

# УПРАВЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

---

УДК 681.5.013:623.412

*Е.Е. Александров, Т.Е. Александрова*

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ ТАНКОВОЙ ПУШКИ

### Введение

Украина является одним из ведущих государств мира в области танкостроения, производящих танки собственных конструкций с замкнутым циклом производства. Создание в 1940 году танка Т-34 вывело Украину в лидеры мирового танкостроения. Украинские танки Т-54, Т-55, Т-64 и Т-80УД для своего времени были лучшими танками мира. И только к середине 80-х годов предыдущего столетия с появлением танков «Абрамс» М1А1 (США), «Меркава» МК3 (Израиль), «Челленджер» МК2 (Великобритания), «Леопард-2» (Германия) и «Леклерк» (Франция) Украина уступила мировое лидерство в области танкостроения.

К десятилетию независимости Украины украинские танкостроители создали современный танк «Оплот», оснащенный 125-мм пушкой отечественного производства 2А46М-1, дизелем 6ТД-2 мощностью 1200 л.с., новым цифровым баллистическим вычислителем ТИУС-В, комплексом управляемого вооружения «Комбат» и прицелом, объединяющим дневной визуальный прицел, лазерный прицел дальномер и ночной тепловизионный прицел. По мнению многих зарубежных экспертов, создание танка «Оплот» вновь вывело Украину в лидеры мирового танкостроения.

Вместе с тем многочисленные демонстрации танка «Оплот» на выставках и салонах вооружений и военной техники показывают не только их высокую эффективность, но и некоторые недостатки, основным из которых является пониженная, по сравнению с западными образцами, точность стрельбы, обусловленная отсутствием современного цифрового стабилизатора танковой пушки, способного реализовать сложные, в том числе нелинейные алгоритмы стабилизации. Попытки отечественных танкостроителей использовать в стабилизаторах танковых пушек цифровые электронные блоки не увенчались успехом по следующим причинам:

- отсутствие адекватных математических моделей возмущенного движения объектов стабилизации, учитывающих все многообразие динамических процессов этих объектов;
- отсутствие адекватных имитационных моделей случайных и неслучайных возмущений, действующих на объект стабилизации;
- отсутствие практически реализуемых методов синтеза цифровых стабилизаторов для сложных дискретно-континуальных объектов стабилизации;
- отсутствие практически реализуемых методов выбора аддитивных критериев качества замкнутых систем стабилизации, учитывающих все многообразие требований к цифровым стабилизаторам сложных технических объектов.

© Е.Е. АЛЕКСАНДРОВ, Т.Е. АЛЕКСАНДРОВА, 2015

*Международный научно-технический журнал  
«Проблемы управления и информатики», 2015, № 6*

Цель настоящей статьи — разработка методики параметрического синтеза цифровых систем наведения и стабилизатора танковой пушки при движении танка по случайной поверхности с заданными стохастическими характеристиками.

### Математическая модель объекта стабилизации

Рассмотрим танковую пушку как совокупность твердого тела (казенной части) и упругого элемента (ствола). Длина ствола современной танковой пушки достигает 60 калибров, из этого можно заключить, что танковая пушка является дискретно-континуальным объектом, возмущенное движение которого описывается как обыкновенными дифференциальными уравнениями, так и уравнениями в частных производных [1]:

$$I_g \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} - \int_r^l m_1(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} dx = M_s(t) + M_d(t), \quad (1)$$

$$m_1(x) \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + m(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] + \zeta \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \right] = F(x, t). \quad (2)$$

Здесь  $\varphi(t)$  — угол рассогласования между условно недеформированной осью канала ствола танковой пушки и линией прицеливания;  $y(x, t)$  — отклонение текущей точки деформированной оси канала ствола от условно недеформированной оси;  $EI(x)$  — изгибная жесткость ствола;  $m(x)$  — погонная масса ствола;  $m_1(x)$  — величина, связанная с погонной массой соотношением  $m_1(x) = m(x)(x - r)$ ;  $I_g$  — момент инерции пушки относительно оси цапф;  $\zeta$  — коэффициент внутреннего трения материала ствола;  $r$  — расстояние от оси цапф до места соединения упругой части ствола и казенной части;  $l$  — расстояние от оси цапф до дульного среза;  $M_s(t)$  — стабилизирующий момент;  $M_d(t)$  — момент внешних возмущений;  $F(x, t)$  — распределенное усилие, обусловленное вертикальными колебаниями подрессоренной части корпуса танка, причем

$$F(x, t) = m(x)[\ddot{z}_c(t) - g], \quad (3)$$

$z_c(t)$  — координата, описывающая вертикальные колебания подрессоренной части корпуса;  $g$  — ускорение силы тяжести.

В соответствии с работами [2, 3] функцию  $y(x, t)$  представим в виде

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \gamma_i(x) T_i(t), \quad (4)$$

где  $n$  — число учитываемых тонов упругости колебаний ствола.

Тогда с учетом краевых условий

$$y(x, t)|_{x=r} = 0, \quad \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=r} = 0, \quad EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] \Big|_{x=l} = 0$$

и условий ортогональности собственных форм упругих колебаний ствола  $\gamma_i(x)$ ,  $i = \overline{1, n}$

$$\int_r^l m_1(x) \gamma_i(x) dx = a_i;$$

$$E \int_r^l \frac{\partial^2}{\partial x^2} [I(x) \gamma_i''(x) \gamma_j(x)] dx = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ b_j & \text{при } i = j; \end{cases} \quad (5)$$

$$\int_r^l m(x) \gamma_i(x) \gamma_j(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ c_j & \text{при } i = j; \end{cases}$$

$$\int_r^l F(x, t) \gamma_j(x) dx = f_j(t),$$

уравнения (1) и (2) записываются в виде

$$I_g \ddot{\phi}(t) - \sum_{i=1}^n a_i \ddot{T}_i(t) = M_s(t) + M_d(t); \quad (6)$$

$$a_i \ddot{\phi}(t) + c_i \dot{T}_i(t) + \zeta b_i \dot{T}_i(t) + b_i T_i(t) = f_i(t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

При вычислении коэффициентов системы дифференциальных уравнений (6), (7) с помощью формул (5) собственные формы колебаний упругого ствола танковой пушки  $\gamma_i(x)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , выбираются обычно в виде функций Крылова [2]. В работе [3] показано, что для балки с одним закрепленным концом собственные формы колебаний можно выбирать в более простой форме:

$$\gamma_i(x) = \sin \frac{i\pi}{2(l-r)}; \quad i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

В последнее соотношение (5) подставим формулу (3). В результате получим

$$f_i(t) = k_i [\ddot{z}_c(t) - g]; \quad i = \overline{1, n};$$

$$k_i = \int_r^l m(x) \gamma_i(x) dx.$$

Для танковой пушки 2А46М-1 отечественного производства значения коэффициентов математической модели (6), (7) с учетом трех первых тонов упругих колебаний ствола приведены в табл. 1.

Таблица 1

№ тона	$a_i, \text{H}\cdot\text{с}^2$	$b_i, \text{H}\cdot\text{м}^{-1}$	$c_i, \text{H}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}^2$	$k_i, \text{H}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}^2$
1	$9,721 \cdot 10^2$	$2,213 \cdot 10^5$	$2,152 \cdot 10^3$	$3,612 \cdot 10^2$
2	$7,999 \cdot 10^2$	$3,194 \cdot 10^6$	$1,941 \cdot 10^3$	$3,994 \cdot 10^2$
3	$6,34 \cdot 10^2$	$1,786 \cdot 10^7$	$2,144 \cdot 10^3$	$2,286 \cdot 10^2$

Положим, что  $T_i(t) = T_{i0} + \Delta T_i(t)$ , где  $T_{i0}$  — статическая составляющая, обусловленная статическим прогибом ствола;  $\Delta T_i(t)$  — динамическая составляющая, обусловленная вертикальными колебаниями подрессоренной части корпуса танка. Тогда каждое из уравнений (7) разбивается на два уравнения относительно величин  $T_{i0}$  и  $\Delta T_i(t)$ :

$$b_i T_{i0} = k_i g; \quad (9)$$

$$a_i \ddot{\phi}(t) + c_i \Delta \dot{T}_i(t) + \zeta b_i \Delta \dot{T}_i(t) + b_i \Delta T_i(t) = k_i \ddot{z}_c(t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Из соотношения (4) можно записать формулу для расчета статического прогиба ствола:

$$y(x) = \sum_{i=1}^n \gamma_i(x) T_{i0}. \quad (11)$$

С учетом соотношений (8) и (9) формула (11) принимает следующий вид:

$$y(x) = -g \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{b_i} \sin \frac{i\pi}{2(l-r)} x. \quad (12)$$

Статический прогиб ствола в районе дульного среза рассчитывается при подстановке в (12)  $x = l - r$  и составляет

$$y = -g \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{b_i} \sin i \frac{\pi}{2}.$$

### Имитационное моделирование возмущений, действующих на танковую пушку

Введем обозначение

$$M_f(t) = \sum_{i=1}^n a_i \Delta \ddot{T}_i(t). \quad (13)$$

Тогда дифференциальное уравнение (6) запишем в виде

$$I_g \ddot{\phi}(t) = M_s(t) + M_d(t) + M_f(t). \quad (14)$$

Функция  $M_d(t)$  описывает внешние возмущения, действующие на танковую пушку, а функция  $M_f(t)$  — «внутренние» возмущения, обусловленные конст-рукцией пушки, допускающей возникновение колебаний упругого ствола. Рассмотрим природу всех типов возмущений, действующих на танковую пушку.

Внешние возмущения  $M_d(t)$  содержат случайную и неслучайную составляющие. Неслучайная или параметрическая составляющая  $M_n(t)$  обусловлена действием на танковую пушку центробежной силы, возникающей при криволинейном движении танка. Эта составляющая определяется параметрами криволинейного движения танка — текущей скоростью движения центра масс  $v(t)$  и текущей угловой скоростью поворота корпуса  $\dot{\psi}(t)$ , а также ориентацией оси канала ствола относительно подрессоренной части корпуса — углом возвышения пушки  $\varphi_0(t)$  и углом поворота башни  $\psi_0(t)$ . Величина параметрической составляющей возмущения определяется зависимостью [4]

$$M_n(t) = (m_g s_g^2 - m_b s_b^2) \dot{\psi}(t) \cos \varphi_0(t) \sin \varphi_0(t) \sin \psi_0(t), \quad (15)$$

где  $m_g$  — масса ствола;  $m_b$  — масса казенной части;  $s_g$  — расстояние от оси цапф до центр масс ствола;  $s_b$  — расстояние от оси цапф до центра масс казенной части.

Случайная составляющая внешнего возмущения  $M_r(t)$  обусловлена случайными колебаниями подрессоренной части корпуса при движении танка по случайной поверхности. Подрессоренная часть корпуса совершает вертикальные колебания с обобщенной координатой  $z_c(t)$  и обобщенной скоростью  $\dot{z}_c(t)$ , продольно-угловые колебания относительно собственной попе-

речной оси корпуса с обобщенной координатой  $\varphi_c(t)$  и обобщенной скоростью  $\dot{\varphi}_c(t)$  и поперечно-угловые колебания относительно собственной продольной оси корпуса с обобщенной координатой  $\vartheta_c(t)$  и обобщенной скоростью  $\dot{\vartheta}_c(t)$ .

Рассмотрим рис. 1, на котором обозначены следующие системы координат:  $0_c x_c y_c$  — система координат, связанная с подрессоренной частью корпуса танка, причем ось  $0_c x_c$  является собственной продольной осью танка, а ось  $0_c y_c$  — собственной поперечной осью;  $0_t x_t y_t$  — система координат, связанная с башней танка, причем точка  $0_t$  расположена на оси поворота башни,

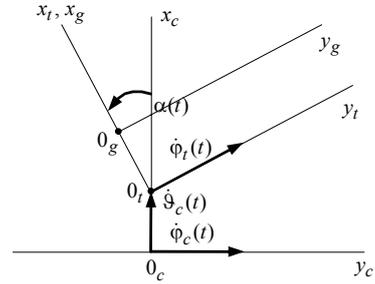


Рис. 1

ось  $0_t x_t$  параллельна собственной продольной оси башни, а ось  $0_t y_t$  параллельна собственной поперечной оси башни. Предполагается, что текущий угол поворота башни относительно корпуса танка составляет  $\alpha(t)$ , текущая скорость продольно-угловых колебаний подрессоренной части корпуса составляет  $\dot{\varphi}_c(t)$ , а текущая скорость поперечно-угловых колебаний —  $\dot{\vartheta}_c(t)$ . Тогда из рис. 1 можно записать соотношение для скорости продольно-угловых колебаний башни танка:

$$\dot{\varphi}_t(t) = \dot{\varphi}_c(t) \cos \alpha(t) + \dot{\vartheta}_c(t) \sin \alpha(t). \quad (16)$$

Вследствие трения в оси цапф танковой пушки на последнюю действует внешний возмущающий момент со стороны корпуса, равный моменту трения и определяемый соотношением

$$M_r(t) = m_q \text{sign}[\dot{\varphi}_t(t) - \dot{\varphi}(t)] + \mu[\dot{\varphi}_t(t) - \dot{\varphi}(t)], \quad (17)$$

где  $m_q$  — момент сухого трения в оси цапф;  $\mu$  — коэффициент жидкостного трения в оси цапф.

В работах [5, 6] изложена методика имитационного моделирования случайных поверхностей движения объектов бронетанковой техники случайным марковским двумерным полем  $H(x, y)$ , определяемым в прямоугольной системе координат  $(x, y)$  уравнением Ланжевена

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2\beta_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_x^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2\beta_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_y^2 \right) h(x, y) = \sigma u(x, y), \quad (18)$$

где  $u(x, y)$  — гауссовский двумерный «белый шум» единичной интенсивности.

В каждой фиксированной точке  $(x^*, y^*)$  уравнение (18) определяет высоту неровности  $h(x^*, y^*)$ . Если стохастические свойства поля  $H(x, y)$  в направлениях  $Ox$  и  $Oy$  одинаковы, то  $\beta_x = \beta_y = \beta$ ,  $\Omega_x = \Omega_y = \Omega$ . Для разных типов грунтов значения констант уравнения (18) приведены в табл. 2

Таблица 2

Тип грунта	$\beta, \text{м}^{-1}$	$\Omega, \text{м}^{-1}$	$\sigma, \text{м}$
Асфальтобетон	0,191	0,444	0,012
Мостовая	0,105	0,669	0,024
Грунтовая дорога	0,337	1,065	0,105

Задаваясь  $j$ -й реализацией двумерного «белого шума»  $u^j(x, y)$ , получаем  $j$ -ю реализацию  $h^j(x, y)$  случайного поля  $H(x, y)$ . Подставляя реализации  $h^j(x, y)$  в правые части дифференциальных уравнений, составляющих математическую модель вынужденных колебаний поддрессоренной части корпуса танка и приведенных в работе [5], получаем реализации случайных функций  $z_c^j(t)$ ,  $\dot{z}_c^j(t)$ ,  $\varphi_c^j(t)$ ,  $\dot{\varphi}_c^j(t)$ ,  $\vartheta_c^j(t)$  и  $\dot{\vartheta}_c^j(t)$ , а также случайную составляющую внешнего возмущения  $M_r^j(t)$ . Полное внешнее возмущение, действующее на танковую пушку, представляет собой сумму неслучайной (15) и случайной  $M_r^j$  составляющих:

$$M_d^j(t) = M_n(t) + M_r^j(t). \quad (19)$$

Рассмотрим застопоренную танковую пушку, положив в уравнениях (10)  $\varphi(t) = \varphi_0$ . Тогда «внутреннее» возмущение  $M_f(t)$ , определяемое формулой (14), принимает вид

$$M_f(t) = \sum_{i=1}^n a_i \Delta \ddot{T}_i^j(t), \quad (20)$$

где реализации случайных функций  $\Delta T^j(t)$  определяются уравнением

$$c_i \Delta \ddot{T}_i^j(t) + \zeta b_i \Delta \dot{T}_i^j(t) + b_i \Delta T_i^j(t) = k_i \ddot{z}_c^j(t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (21)$$

Тогда  $j$ -я реализация суммарного возмущения, действующего на танковую пушку, записывается

$$M_g^j(t) = M_n(t) + M_r^j(t) + M_f^j(t). \quad (22)$$

Предположим, что танк движется прямолинейно. Тогда неслучайная составляющая возмущения (22) обращается в нуль, а соотношение (22) принимает вид

$$M_g^j(t) = M_r^j(t) + M_f^j(t). \quad (23)$$

На рис. 2 приведены гистограммы случайной функции (23) при движении танка по случайным поверхностям, соответствующим различным типам грунтов, с различными скоростями движения с учетом первых трех тонов упругих колебаний ствола танковой пушки ( $a$ : асфальтобетон,  $v = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $b$ : асфальтобетон,  $v = 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $в$ : мостовая,  $v = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $г$ : мостовая,  $v = 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $д$ : грунтовая дорога,  $v = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $е$ : грунтовая дорога,  $v = 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ).

Анализ приведенных гистограмм позволяет сделать вывод, что ухудшение дорожного покрытия приводит к возрастанию возмущений, действующих на танковую пушку. При движении по грунтовой дороге эти возмущения достигают величины  $M_g(t) = 800 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

При возрастании скорости движения танка действие на пушку случайных возмущений ослабевает. Это объясняется тем, что в интервале скоростей движения  $(4 \div 6) \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  проявляются резонансные свойства танковой системы поддрессоривания, а при скоростях, превышающих  $8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , танк преодолевает мелкие препятствия, практически не реагируя на них. Вместе с тем при по-

вышенных скоростях движения танка значительно возрастает средняя частота колебаний случайной функции (23), что снижает точность прицельной стрельбы с ходу.

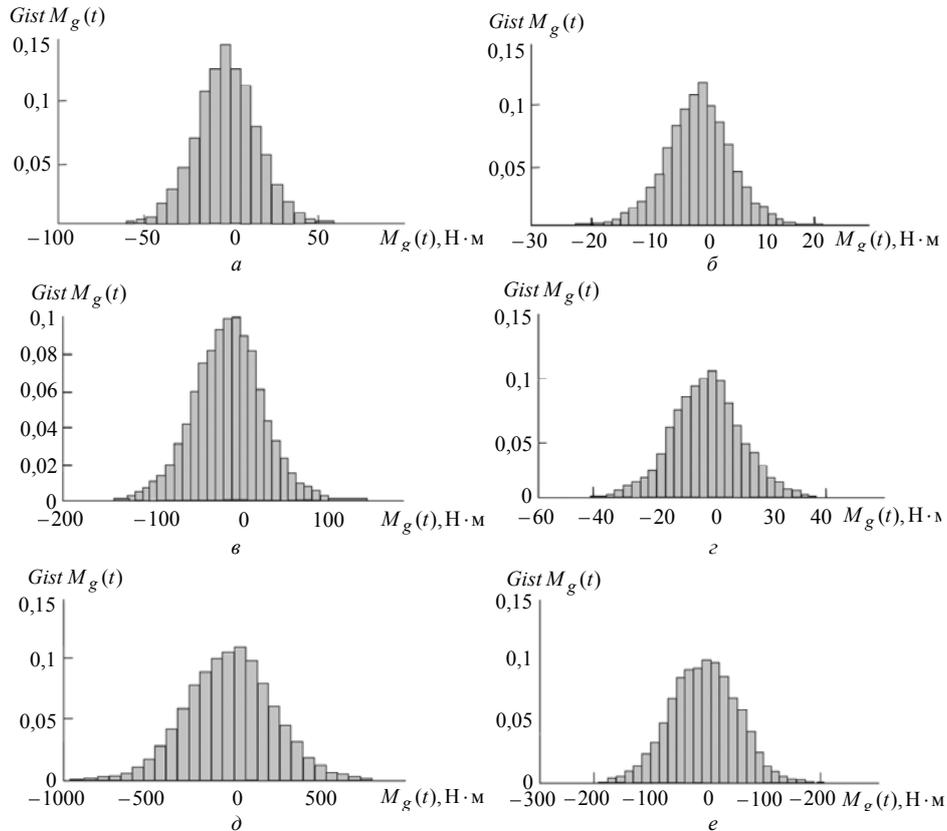


Рис. 2

На рис. 3 приведены гистограммы случайной функции (20) при движении танка по грунтовой дороге с различными скоростями по каждому из тонов упругих колебаний ствола (*а*: первый тон,  $v = 5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ; *б*: второй тон,  $v = 5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ; *в*: третий тон,  $v = 5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ; *г*: первый тон,  $v = 10 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ; *д*: второй тон,  $v = 10 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ; *е*: третий тон,  $v = 10 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ).

Из анализа этих гистограмм следует, что основной вклад в формирование «внутреннего» возмущения  $M_f(t)$  вносит первый тон упругих колебаний ствола (до 250 Н·м при  $v = 5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  и до 100 Н·м при  $v = 10 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ ). Величина возмущающего момента от второго тона не превышает 50 Н·м при  $v = 5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  и 30 Н·м при  $v = 10 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ . Возмущающий момент от третьего тона упругих колебаний ствола не превышает 1 Н·м при  $v = 5 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$  и 0,6 Н·м при  $v = 10 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ .

Таким образом, в процессе имитационного моделирования внешних возмущений, действующих на танковую пушку при движении танка по случайной поверхности достаточно учитывать первые два тона упругих колебаний ствола.

### Алгоритмы, реализуемые цифровым электронным блоком стабилизатора

Исполнительным органом системы наведения и стабилизации танковой пушки в канале вертикального наведения является электрогидравлический усилитель, содержащий электромагнит управления и гидравлический усилитель, математическая модель возмущенного движения которого приведена в работе [7] и имеет следующий вид:

$$\begin{cases} L_m \frac{di(t)}{dt} + r_m i(t) = u(t), \\ I_e \ddot{\beta}(t) + f \dot{\beta}(t) + c \beta(t) = k_e i(t), \\ T_h \frac{d\Delta p(t)}{dt} + \Delta p(t) = -k_h \beta(t), \\ M_s(t) = k_s \Delta p(t). \end{cases} \quad (24)$$

Здесь  $i(t)$  — ток в обмотке управления электромагнита;  $u(t)$  — выходной сигнал электронного блока стабилизации;  $\beta(t)$  — угол поворота коромысла электромагнита;  $\Delta p(t)$  — разность давлений рабочей жидкости в полостях исполнительного гидроцилиндра;  $M_s(t)$  — стабилизирующий момент на выходе электрогидравлического усилителя;  $L_m$  — индуктивность обмотки управления электромагнита;  $r_m$  — омическое сопротивление обмотки;  $I_e$  — момент инерции коромысла;  $f$  — коэффициент жидкостного трения в шарнире коромысла;  $c$  — коэффициент жесткости пружины, удерживающей коромысло в нейтральном положении;  $T_h$  — постоянная времени гидроусилителя;  $k_e$ ,  $k_h$ ,  $k_s$  — коэффициенты пропорциональности.

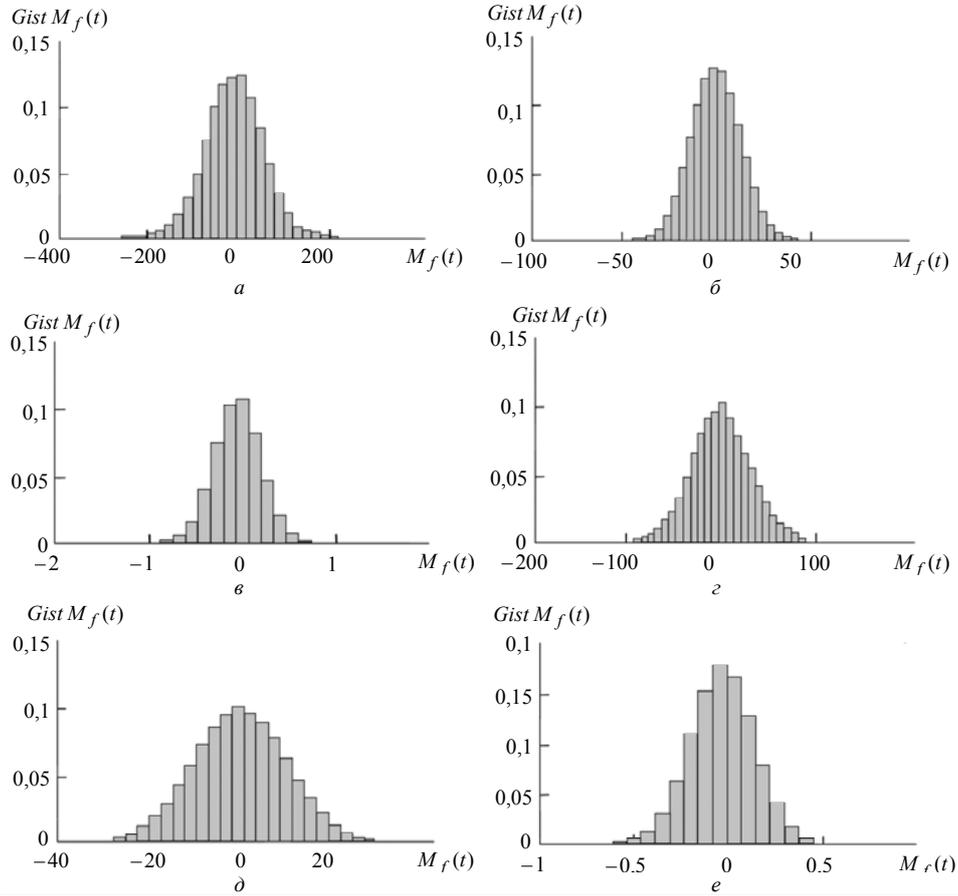


Рис. 3

Знак  $-$  в третьем уравнении (24) означает, что положительному изменению угла  $\beta(t)$  (против часовой стрелки) соответствует отрицательный перепад давлений рабочей жидкости  $\Delta p(t)$  в полостях исполнительного гидроцилиндра.

Цифровой электронный блок стабилизатора танковой пушки формирует кусочно-постоянную функцию управления  $u(t)$  в соответствии с алгоритмом

$$u(t) = \begin{cases} u[nT_0], & nT_0 \leq t < (n+1)T_0; \\ u[(n+1)T_0], & (n+1)T_0 \leq t < (n+2)T_0; \end{cases}$$

$$u[nT_0] = \begin{cases} \sigma_\varphi[nT_0], & u^* \leq |\sigma_\varphi[nT_0]| \leq u^{**}; \\ u^* \operatorname{sign} \sigma_\varphi[nT_0], & |\sigma_\varphi[nT_0]| < u^*; \\ u^{**} \operatorname{sign} \sigma_\varphi[nT_0], & |\sigma_\varphi[nT_0]| > u^{**}, \end{cases} \quad (25)$$

где  $T_0$  — период квантования сигналов в цифровом электронном блоке,  $u[nT_0]$  — решетчатая функция управления,  $\sigma_\varphi[nT_0]$  — алгоритм управления,  $u^*$ ,  $u^{**}$  — минимальное и максимальное ограничения выходного сигнала цифрового электронного блока.

Рассмотрим три возможных алгоритма наведения и стабилизации, реализуемые цифровым электронным блоком:

- пропорционально-дифференциальный алгоритм:

$$\sigma_\varphi[nT_0] = k_\varphi \tilde{u}_\varphi[nT_0] + k_\dot{\varphi} \tilde{u}_\omega[nT_0]; \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_\varphi[nT_0] = & a_1 k_{rt} \{ \varphi[nT_0] + 2\varphi[(n-1)T_0] + \varphi[(n-2)T_0] \} - \\ & - d_1 \tilde{u}_\varphi[(n-1)T_0] - d_2 \tilde{u}_\varphi[(n-2)T_0]; \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_\omega[nT_0] = & a_1 k_{rt} \{ \omega_\varphi[nT_0] + 2\omega_\varphi[(n-1)T_0] + \omega_\varphi[(n-2)T_0] \} - \\ & - d_1 \tilde{u}_\omega[(n-1)T_0] - d_2 \tilde{u}_\omega[(n-2)T_0], \end{aligned} \quad (28)$$

где  $\varphi[nT_0]$  — решетчатая функция, отвечающая выпрямленному выходному сигналу гироскопического датчика угла;  $\omega_\varphi[nT_0]$  — решетчатая функция, отвечающая выпрямленному выходному сигналу гироскопического датчика угловой скорости;  $\tilde{u}_\varphi[nT_0]$ ,  $\tilde{u}_\omega[nT_0]$  — отфильтрованные фильтрами Баттеруорта решетчатые функции  $\varphi[nT_0]$  и  $\omega_\varphi[nT_0]$ ;  $a_1, d_1, d_2$  — параметры цифровых фильтров Баттеруорта [8];  $k_{rt}$  — коэффициент усиления вращающегося трансформатора;  $k_\varphi, k_\dot{\varphi}$  — варьируемые константы алгоритма;

- инвариантный алгоритм, объединяющий два принципа управления: по отклонению и по возмущению [9]:

$$\sigma_\varphi[nT_0] = k_\varphi \tilde{u}_\varphi[nT_0] + k_\dot{\varphi} \tilde{u}_\omega[nT_0] + k_p \{ \tilde{u}_{p1}[nT_0] - \tilde{u}_{p2}[nT_0] \}; \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{p1}[nT_0] = & a_1 \{ u_{p1}[nT_0] + 2u_{p1}[(n-1)T_0] + u_{p1}[(n-2)T_0] \} - \\ & - d_1 \tilde{u}_{p1}[(n-1)T_0] - d_2 \tilde{u}_{p2}[(n-2)T_0]; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{p2}[nT_0] = & a_1 \{u_{p2}[nT_0] + 2u_{p2}[(n-1)T_0] + u_{p2}[(n-2)T_0]\} - \\ & - d_1 \tilde{u}_{p2}[(n-1)T_0] - d_2 \tilde{u}_{p2}[(n-2)T_0], \end{aligned} \quad (31)$$

где  $u_{p1}[nT_0]$  и  $u_{p2}[nT_0]$  — решетчатые функции, отвечающие выходным сигналам датчиков давления рабочей жидкости в полостях исполнительного гидrocилиндра;

• алгоритм наведения и стабилизации с переменной структурой, имеющей вид (26), в котором значения варьируемых констант выбираются в соответствии с алгоритмом [10]

$$k_\varphi = \bar{k}_\varphi \text{sign} \{\tilde{u}_\varphi[nT_0]s[nT_0]\}; \quad (32)$$

$$k_{\dot{\varphi}} = \bar{k}_{\dot{\varphi}} \text{sign} \{\tilde{u}_{\dot{\varphi}}[nT_0]s[nT_0]\}; \quad (33)$$

$$s[nT_0] = \tilde{u}_\omega[nT_0] + \lambda u_\varphi[nT_0], \quad (34)$$

где  $s[nT]$  — поверхность переключения.

### Параметрический синтез и сравнительный анализ систем наведения и стабилизации

Проблема параметрического синтеза системы наведения и стабилизации состоит в выборе значения варьируемых констант приведенных выше алгоритмов таких, чтобы процессы наведения и стабилизации удовлетворяли заданным требованиям. Основными требованиями, предъявляемыми к замкнутой системе наведения и стабилизации танковой пушки, являются быстрдействие и точность стабилизации. Высокое быстрдействие обеспечивает малое время наведения оси канала ствола танковой пушки к линии прицеливания и в конечном итоге — высокую скорострельность. Высокая точность стабилизации оси канала ствола относительно линии прицеливания обеспечивает высокую точность стрельбы. В этой связи наиболее эффективной количественной оценкой качества замкнутой системы наведения и стабилизации танковой пушки является интегральный квадратичный функционал, представляющий собой комплексный критерий оптимальности замкнутой системы

$$I(\alpha) = \underset{(j=1, N)}{M} \left\{ \int_0^T (\beta_1^2 [\varphi^j(t, \alpha)]^2 + \beta_2^2 [\dot{\varphi}^j(t, \alpha)]^2) dt \right\}, \quad (35)$$

где  $\underset{(j=1, N)}{M} \{\bullet\}$  — символ математического ожидания случайной величины  $\{\bullet\}$ , вы-

численной на реализациях случайных процессов  $\varphi^j(t, \alpha)$  и  $\dot{\varphi}^j(t, \alpha)$ ;  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — весовые коэффициенты аддитивного функционала (35), подлежащие выбору;  $\alpha \in G_\alpha$  — вектор варьируемых параметров стабилизатора.

К системе дифференциальных уравнений (14), (24) добавим еще одно уравнение:

$$\dot{y}^j(t, \alpha) = \beta_1^2 [\varphi^j(t, \alpha)]^2 + \beta_2^2 [\dot{\varphi}^j(t, \alpha)]^2. \quad (36)$$

Для  $N$  реализаций двумерного «белого шума»  $u^j(x, y)$ ,  $j = \overline{1, N}$ , находим  $N$  реализаций случайной функции  $y^j(t, \alpha)$ ,  $j = \overline{1, N}$ . В результате имеем оценку функционала (35)

$$\hat{f}(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y^j(T, \alpha). \quad (37)$$

В качестве множества допустимых значений  $G_\alpha$  вектора  $\alpha$  можно рекомендовать область устойчивой замкнутой системы.

В работе [11] изложена методика выбора весовых коэффициентов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  аддитивного функционала (35). Согласно этой методике весовые коэффициенты вычисляются из соотношений

$$\beta_1 = \frac{\Phi_{\max}}{I_1^* \left( \frac{\Phi_{\max}^2}{I_1^*} + \frac{\dot{\Phi}_{\max}^2}{I_2^*} \right)}, \quad \beta_2 = \frac{\dot{\Phi}_{\max}}{I_2^* \left( \frac{\Phi_{\max}^2}{I_1^*} + \frac{\dot{\Phi}_{\max}^2}{I_2^*} \right)}, \quad (38)$$

где  $\Phi_{\max}$ ,  $\dot{\Phi}_{\max}$  — максимально возможные значения переменных  $\varphi(t)$  и  $\dot{\varphi}(t)$ ;  $I_1^*$ ,  $I_2^*$  — минимальные значения частных функционалов

$$I_1(\alpha) = \frac{M}{(j=1, N)} \left\{ \int_0^T [\varphi^j(t)]^2 dt \right\}, \quad (39)$$

$$I_2(\alpha) = \frac{M}{(j=1, N)} \left\{ \int_0^T [\dot{\varphi}^j(t)]^2 dt \right\}, \quad (40)$$

полученные решением задачи параметрического синтеза для каждого из функционалов (39) и (40) в отдельности.

Структурно-логическая схема алгоритма решения задачи параметрического синтеза системы наведения и стабилизации танковой пушки приведена на рис. 4.

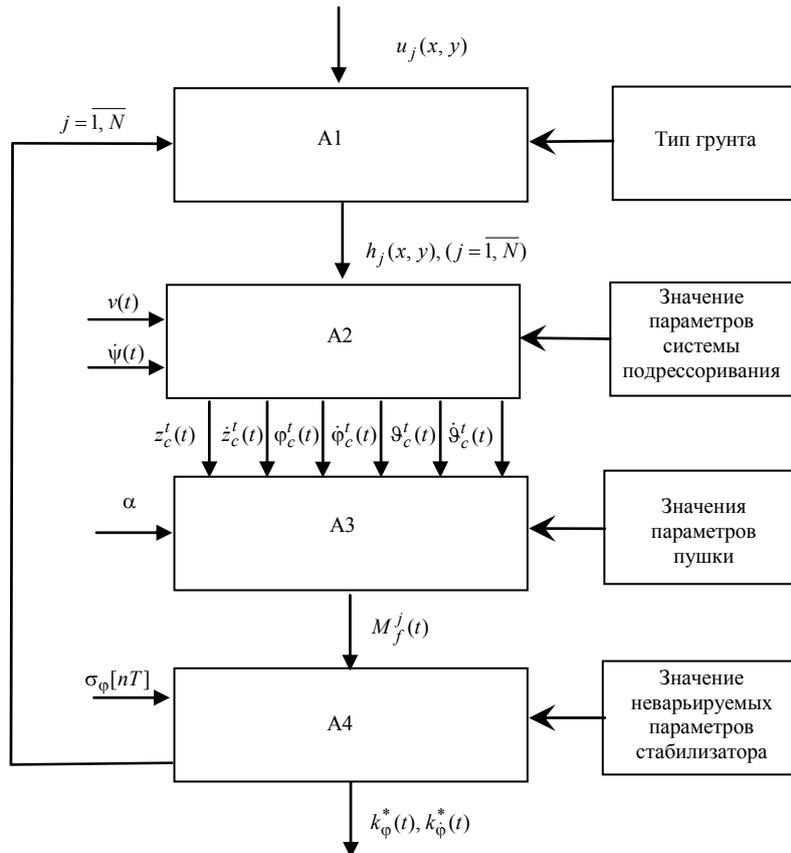


Рис. 4

Алгоритм представляет собой совокупность четырех последовательных вычислительных блоков. Блок А1 — генератор нормального марковского двумерного поля  $H(x, y)$ . На вход блока А1 поступает информация о типе грунта, а также о реализации единичного двумерного «белого шума»  $u^j(x, y)$ ,  $j = \overline{1, N}$ . На выходе блока А1 имеют место реализации  $h^j(x, y)$ ,  $j = \overline{1, N}$ , поля  $H(x, y)$ .

Блок А2 реализует математическую модель вынужденных колебаний подрессоренной части корпуса танка при его движении по случайной поверхности  $H(x, y)$ . На вход блока А2 подаются реализации случайных функций  $h^j(x, y)$ ,  $j = \overline{1, N}$ , а также информация о текущих параметрах движения танка, а именно, скорости движения  $v(t)$  и угловой скорости поворота корпуса  $\dot{\psi}(t)$ .

На выходе блока А2 имеют место реализации случайных функций  $z_c^j(t)$ ,  $\varphi_c^j(t)$ ,  $\vartheta_c^j(t)$  и их производных по времени, которые являются решениями математической модели вынужденных колебаний подрессоренной части корпуса танка, приведенной в [5]. Эти реализации подаются на вход блока А3, который реализует алгоритм вычисления возмущающего момента (22) в соответствии с формулами (15), (19)–(21). С выхода блока А3 реализации случайной функции  $M_g^j(t)$ ,  $j = \overline{1, N}$ , подаются на вход блока А4, который реализует математическую модель возмущенного движения замкнутой системы (14), (24)–(28) с пропорционально-дифференциальным алгоритмом или системы (14), (24), (25), (27)–(31) с инвариантным алгоритмом или системы (14), (24)–(28), (32)–(34) с алгоритмом наведения и стабилизации переменной структуры. Блок А4 реализует также процедуру Minimize программного пакета MathCAD или процедуру Optimization toolbox программного пакета MATLAB по отношению к частным функционалам (39) и (40), а затем после вычисления весовых коэффициентов (38) и по отношению к аддитивному функционалу (35).

Значения параметров математической модели замкнутой системы наведения и стабилизации танковой пушки составляют:  $I_g = 736,9 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ,  $k_s = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{Па}^{-1}$ ,  $k_h = 1,238 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ,  $I_e = 0,98 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ,  $f = 0,55 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ,  $c = 3,21 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $k_e = 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^{-1}$ ,  $r_m = 30 \text{ Ом}$ ,  $L_m = 0,001 \text{ Гн}$ ,  $u^* = 0,01 \text{ В}$ ,  $u^{**} = 10 \text{ В}$ ,  $k_{rt} = 1$ ,  $a_1 = 0,05445$ ,  $d_1 = -1,24011$ ,  $d_2 = 0,45792$ .

Использование приведенного выше алгоритма параметрического синтеза для вычисления варьируемых параметров пропорционально-дифференциального алгоритма наведения и стабилизации (26) приводит к следующим оптимальным значениям варьируемых констант алгоритма:  $k_\varphi^* = 249 \text{ В}$ ,  $k_{\dot{\varphi}}^* = 125 \text{ В} \cdot \text{с}$ .

Процессы наведения и стабилизации в замкнутой системе (14), (24)–(28) приведены на рис. 5. Время наведения при  $\varphi(0) = 0,5 \text{ рад}$  не превышает 1 с, максимальное значение угловой скорости поворота пушки достигает  $\dot{\varphi}_{\max} = 2,3 \text{ с}^{-1}$ , а значение аддитивного функционала (35) при  $\beta_1 = 0,33$  и  $\beta_2 = 0,84$  составляет  $I^* = 0,6475 \text{ с}$  при движении танка по асфальтобетону. Сравнение процессов, приведенных на рис. 5, позволяет сделать вывод, что при значениях периода квантования  $T \leq 0,01 \text{ с}$  процессы практически не отличаются один от другого, а при  $T > 0,01 \text{ с}$  качество процессов существенно снижается ( $a: T = 0,005 \text{ с}$ ,  $b: T = 0,01 \text{ с}$ ,  $v: T = 0,05 \text{ с}$ , 1 —  $\varphi(t)$ , 2 —  $\dot{\varphi}(t)$ ).

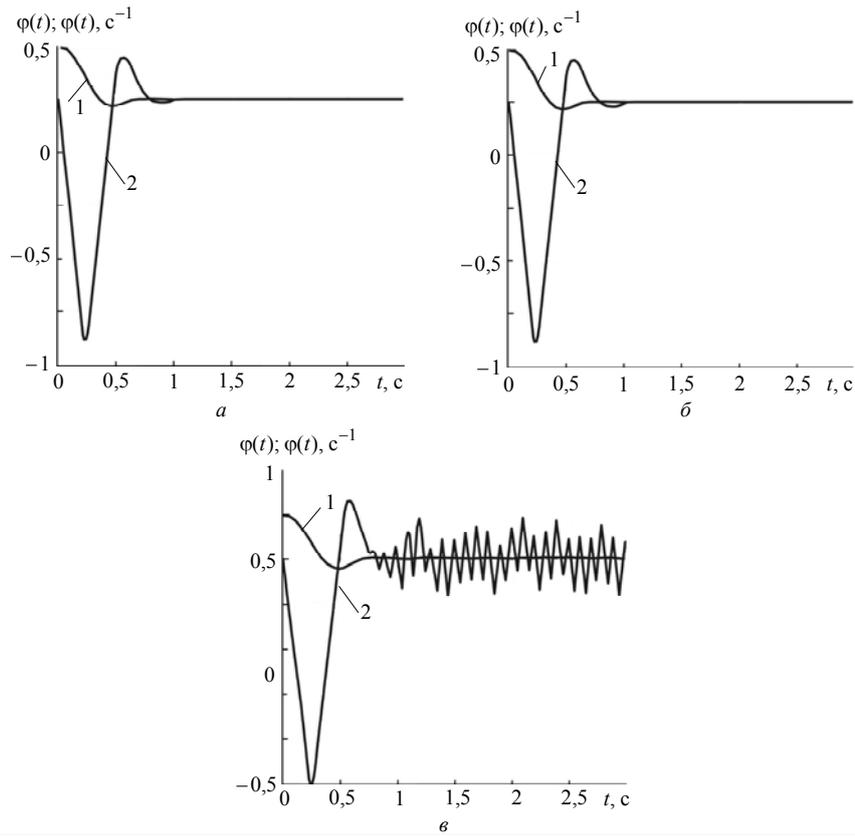


Рис. 5

Использование алгоритма параметрического синтеза для системы наведения и стабилизации с инвариантным стабилизатором (29) приводит к следующим значениям варьируемых параметров стабилизатора:  $k_{\varphi}^* = 249 \text{ В}$ ;  $k_{\dot{\varphi}}^* = 125 \text{ В} \cdot \text{с}$ ;  $k_p^* = 0,736 \cdot 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{Па}^{-1}$ . При этом предполагалось, что неслучайная  $H(x, y)$  составляющая внешнего возмущения, действующая на танковую пушку в повороте танка  $M_n(t)$ , определяется зависимостью

$$M_n(t) = \begin{cases} 200t, & 0 \leq t < 1; \\ 200, & 1 \leq t < 3; \\ 200(4-t), & 3 \leq t < 4; \\ 0, & t \geq 4. \end{cases} \quad (41)$$

Интервал времени (0–1)с соответствует входу танка в поворот. Интервал (1–3)с соответствует равномерному повороту с постоянной угловой скоростью. Интервал (3–4)с соответствует выходу танка из поворота, а при  $t \geq 4$ с танк движется прямолинейно. Процессы наведения и стабилизации при этих условиях приведены на рис. 6 (1 —  $\varphi(t)$ , 2 —  $\dot{\varphi}(t)$ ,  $a: k_p = 0$ ,  $б: k_p = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{Па}^{-1}$ ,  $в: k_p = 0,736 \cdot 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{Па}^{-1}$ ,  $г: k_p = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{Па}^{-1}$ ).

Из анализа этих процессов следует, что при  $k_p = k_p^*$  обработка внешнего возмущения (41) наиболее эффективна.

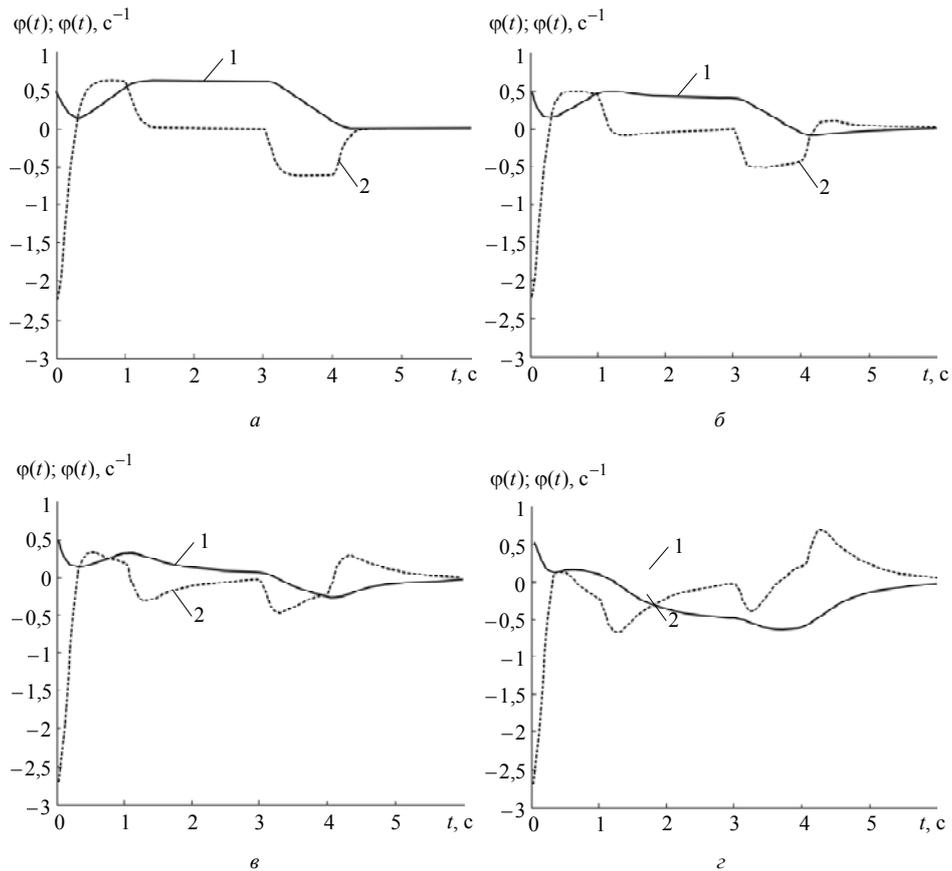


Рис. 6

Варьируемыми параметрами системы наведения и стабилизации с переменной структурой (32)–(34) являются величины  $\bar{k}_\varphi$ ,  $\bar{k}_\dot{\varphi}$  и  $\lambda$ . Использование алгоритма параметрического синтеза приводит к следующим оптимальным значениям этих параметров:  $\bar{k}_\varphi^* = 150 \text{ В}$ ,  $\bar{k}_\dot{\varphi}^* = -36 \text{ В} \cdot \text{с}$ ,  $\lambda^* = 5,54 \text{ с}^{-1}$ .

Процессы наведения и стабилизации танковой пушки в замкнутой системе наведения и стабилизации со стабилизатором переменной структуры приведены на рис. 7 (а: асфальтобетон; б: мостовая; в: грунтовая дорога).

Отметим, что стабилизатор переменной структуры обеспечивает аperiodический характер процессов наведения, быстродействие которых выше, чем при использовании линейных стабилизаторов (26) и (29) и составляет 0,75 с при  $\varphi(0) = 0,5 \text{ рад}$ .

Максимальное значение угловой скорости поворота пушки не превышает величины  $\dot{\varphi}_{\max} = 1,8 \text{ с}^{-1}$ , а значение функционала (35) составляет  $I^* = 0,3845 \text{ с}$ . Известно также, что при работе замкнутой системы с переменной структурой в скользящем режиме система приобретает свойство инвариантности к действию внешних возмущений [12].

Вместе с тем из анализа гистограмм случайной функции  $\varphi(t)$  следует, что точность стабилизации, обеспечиваемая использованием стабилизатора с переменной структурой, ниже, чем точность, обеспечиваемая линейными стабилизаторами (26) или (29).

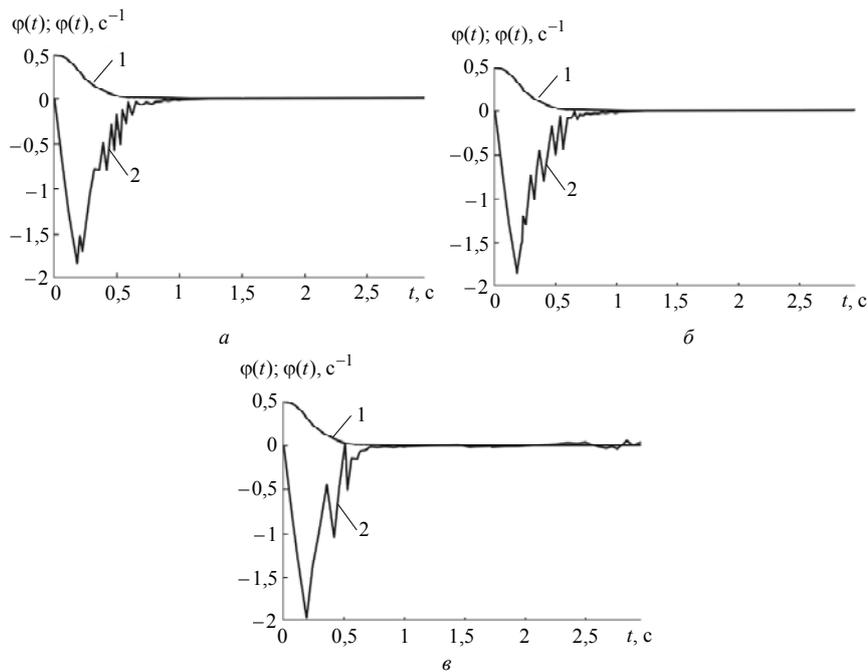


Рис. 7

### Заключение

В процессе наведения оси канала ствола танковой пушки к линии прицеливания целесообразно использовать стабилизатор переменной структуры, обеспечивающий скользящий режим работы замкнутой системы, который характеризуется повышением быстродействия системы и ее инвариантностью к действиям внешних возмущений.

В процессе стабилизации оси канала ствола относительно линии прицеливания целесообразно использовать линейный инвариантный стабилизатор, обеспечивающий повышенную точность стабилизации в условиях действия внешних возмущений, обусловленных действием центробежных сил, возникающих при повороте танка.

*Є.Є. Александров, Т.Є. Александрова*

### ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВОЇ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ТАНКОВОЇ ГАРМАТИ

Розглянуто проблему вибору варійованих параметрів цифрової системи наведення і стабілізації пружної танкової гармати, що полягає у послідовному розв'язанні задач математичного моделювання збуреного руху об'єкта стабілізації, імітаційного моделювання зовнішніх збурень, що діють на гармату в процесі руху танка по випадковій поверхні; розробки методики параметричного синтезу складної системи з цифровим стабілізатором і порівняльного аналізу замкнених систем з різними алгоритмами наведення і стабілізації, а також рекомендації щодо практичної побудови цифрової системи наведення і стабілізації.

*Ye.Ye. Aleksandrov, T.Ye. Aleksandrova*

### PARAMETRIC SYNTHESIS OF DIGITAL STABILIZATION SYSTEM OF TANK GUN

The problem of choosing variable parameters of the digital guidance system and stabilizing the elastic tank gun involving a serial solving mathematical modeling problems of

perturbed motion of stabilizable object, simulation of external disturbances acting on the gun while the tank motion on a random surface, developing methods of parametric synthesis of a complex system with digital stabilizer and comparative analysis of closed systems with different algorithms of guidance and stabilization, as well as practical recommendations on building digital guidance system and stabilization are considered.

1. *Александрова Т.Е., Истомин А.Е.* Математическое моделирование колебаний ствола упругой танковой пушки // *Механіка та машинобудування*. — 2011. — № 2. — С. 173–178.
2. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. — М. : Наука, 1965. — 559 с.
3. *Бидерман В.Л.* Теория механических колебаний. — М. : Высш. шк., 1980. — 408 с.
4. *Александров Е.Е., Александрова Т.Е.* Математическое моделирование, системный анализ и синтез динамических систем. — Харьков. : НТУ «ХПИ». 2014. — 200 с.
5. *Борисюк М.Д., Александрова Т.Е., Мазманишвили А.С.* Стохастическая оценка плавности хода многоопорного транспортного средства // *Доповіді НАН України*. — 2013. — № 6. — С. 52–59.
6. *Александрова Т.Е., Мазманишвили А.С.* Стохастическое моделирование случайных поверхностей движения объектов бронетанковой техники // *Системы обработки інформації*. — 2012. — Вип. 2 (100). — С. 63–66.
7. *Структурно-параметрический синтез стабилизатора упругой танковой пушки. Часть I. Математические и имитационные модели / М.Д. Борисюк, А.С. Куценко, Т.Е. Александрова и др.* // *Озброєння та військова техніка*. — 2014. — № 4. — С. 20–26.
8. *Александрова Т.Е., Кононенко В.А., Лазаренко А.А., Зейн А.В.* Сравнительный анализ цифровых ПД-стабилизаторов подвижных объектов с низкочастотными фильтрами Баттеруорта и Ланцоша // *Радіоелектроніка. Інформатика. Управління*. — 2011. — № 2. — С. 148–152.
9. *Структурно-параметрический синтез стабилизатора упругой танковой пушки. Часть II. Параметрический синтез и сравнительный анализ стабилизаторов различной структуры / М.Д. Борисюк, А.С. Куценко, Т.Е. Александрова и др.* // *Озброєння та військова техніка*. — 2014. — № 4. — С. 27–34.
10. *Александров Е.Е., Александрова Т.Е., Никонов О.Я., Пидашов В.В.* Параметрический синтез системы с переменной структурой для наведения и стабилизации танковой пушки // *Артиллерийское и стрелковое вооружение*. — 2008. — № 1. — С. 49–53.
11. *Александров Е.Е., Александрова Т.Е.* Выбор оптимизируемого функционала в задачах параметрического синтеза систем стабилизации // *Там же*. — 2004. — № 2(1). — С. 23–26.
12. *Барбашин Е.А.* Введение в теорию устойчивости. — М. : Наука, 1967. — 224 с.

*Получено 19.10.2015*