Psi_{\Gamma mn} = \Phi(\mathbf{s}_{\Gamma mJ})G_{\Gamma n} - \Phi(\mathbf{s}_{\Gamma nJ})G_{\Gamma m} \quad (\Gamma = M, N, P).$$

Равенства (10), соответствующие всевозможным комбинациям доступных ориентиров по 3, используются как уравнения измерений и решаются методом наименьших квадратов для оценки $\boldsymbol{\theta}_E$. Точность такой полетной юстировки невысока, прежде всего вследствие слабой наблюдаемости координаты θ_2. Этот способ полетной юстировки интересен тем, что первичная информация сама по себе представляется несократимой, однако в результате комбинирования элементов она оказывается избыточной и формально допускает отказ от составляющей, связанной с GPS. При моделировании алгоритма (10) в охарактеризованных выше условиях наблюдения участков *B*, *C* с параметрами $L = 10, d = 400$ км и $a = 20$ км были получены значения $\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\| \approx 32''$ при $a = 40$ км — $\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\| \approx 25''$.

4. Комбинирование звездных датчиков

Обработка показаний нескольких установленных на КА звездных датчиков — прием, не новый в полетной геометрической калибровке [3]. Рассмотрим возможности повышения точности полетной юстировки посредством некоторого осреднения показаний таких датчиков. Среди различных способов такого осреднения, по-видимому, один из простейших — приведение доступных показаний всех звездных датчиков к базису одного из них.

Пусть, кроме звездного датчика с базисом **E**, в корпусе КА установлен другой звездный датчик с аналогичными характеристиками и с ним связан ортонормированный базис **F**. Взаимная ориентация звездных датчиков после вывода КА на орбиту совершенно неизвестна, т.е. неизвестна матрица $S = \mathrm{const}$, задающая преобразование координат $\mathbf{r}_F = S\mathbf{r}_E$. Собственно полетной юстировке предшествует этап оценивания *S*. Показания второго звездного датчика представим как матрицу A', определяющую преобразование $\mathbf{r}_I = A'\mathbf{r}_F$. Очевидно, синхронные показания двух звездных датчиков, доступные в момент t_m, связаны соотношением

$$A_m = A'_m S. \tag{11}$$

При достаточно большом N_1 — числе моментов t_m — матрица S оценивается выражением

$$S \approx N^{-1} \sum_{m=1}^{N_1} A'^{\mathrm{T}}_m A_m. \tag{12}$$

Подобным осреднением при необходимости оценивается векторная часть нормированного кватерниона, характеризующего взаимную ориентацию базисов **E** и **F**. При реализации формулы (12) с использованием показаний звездных датчиков, полученных в процессе моделирования охарактеризованных выше съемок участков B и C с параметром $L = 10,$ взаимная ориентация базисов **E** и **F** определялась с точностью порядка $1''$.

Подставив оценку (12) в (11), найдем «дубликат» матрицы A_m, пригодный для использования в (4), но отличающийся от показаний первого звездного датчика возмущающим влиянием иной реализации случайных ошибок $\boldsymbol{\beta}_{vE}$. Для получения уточняющего эффекта учтем в (4) среднее арифметическое значений A_m, полученных синхронно с помощью доступных показаний всех находящихся на борту звездных датчиков.

Пробное моделирование такого подхода выполнялось применительно к конфигурации, включавшей три звездных датчика, при $a = 20$ км, $L = 2$ или $L = 10$. Второй звездный датчик был повернут относительно первого вокруг оси 1 на 20°, а третий — на 40°. На фоне совместного влияния всех названных выше возмущающих факторов повышение точности юстировки по сравнению с комплексом, включающим один звездный датчик, составляло $1 - 2''$. В ситуации, когда исключались все возмущения, кроме случайных ошибок звездных датчиков, точность юстировки повышалась в среднем на 30 %.

Использование дополнительных звездных датчиков весьма эффективно для повышения точности полетной юстировки без данных GPS с помощью алгоритма (10). При моделировании этого алгоритма с наблюдением участков B, C и имитацией показаний второго звездного датчика, повернутого относительно первого на 40° вокруг оси 1, при $L = 10, d = 400$ км и $a = 20$ км получены характеристики остаточной точности $\sigma_{\theta 1} = 3{,}5'', \sigma_{\theta 2} = 22{,}9'', \sigma_{\theta 3} = 15{,}1'', \|\boldsymbol{\sigma}_\theta\| = 27{,}7''$. В аналогичной серии при $a = 40$ км имели место остаточные ошибки $\sigma_{\theta 1} = 2{,}5''$, $\sigma_{\theta 2} = 16{,}1''$, $\sigma_{\theta 3} = 10{,}1''$, $\|\boldsymbol{\sigma}_\theta\| = 19{,}2''$.

Заключение

Полученные результаты уточняют практически важные особенности представленного в работе [1] алгоритма полетной юстировки камеры и звездного датчика, не отмеченные в указанной работе. В частности, установлено следующее:

- во избежание больших ошибок оценивания взаимной ориентации камеры и звездного датчика не следует выбирать неизвестные ориентиры на трассе полета или вблизи нее;
- для уменьшения ошибок полетной юстировки целесообразно, чтобы угол между линиями визирования ориентиров в формируемых стереопарах был достаточно велик;
- точность рассмотренного алгоритма полетной юстировки весьма чувствительна к ошибкам позиционирования КА и малочувствительна к ошибкам задания фокусного расстояния;

• способ привязки ориентиров в земном базисе после юстировки, основанный на уравнениях (9), по-видимому, более точен, чем алгоритм, предложенный для этой цели в [1].

О.І. Ткаченко

ДО ЗАДАЧІ ПОЛЬОТНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО КАЛІБРУВАННЯ ЗА НЕВІДОМИМИ НАЗЕМНИМИ ОРІЄНТИРАМИ

Робота ініційована публікацією запропонованого Д.В. Лебедєвим методу польотного геометричного калібрування бортового оптико-електронного комплексу космічного апарата за спостереженнями невідомих наземних орієнтирів. Досліджено несприятливий вплив збурюючих факторів на точність визначення взаємної орієнтації знімальної камери і зоряного датчика в корпусі космічного апарата за знімками згаданих орієнтирів. Вказано засоби, що дозволяють послабити цей вплив.

A.I. Tkachenko

TO THE PROBLEM OF IN-FLIGHT GEOMETRIC CALIBRATION WITH USE OF UNKNOWN LANDMARKS

The article is initiated by publication of proposed by D.V. Lebedev method of in-flight geometric calibration of the spacecraft’s onboard optical-electronic complex with observations of unknown landmarks. Unfavourable influence of disturbing factors on an accuracy of determination of imaging camera and star tracker mutual attitude in a spacecraft's case with use of above-mentioned landmarks is investigated. Means for reduction of this influence are proposed.

1. *Лебедев Д.В.* Полетная геометрическая калибровка оптико-электронной аппаратуры космического аппарата наблюдения Земли по неизвестным ориентирам // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 114 — 125.
2. *In-flight* geometric calibration — an experience with Cartosat-1 and Cartosat-2 / T.P. Srinivasan, B. Islam, S.K. Singh, B.G. Krishna, P.K. Srivastava // The Internat. Archives of the Photogrammetry, Remote Control and Spatial Information Sciences. 37 P. B1. — Beijing, 2008. — **37**. — P. 83–88. — http://www.isprs.org/proceedings/XXXVII/congress/1_pdf/14.pdf.
3. *Сомов Е.И., Бутырин С.А.* Полетная геометрическая идентификация и калибровка космического телескопа и системы звездных датчиков // Тр. VIII Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO’09. — М., 2009. — С. 26–30.
4. *Сомов Е.И., Бутырин С.А.* Технология обработки сопровождающей измерительной информации для высокоточной координатной привязки космических снимков // Изв. Самарского научного центра РАН. — 2009. — **11**, № 5. — С. 151–163.
5. *Никитин А.В., Дунаев Б.С., Кондратьева Т.В., Полянский И.В.* Полетная и наземная геометрическая калибровка многозональных сканирующих устройств МСУ-100 и МСУ-50 // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. — 2011. — **8**, № 2. — С. 289–302.
6. *Пятак И.А.* Выбор принципов географической привязки измерений // Исследование океана дистанционными методами. — Севастополь: МГИ, 1981. — С. 37–44.
7. *Пятак И.А.* Выбор принципов координатной привязки космических снимков // Космическая техника. Ракетное вооружение. — 2010. — Вып. 2. — С. 100–107.
8. *Литлвуд Дж.* Математическая смесь — М. : Наука. — 1978. — 144 с.
9. *Лобанов А.Н.* Фотограмметрия. — М. : Недра. — 1984. — 552 с.
10. *Potapenko Ye.M.* Simplified linear-system restorability and controllability criteria and their application in robotics // J. of Automation and Information Sciences. — 1996. — **27**, N 5&6. — P. 146–151.
11. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Параметрическая юстировка комплекса «камера и звездный датчик», установленного на низкоорбитальном космическом аппарате // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2012. — № 2. — С. 153–165.
12. *Характеристики* БОКЗ. — http://www.iki.rssi.ru/ofo/bokz_spec.html.

Получено 17.10.2013