УДК 629.7.05

А.И. Ткаченко

КОРРЕКЦИЯ ПЕШЕХОДНОЙ БИНС В РЕЖИМЕ СТОЯНКИ

Введение

Разнообразные схемы и варианты пешеходных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) представлены в публикациях [1–7]. Там же поясняются причины повышенного интереса к пешеходной инерциальной навигации и трудности ее реализации. Особенность ряда вероятных применений пешеходных БИНС, в частности, при аварийно-спасательных работах — ограниченность либо полная невозможность доступа к традиционным средствам коррекции, прежде всего GPS. «В условиях, отрицающих GPS» [7–10], придется корректировать пешеходную БИНС в закрытых помещениях, в горах, на городских улицах высотной застройки, в шахтах, тоннелях или протяженных пещерах, возможно, в густых лесах. В этих условиях необходимость решения исследуемой ниже задачи автономной коррекции пешеходной БИНС весьма остра; в иных ситуациях она усугубляется опасностью атак на GPS [11].

Рассматриваемая БИНС представляет собой унитарный приборный блок, объединенный с вычислительным устройством и средствами ввода данных и вывода результатов функционирования этого блока в визуальном и, возможно, звуковом представлении. Приборный блок содержит трехосный акселерометр, трехосный магнитометр и трехосный измеритель угловой скорости. Последний представляет собой комплект из трех одноосных измерителей, для краткости именуемых гироскопами. Приборный блок удобен для транспортировки в ручной сумке, на поясе, в рюкзаке и т.п. [1, 3, 9], пешеход-оператор может придать ему любую ориентацию в пространстве и удержать в нужном положении. Малогабаритные конструкции подобных инерциально-магнитометрических приборных блоков вполне реальны [5, 6, 9, 12].

В рабочем режиме БИНС обычным образом определяет скорость, местонахождение и ориентацию приборного блока [13]. В отличие от многочисленных схем и моделей пешеходных БИНС, предназначенных для относительно кратковременного позиционирования в пределах закрытого помещения с точностью до метров, здесь используется менее точная, но более продолжительная навигация с перемещениями на значительные расстояния без ограничений как характера маршрута, так и препятствий, затрудняющих движение, например, в условиях неосвоенного лесного массива либо протяженного естественного или антропогенного тоннеля. В таких условиях нереально использование специфических приемов и средств, частично возмещающих недоступность GPS, таких как заранее подготовленные маркеры, карты местности, точки доступа к Wi-Fi-информации, ZUPT-технологии и т.п. [1–7].

Этап коррекции — определения или уточнения начальных условий для интегрирования уравнений БИНС и компенсации погрешностей чувствительных элементов — предшествует рабочему режиму либо чередуется с ним. В рассматриваемой постановке задача коррекции осложнена тем, что использование сторонней корректирующей информации позиционного, скоростного, углового или иного характера не предусматривается. При необходимости возможно лишь привлечение приближенных сведений о высоте над уровнем моря.

Процедурно рассматриваемая коррекция включает три операции: выставка (начальная выставка) — определение ориентации приборного блока относительно опорного координатного трехгранника; калибровка — оценивание основных погрешностей чувствительных элементов БИНС; позиционирование — уточнение координат местонахождения приборного блока. Считаем, что процесс коррекции разворачивается в соответствии с программой, заданной компьютеру БИНС, а оператор в своих действиях руководствуется показаниями и сигналами приборного блока.

Рассмотрим в теоретическом аспекте возможность автономного решения охарактеризованной задачи коррекции БИНС, не затрагивая вопросы конструкторско-технологической и дизайнерской реализации.

1. Постановка задачи

В процессе коррекции БИНС вместе с оператором находится в фиксированной точке земной поверхности O, принимаемой за неподвижную точку приборного блока при его возможных вращениях. Случай, когда вблизи точки O находятся локальные ферромагнитные или токонесущие элементы инфраструктуры, исключается. Это оправдано, например, при навигации в условиях густого лесного покрытия, где стандартный сигнал GPS ослаблен, а магнитное поле свободно от возмущений [6]. Свяжем с приборным блоком правый ортогональный координатный трехгранник xyz с вершиной в точке O и осями, параллельными осям чувствительности названных приборов БИНС. Введем правый ортогональный географический опорный трехгранник $OXYZ$ «восток–север–зенит». Представления физических векторов в системах координат xyz и XYZ отмечаем соответственно нижними индексами E и J. Ориентацию трехгранника xyz относительно XYZ охарактеризуем нормированным кватернионом $\Lambda = \Lambda(t)$ либо эквивалентной ему в смысле преобразования координат матрицей направляющих косинусов $C = C(t)$, так что для произвольного трехмерного вектора $\mathbf{r}$

$$\mathbf{r}_J = C\mathbf{r}_E, \mathbf{r}_J = \Lambda \circ \mathbf{r}_E \circ \overline{\Lambda}. \tag{1}$$

Формально оперируем трехмерными векторами как кватернионами с нулевой скалярной частью [14]; $\circ$ — знак умножения кватернионов; чертой над символом отмечаем сопряженный кватернион. Параметры ориентации трехгранника xyz относительно XYZ удовлетворяют уравнению $\dot{\Lambda} = 1/2(\Lambda \circ \boldsymbol{\omega}_E - \mathbf{u}_J \circ \Lambda)$, где $\boldsymbol{\omega}$ — вектор абсолютной угловой скорости приборного блока, $\mathbf{u}$ — вектор угловой скорости суточного вращения Земли; $\mathbf{u}_J = [0, u_Y, u_Z]^{\mathrm{T}} = [0, u\cos\varphi, u\sin\varphi]^{\mathrm{T}}$; u — величина вектора $\mathbf{u}$; φ и далее λ, h — географические координаты точки O (широта, долгота и высота). Индекс T означает транспонирование. Фактически в начальный момент времени $t_0 = 0$ вместо φ, λ, h известны приближенные значения $\varphi^* = \varphi + \Delta\varphi$, $\lambda^* = \lambda + \Delta\lambda$, $h^* = h + \Delta h.$ Звездочкой отмечаем модельные (заданные либо вычисленные) значения соответствующих параметров. Символ-префикс Δ указывает на аддитивную ошибку модельного значения. Очевидно, значения $\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h$ постоянны, по крайней мере, между моментами их коррекции. Компьютер БИНС отслеживает модельное значение кватерниона Λ — нормированный кватернион Λ^*, интегрируя уравнение

ISSN 0572-2691

$$\dot{\Lambda}^* = 1/2(\Lambda^* \circ \boldsymbol{\omega}_E^* - \mathbf{u}_J^* \circ \Lambda^*), \tag{2}$$

где $\mathbf{u}_J^* = [0, u_Y^*, u_Z^*]^{\mathrm{T}} = [0, u\cos\varphi^*, u\sin\varphi^*]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\omega}_E^* = \boldsymbol{\omega}_E + \Delta\boldsymbol{\omega}_E$ — вектор показаний гироскопов; $\Delta\boldsymbol{\omega}_E = \mathbf{d} + \xi_\omega$, $\mathbf{d} = \mathrm{const}$ — вектор дрейфа гироскопов; ξ_ω — вектор малых гауссовых шумов в составе $\Delta\boldsymbol{\omega}_E$. Если, как полагается далее, начальная ориентация трехгранника xyz относительно XYZ произвольна и неизвестна, можно принять $\Lambda^*(0) = [1, 0, 0, 0]$.

Показания акселерометра составляют вектор $\mathbf{a}_E^* = \mathbf{a}_E + \Delta\mathbf{a}_E$, где $\mathbf{a}_E = -C^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_J$; $\mathbf{g}$ — вектор ускорения силы тяжести в точке O; $\Delta\mathbf{a}_E = \mathbf{s} + \xi_a$; $\mathbf{s} = \mathrm{const}$ — вектор смещений нуля акселерометра; ξ_a — вектор малых гауссовых шумов акселерометра; $\mathbf{g}_J = [0\ 0\ g]^{\mathrm{T}}$. Скаляр $g = g(\varphi, h)$, постоянный при коррекции в фиксированной точке O, задается достаточно адекватным выражением типа [15]

$$\begin{gathered} g = \beta_0(1 + \beta_1\sin^2\varphi + \beta_2\sin^2 2\varphi) + g_h' h;\ \beta_0 = -9{,}780327\,\text{м/с}^2, \\ \beta_1 = 0{,}0053024,\ \beta_2 = -0{,}58\cdot 10^{-5},\ \ g_h' = 3{,}086\cdot 10^{-6}\,\text{с}^{-2}. \end{gathered} \tag{3}$$

Высота в (3) учитывается в метрах. При наличии более точной и сложной зависимости $g(\varphi, h)$ ее использование вместо (3) не вызовет затруднений.

Вектор показаний магнитометра представляется в виде $\mathbf{H}_E^* = \mathbf{H}_E + \Delta\mathbf{H}_E$, где $\mathbf{H}$ — вектор напряженности геомагнитного поля в точке O; $\Delta\mathbf{H}_E = \mathbf{m} + \xi_m$; $\mathbf{m} = \mathrm{const}$ — вектор смещений нуля магнитометра; ξ_m — вектор малых гауссовых шумов магнитометра. Аналитическая зависимость $\mathbf{H}_J = [H_X\ H_Y\ H_Z]^{\mathrm{T}} = \mathbf{H}_J(\varphi, \lambda, h)$ может быть известна в виде модели геомагнитного поля. Предполагаемым значениям $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ соответствуют отклонения модельного положения точки O от ее фактического положения вдоль меридиана и параллели до нескольких километров. Возможные значения Δh исчисляются десятками (до сотен) метров. Показания чувствительных элементов поступают в компьютер БИНС с тактом съема $h^\circ << 1$ с. Численное интегрирование уравнения (2) выполняется с шагом h^+, равным или кратным h°.

Необходимо уточнить Λ^* до значения, близкого Λ, оценить $\mathbf{d}, \mathbf{s}, \mathbf{m}$ и откорректировать $\varphi^*, \lambda^*, h^*$ до значений, близких соответственно φ, λ, h.

Предполагается, что в ходе коррекции компьютер БИНС по заданной программе рассчитывает скалярные и векторные параметры коррекции, выводит их для оператора, сигнализирует о моментах начала и окончания последовательных операций, выдает команды и указания, которым должен следовать оператор, и контролирует выполнение операций.

2. Выставка и калибровка

От хорошо изученных задач стендовой калибровки приборов БИНС рассматриваемая задача отличается, в частности, следующим. Отсутствует стендовое оборудование, обеспечивающее строгую реализацию и контроль наперед рассчитанной программы угловых движений. Продолжительность выставки и калибровки пешеходной БИНС жестко ограничена. Координаты места стендовой калибровки хорошо известны; напротив, местонахождение приборного блока пешеходной БИНС при коррекции задано весьма приближенно. В отличие от типичного подхода к стендовой калибровке, в рассматриваемой задаче начальная ориентация трехгранника xyz относительно XYZ может быть неизвестна. Все же при решении задачи коррекции пешеходной БИНС заимствуем элементы методик, применяемых при стендовой калибровке приборов [16, 17]. Поскольку возможности калибровки в рассматриваемой постановке задачи весьма незначительны по сравнению со стендовой калибровкой, приходится ограничиться оценкой доминирующего фактора модели погрешности каждого из чувствительных элементов, если такой фактор имеется. Выше в качестве оцениваемых доминирующих факторов были приняты постоянные дрейфы или смещения нуля.

Введем нормированный кватернион $\mathrm{M} = \Lambda \circ \overline{\Lambda}^*$ с векторной частью $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_J$ и скалярной μ_0. Оценка кватерниона М, если она доступна, уточняет Λ^* по формуле $\Lambda = \mathrm{M} \circ \Lambda^*$. Используя (1), (2) и принимая во внимание установленную модель погрешностей чувствительных элементов без учета ξ_ω, ξ_a, ξ_m, запишем в первом приближении относительно $\boldsymbol{\mu}, \mathbf{d}, \mathbf{s}, \mathbf{m}$:

$$\dot{\boldsymbol{\mu}} = -\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{u}_J - 1/2C\mathbf{d}, \quad \dot{\mathbf{d}} = 0, \dot{\mathbf{s}} = 0, \dot{\mathbf{m}} = 0, \tag{4}$$

$$\mathbf{g}_J + \Lambda^* \circ \mathbf{a}_E^* \circ \overline{\Lambda}^* = -2\Phi(\mathbf{g}_J)\boldsymbol{\mu} + C\mathbf{s}, \quad \Lambda^* \circ \mathbf{H}_E^* \circ \overline{\Lambda}^* - \mathbf{H}_J = 2\Phi(\mathbf{H}_J)\boldsymbol{\mu} + C\mathbf{m},$$
$$\Lambda^* \circ \boldsymbol{\omega}_E^* \circ \overline{\Lambda}^* - \mathbf{u}_J = 2\Phi(\mathbf{u}_J)\boldsymbol{\mu} + C\mathbf{d}, \tag{5}$$

где Φ — кососимметрическая (3×3)-матрица в выражениях вида $\Phi(\mathbf{g}_J)\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{g}\times\boldsymbol{\mu})_J$. Последнее равенство (5) справедливо и применимо только при $\boldsymbol{\omega}_r = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{u} = 0$ (на практике — только при $(\boldsymbol{\omega}_E^{*\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_E^*)^{1/2} < \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ — порог, рассчитанный наперед с учетом ожидаемых порядков $\mathbf{u}, \mathbf{d}$ и $\boldsymbol{\omega}_{rE}$). Решение задач выставки и калибровки сводится к оценке вектора $[\boldsymbol{\mu}^\mathrm{T}\ \mathbf{d}^\mathrm{T}\ \mathbf{s}^\mathrm{T}\ \mathbf{m}^\mathrm{T}]^\mathrm{T}$, удовлетворяющего уравнениям (4), с использованием уравнений измерений (5). Скаляр μ_0 находится из условия нормировки.

Пусть в процессе интегрирования уравнения (2) оператор в течение заранее рассчитанного промежутка времени $[t_{i-1}, t_i]$ поворачивает вручную приборный блок вокруг неизменной либо меняющейся воображаемой оси с относительной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_r \neq 0$, оставляя точку O неподвижной относительно Земли. На последующем промежутке $[t_i, t_{i+1}]$ приборный блок сохраняет неизменную ориентацию относительно трехгранника XYZ. Такие промежутки вращения и покоя приборного блока чередуются по заранее составленной и отлаженной программе, обеспечивающей полную наблюдаемость системы (4), (5), подобно тому как это достигается при стендовой калибровке. Программа формируется так, что незначительные отклонения во времени и углах поворота, связанные с физическими возможностями и уровнем подготовки оператора, не вызовут нарушения полной наблюдаемости. Компьютер БИНС сигнализирует оператору о ключевых моментах времени, в данном случае о начале и окончании поворотов, указывает положение осей вращения в системе координат xyz и контролирует угловую скорость вращения приборного блока.

Учитывая оговоренную выше возможность полной неопределенности ориентации трехгранника xyz относительно XYZ, для оценки состояния системы (4), (5) используем алгоритм рекуррентного оценивания [18–20]. Воспроизводить его здесь нет необходимости. Такого рода алгоритмы, представленные в публикациях о гарантированных и размытых эллипсоидальных оценках на основе метода наименьших квадратов [21], отличаются широкой областью сходимости и обеспечивают достаточно надежные и точные оценки состояния нелинейных динамических систем в подобных задачах [22]. Традиционно такие методы включают процедуры прогноза и обновления. В данной задаче, поскольку правые части уравнений (4) относительно малы или равны нулю, от прогноза можно отказаться.

Для устранения возмущающего эффекта непредусмотренных случайных ускорений точки O при вращениях приборного блока можно на время вращений отказаться от использования уравнений измерений, учитывающих $\mathbf{a}_E^*$, так же как в данном случае не используется последнее уравнение (5).

При выполнении выставки и калибровки ошибки $\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h$ указанного выше уровня игнорируем. Все вычисления, непосредственно учитывающие $\varphi^*,\ \lambda^*, h^*,$ выполняются один раз в начале коррекции, и их результаты сохраняются неизменными, по крайней мере, до начала позиционирования.

3. Моделирование

При моделировании процедур выставки и калибровки пешеходной БИНС начальная ориентация трехгранника xyz относительно XYZ задавалась углами тангажа ϑ, крена γ и рыскания ψ, равномерно распределенными соответственно в промежутках $\pm 180^\circ$, $\pm 90^\circ$ и $\pm 180^\circ$. Далее символ $\sigma(x)$ обозначает среднеквадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины x, а символ $\sigma(\mathbf{r})$ — одинаковые среднеквадратические отклонения нормально распределенных координат случайного вектора $\mathbf{r} \in R^3$. Ограничение $\sigma(\mathbf{d}) < u$ характеризует класс точности БИНС, для которых применима предлагаемая методика коррекции. Задавались характеристики чувствительных элементов относительно «грубой» БИНС:

$$\begin{gathered}\sigma(\mathbf{d}) = 6 \cdot 10^{-5}\ \text{с}^{-1} \approx 12\ \text{град/ч},\ \sigma(\mathbf{s}) = 0{,}03\ \text{м/с}^2,\ \sigma(\mathbf{m}) = 50\ \text{нТл},\\ \sigma(\xi_\omega) = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{с}^{-1},\ \sigma(\xi_a) = 10^{-4}\ \text{м/с}^2,\ \sigma(\xi_m) = 25\ \text{нТл}.\end{gathered} \tag{6}$$

При формировании вектора $\mathbf{H}_J$ и имитации показаний магнитометра использовалась модель геомагнитного поля IGRF–11 с учетом 13 гармоник разложения геомагнитного потенциала.

Представленные ниже результаты получены при $\varphi = 50^\circ,\ \lambda = 60^\circ,\ h = 200$ м. Ошибки местонахождения приборного блока вводились как нормально распределенные центрированные случайные величины с характеристиками $\sigma(\Delta N) = \sigma(\Delta E) = 6000$ м, $\sigma(\Delta h) = 20$ м, где $\Delta N = R\Delta\varphi, \Delta E = R\Delta\lambda\cos\varphi$ — смещения модельного образа точки O соответственно вдоль меридиана и параллели, R — расстояние между точкой O и центром Земли. Имитировались показания гироскопов и акселерометра в форме квазикоординат [13, 14] — приращений интегралов от элементов векторов $\boldsymbol{\omega}_E^*, \mathbf{a}_E^*$ на такте съема $h^\circ = 0{,}01$ с. Численное интегрирование уравнения (2) производилось методом третьего порядка из [23] с шагом $h^+ = 0{,}2$ с, на котором накапливались квазикоординаты. С таким же интервалом h^+ выполнялась обработка уравнений (5) в рамках процедуры обновления.

При вращениях приборного блока выполнялась программа, представленная в таблице значениями координат вектора относительной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{rE} = [\omega_{rX}\ \omega_{rY}\ \omega_{rZ}]^{\mathrm{T}}$ на промежутках времени $[t_{i-1}, t_i]$. На промежутках $[t_i, t_{i+1}]$, не представленных в таблице, полагалось $\boldsymbol{\omega}_{rE} = 0$.

Таблица

t, с	ω_{rX}, c^{-1}	ω_{rY}, c^{-1}	ω_{rZ}, c^{-1}
12–14	0	0	0,78
32–34	– 0,78	0	0
52–54	0	0,78	0
72–74	0	0	– 0,78
92–94	0,39	0	0
112–114	0	– 0,39	0

В качестве характеристик точности выставки принимались величины $\delta\vartheta, \delta\gamma, \delta\psi$ — остаточные ошибки значений углов ϑ, γ и ψ, соответствующих вычисленному кватерниону Λ^*. В результате моделирования по очерченной схеме установлено, что в средних широтах эти остаточные ошибки в течение 2–2,5 мин уменьшались от начальных значений, равных по величине и противоположных по знаку начальным значениям ϑ, γ и ψ, до десятых долей градуса. Поведение $\delta\vartheta, \delta\gamma, \delta\psi$ в типичном варианте моделирования показано графически на рис. 1 в зависимости от безразмерного времени t/T, где $T=30$ с. Для этого же варианта элементы вектора $\delta\mathbf{d} = \mathbf{d}^* - \mathbf{d} = [\delta d_x \ \delta d_y \ \delta d_z]^{\mathrm{T}}$ — остаточные ошибки оценивания координат вектора $\mathbf{d}$ в системе xyz — показаны на рис. 2. И в других вариантах моделирования остаточные ошибки оценивания дрейфа гироскопов составляли десятые доли градуса в час.

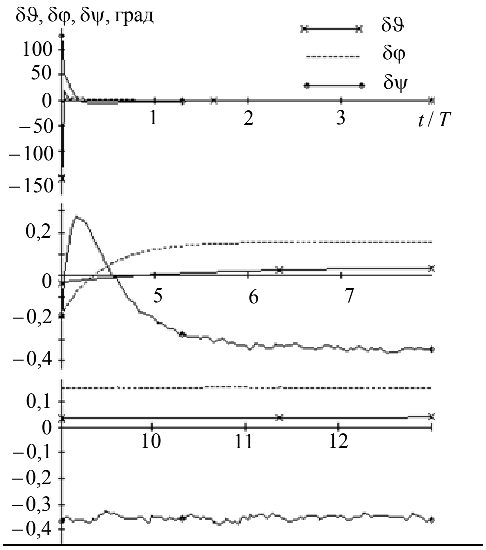

Рис. 1

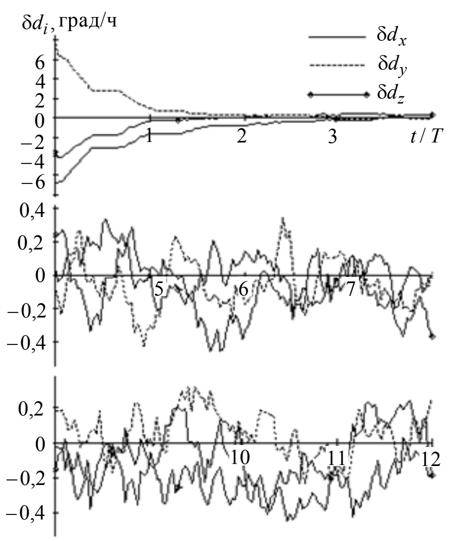

Рис. 2

В рамках названного выше рекуррентного алгоритма оценивания из [18–20] не были получены приемлемые оценки векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{m}$. Чтобы оценить эти векторы, прибегнем к методу, основанному на инвариантности длины вектора относительно системы координат, в которой задан вектор [24]. Уравнения измерений первого приближения относительно $\mathbf{s}, \mathbf{m}$ имеют вид

$$\mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}}\mathbf{a}_E^* - g^2 = 2\mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}}\mathbf{s}, \ \ \mathbf{H}_E^{*\mathrm{T}}\mathbf{H}_E^* - \mathbf{H}_J^{\mathrm{T}}\mathbf{H}_J = 2\mathbf{H}_E^{*\mathrm{T}}\mathbf{m}. \tag{7}$$

Каждое из уравнений (7) формируется с интервалом h^+ и учитывается в отдельной системе нормальных уравнений метода наименьших квадратов вместе с другими уравнениями этого типа. Решения систем нормальных уравнений составляют оценки соответствующих векторов $\mathbf{s}^*, \mathbf{m}^*$. На рис. 3 показано изменение элементов вектора $\delta\mathbf{s} = \mathbf{s}^* - \mathbf{s} = [\delta s_x \ \delta s_y \ \delta s_z]^{\mathrm{T}}$ по мере формирования системы нормальных уравнений, после того как она становится хорошо обусловленной. На рис. 4 таким же образом показаны координаты вектора ошибок $\delta\mathbf{m} = \mathbf{m}^* - \mathbf{m} =$

$= [\delta m_x \ \delta m_y \ \delta m_z]^{\mathrm{T}}$. Видно, как калибровка уменьшает дрейф гироскопов и смещения нуля акселерометра и магнитометра до малых остаточных значений в установившемся режиме.

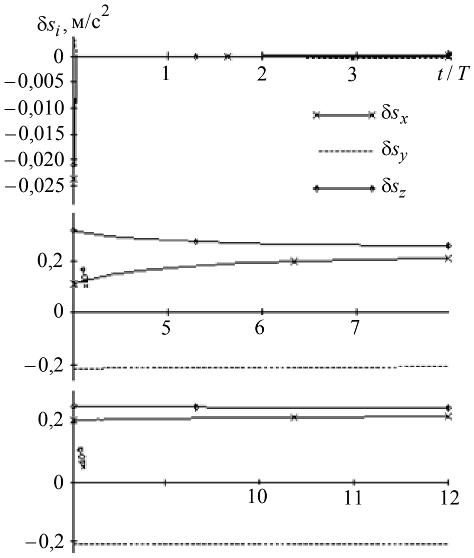

Рис. 3

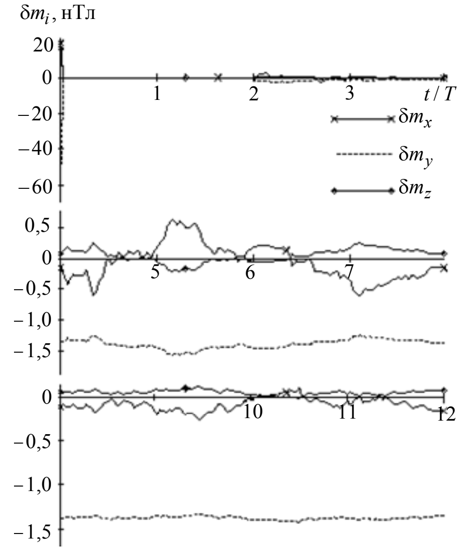

Рис. 4

В высоких широтах векторы $\mathbf{u}, \mathbf{H}$ близки по направлению к вертикали. Поэтому возникает характерная для инерциальных навигационных систем слабая наблюдаемость ошибки в азимуте $\delta\psi$. Все же и в этих условиях привлечение магнитометра способствует повышению точности выставки. Так, на широте 75° остаточная ошибка $\delta\psi$ при использовании магнитометра составляла единицы градусов, а без магнитометра — десятки градусов.

4. Позиционирование

Одним из проблемных моментов пешеходной инерциальной навигации является позиционирование. В публикациях предполагается инициализация параметров местонахождения приборного блока с использованием внешней информации, например, по предварительно установленным меткам либо в условиях доступности GPS на старте [5]. Затем в рабочем режиме БИНС определяет перемещение относительно стартовой «точки отсчета» [6, 7, 10]. Рассмотрим принципиальную возможность самостоятельной конкретизации приборным блоком своего местонахождения (координат φ, λ, h) в рамках рассматриваемой коррекции.

Процедура позиционирования начинается в установившемся режиме выставки и калибровки при неизменном положении приборного блока относительно Земли. Уточнение координат местонахождения БИНС осложняется влиянием остаточных ошибок калибровки. Это неблагоприятное влияние исключается приемом самокомпенсации ошибок калибровки, учитывающим структуру показаний чувствительных элементов.

В момент t°, предусмотренный программой, компьютер фиксирует значения оценок $\mathbf{d}^\circ = \mathbf{d}^*(t^\circ), \mathbf{s}^\circ = \mathbf{s}^*(t^\circ)$, $\mathbf{m}^\circ = \mathbf{m}^*(t^\circ)$. При $t > t^\circ$ эти значения исключаются из показаний приборов, так что в названных показаниях смещения нуля $\mathbf{d}, \mathbf{s}, \mathbf{m}$ замещаются уменьшенными остаточными ошибками $\delta\mathbf{d} = \mathbf{d} - \mathbf{d}^\circ$, $\delta\mathbf{s} = \mathbf{s} - \mathbf{s}^\circ$, $\delta\mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}^\circ$. Уточненное первое уравнение (7) при $t > t^\circ$ запишем в форме

$$\mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \mathbf{a}_E^* - g^{*2} = 2\mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \delta\mathbf{s} - 2g^*(g'^*_\varphi \Delta\varphi + g'^*_h \Delta h). \tag{8}$$

Штрихом отмечается частная производная по параметру, указанному в нижнем индексе; $g^* = g(\varphi^*,\ h^*)$. Из (3) следует $g'_\phi = \beta_0 \beta_1 \sin 2\varphi$. Рассматриваем (8) как уравнение относительно $\Delta\varphi, \Delta h$. Второе уравнение относительно $\Delta\varphi, \Delta h$ формируем, используя прием, связанный с вычислением и сравнением скалярных произведений физически разных векторов в двух системах координат [18, 25]:

$$\mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_E^* - g^* u_Z^* = \mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \delta\mathbf{d} + \boldsymbol{\omega}_E^{*\mathrm{T}} \delta\mathbf{s} + (g'^*_\varphi u_Z^* + g^* u'^*_{Z\varphi}) \Delta\varphi + u_Z^* g'^*_h \Delta h,\ u'^*_{Z\varphi} = u \cos\varphi^*. \quad (9)$$

Процедура позиционирования состоит из двух этапов. На первом компьютер формирует уравнения (8), (9) с шагом h° и учитывает их в системе нормальных уравнений метода наименьших квадратов как уравнения относительно $\Delta\varphi, \Delta h$. Члены с остаточными погрешностями $\delta\mathbf{d}, \delta\mathbf{s}$ при этом трактуются как неявно присутствующие возмущения и игнорируются. На запрограммированном промежутке времени $[t^\circ,\ t']$ выполняется заранее рассчитанное и уточненное моделированием количество N_1 таких шагов. То, что коэффициенты при $\Delta\varphi, \Delta h$ в (8), (9) постоянны на всех шагах, позволяет упростить вычисления. Левые части (8), (9) также практически постоянны с точностью до влияния случайных факторов ξ_ω, ξ_a. В момент $t' = t^\circ + N_1 h^\circ$ оператор по сигналу компьютера и показаниям приборного блока поворачивает последний на 180° вокруг оси, коллинеарной вектору $\mathbf{l}_1 = \mathbf{g} \times \mathbf{u}$, т.е. вокруг оси X, направленной на восток. При этом все координаты векторов $\mathbf{a}_E, \boldsymbol{\omega}_E$, сохраняя неизменными абсолютные значения, меняют знаки на противоположные. Одновременно соответствующее преобразование выполняется над кватернионом Λ^*. Далее на промежутке времени $[t',\ t''](t'' = t' + N_1 h^\circ)$ выполняются еще N_1 шагов формирования и обработки пар уравнений (8), (9) с шагом h°. В момент учета последней из таких пар в системе нормальных уравнений метода наименьших квадратов относительно $\Delta\varphi, \Delta h$ эта система с точностью до нелинейных членов и случайных возмущений оказывается вполне строгой, так как в ее составе члены, линейные относительно $\delta\mathbf{d},\ \delta\mathbf{s}$, взаимно уничтожаются. По отношению к случайным возмущениям проявляется обычный для метода наименьших квадратов эффект осреднения. Решение системы нормальных уравнений, найденное в момент t'', немедленно используется для коррекции исходных значений $\varphi^*,\ h^*$. Откорректированные значения $\varphi^* = \varphi + \delta\varphi,\quad h^* = h + \delta h$ с новыми ошибками позиционирования $\delta\varphi, \delta h$ сразу же используются для одноразового расчета уточненных значений g^*, $\mathbf{H}_J^* = \mathbf{H}_J(\varphi^*,\ \lambda^*,\ h^*)$ и $\mathbf{u}_J^*$. Кроме того, с помощью простейших формул численного дифференцирования вычисляются векторы $\mathbf{H}'^*_{J\varphi} = \mathbf{H}'_{J\varphi}(\varphi^*,\ \lambda^*,\ h^*)$ и $\mathbf{H}'^*_{J\lambda} = \mathbf{H}'_{J\lambda}(\varphi^*,\ \lambda^*,\ h^*)$. Этим первый этап позиционирования заканчивается.

На втором этапе остаточная ошибка δh игнорируется как малая величина, в частности, в уравнении (8), принимающем вид

$$\mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \mathbf{a}_E^* - g^{*2} = 2\mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \delta\mathbf{s} - 2g^* g'^*_\varphi \delta\varphi. \quad (10)$$

Такое усеченное уравнение используется в сочетании с еще двумя равенствами:

$$\begin{gathered} \mathbf{H}_E^{*\mathrm{T}} \mathbf{H}_E^* - \mathbf{H}_J^{*\mathrm{T}} \mathbf{H}_J^* = 2\mathbf{H}_E^{*\mathrm{T}} \delta\mathbf{m} - 2\mathbf{H}_J^{*\mathrm{T}} (\mathbf{H}'^*_{J\varphi} \delta\varphi + \mathbf{H}'^*_{J\lambda} \Delta\lambda), \\ \mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \mathbf{H}_E^* + g H_Z^* = \mathbf{H}_E^{*\mathrm{T}} \delta\mathbf{s} + \mathbf{a}_E^{*\mathrm{T}} \delta\mathbf{m} + (g'^*_\varphi H_Z^* + g^* H'^*_{Z\varphi}) \delta\varphi + g^* H'^*_{Z\lambda} \Delta\lambda. \end{gathered} \quad (11)$$

 ISSN 0572-2691

Уравнения (10), (11) формируются с шагом h° и учитываются в новой системе нормальных уравнений метода наименьших квадратов относительно $\delta\varphi, \Delta\lambda.$ Члены с $\delta\mathbf{s}, \delta\mathbf{m}$ игнорируются как недоступные учету возмущения. Всего на промежутке $[t'', t^*]$ выполняется запрограммированное количество N_2 таких шагов. В момент $t^* = t'' + N_2 h^\circ,$ указанный компьютером, оператор поворачивает приборный блок на 180° вокруг горизонтальной оси, коллинеарной вектору $\mathbf{l}_2 = \mathbf{g} \times \mathbf{H},$ а компьютер изменяет соответствующим образом кватернион $\Lambda^*.$ При этом векторы $\mathbf{a}_E, \mathbf{H}_E,$ сохраняя неизменными абсолютные значения своих элементов, изменяют их знаки на противоположные. Затем на промежутке $[t^*, t^{**}](t^{**} = t^* + N_2 h^\circ)$ компьютер в условиях неподвижности приборного блока выполняет еще N_2 шагов формирования и учета равенств (10), (11) как уравнений относительно $\delta\varphi, \Delta\lambda.$ По окончании этих вычислений получается система нормальных уравнений метода наименьших квадратов относительно $\delta\varphi, \Delta\lambda,$ строгая с точностью до нелинейных членов и случайных возмущений и не содержащая членов, пропорциональных $\delta\mathbf{s}, \delta\mathbf{m}.$ Решение этой системы уравнений используется при $t = t^{**}$ в качестве поправок для коррекции значений $\varphi^*, \lambda^*.$ Этим завершается процедура позиционирования.

Условия, неблагоприятные для позиционирования, имеют место в высоких широтах. При значениях $\varphi,$ близких к $\pm 90^\circ,$ значения $g'_\varphi, u'_{Z\varphi}$ оказываются малыми. Вследствие этого малы коэффициенты при $\delta\varphi$ в уравнениях (8), (9), а система таких уравнений относительно $\delta\varphi, \Delta h$ плохо обусловлена.

В отличие от иных способов индивидуальной навигации [1, 2, 6], рассмотренная методика позиционирования пешеходной БИНС универсальна и полностью автономна, не зависит от какой-либо внешней инфраструктуры, дополнительной аппаратуры, заранее составленных планов (карт) и предварительной подготовки местности; ее применимость ограничивается, по сути, только адекватностью доступных моделей ускорения силы тяжести и геомагнитного поля.

Моделирование полного цикла коррекции пешеходной БИНС, включающего выставку, калибровку с вращениями приборного блока по программе таблицы и позиционирование, производилось применительно к более точному комплекту приборов, чем в (6), с характеристиками $\sigma(\mathbf{d}) = 4 \cdot 10^{-5}\,\text{с}^{-1},$ $\sigma(\mathbf{s}) = 0{,}006$ м/с^2, $\sigma(\mathbf{m}) = 10$ нТл, $\sigma(\xi_\omega) = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\,\text{с}^{-1},$ $\sigma(\xi_a) = 10^{-5}$ м/с^2, $\sigma(\xi_m) = 5$ нТл, $h^\circ = 0{,}01$ с, $h^+ = 0{,}02$ с. По классификации из [5, табл. 2.1] это характеристики БИНС тактического (среднего) уровня точности. Исходные ошибки позиционирования задавались, как в предыдущем примере (разд. 3). При позиционировании оси вращений $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2$ воспроизводились с ошибками в виде поворотов вокруг осей X, Y, Z на случайные углы, нормально распределенные в пределах $\pm 5^\circ.$ По окончании выставки и калибровки остаточные ошибки определения ориентации приборного блока составляли десятые доли градуса, остаточный дрейф гироскопов — десятые и сотые доли градуса в час, ошибки оценивания элементов векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{m}$ имели порядок соответственно 10^{-4} м/с^2 и 0,5–1 нТл. Для позиционирования устанавливались ключевые моменты $t^\circ = 140$ с, $t' = 180$ с, $t'' = 220$ с, $t^* = 260$ с, $t^{**} = 300$ с. При этом $N_1 = N_2 = 4000.$ В момент первой коррекции местоположения t'' остаточные ошибки $\delta\varphi$ соответствовали значениям δN порядка сотен метров, остаточные ошибки δh имели порядок 1 м. По окончании позиционирования при $t = t^{**}$ остаточные ошибки определения местонахождения приборного блока $\Delta N, \Delta E$

составляли по результатам моделирования единицы или десятки метров. Отметим, что влияние неполной адекватности использованных моделей ускорения силы тяжести и геомагнитного поля на точность позиционирования не поддается проверке на основе доступных сведений.

«Чистое» время работы компьютера по обслуживанию процесса коррекции составило 5 мин. Фактическая продолжительность коррекции может увеличиться за счет каких-либо технологических операций. В частности, повороты вокруг осей, коллинеарных $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2$, могут быть развернуты во времени, так как существенным представляется не характер вращения, а лишь требуемое изменение ориентации приборного блока. Такое изменение можно реализовать как предварительный «грубый» поворот и уточнить по информации о вертикали и азимуте, поступающей от самого приборного блока, т.е. с использованием последнего в качестве компаса и уровня. С другой стороны, можно ускорить позиционирование, уменьшив h°. Так, при моделировании с $h^{\circ} = 0{,}0025\,\text{с}$ полная продолжительность коррекции сокращалась до 3 мин.

При названных характеристиках чувствительных элементов следует выполнять коррекцию через каждый час использования БИНС в рабочем режиме.

Характерные для локальных геологических структур аномалии силы тяжести [26], порождающие изменения g в пределах 1 мгл, но не учтенные при коррекции, не ухудшают заметным образом точность выставки, калибровки и позиционирования (проверено моделированием).

Заключение

Предлагаемая коррекция пешеходной БИНС в режиме стоянки предусматривает определение совершенно неизвестной вначале ориентации приборного блока, оценку смещений нуля чувствительных элементов и уточнение грубо заданных координат местонахождения. Эта коррекция в рамках принятой модели может быть реализована вполне автономно (без привлечения сторонней информации), по крайней мере в средних широтах. Приемы калибровки чувствительных элементов «перекликаются» с методами стендовой калибровки БИНС, алгоритм же определения параметров ориентации приборного блока и методика уточнения координат места коррекции вполне оригинальны. Судя по результатам моделирования, остаточные ошибки определения ориентации приборного блока составляют десятые доли градуса. В результате позиционирования ошибки задания координат места стоянки на земной поверхности уменьшались от километров до десятков или единиц метров, а начальные ошибки задания высоты — от сотен до единиц метров. Такой уровень точности подтверждается многочисленными вариантами моделирования. Ориентировочная продолжительность коррекции 3–5 минут.

Автор обязан Д.В. Лебедеву сведениями, использованными в постановке задачи.

От рецензента: Включение человека в процесс автономной коррекции БИНС с целью реализации предлагаемых в статье программ поворотов ее приборного блока должно сопровождаться анализом влияния (в реальном масштабе времени) «человеческого фактора» на точность решения рассматриваемой задачи. Это важно с практической точки зрения, так как позволит, с одной стороны, оценить эффективность предлагаемых автором *процедур автономной коррекции пешеходной БИНС, а с другой, — сформулировать требования к подготовке пользователя.*

О.І. Ткаченко

КОРЕКЦІЯ ПІШОХІДНОЇ БІНС У РЕЖИМІ СТОЯНКИ

Запропоновано методику та алгоритми корекції безплатформної інерціальної навігаційної системи, призначеної для визначення пішоходом-оператором параметрів свого місцезнаходження і руху в умовах переміщень на значні відстані. Корекція складається з процедур початкової виставки, калібрування та позиціонування і виконується в режимі стоянки цілком автономно — без залучення будь-якої сторонньої інформації.

A.I. Tkachenko

CORRECTION OF PEDESTRIAN SDINS IN A STAY MODE

A methods and algorithms of correction of the strapdown inertial navigation system intended for determination by a man-operator his location and motion parameters are proposed. Correction includes procedures of initial alignment, calibration and positioning and is performed in a stay mode without attraction of any external information.

1. *Angermann M., Robertson P.* Inertial-based joint mapping and positioning for pedestrian navigation // NATO Lecture Series SET-116 on Low Cost Navigation Sensors and Integration Technology. — Ukraine: Kiev : Национальный авиационный ун-т. — 2011. — С. 9-1–9-30.
2. *Моторин А.В., Люкшонков Р.Г., Медведков А.В.* Системы индивидуальной навигации. Состояние и перспективы развития. *http*://www.google.com.ua/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0CDUQFjAC&url=http%3A%2F%2Fwww.elektropribor.spb.ru%2Fcnf%2Fkmu14%2Ftext%2F146.doc&ei=pTW9UsbpOuezywO5j4CYBQ&usg=AFQjCNGT-e5AmOLLCFnvyq2iXTQ3FDWpmg&bvm=bv.58187178,d.bGQ
3. *Placer M., Kovacic S.* Enhancing indoor inertial pedestrian navigation using a shoe-worn marker. — http://www.readcube.com/articles/10.3390/s130809836?locale=en
4. *Alvarez J.C., Alvarez D., Lopez A., et al.* Pedestrian navigation based on waist-worn inertial sensor. — http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3472842/
5. *Abdulrahim K.* Heading drift mitigation for low-cost inertial pedestrian navigation — Thesis for the degree of Doctor of Philosophy. — 2012. — http://etheses.nottingham.ac.uk/2848/1/KARFinalCorrectedinUSIM.pdf
6. *Stirling R., Fyfe K, Lachapelle G.* Evaluation of a new method of heading estimation for pedestrian dead reckoning using shoe mounted sensors. — http://plan.geomatics.ucalgary.ca/papers/rin%20navigation_stirlingetal_jan06.pdf
7. *Ojeda L., Borenstein J.* Non-GPS navigation for security personnel and first responders. — http://www-personal.umich.edu/~johannb/Papers/paper128.pdf
8. *Miller M.M., Soloviev A., de Haag M.U., et al.* Navigation in GPS denied environments: feature aided inertial systems // NATO Lecture Series SET-116 on Low Cost Navigation Sensors and Integration Technology. — Ukraine: Kiev : Национальный авиационный ун-т. — 2011. — С. 7-1–7-32.
9. *Faulkner W.T., Alwood R., Taylor D.W.A., et al.* GPS-denied pedestrian tracking in indoor environments using an IMU and magnetic compass. — http://www.mdpi.com/1424-8220/12/8/10536
10. *Ali A., El-Sheimy N.* Low-cost MEMS-based pedestrian navigation techniques for GPS-denied areas. — http://www.hindawi.com/journals/js/2013/197090/

11. *GPS* open to attack, say researchers. — By Kate Melville. — http://www.scienceagogo.com/news/20080822224026data_trunc_sys.shtml
12. *Луковатый Ю.С., Лестев А.М., Волков К.М., Попова И.В.* Малогабаритный блок инерциальных и магнитометрических чувствительных элементов. — http://poleznayamodel.ru/model/12/126124.html
13. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. — М. : Наука, 1992. — 280 с.
14. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. — М. : Наука, 1973. — 320 с.
15. *Ускорение* свободного падения. — ru.wikipedia.org/wiki
16. *Парусников Н.А.* Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы на стенде // Изв. РАН. Механика твердого тела. — 2009. — № 4. — С. 3–9.
17. *Голован А.А., Парусников Н.А.* Математические основы навигационных систем. Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. — М. : МАКС Пресс, 2012. — 172 с.
18. *Ткаченко А.И.* Информационное обеспечение низкоорбитального космического аппарата по показаниям магнитометра и солнечного датчика // Космические исследования. — 2003. — **41**, № 5. — С. 514–523.
19. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов. — Киев : Наук. думка, 2006. — 298 с.
20. *Ткаченко А.И.* GPS-коррекция в задаче навигации низкоорбитального космического аппарата // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2009. — № 3. — С. 122–133.
21. *Бакан Г.М.* Алгоритмы построения гарантированных и размытых эллипсоидальных оценок на основе метода наименьших квадратов // Проблемы управления и информатики. — 1995. — № 3. — С. 117–129.
22. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Выставка бесплатформенной инерциальной системы с полной неопределенностью начальной ориентации приборного блока // Там же. — 2002. — № 5. — С. 118–126.
23. *Ткаченко А.И.* Алгоритм третьего порядка для вычисления параметров ориентации // Математическое обеспечение ЭЦВМ. — Киев : Ин-т кибернетики АН УССР, 1970. — Вып. 1. — С. 89–99.
24. *Лепе С.Н.* Разработка и исследование метода калибровки избыточных измерителей ускорения с целью повышения точности БИНС. — Автореферат дисс...канд. техн. наук. — 2008. — 17 с.
25. *Psiaki M.L.* Autonomous low-earth-orbit determination from magnetometer and sun sensor data // J. of Guidance, Control, and Dynamics. — 1997. — **22**, N 2. — P. 296–305.
26. *Аномалия* силы тяжести. — http://www.cnshb.ru/AKDiL/0042/base/RA/007170.shtm

Получено 02.02.2015