УДК 681.5

С.В. Мельничук

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИСТЕМ

Введение

С точки зрения соотношения причина–следствие, все задачи математического моделирования условно делятся на прямые и обратные. Задача системной идентификации, состоящая в построении модели системы на основании данных наблюдений, относится к классу обратных.

Обратные задачи характеризуются тем, что при определенных условиях они могут быть некорректно поставленными. Некорректность может проявляться при отсутствии существования решения, его неединственности, а также чувствительности к погрешностям в исходных данных (неустойчивость решения). Для задач идентификации важным является именно последнее, поскольку само понятие модели подразумевает лишь аппроксимацию реальной системы, тем самым снимая вопрос о существовании и единственности решения. Некорректность задачи вследствие неустойчивости решения приводит к необходимости применения методов регуляризации или новой формулировке постановки с изменением структуры моделей, входных данных и др.

Игнорирование проблемы некорректности в задачах идентификации приводит к переобучению (over fitting) и практической непригодности моделей.

В общем случае системная идентификация производится в условиях неопределенности, т.е. когда данные наблюдений содержат неизмеряемые возмущения. Существует две интерпретации неопределенности: стохастическая, когда шум рассматривается как случайная величина с неким распределением, и ограниченная, когда шум считается ограниченным по норме. Условия ограниченной неопределенности являются более реалистичными, поскольку не предполагают априорных знаний о шумовых стохастических характеристиках.

При идентификации сложных систем, размерность которых велика и заранее неизвестна либо бесконечна, первоочередной является задача структурной идентификации, т.е. выбора класса моделей, их размерности и структуры. Наличие неопределенности в исходных данных, а также требования к устойчивости получаемого решения накладывают ограничения на сложность моделей, позволяя получать лишь модели небольшой размерности.

Идентификация по частотным характеристикам

Одним из направлений в теории идентификации линейных систем управления являются методы идентификации по частотным характеристикам. Частотные методы характеризуются следующими особенностями.

1. Исходными данными являются частотные характеристики, оценки которых выделяются из выходных сигналов системы при проведении активного эксперимента.

2. В качестве возбуждающего воздействия используются гармонические сигналы. Благодаря этому появляется возможность использовать узкополосный фильтр для выделения сигнала на фоне помех, что повышает достоверность идентификации.

3. Точность определения частотных характеристик зависит от длительности эксперимента.

Идентификация по частотным характеристикам имеет долгую историю [1], однако существенное продвижение в разработке и развитии методов, ориентированных на применение в условиях ограниченной неопределенности было достигнуто в последние годы [1, 2]. Практически во всех разрабатываемых ранее частотных методах стояла задача нахождения параметров модели при ее известной структуре. Однако в случае отсутствия таких априорных знаний, например, для модели черного ящика либо при моделировании процессов сложной природы применение частотных методов становится проблематичным. Поэтому предлагается разработать частотный метод, позволяющий получать редуцированные модели, аппроксимирующие поведение реальной системы по выходу.

В данной статье приводится описание метода идентификации, разработанного в русле конечно-частотного подхода [3], однако ориентированного на построение редуцированных аппроксимирующих моделей. В [3, 4] был предложен метод идентификации, основанный на решении упрощенной задачи, сходящейся к нахождению коэффициентов модели из линейных систем частотных уравнений. Также была предложена процедура проверки решения на устойчивость. Проведенные исследования выявили существенный недостаток метода: для устойчивых генерирующих систем существует возможность получения модели, имеющей корни в неустойчивой области. Для недопущения такой ситуации в данной статье предлагается усовершенствовать метод идентификации с помощью перехода от линейной задачи к решению нелинейной. Задача параметрической идентификации сводится к минимизации нелинейного функционала; для ее решения предлагается использовать итеративные стохастические методы. Комбинированное применение в методе и линейной, и нелинейной задач позволяет использовать преимущества каждой. Усовершенствованный метод включает в себя структурную (определение размерности модели из линейной задачи) и параметрическую идентификацию, которая выполняется с помощью решения линейной и нелинейной задач.

Постановка задачи

Рассматривается устойчивая стационарная линейная динамическая система в пространстве состояний со скалярными входом и выходом, генерирующая исходные данные для проведения идентификации:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + \eta, \end{aligned} \quad t \in [0, \tau], \tag{1}$$

где $A \in R^{N \times N}, B \in R^{N \times 1}, C \in R^{1 \times N}$ — неизвестные матрицы системы, $x = x(t)$ — вектор состояния, $u = u(t)$ — входной сигнал, $y = y(t)$ — выходной сигнал, $\eta = \eta(t)$ — аддитивный шум на выходе, τ — длительность интервала наблюдения. Размерность системы N — большая, неизвестная. Исследователю доступны данные $u(t)$ и $y(t)$. Идентификация производится в условиях ограниченной неопределенности: $\|\eta(t)\| \le \varepsilon$. Искомым решением будет модель размерности $\hat{N} \le N$:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \hat{A}x + \hat{B}u, \\ y &= \hat{C}x \end{aligned} \tag{2}$$

с найденными матрицами $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$, которая в некотором смысле наилучшим образом приближает исходную систему (1) по выходу $y(t)$ при любом входном $u(t)$ и для любых случайных реализаций $\eta(t)$, удовлетворяющих условию ограниченности по норме с заранее заданным ε.

Представление системы в пространстве состояний по заданным $\{u(t), y(t)\}$ неединственно и соответствует множеству эквивалентных моделей $\{A, B, C\}$, связанных между собой неособым преобразованием. Для идентификации достаточно найти любую их минимальную, т.е. наблюдаемую реализацию. Выберем реализацию с матрицей системы A в жордановой форме. Пусть A не имеет кратных собственных чисел и имеет блочную структуру

$$A = \mathrm{diag}(A_p), \; A_p = \begin{pmatrix} \alpha_p & \beta_p \\ -\beta_p & \alpha_p \end{pmatrix}, \; \alpha_p < 0, \; \beta_p > 0, \; p = 1, P. \tag{3}$$

Вектор состояния и матрицы B, C также блочные. Каждый блок отвечает комплексно-сопряженной паре собственных значений $\alpha_p \pm i\beta_p$ матрицы A. Действительным собственным числам A будут соответствовать блоки с $\beta_p = 0$, $x_p^{\sin} \equiv 0$. Размерность N равна количеству собственных значений. Количество блоков P соответственно будет не менее $N/2$ и не более N:

$$\begin{gathered} x = \begin{pmatrix} \vdots \\ x_p \\ \vdots \end{pmatrix}, \qquad x_p = \begin{pmatrix} x_p^{\cos} \\ x_p^{\sin} \end{pmatrix}, \\ B = \begin{pmatrix} \vdots \\ B_p \\ \vdots \end{pmatrix}, \qquad B_p = \begin{pmatrix} b_p^{\cos} \\ b_p^{\sin} \end{pmatrix}, \quad p = 1, P, \\ C = (\ldots C_p \ldots), \; C_p = (c_p^{\cos} \, c_p^{\sin}). \end{gathered} \tag{4}$$

Инвариантными характеристиками класса эквивалентных моделей будут собственные значения $\lambda_i, i = 1, N$ $(\{\lambda\} = \{\alpha_p \pm i\beta_p, \; p = 1, P\})$ матрицы A, а также коэффициенты $\{f\}$ — произведения блоков B, C:

$$f_p^{\cos} = c_p^{\cos} b_p^{\cos} + c_p^{\sin} b_p^{\sin},$$

$$f_p^{\sin} = c_p^{\cos} b_p^{\sin} - c_p^{\sin} b_p^{\cos}.$$

Результирующая модель $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ размерности $\tilde{N}$ восстанавливается в жордановой форме (3). К искомой модели предъявляются следующие требования:

— устойчивость решения, оценки параметров модели должны быть слабочувствительны к изменениям исходных данных: реализации шумов и входных сигналов.

— как можно точнее аппроксимировать поведение исходной системы по выходному сигналу в заданном классе входных воздействий.

Частотные характеристики и их оценки

Идентификация на основе частотных характеристик предполагает проведение активного эксперимента с параллельной (либо последовательной) подачей на вход системы полигармонических (либо гармонических) возбуждающих сигналов

$$u(t) = \sum_{s=1}^{S} u_s \cdot \sin(\omega_s t + \varphi_s) \tag{5}$$

с известными амплитудами, частотами и фазами u_s, ω_s, φ_s. Количество S должно быть не менее предполагаемой размерности $\tilde{N}$ искомой модели. Частоты гармоник входного сигнала должны быть разными: $\omega_{s_1} \neq \omega_{s_2}$, $s_1, s_2 = 1, S$, $s_1 \neq s_2$.

Оценки частотных характеристик получаются в результате фильтрации измеряемого зашумленного выходного сигнала $y(t)$ на частотах входного сигнала ω_s при конечной длительности наблюдения τ. Положим, что начало наблюдения соответствует $t_0 = 0$:

$$\hat{\Phi}_k(\tau) = \frac{2}{u_k \tau} \int_0^{\tau} y(t) \sin(\omega_k t)\, dt, \quad \hat{\Psi}_k(\tau) = \frac{2}{u_k \tau} \int_0^{\tau} y(t) \cos(\omega_k t)\, dt, \quad k = 1, S. \tag{6}$$

В случае отсутствия в $\eta(t)$ гармоник, совпадающих по частоте с частотами фильтрации ω_k, при $\tau \to \infty$ оценки сходятся к точным

$$\Phi_k = \hat{\Phi}_k(\infty), \ \Psi_k = \hat{\Psi}_k(\infty). \tag{7}$$

В [4] показано, что ошибка оценивания частотных характеристик пропорциональна $O\left(\frac{1}{\tau}\right)$. В случае присутствия в составе шума гармоники с частотой, близкой к одной из частот фильтрации, соответственная ей оценка частотной характеристики ухудшается, а при совпадении частот смещается.

Значения частотных параметров Φ_k, Ψ_k связаны с передаточной функцией системы: $\Phi_k = \operatorname{Re} W(j\omega_k)$, $\Psi_k = \operatorname{Im} W(j\omega_k)$, т.е. каждая гармоника входного сигнала после фильтрации дает оценку точечного значения передаточной функции (8):

$$W(p) = \frac{V(p)}{Q(p)} = \frac{v_{N-1} p^{N-1} + \ldots + v_1 p + v_0}{p^N + q_{N-1} p^{N-1} + \ldots + q_1 p + q_0}. \tag{8}$$

Поскольку передаточная функция однозначно определяет поведение системы, классическая задача частотной идентификации эквивалентна нахождению всей передаточной функции системы на основе ее приближенных значений в конечном числе точек.

В [5] был введен критерий, минимизирующий среднеквадратичную ошибку

$$K = \sum_{k=1}^{S} \left| \frac{V(j\omega_k)}{Q(j\omega_k)} - (\Phi_k + j\Psi_k) \right|^2. \tag{9}$$

Минимизация этого критерия относительно коэффициентов полиномов передаточной функции приводит к нелинейной задаче наименьших квадратов и требует трудоемких вычислений. В целях упрощения Леви [6] предложил взвешенный функционал

$$K_L = \sum_{k=1}^{S} \left| V(j\omega_k) - Q(j\omega_k)(\Phi_k + j\Psi_k) \right|^2. \tag{10}$$

Задача наименьших квадратов асимптотически эквивалентна нелинейной (9). Решения задач минимизации (9) и (10) будут совпадать при точных значениях частотных характеристик и построении модели полной размерности ($\hat{N} = N$). В иных случаях веса $\left| Q(j\omega_k) \right|^2$ будут смещать найденную передаточную функцию.

Нахождение коэффициентов полиномов передаточной функции из минимизации (10) эквивалентно решению методом наименьших квадратов системы линейных алгебраических уравнений (МНК СЛАУ)

$$V(j\omega_k) - Q(j\omega_k)(\Phi_k + j\Psi_k) = 0, \ k = 1, S, \tag{11}$$

где каждое уравнение соответствует одной частоте гармоники входного сигнала. Для решения (11) достаточно выбрать размерность $\tilde{N}$, выбрать количество гармоник $S \geq \tilde{N}$, провести эксперимент и подставить полученные оценки (6) частотных характеристик.

Представление модели в жордановой форме (3), (4) позволяет получить выражения для оценок частотных характеристик и их ошибок. По формуле Коши получаем выходной сигнал:

$$y(t) = \int_0^t C\Phi(t-\theta)\, Bu(\theta)\, d\theta + \eta(t), \tag{12}$$

где $u(\theta)$ — входной сигнал, $\Phi(\theta) = e^{\theta A}$ — матрица из фундаментальных решений

$$\Phi(\theta) = e^{\theta A} = \mathrm{diag}\left(e^{\theta\alpha_p} \begin{bmatrix} \cos(\theta\beta_p) & \sin(\theta\beta_p) \\ -\sin(\theta\beta_p) & \cos(\theta\beta_p) \end{bmatrix} \right).$$

Для упрощения возьмем $\varphi_s = 0$, $s = \overline{1, S}$. Подстановкой (5) получаем

$$y(t) = \sum_{p=1}^{P} \sum_{s=1}^{S} u_s [f_p^{\cos} * R_1^{p,s} + f_p^{\sin} * R_2^{p,s}] + \eta(t), \tag{13}$$

где

$$R_1^{p,s} = \left[-\frac{\cos(\omega_s t)}{2} \cdot \gamma_2^{p,s} - \frac{\sin(\omega_s t)}{2} \cdot \gamma_1^{p,s} + e^{t\alpha_p} \left(\frac{\cos(\beta_p t)}{2} \cdot \gamma_2^{p,s} - \frac{\sin(\beta_p t)}{2} \cdot \gamma_3^{p,s} \right) \right],$$

$$R_2^{p,s} = \left[-\frac{\cos(\omega_s t)}{2} \cdot \gamma_3^{p,s} + \frac{\sin(\omega_s t)}{2} \cdot \gamma_4^{p,s} + e^{t\alpha_p} \left(\frac{\cos(\beta_p t)}{2} \cdot \gamma_3^{p,s} + \frac{\sin(\beta_p t)}{2} \cdot \gamma_2^{p,s} \right) \right],$$

$$\gamma_1^{p,s} = \frac{\alpha_p}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s + \beta_p)^2} + \frac{\alpha_p}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s - \beta_p)^2},$$

$$\gamma_2^{p,s} = \frac{(\omega_s + \beta_p)}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s + \beta_p)^2} + \frac{(\omega_s - \beta_p)}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s - \beta_p)^2},$$

$$\gamma_3^{p,s} = \frac{\alpha_p}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s + \beta_p)^2} - \frac{\alpha_p}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s - \beta_p)^2},$$

$$\gamma_4^{p,s} = \frac{(\omega_s + \beta_p)}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s + \beta_p)^2} - \frac{(\omega_s - \beta_p)}{(\alpha_p)^2 + (\omega_s - \beta_p)^2}.$$

После фильтрации Фурье (6) получаем выражение оценок частотных характеристик через коэффициенты модели. Предельным переходом $\tau \to \infty$ избавляемся от ошибок:

$$\begin{aligned} \Phi_k &= \tilde{\Phi}_k^{\det}(\infty) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P} \tilde{R}_2^{p,k}, \\ \Psi_k &= \tilde{\Psi}_k^{\det}(\infty) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P} \tilde{R}_1^{p,k}, \end{aligned} \tag{14}$$

где $\tilde{R}_1^{p,s} = f_p^{\cos} \cdot (-\gamma_2^{p,s}) + f_p^{\sin} \cdot (-\gamma_3^{p,s})$, $\tilde{R}_2^{p,s} = f_p^{\cos} \cdot (-\gamma_1^{p,s}) + f_p^{\sin} \cdot (-\gamma_4^{p,s})$. Таким образом, соотношение (14) определяет зависимость между точными значениями частотных характеристик и инвариантными характеристиками класса эквивалентности моделей в жордановой форме (3), (4).

Значения частотных характеристик зависят от коэффициентов $\{f\}$ линейно, а от собственных чисел $\{\lambda\}$ матрицы A — нелинейно.

Метод идентификации с решением линейной задачи

Метод идентификации, связанный с решением линейной задачи, описан в [3, 4]. Для выбранной неким образом размерности модели $\hat{N}$ строится система линейных уравнений (11), куда вместо частотных характеристик подставляются их оценки (6). Избавляясь от коэффициентов полинома $V(j\omega_k)$, получается СЛАУ для коэффициентов $Q(j\omega_k)$

$$Hq = g, \tag{15}$$

где H — матрица системы частотных уравнений, g — вектор правой части, q — искомый вектор из коэффициентов полинома $Q(j\omega_k)$. Погрешности оценок частотных характеристик порождают ошибки по обе стороны равенства. Согласно алгоритму нахождение коэффициентов модели проходит в два этапа. После выбора $\hat{N}$, проведения эксперимента и получения $\hat{\Phi}_k, \hat{\Psi}_k$ по формулам [3] строится и решается переопределенная система (15). По найденным коэффициентам полинома $Q(j\omega_k)$ находятся его корни, являющиеся собственными числами $\hat{A}$. На втором этапе из (14) при подстановке оценок частотных характеристик и собственных чисел $\hat{A}$ решением СЛАУ находятся коэффициенты $\{f\}$, позволяющие построить на их основе одну из реализаций матриц $\hat{B}$ и $\hat{C}$ модели.

Особенности решения линейной задачи (11), (15) исследованы в [2, 7]. Показано, что корректность постановки задачи идентификации определяется соотношением числа обусловленности $\kappa(H)$ матрицы системы (15) и величины ошибок в исходных данных — оценках частотных характеристик $\hat{\Phi}_k, \hat{\Psi}_k$. При невозможности увеличения точности оценок частотных характеристик для обеспечения корректности задачи идентификации единственным параметром регуляризации остается размерность модели $\hat{N}$. Она должна выбираться таким образом, чтобы обеспечивать согласованность значения обусловленности $\kappa(H)$ и величины неопределенности. К неопределенности также относится погрешность вычислений. Установлено, что вследствие вычислительных ошибок (при использовании вычислений на числах с плавающей точкой двойной точности) в зависимости от свойств генерирующей системы задача идентификации моделей большой размерности может являться некорректной даже при точных значениях частотных характеристик.

Для правильного выбора размерности был предложен простой рандомизированный алгоритм. Для фиксированного $\hat{N}$ при малом варьировании длительности наблюдения τ строится множество моделей. По распределению собственных чисел моделей на комплексной плоскости делается вывод о корректности поставленной задачи идентификации модели размерности $\hat{N}$ в данных условиях неопределенности. При сильной чувствительности оценок собственных чисел $\hat{A}$ к малому изменению оценок частотных характеристик задача относится к некорректным. В таком случае требуется либо уменьшать размерность $\hat{N}$, либо увеличивать точность оценок $\hat{\Phi}_k, \hat{\Psi}_k$, увеличивая время наблюдения τ.

На рис. 1 приведены результаты исследования задач идентификации разных моделей разной размерности на корректность в зависимости от длительности наблюдения τ и обусловленности матрицы системы уравнений (15). Для большого числа моделей получено разбиение множества на области.

На рисунке по оси абсцисс отложена длительность наблюдения, определяющая точность оценивания частотных характеристик. По оси ординат отложено значение числа обусловленности $\kappa(H)$ матрицы системы (15), из которой находятся оценки собственных чисел модели. Область A соответствует корректным задачам (решение слабо чувствительно к неопределенности), в области B находятся как корректные, так и некорректные задачи, область C — множество некорректных задач (параметры модели сильно чувствительны к неопределенности).

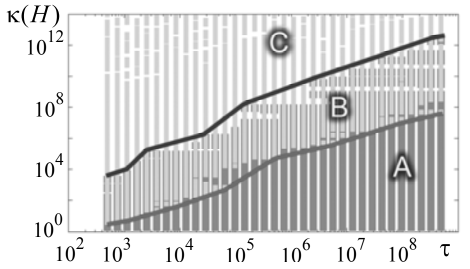

Рис. 1

При определении размерности модели $\hat{N}$ для конкретной системы исследователю желательно выбирать модель наибольшей размерности, при которой обеспечиваются требования чувствительности параметров модели к имеющейся неопределенности. При получении в ходе проверки рандомизированным алгоритмом высокой чувствительности решения к малым изменениям исходных данных модель признается неадекватной.

К преимуществам метода идентификации с решением линейной задачи (11), (15) относится вычислительная простота, позволяющая проводить рандомизированную процедуру проверки задачи на корректность без значительных затрат вычислительных ресурсов. Также в большинстве случаев алгоритм дает устойчивые модели, хорошо аппроксимирующие по вход–выходным данным исходную систему.

Недостатком метода является невозможность управления процессом идентификации. Частотные методы идентификации не позволяют проводить идентификацию неустойчивых динамических систем, поскольку для них интегралы (6) при получении частотных характеристик не сойдутся. Однако в некоторых случаях алгоритм строит модели, имеющие корни в неустойчивой области, что заведомо неверно. Проявление структурной неустойчивости может быть связано как со взвешенностью исходного критерия (10), так и с проблемой редукции модели. Управление расположением собственных значений матрицы $\hat{A}$ на комплексной плоскости для этого метода является невозможным, поскольку процесс нахождения коэффициентов неитерационный.

Нелинейная задача

Для преодоления недостатков линейной задачи (11), (15) перейдем к рассмотрению нелинейной. Полученное выражение частотных характеристик (14) можно использовать для нахождения коэффициентов модели напрямую, без использования передаточной функции. Нахождение из него модели на основе известных оценок частотных характеристик требует гораздо больше усилий. Рассмотрим особенности задачи, которые могут облегчить ее решение. Воспользуемся результатами, полученными при изучении линейной задачи.

Для большинства задач получить оценки частотных характеристик с высокой точностью затруднительно. Увеличение точности $\hat{\Phi}_k$, $\hat{\Psi}_k$ связано с увеличением длительности наблюдения τ. Было показано [4], что для увеличения размерности модели на единицу без ухудшения чувствительности решения требуется увеличение τ в среднем на два порядка. Это значит, что корректными задачами идентификации в основном будут лишь задачи построения низкоразмерных моделей, порядка 2–5.

Нелинейность в (14) содержится лишь в собственных числах $\{\lambda\}$. Подстановка в (14) известного набора $\{\lambda\}$ дает линейную задачу относительно коэффициентов $\{f\}$.

При идентификации в условиях ограниченной неопределенности единственной модели, оптимально аппроксимирующей по выходу исходную систему, не существует. Модели, дающие отклонение от поведения реальной системы по выходу на величину порядка величины шума, будут равноценными. Также аппроксимирующие модели, построенные на разных испытательных наборах частот входного сигнала (5), будут лучше аппроксимировать каждая на своем наборе. Пример приведен в таблице, где рассмотрены две модели размерности $\hat{N} = 4$, построенные на разных наборах частот, аппроксимирующие по выходу систему размерности $N = 6$. При проверке на разных частотах дают разную точность аппроксимации.

Таблица

Тестовые частоты	Модель для частот 1...3	Модель для частот 2...5
0,1–0,5	0,00003	0,00062
1–2	0,00005	0,00020
6–7	0,00010	0,00008
10–13	0,00040	0,00026

Приведенные результаты показывают, что при поиске модели важно попасть лишь в множество несравнимых между собой моделей, каждая из которых не является наилучшей на всех возможных частотах и реализациях неопределенности. Также важно избежать структурной неустойчивости, что возможно при решении линейной задачи (11), (15).

Подставим в соотношение (14) вместо частотных характеристик Φ_k, Ψ_k их оценки, полученные в эксперименте с конечным τ:

$$\begin{cases} \sum\limits_{p=1}^{P} \widetilde{R}_2^{p,k} = 2\hat{\Phi}_k, \\ \sum\limits_{p=1}^{P} \widetilde{R}_1^{p,k} = 2\hat{\Psi}_k, \end{cases} \qquad k = 1, S. \tag{16}$$

Левая часть системы (16) полностью определяется известными амплитудами и частотами входного испытательного сигнала и коэффициентами модели: собственными значениями $\{\lambda\}$ и $\{f\}$. Зависимость от $\{\lambda\}$ является нелинейной, а от $\{f\}$ — линейной. Поэтому при подставленных в (16) оценках собственных значений получается линейная система относительно $\{f\}$, решаемая МНК. Таким образом, размерность пространства поиска решения снижается. Необходимо лишь правильно выбрать набор собственных чисел модели $\{\lambda\}$, остальные коэффициенты находятся из них.

Запишем функционал для минимизации среднеквадратичной ошибки

$$J(\{\lambda\},\{f\}) = \sum_{k=1}^{S}\left(2\hat{\Phi}_k - \sum_{p=1}^{P}\widetilde{R}_2^{p,k}\right)^2 + \sum_{k=1}^{S}\left(2\hat{\Psi}_k - \sum_{p=1}^{P}\widetilde{R}_1^{p,k}\right)^2. \tag{17}$$

Для не очень больших размерностей аппроксимирующей модели для минимизации (17) можно применить любой из простейших стохастических методов оптимизации. Это имеет смысл в виду сложной зависимости функционала от собственных чисел модели.

ISSN 0572-2691

Однако даже простейший метод оптимизации нелинейной функции является на порядки более вычислительно сложным, чем в линейном случае, предлагается комбинировать оба метода. Для определения корректности задачи с выбором предельно допустимой размерности модели предлагается использовать линейную задачу (11), (15), позволяющую провести вычислительно несложную рандомизацию для проверки устойчивости решения. Также предлагается использовать полученные ею модели в качестве начального приближения в итеративной процедуре минимизации нелинейного функционала (17).

Пример работы стохастического алгоритма проиллюстрирован на рис. 2. Для системы десятого порядка метод с решением линейной задачи (11), (15) для $\tilde{N} = 5$ построил заведомо неверную модель с собственным корнем в неустойчивой области. Наклонными крестиками показано расположение собственных чисел модели из линейной задачи. Прямыми крестиками показаны конечные значения собственных чисел модели, полученные методом случайного поиска с минимизацией (16). Размерность модели сохранена.

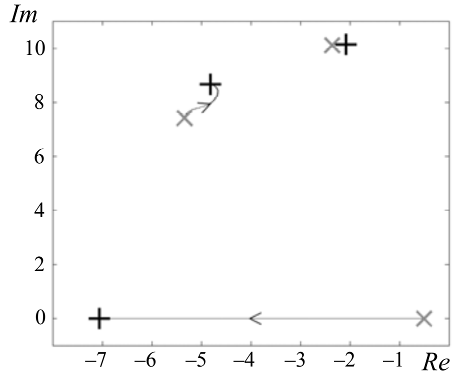

Рис. 2

При реализации итерационных алгоритмов есть возможность использовать влияние на процесс расположения собственных чисел, например, используя введение в функционал (16) штрафных функций, запретить их движение в сторону высокочастотной области. Также можно выбирать различные расположения начальных точек, например, используя найденные собственные значения моделей меньших размерностей и добавляя новые собственные значения.

При отсутствии необходимости поиска абсолютно оптимальной модели использование итеративных стохастических алгоритмов открывает широкие возможности к управлению процессом идентификации. Вариационная постановка задачи параметрической идентификации (17) позволяет использовать процедуры регуляризации. В зависимости от априорной информации о природе исследуемого процесса с помощью введения в (17) штрафных функций можно ограничить область возможных значений параметров модели, например, ограничить скорость переходных процессов модели.

Заключение

Переход от линейной задачи к решению вариационной нелинейной обусловлен желанием устранить недостатки имеющегося метода [3, 4]. Проведенные исследования позволили обосновать использование стохастических методов минимизации, применительно к задаче системной идентификации. Эксперименты показали, что предложенное усовершенствование метода, связанное с решением нелинейной задачи, позволяет гарантировать получение моделей с устойчивыми корнями. В результате модифицированный частотный метод идентификации состоит из следующей последовательности задач: структурная идентификация с использованием рандомизированной процедуры (линейная задача), предварительное нахождение параметров (линейная задача), итеративное уточнение значений параметров (нелинейная задача). Последовательное решение этих задач обеспечивает получение аппроксимирующей по выходу модели с устойчивыми корнями и параметрами, слабочувствительными к присутствующей неопределенности.

С.В. Мельничук

МОДИФІКОВАНИЙ ЧАСТОТНИЙ МЕТОД СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СИСТЕМ

Розглянуто задачу ідентифікації лінійних стаціонарних динамічних систем у просторі станів за частотними характеристиками. Запропоновано удосконалений метод побудови апроксимуючих моделей в умовах обмеженої невизначеності. Задача визначення параметрів зводиться до мінімізації нелінійного функціонала, що дозволяє використовувати стохастичні методи пошуку розв’язку.

S.V. Melnychuk

MODIFIED FREQUENCY METHOD OF STRUCTURAL-PARAMETRIC SYSTEM IDENTIFICATION

The problem of linear time-invariant state-space system identification in frequency domain is considered. An improved method of approximate model constructing under bounded uncertainty is proposed. The parameters determination problem is reduced to minimization of nonlinear functional, allowing one to use stochastic methods for finding solutions.

1. *Орлов Ю.Ф.* Идентификация по частотным параметрам при параллельных испытаниях // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 1. — С. 21–40.
2. *Александров А.Г.* Метод частотных параметров // Там же. — 1989. — **50**, № 12. — С. 3–15.
3. *Губарев В.Ф., Мельничук С.В.* Идентификация многомерных систем по параметрам установившегося режима // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2012. — № 5. — С. 26–42.
4. *Мельничук С.В.* Исследование корректности задач идентификации многомерных систем частотным методом // Кибернетика и вычислительная техника. — 2014. — № 176. — С. 19–33.
5. *Кардашов А.А., Карнюшин Л.В.* Определение параметров системы по экспериментальным (заданным) частотным характеристикам // Автоматика и телемеханика. — 1958. — **19,** № 4. — С. 334–345.
6. *Levy E.C.* Complex curve fitting // IRE Trans. Automat. Control. — 1959. — **4**. — P. 37–49.
7. *Gubarev V.F., Gummel A.V., Melnychuk S.V.* Well–posed identification of nuclear type infinite and multidimensional systems // Кибернетика и вычислительная техника. — 2014. — № 177. — С. 5–15.

Получено 04.02.2015

Статья представлена к публикации членом редколлегии чл.-корр. НАН Украины Губаревым В.Ф.