

УДК 551.511.32, 532.592

Ю.П. Ладиков-Роев, О.К. Черемных, А.К. Федоренко, В.Е. Набивач

АКУСТИКО-ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В ВИХРЕВОЙ ПОЛЯРНОЙ ТЕРМОСФЕРЕ*

Введение

Теоретические и экспериментальные исследования динамических процессов в верхней атмосфере полярных областей сопряжены с большими трудностями. Это связано с разнообразием типов и масштабов атмосферных движений (волны, ветры, вихри и др.), которые могут взаимодействовать между собой. Среди разных динамических процессов важную роль в атмосфере играют акустико-гравитационные волны (АГВ). Исследования последних лет указывают на их значительный вклад в динамику и энергетику атмосферы Земли и других планет, а также процессов на Солнце [1–4]. Важным свойством АГВ является возможность эффективного переноса энергии в вертикальном направлении [1]. В земной атмосфере волновые возмущения этого типа могут генерироваться на разных высотных уровнях источниками различной природы. Наблюдаемые на ионосферных высотах АГВ связывают с «воздействиями сверху», если их источники локализованы в верхней атмосфере, например, высыпания частиц, диссипация ионосферных токов, движение солнечного терминатора и др. [5–7]. Если волны пришли на высоты наблюдения от тропосферных или приземных источников, говорят о воздействии на ионосферу «снизу». АГВ разделяют на крупномасштабные и среднемасштабные [2]. Крупномасштабные АГВ распространяются с фазовыми горизонтальными скоростями 400–1000 м/с, их периоды составляют примерно от 30 мин до 3 ч, а горизонтальные длины волн превышают 1000 км. Среднемасштабные АГВ имеют фазовые скорости меньше 300 м/с и периоды меньше получаса. Крупномасштабные волны преимущественно вызваны источниками «сверху» и большая часть этих волн, наблюдаемых в высоких и средних широтах, по-видимому, связана с геомагнитными бурями [8, 9]. Поскольку фазовая горизонтальная скорость АГВ не может превышать скорость звука, что составляет около 300 м/с у поверхности Земли [1], воздействия «снизу» реализуются в виде среднемасштабных волн.

АГВ исследуются более полувека теоретически [1, 2], численно [10, 11], а также многими экспериментальными методами. Среди экспериментальных методов преобладает наземная диагностика ионосферной плазмы, которая позволяет восстанавливать особенности распространения АГВ. Прямые спутниковые исследования АГВ проводятся значительно реже, однако они позволяют непосредственно диагностировать поведение нейтральной среды. Кроме того, спутниковые измерения предоставляют возможность для глобального исследования свойств АГВ в планетарном масштабе.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Целевой комплексной программы НАН Украины по научным космическим исследованиям на 2012–2016 гг.

© Ю.П. ЛАДИКОВ-РОЕВ, О.К. ЧЕРЕМНЫХ, А.К. ФЕДОРЕНКО, В.Е. НАБИВАЧ, 2015

Анализ спутниковых измерений показал, что в полярных областях обоих полушарий на высотах 250–400 км наблюдаются протяженные области (5–7 тыс. км) повышенной волновой активности [12]. Амплитуды полярных АГВ превышают амплитуды волн в средних и низких широтах в несколько раз. Полярные АГВ характеризуются выделенными горизонтальными масштабами (500–600 км) и периодами, близкими к периоду Брента–Вяйсяля [13]. На основе спутниковых данных также был обнаружен эффект систематического движения АГВ навстречу ветру [12]. В обоих полушариях АГВ в основном сосредоточены внутри авроральных овалов, а азимуты их движения определяются ветрами полярной циркуляции.

В рамках классической теории АГВ перечисленные выше наблюдаемые особенности полярных волн объяснить невозможно. Для этого необходимо предположить существование некоторого механизма, фильтрующего волны по направлению, а также ответственного за выделенные спектральные характеристики. Совокупность полученных экспериментальных данных приводит к необходимости учета глобальной циркуляции атмосферы при теоретическом рассмотрении АГВ в полярной термосфере. Отличительная особенность полярной термосферы — наличие крупномасштабных вихревых движений с характерными масштабами в несколько тысяч километров. Возникают такие вихревые движения в результате притока энергии и импульса к нейтральным частицам от ионов, ускоряющихся за счет электромагнитного дрейфа в полях магнитосферной конвекции. В результате в ионосферной плазме формируется два вихря: один в вечернем, а другой в утреннем секторе. Степень развития этих вихрей зависит от геомагнитной активности и ориентации межпланетного магнитного поля.

Наиболее полная на сегодня картина полярной циркуляции термосферы получена на спутнике CHAMP [14]. Экспериментальные данные показывают, что в ионосферной плазме эти вихри примерно симметричны, однако в нейтральной среде преимущественно выражен только один вихрь — вечерний. На вихревую составляющую накладываются также градиентные ветра, обусловленные разогревом термосферы за счет поглощения солнечного ультрафиолетового излучения, направленные от послеполуденной области низких широт. Скорости ветров в полярной термосфере достигают максимально возможных в земной атмосфере значений и составляют 300–700 м/с [15]. В зависимости от факторов космической погоды (геомагнитной активности, ориентации межпланетного магнитного поля) характер полярной циркуляции изменяется. В условиях полярного дня концентрация ионосферной плазмы систематически больше, поэтому условия для развития вихревой циркуляции более благоприятны.

1. Модель невозмущенного состояния

Вихревые движения среды описываются в общем виде довольно сложными уравнениями [3] и могут быть решены аналитически [16] или численно [17] только для некоторых конкретных видов движения. В данном разделе кратко изложим простейшую модель установившегося вихревого движения среды с постоянной угловой скоростью Ω_0 . Как отмечалось во Введении, из наблюдений известно, что над полярными шапками в интервалах высот 250–400 км наблюдается вращение среды. Скорость ветра по вертикали фактически не изменяется выше 200 км из-за влияния вязкости [15], поэтому можно учитывать только горизонтальные изменения скорости. На этих высотах, соответствующих F_2 -области ионосферы, среда может рассматриваться как изотермическая с постоянной фоновой температурой $T_0 = \text{const}$. При этом имеет место барометрический закон распределения давления и плотности с высотой [3]

$$\frac{1}{P_0} \frac{dP_0}{dz} = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} = -\frac{1}{H_g}, \quad (1)$$

где $H_g = \tilde{R}T_0 / \mu_0 g$ — высота однородной атмосферы; \tilde{R} — универсальная газовая постоянная; μ_0 — средняя молярная масса атмосферного газа; g — ускорение силы тяжести.

Предположим, что рассматриваемая вихревая область представляет собой цилиндр радиуса R_0 , внутри которого скорость равна $\vec{V} = V_\varphi^0 \vec{e}_\varphi$, $V_\varphi^0 = \Omega_0 R$ и $\text{rot} \vec{V} = 2\vec{\Omega}_0$. Вне цилиндра ($R > R_0$) скорость убывает с радиусом $V_\varphi = (V_\varphi^0 R_0^2) / R$ и движение среды является потенциальным $\text{rot} \vec{V} = 0$.

В невозмущенном состоянии внутри цилиндра газ удовлетворяет системе гидродинамических уравнений [3], которую в цилиндрических координатах R, φ, z можно записать в виде

$$\rho_0 \frac{V_\varphi^2}{R} = \frac{\partial P_0}{\partial R}; \quad \frac{\partial P_0}{\partial z} = -\rho_0 g. \quad (2)$$

Фоновое давление определяется уравнением Клапейрона

$$P_0 = \tilde{R}T_0 \rho_0. \quad (3)$$

Из (1)–(3) следует

$$\frac{\partial \ln \rho_0}{\partial z} = -\frac{g}{\tilde{R}T_0}, \quad \tilde{R}T_0 = \tilde{R} / \mu_0. \quad (4)$$

Отсюда получаем

$$\rho_0 = C_0(0, R) \exp\left(-\frac{g}{\tilde{R}T_0} z\right). \quad (5)$$

Продифференцировав первое уравнение (2) по z , а второе — по R , получим

$$\frac{\partial^2 P_0}{\partial z \partial R} = -g \frac{\partial \rho_0}{\partial R}; \quad \frac{\partial^2 P_0}{\partial R \partial z} = \Omega_0^2 R \frac{\partial \rho_0}{\partial z}, \quad (6)$$

отсюда из условия равенства вторых производных следует $\Omega_0^2 R \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = -g \frac{\partial \rho_0}{\partial R}$.

С помощью (3) получаем зависимость невозмущенной плотности от радиуса

$$\rho_0 = C_0(z) \exp\left(-\frac{\Omega^2 R^2}{\tilde{R}T_0}\right). \quad (7)$$

Сравнивая (4) и (7), находим, что при $R \leq R_0$ выражение для плотности имеет вид

$$\rho(R, z)_0 = C_0 \exp\frac{1}{\tilde{R}T_0} \left(\frac{\Omega^2 R^2}{2} - gz \right), \quad (8)$$

где $C_0 = \text{const}$.

Из (5) и (8) для установившегося движения среды внутри цилиндра получим

$$P_0 = \tilde{R}T_0 \rho_0(0, 0) \exp\frac{1}{\tilde{R}T_0} \left(\frac{\Omega^2 R^2}{2} - gz \right). \quad (9)$$

При $R \geq R_0$ выражения для плотности и давления можно записать в виде

$$\rho_0 = C_0 \exp \frac{1}{\kappa T_0} \left(\frac{\Omega_0^2 R_0^4}{2} - gz \right), \quad P = \kappa T_0 \rho_0 \exp \frac{1}{\kappa T_0} \left(\frac{\Omega_0^2 R_0^4}{R^2} - gz \right). \quad (9')$$

В рамках рассматриваемой модели скорость звука $c_S^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0} = \tilde{R} T_0 \gamma$ — величина постоянная, поскольку изменением температуры T_0 внутри вихревого цилиндра можно пренебречь.

Данная модель не претендует на полноту описания вихревого движения среды в полярных областях Земли, однако позволяет учесть основные особенности распространения волн во вращающейся среде.

2. Возмущенное движение газа внутри вихревой области

Рассмотрим возмущения внутри вихревого цилиндра. Положим $P = P_0 + \mathfrak{p}$; $\vec{V} = V_\varphi^0 \vec{e}_\varphi + \vec{V}'$; $\rho = \rho_0 + \mathfrak{p}$, где «шляпками» сверху отмечены возмущенные величины, которые удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned} \rho_0 \left[\frac{\partial \mathfrak{p}_r}{\partial t} - \frac{2V_\varphi^0 \mathfrak{p}_\varphi}{R} + \frac{1}{R} V_\varphi^0 \frac{\partial \mathfrak{p}_r}{\partial \varphi} \right] - \frac{\mathfrak{p} (V_\varphi^0)^2}{R} &= -\frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial R}, \\ \rho_0 \left[\frac{\partial \mathfrak{p}_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi^0}{\partial R} + \frac{V_\varphi^0 \partial V_\varphi}{R \partial \varphi} + \frac{1}{R} \mathfrak{p}_r V_\varphi^0 \right] &= -\frac{1}{R} \frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial \varphi}, \\ \rho_0 \left[\frac{\partial \mathfrak{p}_z}{\partial t} + \frac{V_\varphi^0}{R} \frac{\partial \mathfrak{p}_z}{\partial \varphi} \right] &= -\frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial z} - \mathfrak{p} g, \\ \frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial t} + \text{div} \rho_0 \vec{V}' + \frac{1}{R} V_\varphi^0 \frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial \varphi} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Первые три уравнения в (10) (r , φ и z) являются соответственно компонентами уравнения движения, а последнее уравнение — законом сохранения массы.

Далее считаем, что возмущенное движение газа происходит по адиабатическому закону, поэтому справедливо равенство

$$\frac{d(\rho_0 + \mathfrak{p})}{dt} = \frac{1}{c_S^2} \cdot \frac{d(P_0 + \mathfrak{p})}{dt}. \quad (11)$$

Уравнение (11) удобно переписать в виде

$$\frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial t} + \frac{1}{R} V_\varphi^0 \frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial \varphi} = \frac{1}{c_S^2} \left(\frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial t} + \frac{1}{R} V_\varphi^0 \frac{\partial \mathfrak{p}}{\partial \varphi} \right) + \rho_0 \mathfrak{p}_r \frac{1-\gamma}{c_S^2} + \rho_0 \mathfrak{p}_z \frac{\partial P_0}{\partial z} \cdot \frac{1}{g} \cdot N_{BV}^2. \quad (12)$$

Здесь введена частота Брента–Вяйсяля N_{BV}^2

$$N_{BV}^2 = - \left(\frac{g^2}{c_S^2} + \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right) = g \left(\frac{1-\gamma}{H_g} \right) = \frac{g^2(1-\gamma)}{\kappa T_0}. \quad (13)$$

Отметим, что с учетом значений V_φ^0 уравнение (12) справедливо как для $R \leq R_0$, так и для $R \geq R_0$. При $R < R_0$ имеем $V_\varphi^0 = \Omega_0 R$, а при $R > R_0$ — $V_\varphi^0 = \frac{\Omega_0 R_0^2}{R}$.

Поскольку по φ и z среда однородная, возмущенные величины можно представить в виде

$$q = q(R, z) \exp(i(m\varphi - \omega\tau)). \quad (14)$$

Для удобства дальнейшего рассмотрения перейдем к безразмерным переменным

$$\vec{V} = \Omega R_0 \vec{V}, \quad \mathbf{f} = \rho_{00} \Omega^2 R_0^2 \Pi, \quad \mathbf{f} = \rho_{00} \rho, \quad \mathbf{f}_0 = \rho_{00} \rho_0, \quad (15)$$

$$t = \frac{1}{\Omega} \tau, \quad R = R_0 r, \quad z = R_0 z, \quad N_{BV} = \Omega \omega_{BV}, \quad a_S^2 = \frac{c_S^2}{R_0^2 \Omega^2}.$$

В безразмерных переменных первые три уравнения (10) принимают вид

$$i(m - \omega)V_r - 2V_\varphi = \frac{1}{\rho_0} \left(\rho r - \frac{\partial \Pi}{\partial r} \right), \quad (16)$$

$$i(m - \omega)V_\varphi + 2V_r = -\frac{im}{\rho_0 r} \Pi, \quad (17)$$

$$i(m - \omega)V_z = -\frac{1}{\rho_0} \left(\rho g_0 + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \right), \quad g_0 = g / R_0 \Omega^2. \quad (18)$$

Из этих уравнений находим

$$\rho_0 V_r = \frac{i}{4 - (m - \omega)^2} \left[(m - \omega) \left(\rho r - \frac{\partial \Pi}{\partial r} \right) - \frac{2m\Pi}{r} \right], \quad (19)$$

$$\rho_0 V_\varphi = \frac{1}{4 - (m - \omega)^2} \left[m(m - \omega) \frac{1}{r} \Pi - 2 \left(\rho r - \frac{\partial \Pi}{\partial r} \right) \right], \quad (20)$$

$$\rho_0 V_z = -\frac{1}{i(m - \omega)} \left[\rho g_0 + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \right]. \quad (21)$$

Подставляя (19)–(21) в уравнение неразрывности (12), получаем уравнение, которое содержит возмущенные давление Π и плотность ρ :

$$\begin{aligned} & \frac{m - \omega}{4 - (m - \omega)^2} \left[\frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi}{\partial r} - \frac{m^2 \Pi}{r^2} \right] - \frac{m - \omega}{4 - (m - \omega)^2} r \frac{\partial \rho}{\partial r} - \\ & - \frac{(m - \omega)\rho}{4 - (m - \omega)^2} \left[4 - (m - \omega)^2 - \frac{2\omega}{m - \omega} \right] = -\frac{1}{m - \omega} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial z} + \rho g_0 \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку в уравнении (22) коэффициенты не зависят от z , величины Π и ρ можно искать в виде

$$\Pi(r, z) = e^{kz} \Pi(r), \quad \rho(r, z) = e^{kz} \rho(r). \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22), получаем неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\begin{aligned} & r^2 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + r \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \Pi \left[-m^2 + k^2 r^2 \left(1 - \frac{4}{(m - \omega)^2} \right) \right] = \\ & = - \left\{ r^3 \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho r^2 \left[\frac{[(4 - (m - \omega)^2)][(m - \omega)^2 + kg_0]}{(m - \omega)^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

которое остается справедливым вплоть до границы вихревого цилиндра.

3. Возмущенное движение газа вне вихревого цилиндра

Вне вихревого цилиндра ($R \geq R_0$) установившаяся скорость среды в безразмерном виде равна $V_\varphi^0 = 1/r$. Подставляя эту скорость в ранее полученную систему (10), после некоторых преобразований получаем уравнения для возмущений:

$$\rho_0 V_r = -\frac{1}{m-r^2\omega} \left[r^2 \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{2r^3 m \Pi}{m-r^2\omega} - \frac{\rho}{r} \right], \quad (25)$$

$$\rho_0 V_\varphi = -\frac{mr}{m-r^2\omega} \Pi, \quad (26)$$

$$\rho_0 V_z = -\frac{ir^2}{(m-r^2\omega)} \left[\frac{\partial \Pi}{\partial z} + \rho g_0 \right]. \quad (27)$$

Подставляя (25)–(27) в уравнение неразрывности, которое при $r \geq 1$ имеет вид $i \left(\frac{m}{r^2} - \omega \right) \rho + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_0 r V_r) + \frac{im}{r} V_\varphi + \frac{\partial V_z \rho_0}{\partial z} = 0$, получаем уравнение, определяющее возмущенное состояние среды вблизи границы вихревого цилиндра

$$\begin{aligned} & \frac{(m-r^2\omega)}{r^2} \rho + \frac{1}{r(m-r^2\omega)} \left[r^2 \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{2r^2 m}{m-r^2\omega} - \frac{\rho}{r} \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{m-\omega^2 r} \left[r^2 \frac{\partial \Pi}{\partial r} + \frac{2rm}{m-r\omega^2} - \frac{\rho}{r} \right] - \frac{m^2 \Pi}{m-r^2\omega} + \frac{r^2}{m-r^2\omega} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial z} + \rho g_0 \right) \right\} = 0. \quad (28) \end{aligned}$$

Решения уравнений (24) и (28) должны удовлетворять условию непрерывности на границе вихревой области.

4. Дисперсионное уравнение

Для исследования волновых движений необходимо получить дисперсионное уравнение. Учтем, что на границе вихря при $r=1$ ($R=R_0$) радиальные и азимутальные возмущения скорости, давления и плотности должны быть непрерывными. Это означает, что при $r=1$ должны выполняться равенства

$$\begin{aligned} \Pi(1) = \Pi(1), \quad \rho_0 V_r(1) = \rho_1 V_r(1), \quad \rho_0 V_\varphi(1) = \rho_1 V_\varphi(1). \quad (29) \\ r \leq 1 \quad r \geq 1 \quad r \leq 1 \quad r \geq 1 \quad r \leq 1 \quad r \geq 1 \end{aligned}$$

Из (12) при $r \geq 1$ для возмущенной плотности получим

$$i \left(\frac{m}{r^2} - \omega \right) \rho = \frac{i}{a_S^2} \left(\frac{m}{r^2} - \omega \right) \Pi + \frac{(1-\gamma)}{a_S^2 r^3} \rho_0 V_r + \rho_0 V_z \frac{1}{g_0} \omega_{BV}^2. \quad (30)$$

Подставляя в (31) выражения для $\rho_0 V_r$ и $\rho_0 V_z$ из (16) и (18), видим, что k не может быть комплексным числом, так как в этом случае плотность была бы комплексной величиной. Поэтому величина k может быть только действительной. Множитель e^{kz} , введенный в (23), определяет изменение амплитуд возмущенных величин с высотой. Поскольку нас интересует связь между частотой и длиной волны (ω и m), величина k не будет оказывать влияния на дисперсию. Поэтому для упрощения задачи примем условие $k=0$. В результате получаем

$$\rho_0 \cdot V_z = \frac{ir^2}{m-r^2\omega} \rho g_0. \quad (31)$$

При $r \leq 1$ $i(m - \omega)\rho = \frac{i}{a_S^2}(m - \omega)\Pi + \frac{(1 - \gamma)}{a_S^2}\rho_0 V_r + \frac{iV_z}{m - \omega}\rho\omega_{BV}^2$ и из (12) следует

$$\rho = \frac{\frac{\gamma - 1}{4 - (m - \omega)^2} \left(\frac{d\Pi}{dr} + \frac{2m}{m - \omega} \frac{\Pi}{r} \right) + \Pi}{\frac{a_S^2}{(m - \omega)^2} [(m - \omega)^2 - \omega_{BV}^2] + \frac{(\gamma - 1)r}{4 - (m - \omega)^2}}, \quad (32)$$

а при $r \geq 1$

$$\rho = \frac{\frac{1 - \gamma}{a_S^2} \left[r \frac{d\Pi}{dr} + \Pi \left[\frac{2mr^2}{m - r^2\omega} + \frac{(m - r^2\omega)^2}{1 - \gamma} \right] \right]}{\left[(m - r^2\omega)^2 - r^4\omega_{BV}^2 - \frac{\gamma - 1}{a_S^2} r^2 \right]}. \quad (33)$$

Приравнявая $V_\varphi(1) = V_\varphi(1)$, а также $V_r(1) = V_r(1)$, $\Pi(1) = \Pi(1)$, получаем

следующие равенства:

$$\frac{d}{dr} \Pi(1) = \left[-\frac{2m\Pi(1)}{m - \omega} + \rho(1) \right] = \left[-\frac{2m\Pi(1)}{m - \omega} + \rho(1) \right] = \frac{d}{dr} \Pi(1), \quad (34)$$

$$\rho_0 V_r(1) = 0, \quad \rho(1) = \frac{\Pi(m - \omega)^2}{[(m - \omega)^2 - \omega_{BV}^2] a_S^2}. \quad (35)$$

В дальнейшем предполагаем

$$(m - \omega)^2 \gg 4, m, m^2, \quad (36)$$

которое, как будет показано в разд. 5, заведомо выполняется для случая встречного ветра. С учетом (36) упростим выражение (32):

$$\rho = \frac{1 - \gamma}{a_S^2 X(r)} \left\{ \left[\frac{d\Pi}{dr} + \frac{2m}{(m - \omega)} \frac{\Pi}{r} \right] + (m - \omega^2) \Pi \right\}, \quad (37)$$

здесь

$$X(r) = [(m - \omega)^2 - \omega_{BV}^2] + \frac{1 - \gamma}{a_S^2} r. \quad (38)$$

Учитывая условие (36) и полагая $k = 0$, уравнение (24) упрощается:

$$\frac{d^2 \Pi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Pi}{dr} - \frac{m^2}{r^2} \Pi - \left\{ r \frac{d\rho}{dr} + \rho \left[(m - \omega)^2 + \frac{2\omega}{m - \omega} \right] \right\} = 0. \quad (39)$$

Для получения дисперсионного уравнения необходимо определить все характерные величины в окрестности точки $r = 1$, где давление может быть аппроксимировано линейной функцией

$$\Pi = a_0 + a_1(1 - r) = a_0 + a_1 \xi. \quad (40)$$

Подставляя (40) в (37) и учитывая, что

$$\frac{1}{X_1(r)} \cong \frac{1}{X_1(1)} \left(1 - \frac{\gamma - 1}{a_S^2} \xi \right),$$

вычислим ρ и $\frac{d\rho}{dr}$. Подставляя в (39) полученные выражения для Π , $\frac{d\Pi}{dr}$, ρ и $\frac{d\rho}{dr}$, имеем соотношение

$$a_1 \left[-1 + \frac{\gamma(m - \omega^2)}{a_S^2 X(1)} + \frac{2m(1 - \gamma)}{(m - \omega) a_S^2 X_1} - \frac{(1 - \gamma)^2}{a_S^4 X_1^2} \right] = -a_0 \left[m^2 + \left[(m - \omega)^2 + \frac{2m(1 - \gamma)}{m - \omega} \right] \left[\frac{(m - \omega)^2}{a_S^2 X_1} - \frac{(1 - \gamma)}{a_S^4 X_1^2} \right] \right]. \quad (41)$$

Из сравнения значений V_φ , V_r , ρ , Π при $r=1$ в вихревой ($r \leq 1$) и после вихревой ($r \geq 1$) областях следует

$$V(1)(r \leq 1) = V(1)(r \geq 1) = 0. \quad (42)$$

Подставляя выражения для ρ и $\frac{d\rho}{dr}$ при $\xi = 0$, а также (41) в (42), получаем

$$\frac{\gamma}{a_S^2 X_1} - \frac{(1 - \gamma)^2}{a_S^4 X_1^2} + \frac{1 - \gamma}{(m - \omega)^2} \left[\frac{(m - \omega)^2}{a_S^2 X_1} + \frac{(1 - \gamma)}{a_S^4 X_1^2} \right] - \frac{a_S^2 X_1}{(m - \omega)^2} \left[\frac{(m - \omega)^2}{a_S^2 X_1} - \frac{(1 - \gamma)}{a_S^4 X_1^2} \right] = 0. \quad (43)$$

С учетом условия (36) окончательно имеем

$$\frac{1}{a_S^2 X(1)} \left[a_S^2 X(1) - \frac{(1 - \gamma)^2}{2 - \gamma} \right] = 0. \quad (44)$$

В результате дисперсионное уравнение запишем

$$(\omega - m)^2 - \omega_{BV}^2 + \frac{\gamma(-\gamma)}{a_S^2} = 0. \quad (45)$$

Это уравнение используется ниже для сравнения с экспериментальными данными.

5. Сравнение с экспериментальными данными

Согласно данным наблюдений на спутниках Dynamic Explorer 2 и CHAMP характерные радиусы полярных вихрей на высотах термосферы составляют $R_0 = 1200 - 1500$ км, а скорости ветров — $V_\varphi^0 = 300 - 600$ м/с [14, 15]. При этом и размеры вихрей, и скорости вращения тем больше, чем больше геомагнитная возмущенность. Для умеренной геомагнитной возмущенности частота вращения вихря $\Omega = V_\varphi^0 / R_0 \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. На высотах 250–350 км изотермическая частота Брента–Вяйсяля $N_{BV} = \sqrt{g(1 - \gamma) / H_g} \approx 0,01 \text{ с}^{-1}$, откуда $a_S^2 = \frac{c_S^2}{R_0^2 \Omega^2} \approx 1,7$, а $\frac{\gamma(1 - \gamma)}{a_S^2} \approx -0,5$, что намного меньше, чем $\omega_{BV}^2 = N_{BV}^2 / \Omega^2 \approx 625$. Поэтому из (45) следует

$$(\omega - m)^2 \approx \omega_{BV}^2. \quad (46)$$

Обозначим

$$\omega_r = \omega - m. \quad (47)$$

Учтем, что m представляет собой количество горизонтальных длин волн λ_h , которые укладываются на окружности $m = 2\pi R / \lambda_h$, и вернемся к размерной частоте

$$N_r = N - k_h V_\varphi, \quad (48)$$

где $N = \omega\Omega$, $N_r = \omega_r\Omega$. Выражение (48) определяет доплеровское смещение частоты волны в движущейся среде для случая, когда направления движения среды и волны совпадают [18]. При движении волны навстречу вращению среды

$$N_r = N + k_h V_\varphi. \quad (49)$$

Таким образом, ω_r — частота волны относительно вращающейся среды. Поэтому выражение (46) фактически означает, что на границе вихря частота АГВ в системе отсчета среды стремится к частоте Брента–Вайсяля.

Полученный результат хорошо согласуется с данными спутниковых измерений. В контактных спутниковых измерениях частота N , относящаяся к фиксированной точке пространства, непосредственно не измеряется, однако есть возможность оценить частоту АГВ в системе отсчета среды. Для этого можно использовать одновременные измерения вертикальной скорости v_z и вертикального смещения h , а частоту оценить с помощью соотношения $v_z = iN_r h$. Такие оценки были проведены для полярных АГВ по данным измерений на спутнике Dynamics Explorer 2, для волн, наблюдавшихся в термосфере над полярными шапками $N_r \approx N_{BV}$ [13].

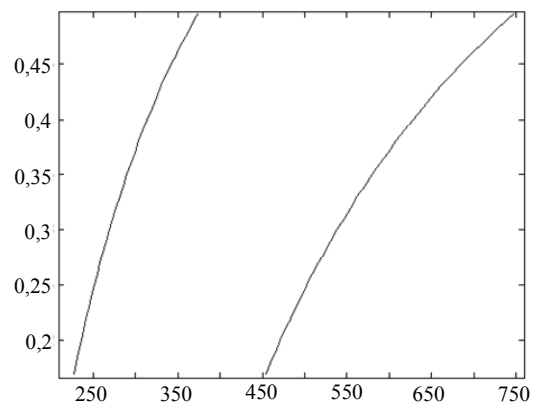
Поскольку N_{BV} — максимально возможная частота АГВ, в общем случае всегда $N < N_{BV}$. Тогда из (46) сразу следует, что волны должны распространяться против ветра. Иначе частота АГВ должна превышать N_{BV} , что нефизично. Таким образом, объясняется еще один экспериментальный результат — систематическое движение АГВ навстречу ветру в полярных областях.

Оценим возможные λ_h для волн, удовлетворяющих условию (49), т.е.

$$\lambda_h = \frac{2\pi V_\varphi}{N_{BV} - N}. \quad \text{При этом учтем, что характерные частоты среднемасштабных}$$

АГВ лежат в диапазоне $0,17 N_{BV} - 0,5 N_{BV}$ (периоды от 20 мин до 1 ч).

Возможные значения λ_h показаны на рисунке для двух значений скоростей вращения среды: максимальной скорости $V_\varphi = 600$ м/с (кривая справа) и минимальной скорости $V_\varphi = 300$ м/с (кривая слева). При средних скоростях вращения, характерных для умеренной геомагнитной активности, горизонтальные длины волн лежат примерно



в интервале 300–500 км. В спутниковых данных над полярными областями преобладают длины волн 500–600 км [13]. С учетом того, что на спутнике регистрируется проекция длины волны λ_{hs} , которая всегда больше истинной λ_h , приходим к выводу об удовлетворительном соответствии экспериментально наблюдаемых и рассчитанных горизонтальных масштабов АГВ.

Заключення

В рамках моделі вихревого циліндра, апроксимуючого крупномасштабні вихри в полярній термосфері Землі, показана можливість існування акустико-гравітаційних хвиль з частотами, близькими до частоти Брента–Вайсяля. Необхідною передумовою для виникнення таких хвиль є вихреве рух середовища.

Проведено порівняння отриманих результатів з даними супутникових спостережень АГВ над полярними шапками. Предложена модель дозволяє пояснити основні експериментально спостережувані особливості АГВ в полярній термосфері: переважання хвиль з частотою близькою до частоти Брента–Вайсяля, їх горизонтальні масштаби, а також систематичне рух АГВ назустріч ветру.

За межами нашого розгляду залишається багато неврахованих особливостей середовища, наприклад неоднорідність кутової швидкості вихря, вертикальний рух середовища, наявність другого сусіднього вихря, вплив магнітного поля Землі. Однак навіть у такому наближенні врахування рух середовища пояснює основні експериментально спостережувані особливості АГВ над полярними шапками.

Ю.П. Ладіков-Роев, О.К. Черемних, А.К. Федоренко, В.Є. Набівач

АКУСТИКО-ГРАВІТАЦІЙНІ ХВИЛІ В ВИХРОВІЙ ПОЛЯРНІЙ ТЕРМОСФЕРІ

Досліджено розповсюдження акустико-гравітаційних хвиль (АГХ) у середовищі, що обертається. В рамках простої моделі показано, що при вихровому русі середовища можуть виникати АГХ частоти, близькі до частоти Брента–Вайсяля. Ці хвилі поширюються проти напрямку обертання середовища і мають горизонтальні масштаби в сотні кілометрів. Отримані результати дозволяють пояснити основні спостережувані особливості АГХ в полярній термосфері наявністю фонових великомасштабних вихрових рухів.

Yu.P. Ladikov-Royev, O.K. Cheremnykh, A.K. Fedorenko, V.E. Nabivach

ACOUSTIC-GRAVITY WAVES IN WHIRLING POLAR THERMOSPHERE

The propagation of acoustic-gravity waves in a rotating medium was investigated. In a simple model it has been shown that acoustic-gravity waves with frequencies close to the Brunt–Vaisala frequency may occur in the presence of vortex motion of the medium. These waves propagated against the direction of rotation of the medium and have a horizontal scale of hundreds of kilometers. The results can be used for explaining the main features of the observed acoustic-gravity waves in the polar thermosphere due to the background large-scale vortex motions.

1. *Hines C.O.* The upper atmosphere in motion // Geophys. Monogr. Ser. — Washington D.C.: AGU. — 1974. — **18**. — 1027 p.
2. *Francis S.H.* Global propagation of atmospheric gravity waves: A review // J. Atmos. and Terr. Phys. — 1975. — **37**. — P. 1011–1054.
3. *Ладіков-Роев Ю.П., Черемних О.К.* Математические модели сплошных сред. — Киев : Наук. думка, 2010. — 552 с.
4. *Worrall G.* Oscillations in an isothermal atmosphere: the solar five-minute oscillations // The Astrophysical Journal. — 1972. — **172**. — P. 749–753.

5. *Сомских В.М.* Солнечный терминатор и динамика атмосферы. — Алма-Ата : Наука, 1983. — 192 с.
6. *Лизунов Г.В., Федоренко А.К.* Генерация атмосферных гравитационных волн солнечным терминатором по данным измерений на спутнике «Atmosphere Explorer-E» // Радиопизика и радиоастрономия. — 2006. — **11**, № 1. — С. 49–62.
7. *Oscillations of neutral and charged components of near-Earth plasma and effects of active media / Yu.G. Rapoport, O.K. Cheremnykh, Yu.A. Selivanov, A.K. Fedorenko, V.M. Ivchenko, V.V. Grimalsky, E.N. Tkachenko // UK-Ukraine Meeting on Solar Physics and Space Science UKU SPSS/TASS. — 2011. — 29. — P. 55.*
8. *Hajkovicz L.A.* Auroral electrojet effect on the global occurrence pattern of large scale travelling ionospheric disturbances // Planet. Space. Sci. — 1991. — **39**. — P. 1189–1196.
9. *Кременецкий I.O., Черемных О.К.* Космічна погода: механізми і прояви. — Київ : Наук. думка, 2009. — 144 с.
10. *Modeling AGW and PEMW in inhomogeneous atmosphere and ionosphere / Yu.G. Rapoport, O.K. Cheremnykh, Yu.A. Selivanov, A.K. Fedorenko, V.M. Ivchenko, V.V. Grimalsky, E.N. Tkachenko // International Conference of Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, IMET. — 2012. — Article number 6331225. — P. 577–578.*
11. *Черемных О.К., Селиванов Ю.А., Захаров И.В.* Влияние сжимаемости и неизотермичности термосферы на распространение акусто-гравитационных волн // Космічна наука і технологія. — 2010. — **16**, № 1. — С. 9–19.
12. *Федоренко А.К., Крючков Е.И.* Ветровой контроль распространения акустико-гравитационных волн в полярной термосфере // Геомагнетизм и аэрономия. — 2013. — **53**, № 3. — С. 394–405.
13. *Fedorenko A.K., Bespalova A.V., Cheremnykh O.K., Kryuchkov E.I.* A dominant acoustic-gravity mode in the polar thermosphere // Ann. Geophys. — 2015. — **33**, N 1. — P. 101–108.
14. *Lühr H., Rentz S., Ritter P., Liu H., Häusler K.* Average thermospheric wind pattern over the polar regions, as observed by CHAMP // Ibid. — 2007. — 25. — P. 1093–1101. — www.ann-geophys.net/25/1093/2007.
15. *Killeen T.L., Won Y.I., Nisicewski R.J., Burns A.G.* Upper thermosphere winds and temperatures in the geomagnetic polar cap: Solar cycle, geomagnetic activity, and interplanetary magnetic fields dependencies // J. Geophys. Res. — 1995. — **100**. — P. 21327–21342.
16. *Черемных О.К.* О движении вихревых колец в несжимаемой среде // Нелинейная динамика. — 2008. — **4**, № 4. — С. 417–428.
17. *Akimenko V.V., Cheremnykh O.K.* Modeling of vortical flows on the background of two-dimensional process of convective heat and mass transfer // Journ. of Automation and Information Sciences. — 2004. — **36**, N 3. — P. 35–45.
18. *Cowling D.H., Webb H.D., Yeh K.C.* Group rays of internal gravity waves in a wind-stratified atmosphere // J. Geophys. Res. — 1971. — **76**. — P. 213–220.

Получено 18.05.2015