

АЛГОРИТМЫ СОГЛАСОВАНИЯ ОРИЕНТАЦИИ ЗВЕЗДНОГО ДАТЧИКА И КАМЕРЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Введение

После выхода космического аппарата (КА), предназначенного для съемки поверхности Земли, на околоземную орбиту обычно имеет место неопределенность взаимного углового положения бортовой съемочной камеры и звездного датчика в корпусе объекта. Эта неопределенность, даже незначительная, ограничивает точность воспроизведения ориентации камеры по показаниям звездного датчика в момент экспонирования. Проблема оценки указанной неопределенности в целях ее учета при обработке и координатной привязке получаемых снимков весьма остра.

Процедуру уточнения ориентации камеры относительно звездного датчика по наблюдениям, выполненным на орбите, далее именуем полетной юстировкой для отличия от более широкого комплекса операций по конкретизации характеристик оптико-электронной аппаратуры КА — полетной геометрической калибровки [1–5]. Близкое по смыслу употребление термина «юстировка» характерно для задач подобного рода [6, 7]. Далее рассматривается полетная юстировка по известным наземным ориентирам.

Цель работы — обоснование и исследование формул обработки информации при полетной юстировке, которые представляются оригинальными, достаточно точными и экономичными в части необходимых вычислений и затрат на подготовку ориентиров. Эти формулы должны сочетаться с такими элементами методики полетной юстировки, как организация процесса съемки и управление ориентацией объекта при наведении линии визирования камеры на ориентиры.

1. Постановка задачи

В точке O низкоорбитального КА установлены камера, звездный датчик и аппаратура потребителя системы позиционирования типа GPS. В моменты орбитального движения t_i ($i = 1, \dots, N_i$), предусмотренные программой съемок, камера выполняет снимки участка земной поверхности с визуально контрастными ориентирами в количестве N_L . Местоположение ориентиров задано в правом ортонормированном геоцентрическом координатном базисе \mathbf{J} , связанном с вращающейся Землей. Выбор базиса \mathbf{J} не конкретизируем, пока в этом нет необходимости. При $t = t_i$ участок с ориентирами может находиться на трассе полета КА или в стороне от нее, в окрестности подспутниковой точки, впереди либо позади по курсу. Координаты ориентиров на снимке оцифровываются и запоминаются.

Свяжем с камерой правый ортонормированный базис \mathbf{K} с началом в центре проекции камеры и базисными осями x, y, z , направив ось z по оптической оси камеры в сторону, противоположную объекту съемки. При этом оптическая ось звездного датчика — ось 3 — связанного с ним ортонормированного базиса $\mathbf{E}(123)$ направлена в сторону звездного неба. В момент t_i звездный датчик определяет ориентацию трехгранника 123 относительно геоцентрического инерциального

© А.И. ТКАЧЕНКО, 2015

ортонормированного базиса \mathbf{I} . Пусть O_i — положение точки O в момент t_i . Координаты точки O_i в базисе \mathbf{I} находятся по данным GPS. Ориентация «земного» базиса \mathbf{J} относительно \mathbf{I} при $t = t_i$ известна, ориентация же камеры (базиса \mathbf{K}) относительно базиса \mathbf{E} задана с точностью порядка 10 угл. мин.

Необходимо сформулировать алгоритмы и методику обработки перечисленных выше данных для уточнения неизменной взаимной ориентации базисов \mathbf{K} и \mathbf{E} до уровня остаточной неопределенности 10–20 угл. с.

Для уменьшения усилий и затрат при обеспечении полетной юстировки с заданной точностью желательно обойтись возможно меньшим числом используемых ориентиров и (или) возможно меньшим количеством снимков.

Далее представления физических векторов в одном из введенных базисов отмечаем соответствующим нижним индексом. Так, преобразование произвольного трехмерного вектора \mathbf{r} из базиса камеры \mathbf{K} в базис звездного датчика \mathbf{E} определим выражением $\mathbf{r}_E = \mathbf{Q}\mathbf{r}_K$, где $\mathbf{Q} = \text{const}$ — (3×3) -матрица направляющих косинусов, задающая упомянутое преобразование. Вместо \mathbf{Q} при $t = t_i$ известна ортогональная матрица $\mathbf{Q}^* \approx [E_3 + \Phi(\boldsymbol{\theta}_E)]\mathbf{Q}$, где $\boldsymbol{\theta}_E = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = \text{const}$ — вектор малого поворота, характеризующий отклонение доступного числового образа базиса \mathbf{E} от фактического положения этого базиса; $\Phi(\boldsymbol{\theta}_E)$ — кососимметрическая (3×3) -матрица, задающая операцию вида $(\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{r})_E = \Phi(\boldsymbol{\theta}_E)\mathbf{r}_E$, E_3 — единичная (3×3) -матрица. Индекс T означает транспонирование. Из сказанного выше $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ — величины порядка $10'$. Звездочкой отмечаем модельные (приближенно заданные или рассчитанные) значения параметров, в отличие от фактических невозмущенных и недоступных значений. Задача полетной юстировки сводится к получению достаточно точной оценки $\boldsymbol{\theta}_E^*$ вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ и подстановке ее в выражение для уточненной аппроксимации матрицы \mathbf{Q} :

$$\mathbf{Q}^{**} = [E_3 - \Phi(\boldsymbol{\theta}_E^*)]\mathbf{Q}^*. \quad (1)$$

Алгоритмы полетной юстировки строятся как решения задачи оценки состояния динамической системы при неполной информации. Уравнение состояния имеет вид $\dot{\boldsymbol{\theta}}_E = 0$. Уравнения измерений формируются на основании доступных снимков и показаний приборов неединственным образом, что и порождает разнообразие получаемых методов юстировки.

2. Юстировка на основе векторного согласования

Метод векторного согласования широко применяется в инерциальной навигации [8, 9]. Разновидность этого метода (решение задачи Wahba) использована применительно к задаче полетной геометрической калибровки в [4]. Применим для решения задачи полетной юстировки версию алгоритма векторного согласования, предпочтительную по отношению к приведенной в [10].

Пусть \mathbf{r}_{mJ} — заданный геоцентрический радиус-вектор m -го ориентира ($m = 1, \dots, N_L$); \mathbf{R}_{iJ} — геоцентрический радиус-вектор точки O_i , найденный по данным GPS; $\mathbf{R}_{iJ} = D_i \mathbf{R}_{iI}$, где D_i — вычисленная ортогональная матрица соответствующего преобразования в момент t_i .

Направление от точки O на m -й ориентир при $t = t_i$ определяется в базисе \mathbf{K} вектором $\mathbf{s}_{miK} = [x_{mi} \ y_{mi} - f]^T$, где x_{mi}, y_{mi} — координаты изображения

ориентира на чувствительной площадке камеры в базисе \mathbf{K} , f — фокусное расстояние камеры. Пусть \mathbf{e}_{miK} — единичный вектор упомянутого направления (первый индекс — номер ориентира, второй — номер снимка). Тогда $\mathbf{e}_{miJ} = D_i A_i Q \mathbf{e}_{miK}$, где A_i — матрица преобразования $\mathbf{r}_I = A \mathbf{r}_E$, поступившая от звездного датчика при $t = t_i$. Вместо \mathbf{e}_{miJ} доступен вычислению модельный вектор

$$\mathbf{e}_{miJ}^* = D_i A_i Q^* \mathbf{e}_{miK}^* \approx \mathbf{e}_{miJ} + G_{mi} \boldsymbol{\theta}_E, \quad G_{mi} = -D_i A_i \Phi(\mathbf{e}_{miE}^*), \quad (2)$$

где $\mathbf{e}_{miE}^* = Q^* \mathbf{e}_{iK}$. Другая оценка \mathbf{e}_{miJ}° вектора \mathbf{e}_{miJ} , не зависящая от $\boldsymbol{\theta}_E$, находится путем нормирования вектора $\mathbf{R}_{iJ} - \mathbf{r}_{mJ}$. В первом приближении относительно $\boldsymbol{\theta}_E$

$$\mathbf{e}_{miJ}^* - \mathbf{e}_{miJ}^\circ = G_{mi} \boldsymbol{\theta}_E. \quad (3)$$

Это уравнение измерений для рассматриваемого алгоритма полетной юстировки. Оценка $\boldsymbol{\theta}_E$ получается путем решения всех доступных уравнений (3) методом наименьших квадратов (МНК).

При моделировании этого и других алгоритмов полетной юстировки в целях проверки их точности предполагалось, что КА движется по слабоэллиптической околоземной орбите высотой около 670 км с наклоном 98° . Ориентиры в количестве $N_L = 5$, если не оговорено иное, находятся вблизи вершин и центра квадратного участка со стороной $a = 20$ км или $a = 40$ км и смещены относительно указанных вершин или центра на расстояния, равномерно распределенные в пределах $\pm 1,5$ км. Высота ориентира над шарообразной Землей — случайная величина, равномерно распределенная в пределах ± 50 м. В момент t_i система управления ориентацией КА приближенно наводит ось z на некоторую точку участка и все ориентиры оказываются в поле зрения камеры. Полагалось $Q = E_3$ (при $\boldsymbol{\theta} = 0$ базисы \mathbf{K} и \mathbf{E} совмещены). В качестве \mathbf{I} принят базис правой ортогональной геоцентрической инерциальной системы координат $\xi\eta\zeta$ с осью η , направленной по угловой скорости суточного вращения Земли, и осью ζ , ориентированной в точку весеннего равноденствия. За базис \mathbf{J} без ущерба для достоверности моделирования принималось фиксированное в теле Земли положение базиса \mathbf{I} в момент $t = t_1 - 40$ с (за 40 с до первого снимка).

Моделирование рассматриваемых алгоритмов полетной юстировки производилось как счет серии из 200 однотипных вариантов. В каждой серии для формирования всех случайных величин использовался генератор последовательности псевдослучайных чисел, инициированной в первом варианте серии и переходящей из варианта в вариант. В очередном варианте серии значения $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ вводились как нормально распределенные случайные величины с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением $10'$. Случайные ошибки считывания координат x_{mi}, y_{mi} имитировались отклонениями рассчитанной линии визирования ориентира от ее фактического положения на углы, равномерно распределенные в пределах $0,8''$. Случайные ошибки звездного датчика формировались в соответствии с [11] как нормально распределенные углы поворотов числового образа базиса \mathbf{E} вокруг осей 1, 2, 3 со среднеквадратическими отклонениями соответственно 5, 5, 12 угл. с. Ошибки GPS в определении координат вектора \mathbf{R}_{iI} — нормально распределенные случайные величины со средне-

квадратическими отклонениями 15 м. Модельные (приближенно заданные) координаты векторов \mathbf{r}_{mJ} отличались от истинных значений аддитивными нормально распределенными случайными ошибками позиционирования ориентиров со среднеквадратическим отклонением $\sigma_r = 1$ м.

По окончании счета варианта и коррекции по формуле (1) запомнилось остаточное значение θ_E , соответствующее представлению откорректированной матрицы $Q^{**} \approx [E_3 + \Phi(\theta_E)]Q$. По результатам всех вариантов серии вычислялись в угл. с величины $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}, \sigma_{\theta_3}$ — оценки среднеквадратических отклонений остаточных ошибок $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ — и обобщающая характеристика $\|\sigma_\theta\| = (\sigma_{\theta_1}^2 + \sigma_{\theta_2}^2 + \sigma_{\theta_3}^2)^{1/2}$. Значения этих характеристик, полученные в результате моделирования при $a = 20$ км или $a = 40$ км, представлены соответственно в табл. 1 и 2. В строках I этих таблиц показаны результаты обработки единственного снимка ($N_i = 1$) с использованием (3). Центр участка с ориентирами находился при $t = t_1$ вблизи подспутниковой точки. Близкие результаты получены в условиях, когда этот участок при $t = t_1$ смещен от подспутниковой точки на 500 км вперед и (или) на 400 км в сторону от трассы. Видно, как увеличение a повышает точность коррекции ошибки θ_3 и практически не сказывается на $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}$. В рассматриваемой ситуации направляющие векторы линий визирования \mathbf{e}_{miE} составляют узкий пучок и близки по направлению к оси 3. Если $\theta_E = [0 \ 0 \ \theta_3]^T$, то правые части всех уравнений (3) малы независимо от того, мала ли координата $\theta_3 \neq 0$, т.е. эта координата вообще слабо наблюдаема, причем ее наблюдаемость ухудшается при сужении пучка линий визирования ориентиров, доступных наблюдению.

При определенном выше соотношении характеристик основных возмущающих факторов наиболее неблагоприятны для точности юстировки случайные ошибки звездного датчика. Этот неблагоприятный эффект ослабляется использованием второго звездного датчика, в общем случае повернутого в корпусе КА относительно первого. Взаимная ориентация двух звездных датчиков определяется предварительно на орбите путем статистической обработки их синхронных показаний. В процессе юстировки показания второго звездного датчика при $t = t_i$ преобразуются в базис \mathbf{E} и осредняются с синхронными показаниями первого датчика. Полученная матрица используется вместо A_i в (2). Результаты применения такого приема при моделировании алгоритма (3) показаны в строках II табл. 1 и 2. Заметно существенное уменьшение показателя σ_{θ_3} по сравнению со строками I.

Таблица 1

Строка	σ_{θ_1}	σ_{θ_2}	σ_{θ_3}	$\ \sigma_\theta\ $
I	7,1	7,5	18,4	21,1
II	6,0	7,5	13,2	16,3
III	2,7	2,7	10,8	11,4
III-A	2,9	3,2	9,6	10,5
IV	7,6	7,2	17,0	20,0
V	16,7	17,2	15,2	28,4
VI	20,1	19,7	11,7	30,5

Таблица 2

Строка	σ_{θ_1}	σ_{θ_2}	σ_{θ_3}	$\ \sigma_\theta\ $
I	7,6	7,2	13,8	17,3
II	6,0	7,5	9,2	13,3
III	2,7	2,7	7,1	8,1
III-A	2,9	3,2	6,5	7,8
IV	6,7	6,2	13,8	16,6
V	9,6	9,8	12,6	18,6
VI	14,0	10,1	8,0	19,1

Иной способ повышения точности полетной юстировки — увеличение числа обрабатываемых снимков одного и того же участка с ориентирами. Такой прием осредняет неблагоприятное влияние ошибок звездного датчика, ошибок GPS и ошибок считывания координат x_{mi}, y_{mi} на точность юстировки. Результаты моделирования такого подхода применительно к алгоритму (3) при $N_L = 5, N_i = 6$ с использованием единственного звездного датчика представлены в строках III табл. 1 и 2. Участок с ориентирами находился на трассе полета. Съемки ориентиров выполнялись тремя сеансами, каждый из двух моментов экспонирования, разделенных интервалом в 1 с, как в [12]. Во время первого, второго и третьего сеансов участок с ориентирами находился соответственно впереди по курсу, вблизи подспутниковой точки и позади объекта, так что для наведения оптической оси камеры на упомянутый участок система управления ориентацией придавала объекту значения тангажа соответственно $40^\circ, 0^\circ$ и -40° . При этом промежуток времени между сеансами съемки составлял около 70 с. Улучшение точности в строках III по сравнению со строками I и II очевидно. Оно объясняется, по-видимому, упомянутым выше эффектом осреднения.

Судя по результатам моделирования, в рассматриваемой методике полетной юстировки, в отличие от задач юстировки по неизвестным наземным ориентирам [12], съемка ориентиров с большими углами тангажа КА не является критично необходимой с точки зрения наблюдаемости оцениваемых параметров. Результаты юстировки, весьма близкие по точности к содержанию строк III табл. 1 и 2, получены при измененных условиях моделирования — с варьированием тангажа при съемках в пределах от 5° до -5° — и представлены в строках III-A тех же таблиц. При этом промежуток между сеансами съемки составлял 6 с. Остальные условия такие же, как для строк III.

Расхождения между показанными характеристиками точности полетной юстировки и аналогичными результатами, полученными при увеличении числа вариантов в сериях до 400, здесь и далее не превышали 5 %.

Следующая возможность некоторого уточнения полетной юстировки состоит в том, что уравнения (3) дополняются уравнениями измерений вида

$$\mathbf{q}_{mn,iJ}^* - \mathbf{q}_{mn,iJ}^\circ = (\Phi(\mathbf{e}_{miJ})G_{ni} - \Phi(\mathbf{e}_{niJ})G_{mi})\boldsymbol{\theta}_E, \quad (4)$$

где $\mathbf{q}_{mn,iJ}^* = \mathbf{e}_{miJ}^* \times \mathbf{e}_{niJ}^*$, $\mathbf{q}_{mn,iJ}^\circ = \mathbf{e}_{miJ}^\circ \times \mathbf{e}_{niJ}^\circ$ — векторы, сформированные по данным о m - и n -м ориентирах на i -м снимке; $m = 2, \dots, N_L - 1, n = 1, \dots, m - 1$. Включение уравнений (4) в систему нормальных уравнений МНК вместе с (3) приводит к уменьшению σ_{θ_3} на 1–2 угл. с по сравнению с соответствующими данными строк I и III табл. 1 и 2 и практически не влияет на $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}$. Указанный эффект объясняется, по-видимому, тем, что векторы $\mathbf{q}_{mn,iJ}^\circ, \mathbf{q}_{mn,iJ}^*$, дополнительно привлекаемые к процессу векторного согласования, существенно отличаются по направлению от пучка векторов \mathbf{e}_{miJ} .

3. Юстировка по возмущенным уравнениям линий визирования

Пусть X_i^0, Y_i^0, Z_i^0 и X_m, Y_m, Z_m — соответственно координаты точки O_i и наземного ориентира в базисе \mathbf{J} . Введем представления $\mathbf{e}_{miJ} = [e_{miX} \ e_{miY} \ e_{miZ}]^T$,

$\mathbf{e}_{niJ}^* = [e_{miX}^* \ e_{miY}^* \ e_{miZ}^*]^T$, $G_{mi}^T = [\mathbf{g}_{miX} \ \mathbf{g}_{miY} \ \mathbf{g}_{miZ}]$, где $\mathbf{g}_{miX}, \mathbf{g}_{miY}, \mathbf{g}_{miZ}$ — трехмерные векторы-столбцы. В соответствии с фотограмметрическим условием коллинеарности [13]

$$e_{miZ}(X_i^0 - X_m) = e_{miX}(Z_i^0 - Z_m) \quad (XYZ), \quad (5)$$

где (XYZ) — указатель циклической перестановки символов и индексов в (5) для получения еще двух неявно подразумеваемых выражений. Подставив в уравнения линий визирования (5) вместо векторов \mathbf{e}_{miJ} элементы их модельных значений $\mathbf{e}_{niJ}^* = [e_{miX}^* \ e_{miY}^* \ e_{miZ}^*]^T$ и учитывая (2), получаем в первом приближении относительно $\boldsymbol{\theta}_E$ уравнения измерений

$$e_{miZ}^*(X_i^0 - X_m) - e_{miX}^*(Z_i^0 - Z_m) = [(X_i^0 - X_m)\mathbf{g}_{miZ}^T - (Z_i^0 - Z_m)\mathbf{g}_{miX}^T]\boldsymbol{\theta}_E \quad (XYZ). \quad (6)$$

В каждой тройке уравнений (6), соответствующей конкретным i и m , только два уравнения линейно независимы. Все доступные уравнения (6) решаются МНК относительно $\boldsymbol{\theta}_E$ так же, как уравнения (3). Нетрудно усмотреть структурную связь между уравнениями (3) и (6). В отличие от (3), в (6) и одновременно в (2) вместо единичного вектора \mathbf{e}_{niJ}^* может фигурировать любой коллинеарный ему вектор, например $\mathbf{s}_{miJ}^* = D_i A_i Q^* \mathbf{s}_{miK}$. При моделировании в конкретизированных выше условиях алгоритм (6) по меньшей мере не уступал в точности алгоритму векторного согласования на основе (3).

4. Алгоритм попарной обработки ориентиров

Этот алгоритм основан на компланарности векторов $\mathbf{e}_{mi}, \mathbf{e}_{ni}$ и $\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n$, где m, n — номера двух ориентиров, $m \neq n$. Из этой компланарности следует

$$\mathbf{n}_{mn,J}^T (\mathbf{e}_{miJ} \times \mathbf{e}_{niJ}) = 0, \quad (7)$$

где $\mathbf{n}_{mn,J}$ — единичный вектор направления $\mathbf{r}_{mJ} - \mathbf{r}_{nJ}$. В первом приближении справедливы две эквивалентные формы аппроксимации условия (7):

$$\mathbf{n}_{mn,J}^T (\mathbf{e}_{miJ}^\circ \times \mathbf{e}_{niJ}^*) = \mathbf{n}_{mn,J}^T \Phi(\mathbf{e}_{miJ}^\circ) G_{ni} \boldsymbol{\theta}_E, \quad (8)$$

$$\mathbf{n}_{mn,J}^T (\mathbf{e}_{miJ}^\circ \times \mathbf{e}_{niJ}^*) = (\mathbf{n}_{mn,J} \times \mathbf{e}_{miJ}^\circ)^T G_{ni} \boldsymbol{\theta}_E.$$

Оценка $\boldsymbol{\theta}_E$ получается посредством решения уравнений (8) в первой или второй форме для всех доступных попарных комбинаций $\mathbf{e}_{miJ}^\circ, \mathbf{e}_{niJ}^*$. Если вектор $\boldsymbol{\theta} \neq 0$ перпендикулярен плоскости, содержащей $\mathbf{n}_{mn,J}$ и \mathbf{e}_{miJ} , то модельный вектор \mathbf{e}_{niJ}^* , как видно из (2), остается в названной плоскости. При этом левая часть (8) обращается в нуль, уравнение вырождается и не влияет на оценку $\boldsymbol{\theta}_E$. В общем случае, однако, не все доступные векторы \mathbf{n}_{mn} перпендикулярны $\boldsymbol{\theta}$. Поэтому не все уравнения (8) вырождаются, и система таких уравнений, относящихся к моменту $t - t_i$, может быть хорошо обусловлена.

Результаты моделирования такого процесса оценивания с использованием МНК показаны в строках IV табл. 1 и 2. Моделирование выполнялось с такими же

условиями, какие задавались при опробовании алгоритма (3) и получении строк I тех же таблиц. Близкие результаты получены в ситуации, когда участок с ориентирами в момент съемки находится впереди по трассе или в стороне от трассы. Точность юстировки по формулам (3) и (8) практически одинакова. При моделировании алгоритма (8) с осреднением показаний двух звездных датчиков получены практически такие же характеристики точности, как в строках II упомянутых таблиц.

Иная аппроксимация равенства (7) приводит к уравнениям измерений

$$\mathbf{n}_{mn,J}^T (\mathbf{e}_{miJ}^* \times \mathbf{e}_{niJ}^*) = \mathbf{n}_{mn,J}^T (\Phi(\mathbf{e}_{miJ}^*) G_{ni} - \Phi(\mathbf{e}_{niJ}^*) G_{mi}) \boldsymbol{\theta}_E. \quad (9)$$

В отличие от \mathbf{e}_{miJ}° , векторы \mathbf{e}_{miJ}^* формируются только по информации от камеры и звездного датчика без использования \mathbf{R}_J . Поэтому алгоритм юстировки, основанный на уравнениях (9), может быть реализован в условиях недоступности данных GPS. С другой стороны, отказ от этой составляющей информации приводит к снижению точности юстировки. Моделирование показало, что ошибки алгоритма (9) недопустимо велики, если участок с ориентирами в момент съемки находится в окрестности подспутниковой точки, и уменьшаются с увеличением углов между линиями визирования совокупности ориентиров и направлением из точки O_i в надир в момент t_i . Правдоподобное объяснение такого эффекта основано на том, что величина вектора $\mathbf{e}_{miJ} \times \mathbf{e}_{niJ}$ тем меньше, чем дальше находятся ориентиры при $t = t_i$ от подспутниковой точки. Учитывая (2), применим к (9) преобразования

$$\begin{aligned} (\Phi(\mathbf{e}_{miJ}) G_{ni} - \Phi(\mathbf{e}_{niJ}) G_{mi}) \boldsymbol{\theta}_E &= D_i A_i [\Phi(\mathbf{e}_{niE}) \Phi(\mathbf{e}_{miE}) - \\ &- \Phi(\mathbf{e}_{miE}) \Phi(\mathbf{e}_{niE})] \boldsymbol{\theta}_E = D_i A_i \Phi(\boldsymbol{\theta}_E) \Phi(\mathbf{e}_{miE}) \mathbf{e}_{niE}. \end{aligned} \quad (10)$$

Если нет вариаций рыскания, то при анализе наблюдаемости можно принять $\mathbf{e}_{miE} \approx \text{const}$ для любого конкретного m -го ориентира и всех номеров снимка i . Введем представление $\boldsymbol{\theta}_E = \boldsymbol{\theta}_{(mn)} + \boldsymbol{\theta}^+$, где $\boldsymbol{\theta}_{(mn)}^T \mathbf{e}_{mi} = 0$, $\boldsymbol{\theta}_{(mn)}^T \mathbf{e}_{ni} = 0$, $\boldsymbol{\theta}_{(mn)}^T \boldsymbol{\theta}^+ = 0$. Очевидно, $\boldsymbol{\theta}_{(mn)} \times (\mathbf{e}_{miE} \times \mathbf{e}_{niE}) = 0$. При этом

$$(\Phi(\mathbf{e}_{miJ}) G_{ni} - \Phi(\mathbf{e}_{niJ}) G_{mi}) \boldsymbol{\theta}_{(mn)J} = 0, \quad (11)$$

хотя в общем случае $\boldsymbol{\theta}_{(mn)J} \neq 0$. Вследствие (10), (11) правая часть (9) обращается в нуль при $\boldsymbol{\theta}_E = \boldsymbol{\theta}_{(mn)}$. Это означает, что составляющая $\boldsymbol{\theta}_{(mn)}$ вектора $\boldsymbol{\theta}$, перпендикулярная \mathbf{e}_{mi} и \mathbf{e}_{ni} , ненаблюдаема по измерению (9). Из сказанного выше при $\boldsymbol{\theta}_{(mn)} \neq 0$ ошибка, внесенная в правую часть (9) потерей составляющей $\boldsymbol{\theta}_{(mn)} \times (\mathbf{e}_{mi} \times \mathbf{e}_{ni})$, тем меньше, чем дальше находятся ориентиры в момент съемки от подспутниковой точки. Поскольку при $Q = E_3$ направление 3 базиса \mathbf{E} близко к пучку векторов \mathbf{e}_{mi} , т.е. образует с $\boldsymbol{\theta}_{(mn)}$ угол, близкий к прямому, упомянутая ошибка искажает оценки координат θ_1, θ_2 вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ и практически не влияет на оценку θ_3 . В строках V табл. 1 и 2 представлены результаты моделирования полетной юстировки на основе алгоритма (9) при $N_L = 16, N_i = 1$. Единственный снимок выполнялся в момент, когда участок с ориентирами находился на

трассе полета в 500 км впереди подспутниковой точки. Ориентиры находились в точках, смещенных от узлов равномерной квадратной сетки со стороны ячейки $a/3$ на расстояния, равномерно распределенные в пределах ± 2 км. В строках VI табл. 1 и табл. 2 показаны результаты моделирования того же алгоритма при $N_L = 5, N_i = 4$. Участок с ориентирами во время двух первых снимков отстоял от подспутниковой точки на 500 км вперед по трассе полета, при остальных двух экспонированиях — на 500 км назад. Согласно установленным свойствам алгоритма (9) дополнительные снимки ориентиров, находившихся в моменты наблюдений вблизи подспутниковой точки, несколько улучшали точность оценивания θ_3 и практически не сказывались на σ_1, σ_2 .

5. Влияние случайных ошибок позиционирования ориентиров

Эти ошибки с повышением их уровня переходят в число основных факторов, нарушающих точность полетной юстировки.

В табл. 3 показаны характеристики точности полетной юстировки, полученные в результате моделирования алгоритма (3) с различными значениями a, N_L, N_i при $\sigma_r = 5$ м. Участок с ориентирами располагался на трассе полета. Угол тангажа изменялся в пределах $\pm 40^\circ$. Сравнение с табл. 1 и 2 демонстрирует снижение точности юстировки с увеличением ошибок позиционирования ориентиров в земном базисе J . В рамках табл. 3

Таблица 3

a	N_L	N_i	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$	$\ \sigma_{\theta}\ $
20	5	1	7,7	6,9	37,3	38,7
20	5	6	2,8	2,7	32,9	33,1
20	16	1	7,2	7,2	21,4	23,7
40	5	1	7,7	6,9	22,1	24,4
40	5	6	2,8	2,7	17,0	17,5
40	16	1	2,9	2,8	19,0	19,4

очевидно существенное улучшение характеристики $\sigma_{\theta 3}$ с увеличением N_L и N_i . Заметно также уменьшение ошибок оценивания координат θ_1, θ_2 с увеличением N_i . Возможно, это объясняется эффектом осреднения ошибок привязки ориентиров при увеличении числа снимков.

6. Полетная юстировка по наблюдениям единственного ориентира

Такой подход привлекателен снижением затрат на подготовку объекта съемки, однако при этом количество используемых снимков исчисляется десятками. Эти снимки могут быть рассредоточены между несколькими орбитальными витками, проходящими над единственным ориентиром или вблизи него. В свою очередь, обработка большого числа снимков способствует уменьшению ошибок полетной юстировки, вызванных основными возмущающими факторами, в частности, ошибками позиционирования ориентира.

Из [10] следует, что координата θ_3 вектора θ_E ненаблюдаема или слабо наблюдаема, если изображение единственного ориентира в каждый момент экспонирования оказывается в главной точке снимка — точке пересечения оптической оси с чувствительной площадкой камеры. Предлагается в процессе съемок поочередно наводить оптическую ось камеры на разные точки земной поверхности, достаточно удаленные от ориентира, но так, чтобы последний попадал в кадр. Такая тактика съемки улучшает наблюдаемость вектора θ_E . Действительно, $|x_i| + |y_i| \ll f$, где x_i, y_i — координаты изображения ориентира на чувствительной площадке камеры, отсчитываемые от главной точки снимка, в момент t_i ; f , как и выше, — фокусное расстояние камеры.

Пусть $Q = E_3$. Тогда $e_{iE} \approx [x_i/f, y_i/f, 1]^T$, где e_{iE} — единичный вектор направления на единственный ориентир из точки O при $t = t_i$. Если оптическая ось камеры при съемках ориентира наводится на одну и ту же точку земной поверхности и вариации рыскания незначительны, то можно принять

$$x_i = \text{const}, \quad y_i = \text{const}, \quad i = 1, \dots, N_i. \quad (12)$$

При этом найдется вектор $\theta_E = \theta_E^\circ = [\theta_1^\circ \theta_2^\circ \theta_3^\circ]^T$ такой, что $\theta_1^\circ \equiv x_i \theta_3^\circ / f$, $\theta_2^\circ \equiv y_i \theta_3^\circ / f$. Так как $\Phi(e_{iE})\theta_E^\circ \equiv 0$, то на основании (2) θ_E° есть ненаблюдаемое состояние системы $\dot{\theta}_E = 0$ с измерениями (3), (6) или (8) и сама такая система не вполне наблюдаема в условиях (12) [14, 15]. Оценка вектора θ_E получается с точностью до аддитивной векторной ошибки, коллинеарной θ_E° . Поскольку $|\theta_1^\circ| \ll |\theta_3^\circ|$, $|\theta_2^\circ| \ll |\theta_3^\circ|$, основным следствием условия (12) оказывается увеличение ошибки оценивания координаты θ_3 вектора θ_E . Изложенное согласуется с результатами моделирования. Если же в процессе съемки оптическая ось камеры направляется в разные точки земной поверхности, то (12) не имеет места и ненаблюдаемых состояний θ_E нет.

При моделировании полетной юстировки по одному ориентиру с использованием уравнений (3) большое количество снимков, кратное 3, имитировалось, как в [12], в форме трех сеансов по $N_i/3$ экспонирования в каждом. Единственный ориентир помещался в одной из вершин квадрата со стороной 40 км, а оптическая ось камеры в течение сеанса съемок направлялась на одну из остальных вершин квадрата, свою для каждого сеанса. Угол тангажа КА изменялся в процессе

Таблица 4

σ_r , М	N_i	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$	$\ \sigma_\theta\ $
1	30	1,9	1,8	27,7	27,8
1	60	1,6	1,7	20,7	20,8
1	90	1,5	1,2	15,8	15,9
5	30	2,4	2,6	27,7	28,0
5	60	2,2	2,5	18,7	19,0
5	90	2,1	1,9	15,7	16,0

съемок от 16° до -16° . Результаты моделирования в зависимости от σ_r и N_i выведены в табл. 4. Видно, как точность полетной юстировки (собственно, точность оценивания координаты θ_3) значительно возрастает с увеличением числа обрабатываемых снимков и сколь несущественно

ухудшение этой точности с повышением уровня ошибок позиционирования ориентира от 1 до 5 м. Точность юстировки падает с уменьшением расстояний между ориентиром и точками земной поверхности, на которые наводится оптическая ось камеры при экспонированиях.

7. Привязка неизвестных наземных объектов

После выполнения полетной юстировки и уточнения матрицы Q открывается возможность оценки координат доступных съемке точечных объектов на земной поверхности в базисе \mathbf{J} — координатной привязки [16]. Местонахождение такого объекта ищется как точка пересечения линий визирования этого объекта не менее чем из двух разных точек орбиты КА. Из каждой такой точки производится съемка наземного объекта. Направляющий вектор линии визирования объекта рассчитывается по формуле вида (2), в которой вместо Q^* используется уточненная матрица Q^{**} из (1). Уравнения модельных линий визирования подобины уравнениям (5), в которых теперь X_m, Y_m, Z_m — неизвестные координаты

объекта, подлежащего привязке, в земном базисе J . В общем случае модельные линии визирования не пересекаются и сформированная система уравнений вида (5) несовместна. Искомые координаты X_m, Y_m, Z_m оцениваются путем решения упомянутой системы уравнений МНК. Объект, подлежащий привязке, позиционируется не как точка земной поверхности, а как точка пространства, так что математическое представление формы Земли не используется.

При моделировании процессов полетной юстировки и последующей привязки наземных объектов в условиях, соответствующих третьей строке табл. 1 ($a = 20$ км, $N_L = 5$, $N_i = 6$), неизвестные координаты X_m, Y_m, Z_m оценивались со среднеквадратическими ошибками 20 – 30 м. Если при выполнении привязки в формулах (2) вместо Q^{**} использовалась матрица Q^* , не уточненная по результатам юстировки, то среднеквадратические ошибки привязки составляли 2–2,5 км. Приемлемая точность координатной привязки наземных объектов с использованием результатов полетной юстировки косвенно свидетельствует о достаточной точности самой юстировки.

Можно показать, что вследствие узкого поля зрения камеры точность рассмотренного способа привязки наземных объектов менее чувствительна к остаточному значению θ_3 , чем к остаточным значениям θ_1, θ_2 . Поэтому требования к уточнению параметра θ_3 в интересах привязки могут быть менее жесткими, чем требования к уточнению θ_1, θ_2 .

Заключение

Сформулированный комплект алгоритмов уточнения взаимной ориентации камеры и звездного датчика КА предоставляет возможность выбора или компромисса между достижимой точностью полетной юстировки, сокращением объема вычислений при обработке результатов наблюдений, уменьшением необходимого количества снимков, упрощением работ по подготовке наземных ориентиров и доступностью реализации при отсутствии GPS-информации. Судя по результатам моделирования, достижимая точность полетной юстировки по единственному снимку пяти ориентиров имеет порядок 15 угл. с и повышается с увеличением числа снимков или при использовании дополнительного звездного датчика. При наблюдениях единственного ориентира достижение точности полетной юстировки порядка 15 угл. с требует примерно 90 снимков. При уточнении ориентации камеры относительно звездного датчика без использования GPS доступна точность полетной юстировки порядка 20 угл. с. Коррекция параметров ориентации камеры по результатам полетной юстировки в сочетании с предложенным методом координатной привязки неизвестных наземных объектов обеспечивает точность привязки порядка 20–30 м.

О.І. Ткаченко

АЛГОРИТМИ УЗГОДЖЕННЯ ОРІЄНТАЦІЇ ЗОР'ЯНОГО ДАТЧИКА І КАМЕРИ КОСМІЧНОГО АПАРАТА

Розглянуто задачу уточнення параметрів взаємної орієнтації бортової знімальної камери і зоряного датчика у корпусі космічного апарата, що обертається навколо Землі, за спостереженнями топографічно прив'язаних наземних орієнтирів. Демонструються можливості низки алгоритмів розв'язання названої задачі за досить жорстких обмежень доступної інформації. Подано методики реалізації згаданих алгоритмів та результати їх комп'ютерного моделювання.

ALGORITHMS OF THE ATTITUDE MATCHING OF STAR TRACKER AND CAMERA OF THE SPACECRAFT

A problem of mutual attitude adjustment of onboard imaging camera and star tracker in a body of spacecraft which orbits about Earth is solved using observations of georeferenced landmarks. Possibilities of some algorithms of above-mentioned problem solution with pretty strict limitations are demonstrated. Methods of those algorithms realization and results of their computer simulation are presented.

1. *Multi-angle* imaging spectro radiometer (MISR). Level 1. In-flight geometric calibration algorithm theoretical basis. JPL, California Institute of Technology, 1999. http://eospsa.gsfc.nasa.gov/ftp_ATBD/REVIEW/MISR/atbd-misr-04.pdf
2. *In-flight* geometric calibration — an experience with Cartosat-1 and Cartosat-2 / T.P. Srinivasan, B. Islam, S.K. Singh, B.G. Krishna et al. The Internat. Archives of the Photogrammetry, Remote control and spatial information sciences. V. XXXVII. — P. B1. — Beijing, 2008. — P. 83–88. http://www.isprs.org/proceedings/XXXVII/congress/1_pdf/14.pdf
3. *Radhadevi P.V.* In-flight geometric calibration of fore and aft cameras of Cartosat-1. — http://www.isprs.org/proceedings/2008/euroCOW08/euroCOW08_files/papers/21.pdf
4. *Сомов Е.И., Бутырин С.А.* Полетная геометрическая идентификация и калибровка космического телескопа и системы звездных датчиков. // Тр. VIII Междунар. конф. «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO'09. — М., 2009. — С. 1189–1201.
5. *Никитин А.В., Дунаев Б.С., Кондратьева Т.В.* и др. Полетная и наземная геометрическая калибровка многозональных сканирующих устройств МСУ-100 и МСУ-50 // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. — 2011. — 8, № 2. — С. 289–302.
6. *Юстировка* оборудования MOMS-2P по данным измерений угловой скорости и показаниям оптического звездного датчика / М.Ю. Беляев, М.И. Ефимов, М. Шнеллер, В.В. Сазонов, В.М. Стажков, Х. Франк. Препр. Ин-та прикладной математики; РАН; № 59. — М., 1998.
7. *Челноков Ю.Н.* Кватернионные и бикватернионные методы и методы механики твердого тела и их приложения. — М. : Физматгиз, 2006. — 512 с.
8. *Липтон А.* Выставка инерциальных систем на подвижном основании. — М. : Наука, 1971. — 167 с.
9. *Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. — М. : Изд-во МГУ, 1982. — 174 с.
10. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Параметрическая юстировка комплекса «камера и звездный датчик», установленного на низкоорбитальном космическом аппарате // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2012. — № 2. — С. 153–165.
11. *Основные* характеристики звездных координаторов БОКЗ. — http://www.iki.rssi.ru/ofo/bokz_spec.html
12. *Ткаченко А.И.* О полетной юстировке оптико-электронного комплекса космического аппарата // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 6. — С. 122–130.
13. *Лобанов А.Н.* Фотограмметрия. — М. : Недра, 1984. — 552 с.
14. *Квакернаак Х., Сиван З.* Линейные оптимальные системы управления. — М. : Мир, 1977. — 650 с.
15. *Potapenko Ye.M.* Simplified linear-system restorability and controllability criteria and their application in robotics // J. of Automation and Information Sciences. — 1996. — 27, N 5, 6. — P. 146–151.
16. *Пятак И.А.* Задачи координатной привязки снимков, выполненных КА // Вісник Дніпропетровського ун-ту. Сер. «Ракетно-космічна техніка». 1. — 2011. — Вип. 14. — С. 116–122.

Получено 15.09.2014
После доработки 23.12.2014