

УДК 519.872:621.394.74

А.З. Меликов, Л.А. Пономаренко, Х.Н. Кулиева

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ С ЧИСТЫМИ ПОТЕРЯМИ И ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Введение

В классических моделях систем массового обслуживания (СМО), как правило, предполагается, что обслуженные вызовы окончательно покидают систему и в дальнейшем не влияют на ее работу, т.е. не учитывается эффект обратной связи с системой. Вместе с тем на практике вызовы, уже прошедшие стадию обслуживания, иногда могут требовать повторного обслуживания в зависимости, например, от качества обслуживания, времени пребывания в системе и т.д. Такие ситуации привычны в современных мультиагентных системах, где запросы, получившие удовлетворительное обслуживание, могут опять поступить на повторное обслуживание у этих агентов [1–3]. Еще одним примером могут быть телекоммуникационные системы, где при неудачной передаче некоторые сообщения повторяются.

Важно отметить, что, несмотря на возможность широкого применения, модели СМО с такого рода обратной связью в доступной литературе мало исследованы. В связи с этим достаточно сказать, что после классических работ Такача [4, 5] эти модели долгое время не привлекали внимание исследователей, и лишь недавно [6] они были рассмотрены при более общих предпосылках относительно видов функции распределения (ф.р.) входящего потока и времени обслуживания вызовов. Добавим, что в работах [4, 5] изучены модели одноканальных СМО с бесконечными очередями, а в работе [6] — с конечными.

Следует отметить, что модели СМО с обратной связью в некоторых случаях близки к моделям СМО с повторными вызовами, но вместе с тем, в отличие от последних, в моделях СМО с обратной связью орбит (источник повторных вызовов) образуется не вновь поступившими вызовами, а вызовами, которые уже получили обслуживание [4–6].

Кроме того, в моделях СМО с обратной связью возможны ситуации, когда орбит вообще не образуется. Так, например, в моделях СМО с обратной связью вызовы могут вернуться на повторное обслуживание мгновенно после получения первичного обслуживания (эти модели могут рассматриваться как предельный случай моделей с орбитами, в которых время пребывания вызовов в орбите асимптотически приближается к нулю). Отметим, что именно модели последнего типа были изучены в работе [6].

Данное исследование инициировано работой [6], где изучена модель одноканальной СМО с ограниченной очередью и обратной связью; при этом в

ней предполагается, что первичные (оригинальные) и повторные вызовы идентичны по времени их обработки. В указанной работе для расчета стационарного распределения соответствующего четырехмерного марковского процесса используется матрично-геометрический метод Ньютона [7]. Настоящая работа отличается от [6] как рассмотренными моделями, так и методом их исследования. Здесь, в отличие от [6], изучается многоканальная СМО с чистыми потерями, в которой первичные и повторные вызовы могут отличаться друг от друга временем занятия канала. Это допущение расширяет области приложения этих моделей. С другой стороны, в отличие от [6], в настоящей работе для приближенного расчета стационарного распределения соответствующего марковского процесса используется метод фазового укрупнения состояний многомерных цепей Маркова (ЦМ) [8]. Использование данного метода позволяет разработать эффективные вычислительные технологии для расчета характеристик изучаемой системы.

1. Описание модели СМО с обратной связью

Структурная схема изучаемой системы показана на рис. 1. На вход системы,

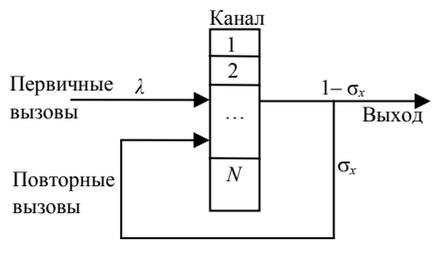


Рис. 1

содержащей $N > 1$ идентичных каналов, поступает пуассоновский поток первичных вызовов (p -вызовы) с интенсивностью λ . Времена обработки этих вызовов — это независимые и одинаково распределенные случайные величины. Предположим, что ф.р. указанных случайных величин для всех p -вызовов являются экспоненциальными с общим средним $1/\mu_p$.

По окончании процесса обработки p -вызов с вероятностью $\sigma(x)$ мгновенно требует повторной обработки, при этом эта вероятность зависит от состояния x некоторой случайной среды, $x \in X$, где X — множество возможных состояний случайной среды; с дополнительной вероятностью $1 - \sigma(x)$ p -вызов окончательно покидает систему. При этом предполагается, что $\sigma(x) > 0$ хотя бы для одного x , $x \in X$.

Здесь рассматриваются три схемы определения состояния случайной среды: 1) числом p -вызовов в каналах, при этом учитывается и p -вызов, закончивший обслуживание; 2) числом повторных вызовов (r -вызовов) в каналах; 3) суммарным числом p - и r -вызовов в каналах, при этом учитывается и закончивший только что обслуживание p -вызов. В схемах 1 и 3 множество возможных состояний случайной среды $X = \{1, 2, \dots, N\}$, а в схеме 2 — $X = \{0, 1, 2, \dots, N\}$.

Времена обработки повторных вызовов также являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами. При этом ф.р. этих случайных величин для всех r -вызовов являются экспоненциальными с общим средним $1/\mu_r$. Предполагается, что $\mu_p \neq \mu_r$.

Проблема состоит в определении характеристик рассматриваемой модели при всех трех схемах определения состояния случайной среды. При этом основными характеристиками системы являются вероятности потери первичных вызовов (P_p), а также среднее число первичных (N_p) и повторных (N_r) вызовов в каналах.

2. Метод расчета

Состояние этой системы в произвольный момент времени определяется двумерным вектором (n_p, n_r) , где n_p (n_r) — число p -вызовов (r -вызовов) в каналах. Множество возможных состояний системы, т.е. фазовое пространство состояний (ФПС) задается так:

$$S = \{(n_p, n_r) : n_p, n_r = 0, 1, \dots, N; n_p + n_r \leq N\}. \quad (1)$$

Исходя из вида функций распределения случайных величин, участвующих в формировании модели, получаем, что математическими моделями изучаемой СМО при всех трех схемах определения случайной среды являются двумерные цепи Маркова. Вместе с тем инфинитезимальные матрицы (Q -матрицы) этих цепей отличаются друг от друга. Поэтому рассмотрим эти схемы в отдельности.

Схема 1. Интенсивность перехода из состояния (n_p, n_r) в состояние (n'_p, n'_r) обозначим $q((n_p, n_r), (n'_p, n'_r))$. В этой схеме указанные параметры определяются так (рис. 2):

$$q((n_p, n_r), (n'_p, n'_r)) = \begin{cases} \lambda, & \text{если } n'_p = n_p + 1, n'_r = n_r, \\ n_p \mu_p \sigma(n_p), & \text{если } n'_p = n_p - 1, n'_r = n_r + 1, \\ n_p \mu_p (1 - \sigma(n_p)), & \text{если } n'_p = n_p - 1, n'_r = n_r, \\ n_r \mu_r, & \text{если } n'_p = n_p, n'_r = n_r - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

Пусть $p(n_p, n_r)$ — стационарная вероятность состояния $(n_p, n_r) \in S$. Существование стационарного режима следует из свойства неприводимости изучаемой конечномерной цепи Маркова (рис. 2).

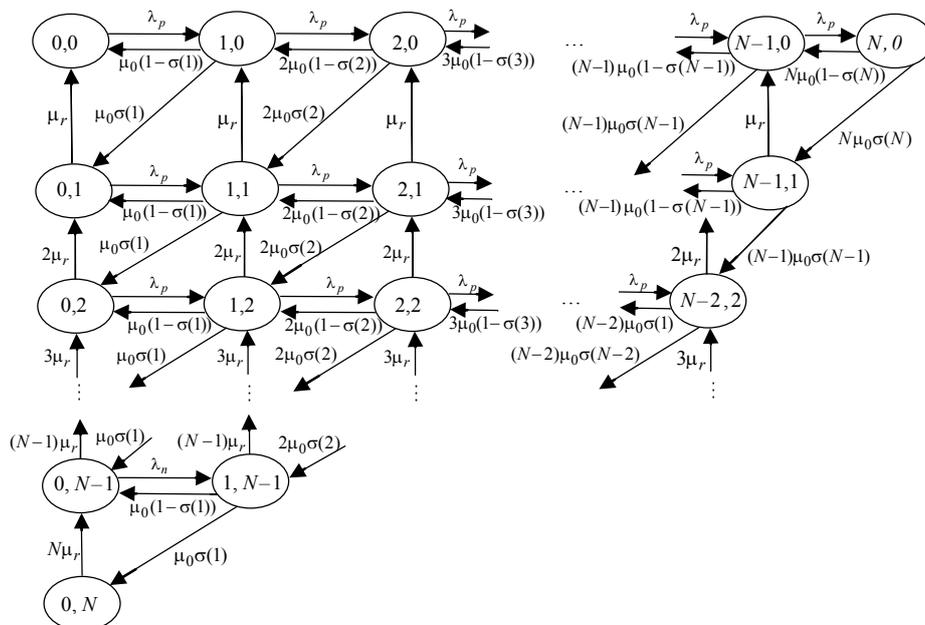


Рис. 2

Вероятности состояний удовлетворяют следующей системе уравнений равновесия (СУР), составленной на основе соотношений (2):

$$p(n_p, n_r)(\lambda I(n_p + n_r < N) + n_p \mu_p + n_r \mu_r) = \lambda p(n_p - 1, n_r) I(n_p > 0) + \\ + (n_p + 1) \mu_p I(n_p + n_r < N) \times ((1 - \sigma(n_p + 1)) p(n_p + 1, n_r) + \\ + \sigma(n_p + 1) p(n_p + 1, n_r - 1) I(n_r > 0)) + (n_r + 1) \mu_r p(n_p, n_r + 1) I(n_p + n_r < N), \quad (3)$$

где $I(A)$ — индикаторная функция события A .

Уравнение нормировки имеет следующий вид:

$$\sum_{(n_p, n_r) \in S} p(n_p, n_r) = 1. \quad (4)$$

После решения СУР характеристики изучаемой системы определяются как маргинальные распределения данной двумерной ЦМ. Так, поскольку p -вызовы теряются, если в моменты их поступления все каналы системы заняты, то вероятность потери вызовов данного типа определяется так:

$$P_p = \sum_{(n_p, n_r) \in S_d} p(n_p, n_r), \quad (5)$$

где $S_d = \{(n_p, n_r) \in S : n_p + n_r = N\}$ — множество диагональных состояний ФПС (1) (рис. 2).

Среднее число разнотипных вызовов определяется так:

$$N_x = \sum_{k=1}^N k \xi_x(k), \quad (6)$$

где $\xi_x(k) = \sum_{(n_p, n_r) \in S} p(n_p, n_r) \delta(n_x, k)$, $x \in \{p, r\}$, $\delta(i, j)$ — символы Кронекера.

Относительно метода решения СУР (3), (4) отметим, что, к сожалению, не удастся найти ее аналитическое решение или разработать эффективный рекурсивный алгоритм. Поэтому для ее решения необходимо использовать численные методы линейной алгебры. (Заметим, что для решения подобных СУР наиболее часто применяется метод Гаусса–Зейделя.) Вместе с тем при определенных соотношениях нагрузочных параметров модели можно использовать испытанный метод приближенного расчета стационарного распределения двумерных цепей Маркова [8]. Преимущество применения последнего метода заключается в том, что он позволяет разработать простые вычислительные процедуры для расчета искомых характеристик модели, так как они используют явные формулы, которые включают в себя стандартные функции.

Указанный метод имеет высокую точность для моделей, в которых интенсивность первичных вызовов существенно превышает интенсивность обработки повторных вызовов. Иными словами, ниже предполагается, что $\lambda \gg N \mu_r$.

Важно отметить, что это допущение требуется лишь для корректности промежуточных преобразований, так как конечные результаты прямо не зависят от конкретных значений этих параметров и определяются с помощью нагрузки p -вызовов (т.е. $\nu_p = \lambda / \mu_p$) и соотношения интенсивностей первичных и повторных вызовов (т.е. μ_p / μ_r).

Используя указанное допущение, получаем, что интенсивности переходов между состояниями внутри строк в диаграмме переходов модели намного превышают интенсивности переходов между состояниями из разных строк (рис. 2). Тогда можно рассматривать следующее расщепление ФПС (1):

$$S = \bigcup_{i=0}^N S_i, S_i \cap S_j = \emptyset, \text{ если } i \neq j, \quad (7)$$

где $S_i = \{(n_p, n_r) \in S : n_r = i\}$. Иными словами, рассматривается расщепление диаграммы переходов по строкам (рис. 2).

Далее на основе расщепления (7) в ФПС (1) определяется следующая функция укрупнения:

$$U((n_p, n_r)) = \langle i \rangle, \text{ если } (n_p, n_r) \in S_i, \quad (8)$$

Здесь $\langle i \rangle$ является укрупненным состоянием, которое включает в себя все состояния из класса S_i . Обозначим $\Omega = \{\langle i \rangle : i = 0, 1, \dots, N\}$.

Используя алгоритм приближенного расчета стационарного распределения двумерных цепей Маркова [8], получаем, что вероятности состояний исходной модели определяются следующим образом:

$$p(n_p, n_r) \approx \rho_{n_r}(n_p) \pi(\langle n_r \rangle), \quad (9)$$

где $\rho_{n_r}(n_p)$ — вероятность состояния (n_p, n_r) внутри расщепленной модели с пространством состояний S_{n_r} , а $\pi(\langle n_r \rangle)$ — вероятность укрупненного состояния $\langle n_r \rangle \in \Omega$.

Замечание 1. Поскольку класс состояний S_N содержит лишь одно состояние $(0, N)$, ниже принимается, что $\rho_N(0) = 1$.

Из расщепления (7) видно, что во всех состояниях внутри расщепленной модели с ФПС S_i вторая компонента является постоянной и равной i , $i = 0, 1, \dots, N-1$; иными словами, состояния из ФПС S_i определяются лишь одной (первой) компонентой. Поэтому далее для удобства изложения при изучении расщепленной модели с ФПС S_i ее состояние (k, i) просто обозначается k , $k = 0, 1, \dots, N-i$.

Из соотношений (2) получаем, что интенсивности переходов между состояниями внутри указанной расщепленной модели, обозначаемые $q_i(k, k')$, определяются так:

$$q_i(k, k') = \begin{cases} \lambda, & \text{если } k' = k + 1, \\ k \mu_p (1 - \sigma(k)), & \text{если } k' = k - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (10)$$

Далее из соотношений (10) получаем, что вероятности состояний внутри расщепленной модели с ФПС S_i , $i = 0, 1, \dots, N-1$, вычисляются как вероятности состояний одномерного процесса размножения и гибели, т.е.

$$\rho_i(k) = \frac{v_p^k}{k!} \left(\prod_{j=1}^k (1 - \sigma(j)) \right)^{-1} \rho_i(0), \quad k = 1, \dots, N-i, \quad (11)$$

где $\rho_i(0)$ находится из условия нормировки, т.е. $\sum_{k=0}^{N-i} \rho_i(k) = 1$.

Интенсивность перехода из укрупненного состояния $\langle i \rangle$ в укрупненное состояние $\langle j \rangle$ обозначим $q(\langle i \rangle, \langle j \rangle)$, $\langle i \rangle, \langle j \rangle \in \Omega$. Эти величины определяются так:

$$q(\langle i \rangle, \langle j \rangle) = \sum_{\substack{(k, i) \in S_i \\ (l, j) \in S_j}} q((k, i), (l, j)) \rho_i(k). \quad (12)$$

Тогда с учетом (2), (11) и (12) после определенных математических преобразований получаем

$$q(\langle i \rangle, \langle j \rangle) = \begin{cases} \mu_p \alpha(i), & \text{если } j = i + 1, \\ i \mu_r, & \text{если } j = i - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (13)$$

где $\alpha(i) = \sum_{k=1}^{N-i} k \sigma(k) \rho_i(k)$, $i = 0, 1, \dots, N-1$.

Из соотношений (13) видно, что вероятности укрупненных состояний $\pi(\langle i \rangle)$, $\langle i \rangle \in \Omega$, вычисляются как вероятности состояний одномерного процесса размножения и гибели, т.е.

$$\pi(\langle i \rangle) = \frac{(\mu_p / \mu_r)^i}{i!} \prod_{j=0}^{i-1} \alpha(j) \pi(\langle 0 \rangle), \quad i = 1, \dots, N, \quad (14)$$

где $\pi(\langle 0 \rangle)$ находится из условия нормировки, т.е. $\sum_{i=0}^N \pi(\langle i \rangle) = 1$.

Тогда, с учетом соотношений (11)–(14), получаем следующие приближенные формулы расчета искомых характеристик (5), (6) исследуемой системы:

$$P_p \approx \sum_{i=0}^N \rho_i (N-i) \pi(\langle i \rangle); \quad (15)$$

$$N_p \approx \sum_{i=1}^N i \sum_{j=0}^{N-i} \rho_j(i) \pi(\langle i \rangle); \quad (16)$$

$$N_r \approx \sum_{i=1}^N i \pi(\langle i \rangle). \quad (17)$$

Следовательно, использование предложенного приближенного метода позволяет разработать простые вычислительные процедуры расчета требуемых характеристик системы.

Схема 2. Теперь предположим, что состояние среды определяется числом r -вызовов в каналах. Пространство состояний модели при данной схеме также находится с помощью (1). Интенсивности переходов между состояниями определяются аналогично соотношениям (2), но при этом во второй и третьей строках в правой части указанной формулы параметры $\sigma(n_p)$ заменяются на $\sigma(n_r)$.

Соответствующие изменения необходимо внести в СУР (3). Характеристики модели в данной схеме определяются также из (5), (6).

Замечание 2. Из-за ограниченного объема работы здесь и далее не приводятся диаграммы переходов между состояниями модели при использовании различных схем определения случайной среды. Также в дальнейшем в целях упрощения изложения при различных схемах определения случайной среды

применяются одинаковые обозначения для ФПС, стационарных вероятностей состояний и характеристик модели. Однако из контекста будет ясно, о каких именно схемах идет речь.

Как и в случае схемы 1, здесь также не удастся найти аналитическое решение соответствующей СУР или разработать эффективный рекурсивный алгоритм для ее решения. Поэтому целесообразен описанный выше приближенный метод.

Поскольку ранее этот метод описан достаточно подробно, ниже приводятся лишь основные этапы алгоритма получения необходимых формул расчета искомых характеристик модели.

Как и выше, рассматривается расщепление (7) ФПС модели и соответствующая функция укрупнения (8).

В данной схеме интенсивности переходов между состояниями внутри расщепленной модели с ФПС $S_i, i = 0, 1, \dots, N - 1$, определяются так:

$$q_i(k, k') = \begin{cases} \lambda, & \text{если } k' = k + 1, \\ k\mu_p(1 - \sigma(i)), & \text{если } k' = k - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (18)$$

Следовательно, из соотношений (18) получаем, что вероятности состояний внутри расщепленной модели с ФПС $S_i, i = 0, 1, \dots, N - 1$, вычисляются так:

$$\rho_i(k) = \frac{1}{k!} \left(\frac{\nu_p}{1 - \sigma(i)} \right)^k \rho_i(0), \quad k = 1, \dots, N - i, \quad (19)$$

где $\rho_i(0)$ находится из условия нормировки.

Тогда с учетом (2), (12) и (19) после определенных математических преобразований получаем, что интенсивности переходов между состояниями укрупненной модели определяются следующим образом:

$$q(\langle i \rangle, \langle j \rangle) = \begin{cases} \mu_p \beta(i), & \text{если } j = i + 1, \\ i\mu_r, & \text{если } j = i - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (20)$$

где $\beta(i) = \sigma(i) \sum_{k=1}^{N-i} k\rho_i(k), i = 0, 1, \dots, N - 1$.

Из соотношений (20) видно, что вероятности укрупненных состояний $\pi(\langle i \rangle), \langle i \rangle \in \Omega$, вычисляются так:

$$\pi(\langle i \rangle) = \frac{(\mu_p / \mu_r)^i}{i!} \prod_{j=0}^{i-1} \beta(j) \pi(\langle 0 \rangle), \quad i = 1, \dots, N, \quad (21)$$

где $\pi(\langle 0 \rangle)$ находится из условия нормировки.

Далее, с учетом соотношений (19) и (21), из (15)–(17) находятся приближенные формулы расчета искомых характеристик (5), (6) исследуемой системы при использовании схемы 2.

Схема 3. С помощью этой схемы исследуем случай, когда состояние среды определяется суммарным числом первичных и повторных вызовов в каналах. Пространство состояний модели при данной схеме также определяется с помощью (1), а для определения интенсивностей переходов между состояниями необходимо

во второй и третьей строках в правой части формулы (2) параметры $\sigma(n_p)$ заменить на $\sigma(n_p + n_r)$. Соответствующие изменения вносятся в СУР (3). Характеристики модели в данной схеме определяются аналогично (5), (6).

Как и в случае предыдущих схем, здесь также не удастся найти аналитическое решение соответствующей СУР или разработать эффективный рекурсивный алгоритм для ее решения. Приближенный метод расчета стационарного распределения исходной двумерной ЦМ содержит следующие этапы.

Интенсивности переходов между состояниями внутри расщепленной модели с ФПС $S_i, i = 0, 1, \dots, N-1$, определяются так:

$$q_i(k, k') = \begin{cases} \lambda, & \text{если } k' = k + 1, \\ k\mu_p 1 - \sigma(k + i), & \text{если } k' = k - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (22)$$

Из соотношений (22) находятся вероятности состояний внутри расщепленной модели с ФПС $S_i, i = 0, 1, \dots, N-1$,

$$\rho_i(k) = \frac{\nu_p^k}{k!} \left(\prod_{j=i+1}^{i+k} (1 - \sigma(j)) \right)^{-1} \rho_i(0), \quad k = 1, \dots, N - i, \quad (23)$$

где $\rho_i(0)$ находится из условия нормировки.

С учетом (2), (12) и (23) определяются интенсивности переходов между состояниями укрупненной модели:

$$q(\langle i \rangle, \langle j \rangle) = \begin{cases} \mu_p \gamma(i), & \text{если } j = i + 1, \\ i\mu_r, & \text{если } j = i - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (24)$$

где $\gamma(i) = \sum_{k=i+1}^N (k-i)\sigma(k)\rho_i(k-i), i = 0, 1, \dots, N-1$.

Из соотношений (24) видно, что вероятности укрупненных состояний $\pi(\langle i \rangle), \langle i \rangle \in \Omega$, вычисляются так:

$$\pi(\langle i \rangle) = \frac{(\mu_p / \mu_r)^i}{i!} \prod_{j=0}^{i-1} \gamma(j)\pi(\langle 0 \rangle), \quad i = 1, \dots, N, \quad (25)$$

для $\pi(\langle 0 \rangle)$ находится из условия нормировки.

Далее, с учетом соотношений (23) и (25), из (15)–(17) находятся приближенные формулы расчета искомых характеристик (5), (6) исследуемой системы при использовании схемы 3.

3. Численные результаты

Разработанные точные и приближенные методы позволяют изучить поведение характеристик системы относительно изменения как структурных, так и нагрузочных параметров модели. Численные эксперименты могут быть выполнены для каждой схемы случайной среды в отдельности.

Вместе с тем, с учетом ограничений объема статьи, здесь приводится лишь сравнительный анализ характеристик системы при использовании различных схем определения случайной среды. При этом рассматриваются два варианта определения вероятностей возвращения вызовов в каналы: 1) $\sigma(x) = \frac{x+1}{x+2}$;

2) $\sigma(x) = \frac{1}{x+2}$. Иными словами, в первом варианте предполагается, что вероятность возвращения в каналы является возрастающей функцией, а во втором варианте — убывающей функцией относительно аргумента x .

Во всех экспериментах принимается, что $\lambda=10$ вызовов/секунду (в/с), $\mu_p = 2$ в/с, $\mu_r = 1$ в/с.

На рис. 3, а–в показаны зависимости характеристик системы относительно изменения числа каналов при первом варианте изменения состояний случайной среды. Из этих графиков видно, что все характеристики системы, особенно вероятности потери первичных вызовов, оказываются существенно меньшими, если используется схема 2 для возвращения первичных вызовов. При схемах 1 и 3 получаются почти одинаковые результаты для числа разнотипных вызовов в системе; вместе с тем для характеристики P_p предпочтительнее схема 1. При использовании схем 1 и 3 каналы системы оказываются почти полностью оккупированными вызовами, что приводит к очень высокой вероятности потери первичных вызовов.

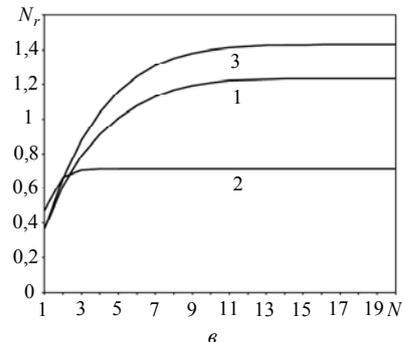
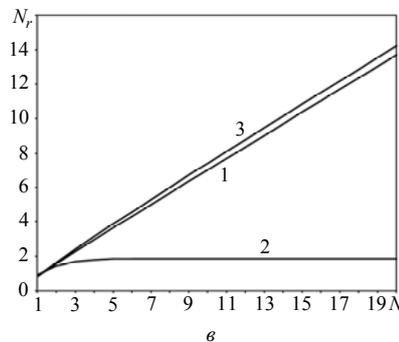
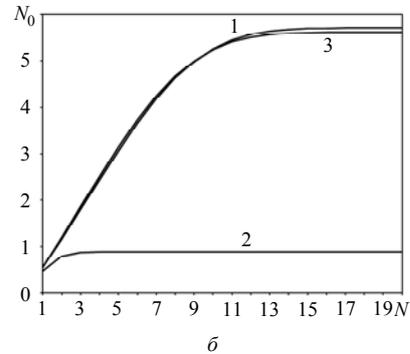
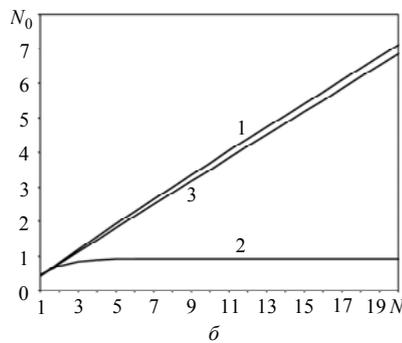
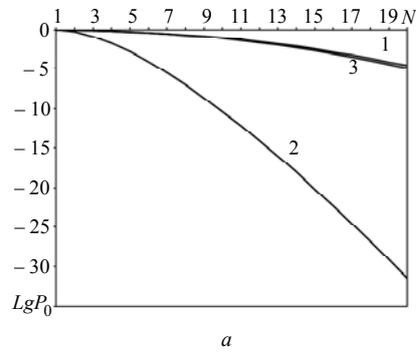
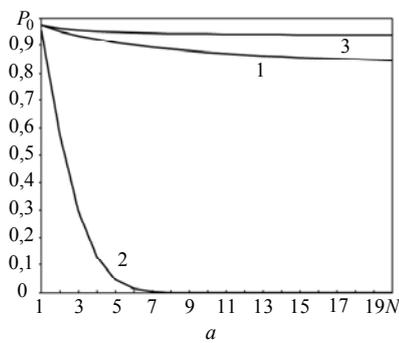


Рис. 3

Рис. 4

На рис. 4, *a–e* показаны зависимости характеристик системы относительно изменения числа каналов при втором варианте изменения состояний случайной среды. Из этих графиков видно, что, как и в первом варианте, все характеристики системы, особенно вероятности потери первичных вызовов, оказываются существенно меньшими, если используется схема 2 для возвращения первичных вызовов. При схемах 1 и 3 получаются почти одинаковые результаты для числа первичных вызовов в системе; вместе с тем для характеристики N_p более предпочтительной оказывается схема 3. В отличие от первого варианта, во втором во всех схемах каналы системы мало загружены, что приводит к достаточно низкой вероятности потери первичных вызовов.

Следовательно, результаты численных экспериментов показывают, что для удовлетворения заданного уровня качества обслуживания в СМО с обратной связью необходимо не только выбирать схему возвращения первичных вызовов, но и определять соответствующую закономерность их возвращения.

Заключение

В работе предложена новая математическая модель многоканальной СМО с обратной связью, при этом связь проявляется мгновенным возвращением части вызовов для получения повторного обслуживания. Изучены три схемы поведения случайной среды, которые определяют процедуры возвращения уже обслуженных вызовов. Разработаны точный и приближенный методы расчета характеристик предложенной модели. Точный метод основан на использовании системы уравнений равновесия для вероятностей состояний, а приближенный метод использует принципы фазового укрупнения двумерных цепей Маркова. Разработанные алгоритмы позволяют определить характеристики системы при различных схемах поведения случайной среды.

А.З. Меліков, Л.А. Пономаренко, Х.Н. Кулієва

РОЗРАХУНОК ХАРАКТЕРИСТИК БАГАТОКАНАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ОБСЛУГОВУВАННЯ ІЗ ЧИСТИМИ ВТРАТАМИ ТА ЗВОРОТНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

Запропоновано математичну модель багатоканальної системи масового обслуговування зі зворотним зв'язком, який характеризується миттєвим поверненням частини викликів для отримання повторного обслуговування. Вивчено три схеми повернення вже обслугованих викликів. У першій схемі ймовірність повернення залежить від кількості первинних викликів у каналах, у другій — від кількості повторних викликів у каналах, а в третій — від сумарної кількості первинних і повторних викликів у каналах. Розроблено точний і наближений методи розрахунку характеристик запропонованої моделі. Точний метод ґрунтується на використанні системи рівнянь рівноваги для ймовірностей станів системи, а наближений метод — на принципах фазового укрупнення двовимірних ланцюгів Маркова. Наведено результати числових експериментів.

CALCULATION OF THE CHARACTERISTICS OF THE MULTICHANNEL QUEUEING SYSTEM WITH PURE LOSSES AND FEEDBACK

A mathematical model of the multichannel queueing system with pure losses and feedback is proposed. Here feedback is characterized by instant returning a part of calls to get a repeated service. Three schemes of returning calls, which have already been serviced, are studied. In the first scheme probability of returning depends on a number of primary calls in channels; in the second scheme, this probability depends on the number of repeated calls in channels; in the third scheme, this probability depends on the total number of calls in channels. Both exact and approximate methods to calculate characteristics of the system are developed. Exact method is based on the system of balance equations for the probabilities of system states while approximate method uses the principles of space merging of two dimensional Markov chains. Results of numerical experiments are given.

1. *Queueing* model of a single-level single-mediator with cooperation of the agents / M.H. Lee, A. Birukou, A. Dudin, V. Klimenok, O. Kostyukova, C-H. Choe // In «Agent and Multi-Agent Systems: Technology and Applications» (Nguyen N.T. Ed). — Springer, 2007. — P. 447–455.
2. *Reliable* MAS performance prediction using queueing models / N. Gnanasambandam, S. Lee, N. Gautam, S.R.T. Kumara, W. Peng, V. Manikonda, M. Brinn, M. Greaves // IEEE 1st Symposium on Multi-Agent Security and Survivability. — 2004. — P. 55–64.
3. *Gnanasambandam N., Lee S., Kumara S.R.T.* An autonomous performance control framework for distributed multi-agent systems: A queueing theory based approach // AAMAS'05, July 25-29, 2005, Utrecht, Netherlands. — P. 1313–1314.
4. *Takacs L.* A single-server queue with feedback // Bell System Technical Journal. — 1963. — **42**. — P. 505–519.
5. *Takacs L.* A queueing model with feedback // Operations Research. — 1977. — **11**, N 4. — P. 345–354.
6. *The queueing* model MAP/PH/1/N with feedback operating in a Markovian random environment / A.N. Dudin, A.V. Kazimirsky, V.I. Klimenok, L. Breuer, U. Krieger // Austrian Journal of Statistics. — 2005. — **34**, N 2. — P. 101–110.
7. *Neuts M.F.* Matrix-geometric solutions in stochastic models: An algorithmic approach. — Baltimore : John Hopkins University Press, 1981. — 332 p.
8. *Melikov A., Ponomarenko L.* Multidimensional queueing models in telecommunication networks. — Heidelberg; Dortrecht; London; New York : Springer, 2014. — 202 p.

Получено 20.10. 2014