УДК 629.3.025.2

О.А. Сущенко

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ ПЛАТФОРМ С ПОЛЕЗНОЙ НАГРУЗКОЙ НА ОСНОВЕ *Н*_∞-СИНТЕЗА

Введение

Успешная эксплуатация современной аппаратуры наблюдения на подвижных объектах невозможна без применения стабилизированных платформ. Конкурентоспособность систем управления угловым положением платформ с полезной нагрузкой определяется возможностью функционирования в сложных условиях реальной эксплуатации, которые сопровождаются интенсивными и разнообразными внешними возмущениями. Во многих случаях эксплуатация платформ сопровождается значительным изменением их параметров. Для платформ, эксплуатируемых на наземных подвижных объектах, и телескопов на наземных платформах момент инерции платформы и жесткость упругой связи между подвижным основанием платформы с установленной на ней полезной нагрузкой и исполнительным механизмом могут варьироваться в пределах ± 50 %. Таким образом, возникает задача управления в условиях неопределенности. Применение робастного управления позволяет перевести исследуемые системы в класс систем с постоянными параметрами. Важным преимуществом робастных систем является способность удовлетворять техническим требованиям при изменении параметров системы в определенных границах и действии внешних возмущений без применения средств адаптации. Такой подход обеспечивает простоту управления, уменьшение стоимости, повышение надежности, своевременную реакцию на изменения параметров системы и, следовательно, повышает конкурентоспособность систем.

К системам исследуемого типа предъявляются многочисленные и противоречивые требования. Наиболее весомое противоречие заключается в необходимости одновременного обеспечения точности и робастности. В настоящее время оптимизация линейных систем управления преимущественно основывается на использовании H_2 - и H_{∞} -норм пространств Харди, т.е. пространств функции комплексной переменной, аналитической в левой полуплоскости этой переменной. Одним из современных подходов к решению многоцелевых задач проектирования робастных систем является H_{∞} -синтез, описанный в работах [1–3].

При этом проблема проектирования системы управления формулируется как проблема математической оптимизации, направленная на поиск субоптимального робастного регулятора. Особенности проектирования робастных систем управления подвижными объектами с помощью этого метода представлены во многих работах [4]. Но использование метода для создания робастных систем управления подвижными платформами требует дополнительных исследований. Алгоритм проектирования системы с префильтром и регулятором обратной связи с учетом параметрической неопределенности представлен в [5]. В статье алгоритм дорабатывается в части учета воздействия координатных возмущений и помех измерений, что имеет место в сложных реальных условиях эксплуатации платформ с полезной нагрузкой на подвижных объектах.

© О.А. СУЩЕНКО, 2016

Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики», 2016, № 6

1. Постановка задачи

Цель исследования — разработка процедуры векторного структурного синтеза робастной системы управления угловым движением платформы с установленной на ней полезной нагрузкой и измерительными устройствами в условиях параметрической неопределенности и воздействия координатных возмущений, а также помех измерений.

1.1. Стандартная задача H_{∞} -управления. В соответствии с формулировкой Дж. Дойла [6], постановка стандартной задачи H_{∞} -управления может быть проиллюстрирована рис. 1.



Система, представленная на рис. 1, состоит из объекта управления и регулятора с матрицами передаточных функций $\mathbf{P}(s)$, $\mathbf{K}(s)$, которые являются дробнорациональными и правильными. Входной вектор $\mathbf{w}(t)$ в общем случае включает возмущения, помехи измерений и командные сигналы. Входной вектор $\mathbf{u}(t)$ представляет собой сигналы управления. Выходной вектор $\mathbf{z}(t)$ определяет каче-

ство процессов управления, например ошибку отслеживания командного сигнала. Выходной вектор $\mathbf{y}(t)$ состоит из наблюдаемых сигналов, которые могут быть использованы для организации обратных связей. Объект управления и регулятор называются обобщенными [5]. $\mathbf{W}(s)$, $\mathbf{U}(s)$, $\mathbf{Z}(s)$, $\mathbf{Y}(s)$ представляют собой изображения функций $\mathbf{w}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{z}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ по Лапласу.

Система управления, показанная на рис. 1, может быть представлена в пространстве состояний следующим образом [6, 7]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix},$$
(1)

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор переменных состояния; $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^p$ — вектор оценки качества; $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^l$ — вектор наблюдений; $\mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}^k$ — вектор входных сигналов; $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ — вектор управлений; матрицы $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}_1 \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $\mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{C}_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $\mathbf{C}_2 \in \mathbb{R}^{l \times n}$, $\mathbf{D}_{11} \in \mathbb{R}^{p \times k}$, $\mathbf{D}_{12} \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $\mathbf{D}_{21} \in \mathbb{R}^{l \times k}$, $\mathbf{D}_{22} \in \mathbb{R}^{l \times m}$ не зависят от времени *t*.

Впервые использование H_{∞} -синтеза для проектирования систем предложено Дж. Зеймсом [8]. Применение этого подхода обеспечивает робастное качество и робастную стабилизацию проектируемой системы. К преимуществам метода относится возможность сведения проблемы синтеза системы к задаче математической оптимизации. К недостаткам — решающее влияние адекватности математического описания системы на успешность выполнения процедуры синтеза.

Алгоритм поиска H_{∞} -оптимального регулятора представлен во многих работах [5, 8]. В соответствии с этим алгоритмом для системы управления, описываемой матричным уравнением (1), для поиска H_{∞} -оптимального регулятора с матрицей передаточных функций **К**(*s*) необходимо выполнить следующие шаги [5].

1. Найти решение алгебраического уравнения Риккати \mathbf{X}_{∞} , т.е. решение уравнения регулятора

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}_{\infty} + \mathbf{X}_{\infty}\mathbf{A} + \mathbf{C}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{1} + \mathbf{X}_{\infty}(\gamma^{-2}\mathbf{B}_{1}\mathbf{B}_{1}^{\mathrm{T}} - \mathbf{B}_{2}\mathbf{B}_{2}^{\mathrm{T}})\mathbf{X}_{\infty} = 0.$$
(2)

2. Найти решение алгебраического уравнения Риккати Y_{∞} , т.е. решение уравнения наблюдателя

$$\mathbf{A}\mathbf{Y}_{\infty} + \mathbf{Y}_{\infty}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{B}_{1}\mathbf{B}_{1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{Y}_{\infty}(\gamma^{-2}\mathbf{C}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{1} - \mathbf{C}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{2})\mathbf{Y}_{\infty} = 0.$$
(3)
3. Проверить условия
$$\operatorname{Re}\lambda_{i}[\mathbf{A} + (\gamma^{-2}\mathbf{B}_{1}\mathbf{B}_{1}^{\mathrm{T}} - \mathbf{B}_{2}\mathbf{B}_{2}^{\mathrm{T}})\mathbf{X}_{\infty}] < 0, \ \forall i,$$
(4)

$$\operatorname{Re}\lambda_{i}[\mathbf{A}+(\gamma^{-2}\mathbf{B}_{1}\mathbf{B}_{1}^{\mathrm{T}}-\mathbf{B}_{2}\mathbf{B}_{2}^{\mathrm{T}})\mathbf{X}_{\infty}]<0, \ \forall i,$$
(4)

$$\operatorname{Re}\lambda_{i}[\mathbf{A} + \mathbf{Y}_{\infty}(\gamma^{-2}\mathbf{C}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{1} - \mathbf{C}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{2})] < 0, \ \forall i , \qquad (5)$$

$$\rho(\mathbf{X}_{\infty}\mathbf{Y}_{\infty}) < \gamma^2,$$

где *р* — спектральный радиус (собственное значение с максимальным модулем).

Система управления (1) должна удовлетворять следующим ограничениям [5, 7].

1. Пары матриц А, В₁, А, В₂ должны быть стабилизированными, а пары матриц А, С₁, А, С₂ — детектируемыми.

I].

2.
$$\mathbf{D}_{12}^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}_{1} \quad \mathbf{D}_{12}] = [\mathbf{0}]$$

3. $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1} \\ \mathbf{D}_{21} \end{bmatrix} \mathbf{D}_{21}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$.

Ограничение 1 гарантирует отсутствие на мнимой оси собственных значений матриц Гамильтона, соответствующих уравнениям Риккати по управлению и наблюдению, т.е. их принадлежность к области определения оператора Риккати dom (Ric) [9]. Ограничение 2 означает ортогональность сигналов $C_1 \mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{D}_{12} \mathbf{u}(t)$. Ограничение 3 свидетельствует об ортогональности сигналов $\mathbf{B}_1 \mathbf{w}(t)$ и $\mathbf{D}_{21} \mathbf{w}(t)$.

Семейство матриц передаточных функций допустимых субоптимальных H_{∞} -регуляторов определяется выражением $\mathbf{K}(s) = F(\mathbf{K}_{c}(s), Q(s))$ [5, 7], где

$$\mathbf{K}_{c}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\infty} & -\mathbf{Z}_{\infty}\mathbf{L}_{\infty} & \mathbf{Z}_{\infty}\mathbf{B}_{2} \\ \mathbf{F}_{\infty} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{C}_{2} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$
(6)

здесь $\mathbf{F}_{\infty} = -\mathbf{B}_{2}^{T}\mathbf{X}_{\infty}; \mathbf{L}_{\infty} = -\mathbf{Y}_{\infty}\mathbf{C}_{2}^{T}; \mathbf{Z}_{\infty} = (\mathbf{I} - \gamma^{-2}\mathbf{Y}_{\infty}\mathbf{X}_{\infty})^{-1}; \mathbf{A}_{\infty} = \mathbf{A} + \gamma^{-2}\mathbf{B}_{1}\mathbf{B}_{1}^{T}\mathbf{X}_{\infty} + \mathbf{A}_{1}^{T}\mathbf{A}_{1}^{T}\mathbf{A}_{1}^{T}\mathbf{A}_{1}^{T}\mathbf{A}_{1}^{T}\mathbf{A}_{2}^{T}\mathbf{A}_$ $+B_2F_{\infty}+Z_{\infty}L_{\infty}C_2$; Q(s) представляет некоторую устойчивую передаточную функцию, для которой $||Q(s)||_{\infty} < \gamma$. Если Q(s) = 0, то матрица передаточных функций регулятора будет определяться следующим образом:

$$\mathbf{K}(s) = \mathbf{K}_{c11}(s) = -\mathbf{Z}_{\infty}\mathbf{L}_{\infty}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{\infty})^{-1}\mathbf{F}_{\infty}.$$
 (7)

Этот регулятор имеет то же количество состояний, что и объект управления [5, 7]. В нем могут быть выделены уравнение наблюдения

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_1 \gamma^{-2} \mathbf{B}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{X}_\infty \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} + \mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty (\mathbf{C}_2 \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})$$
(8)

и уравнение управления по обратной связи

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}_{\infty} \,\hat{\mathbf{x}} \,. \tag{9}$$

Записи (6) и (7) принято называть реализациями передаточной функции в пространстве состояний [10, с. 21]. (В иностранной литературе эта операция

обозначается =.)

Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики», 2016, № 6

1.2. Задача управления робастной системой наведения и стабилизации платформы с полезной нагрузкой. Достижение высокой точности процессов наведения требует управления как по сигналу ошибки, который представляет собой разность между командным и выходным сигналами системы, так и по задающему воздействию. В этом случае в состав системы должны входить два регулятора, реализующие управление в прямой и обратной связи. Соответственно, при использовании такой конфигурации системы управление объектом осуществляется с помощью префильтра (корректирующего фильтра) и регулятора. Поэтому здесь применяется термин «система с двумя степенями свободы» [10, с. 58].

Существуют разные подходы к проектированию систем с двумя степенями свободы. Метод, предложенный Гловером и Мак-Фарланом [11], основывается на робастной стабилизации и задании параметрических возмущений с помощью нормализованной взаимно простой факторизации. Он базируется на процедуре H_{∞} -синтеза с учетом формирования желаемых частотных характеристик системы (loop-shaping) на основании расширения передаточной функции объекта управления. Создание расширенного объекта управления осуществляется с помощью пре-и посткомпенсаторов.

К преимуществам этого метода относится возможность обеспечения робастной стабилизации и учета параметрических возмущений. Но при проектировании систем управления платформами с полезной нагрузкой, которые функционируют на подвижных объектах, большое значение имеет влияние внешних возмущений, действующих на объект-носитель. В частности, для систем стабилизации, предназначенных для эксплуатации на наземных подвижных объектах, наибольшее значение имеют момент неуравновешенности, момент трения в опорах подвеса и момент, обусловленный воздействием угловой скорости наземного объекта вследствие неровностей рельефа дорог и местности. При проектировании системы следует также учитывать воздействие помех измерений. Структурная схема системы с двумя степенями свободы, в которой, в отличие от [5], учтено воздействие внешних возмущений и помех измерений, представлена на рис. 2.

На рис. 2 $\mathbf{T}_{ref}(s)$ — матрица эталонных передаточных функций, выбираемая проектировщиком с целью формирования желаемых амплитудно-частотных характеристик системы; ρ — скалярная величина, задаваемая проектировщиком.

В рассматриваемой задаче регулятор обратной связи с матрицей передаточных функций $\mathbf{K}_2(s)$ обеспечивает достижение робастной устойчивости, а префильтр с матрицей передаточных функций $\mathbf{K}_1(s)$ — соответствие реакции замкнутой системы на командный сигнал в соответствии с заданной эталонной моделью [5].



Рис. 2

В целом проблема состоит в поиске регулятора с матрицей передаточных функций $\mathbf{K}(s) = [\mathbf{K}_1(s) \ \mathbf{K}_2(s)]$, который обеспечивает стабилизацию расширенного объекта управления с матрицей передаточных функций $\mathbf{G}_s(s) = \mathbf{W}_2(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{W}_1(s)$, представленной как результат нормализованной левой взаимно простой факторизации $\mathbf{G}_s(s) = \mathbf{M}_s^{-1}(s)\mathbf{N}_s(s)$ [11]. Здесь $\mathbf{W}_1(s), \mathbf{W}_2(s)$ — матрицы передаточных функций пре- и посткомпенсатора. Такой регулятор обеспечивает минимизацию H_{∞} -нормы передаточной функции замкнутой системы управления с входными сигналами $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{d}(t)$, $\varphi(s)$, $\mathbf{n}(t)$ и выходными сигналами $\mathbf{u}_s(t), \mathbf{y}_s(t), \mathbf{e}(t)$ в соответствии с рис. 2.

2. Процедура синтеза робастной системы наведения и стабилизации платформы с полезной нагрузкой

Проблема синтеза робастной системы с двумя степенями свободы, представленной на рис. 2, может быть сведена к стандартной постановке проблемы H_{∞} -синтеза (рис. 1) и решена с помощью автоматизированных средств оптимального проектирования вычислительной системы MatLab, которые реализуют последовательность операций (2)–(5).

В отличие от известных постановок задач, в статье учитывается воздействие на систему координатных (внешних) возмущений $\mathbf{d}(t)$ и помех измерений $\mathbf{n}(t)$. В процессе H_{∞} -синтеза осуществляется поиск регулятора, который обеспечивает минимизацию H_{∞} -нормы передаточной функции системы с входными и выходными сигналами, которые в соответствии с рис. 2 определяются векторами

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}(t) \\ \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{n}(t) \\ \boldsymbol{\varphi}(t) \end{bmatrix}; \ \mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{s}(t) \\ \mathbf{y}_{s}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix}.$$
(10)

Изображение сигнала управления расширенным объектом по Лапласу определяется выражением [5]

$$\mathbf{U}_{s}(s) = [\mathbf{K}_{1}(s) \mathbf{K}_{2}(s)] \begin{bmatrix} \mathbf{B}(s) \\ \mathbf{Y}_{s}(s) \end{bmatrix},$$
(11)

где $\mathbf{K}_1(s)$ — матрица передаточных функций префильтра; $\mathbf{K}_2(s)$ — матрица передаточных функций регулятора обратной связи; $\mathbf{B}(s)$ — изображение эталонного масштабируемого сигнала; $\mathbf{Y}_s(s)$ — изображение измеряемого выходного сигнала.

Главное назначение префильтра состоит в обеспечении условия [5]

$$\| [\mathbf{I}(s) - \mathbf{G}_{s}(s)\mathbf{K}_{2}(s)]^{-1}\mathbf{G}_{s}(s)\mathbf{K}_{1}(s) - \mathbf{T}_{ref}(s) \|_{\infty} \leq \gamma \rho^{-2}.$$
(12)

В соответствии с рис. 2 и выражением (10), связь между входными и выходными сигналами замкнутой системы с двумя степенями свободы с учетом координатных (внешних) возмущений и помех измерений может быть определена следующим образом: $[\mathbf{U}_{s}(s) \ \mathbf{Y}_{s}(s) \ \mathbf{E}(s)]^{T} = \mathbf{\Phi}(s)[\mathbf{R}(s) \ \mathbf{D}(s) \ \mathbf{N}(s) \ \mathbf{\Phi}(s)]^{T}$ или

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s}(s) \\ \mathbf{Y}_{s}(s) \\ \mathbf{E}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{K}_{1}(s) & \mathbf{K}_{2}(s) \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \\ \rho \mathbf{W}_{s2}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{K}_{1}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \\ \rho^{2} [\mathbf{W}_{s2}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{K}(s)_{1} - \mathbf{T}_{ref}(s)] & \rho \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \end{bmatrix}$$

Международный научно-технический журнал

«Проблемы управления и информатики», 2016, № 6

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{2}(s)\mathbf{W}_{s1}(s) & \mathbf{K}_{2}(s)\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s) \\ \mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{G}_{s}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s) \\ \rho\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{G}_{s}(s) & \rho\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s) \end{aligned} \right] \times \begin{vmatrix} \mathbf{R}(s) \\ \mathbf{D}(s) \\ \mathbf{N}(s) \\ \mathbf{N}(s) \\ \mathbf{\Phi}(s) \end{vmatrix},$$
(13)

где $\Phi(s)$ — матрица передаточных функций замкнутой системы, H_{∞} -норма которой представляет собой функционал качества, поскольку элементы матрицы $\Phi(s)$ функции чувствительности, H_{∞} -нормы которых характеризуют точность, робастность, затраты на управление и другие характеристики системы [5]. Здесь $\mathbf{W}_{s1}(s) = [\mathbf{I}(s) - \mathbf{K}_{2}(s)\mathbf{G}_{s}(s)](s)^{-1}, \ \mathbf{W}_{s2}(s) = [\mathbf{I}(s) - \mathbf{G}_{s}(s)\mathbf{K}_{2}(s)]^{-1}.$

Исходя из выражения (10), для перехода к стандартной постановке проблемы H_{∞} -синтеза (рис. 1) необходимо учесть наличие сигнала управления $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{s}(t)$ и выходного сигнала $\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}(t) \\ \mathbf{y}_{s}(t) \end{bmatrix}$ и ввести в рассмотрение матрицу передаточ-

ных функций обобщенного объекта управления. При этом уравнение связи между изображениями входных и выходных сигналов взаимосвязанной системы (включающей как объект управления, так и регулятор) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s}(s) & \mathbf{Y}_{s}(s) & \mathbf{E}(s) & \mathbf{B}(s) & \mathbf{Y}_{s}(s) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \mathbf{T}(s) \begin{bmatrix} \mathbf{R}(s) & \mathbf{D}(s) & \mathbf{N}(s) & \mathbf{\Phi}(s) & \mathbf{U}_{s}(s) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
 (14)

На основании выражений (13), (14) матрица передаточных функций **Т**(*s*) с учетом вводимых функций чувствительности по координатным (внешним) возмущениям и помехам измерений описывается выражением

$$\mathbf{T}(s) = \begin{bmatrix} \rho \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{K}_{1}(s) & \mathbf{K}_{2}(s) \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) & \mathbf{K}_{2}(s) \mathbf{W}_{s1}(s) \\ \rho \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{K}_{1}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s) \\ \rho^{2}[\mathbf{W}_{s2}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{K}_{1}(s) - \mathbf{T}_{ref}(s)] & \rho \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) & \rho \mathbf{W}_{s1}(s) \\ \rho \mathbf{I}(s) & \mathbf{K}_{2}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{K}_{1}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{K}_{1}(s) & \mathbf{K}_{2}(s) \mathbf{W}_{s1}(s) \\ \rho \mathbf{W}_{s2}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{K}_{1}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s) \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc}
\mathbf{K}_{2}(s)\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s) & \mathbf{I}(s) \\
\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s) & \mathbf{W}_{s2}(s)\mathbf{G}_{s}(s) \\
\rho\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s) & \rho[\mathbf{W}_{s2}(s)\mathbf{G}_{s}(s) - \mathbf{T}_{ref}(s)]\mathbf{G}_{s}(s) \\
\mathbf{K}_{2}(s)\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s)\mathbf{K}_{1}(s) & (\mathbf{I}(s) - \mathbf{T}_{ref}(s))^{-1}\mathbf{K}_{1}(s) \\
\mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s) & \mathbf{W}_{s1}(s)\mathbf{N}_{s}(s)\mathbf{M}_{s}^{-1}(s)
\end{array}\right]$$
(15)

Выражение для матрицы передаточных функций обобщенного объекта управления P(s), которая определяет связь между изображениями сигналов W(s), U(s) и Z(s), Y(s)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}(s) \\ \mathbf{U}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}(s) \\ \mathbf{Y}(s) \end{bmatrix},$$

можно получить двумя способами.

При первом способе используются соотношения для изображений входных и выходных сигналов разомкнутой системы.

$$\mathbf{U}(s) = \mathbf{I}(s)\mathbf{U}_{s}(s);$$

$$\mathbf{Y}_{s}(s) = \mathbf{G}_{d}(s)\mathbf{G}_{s}(s)\mathbf{D}(s) + \mathbf{N}(s) + \mathbf{M}_{s}^{-1}(s)\mathbf{\Phi}(s) + \mathbf{G}_{s}(s)\mathbf{U}_{s}(s);$$

ISSN 0572-2691

$$\mathbf{E}(s) = -\rho^{2} \mathbf{T}_{ref}(s) \mathbf{R}(s) + \rho \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{D}(s) + \rho \mathbf{M}_{s}^{-1}(s) \mathbf{\Phi}(s) + \rho \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{U}_{s}(s); \qquad (16)$$
$$\mathbf{B}(s) = \rho \mathbf{I}(s) \mathbf{R}(s);$$
$$\mathbf{Y}_{s}(s) = \mathbf{G}_{d}(s) \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{D}(s) + \mathbf{N}(s) + \mathbf{M}_{s}^{-1}(s) \mathbf{\Phi}(s) + \mathbf{G}_{s}(s) \mathbf{U}_{s}(s).$$

На основании выражений (16) матрица передаточных функций обобщенного объекта управления может быть представлена в виде

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}(s) \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_d(s)\mathbf{G}_s(s) & \mathbf{I}(s) & \mathbf{M}_s^{-1}(s) & \mathbf{G}_s(s) \\ -\rho^2 \mathbf{T}_{ref}(s) & \rho \mathbf{G}_d(s)\mathbf{G}_s(s) & \mathbf{0} & \rho \mathbf{M}_s^{-1}(s) & \rho \mathbf{G}_s(s) \\ \hline \rho \mathbf{I}(s) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_d(s)\mathbf{G}_s(s) & \mathbf{I}(s) & \mathbf{M}_s^{-1}(s) & \mathbf{G}_s(s) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

Такого же результата можно достичь вторым способом, если в выражении (15) положить $\mathbf{K}_1(s) = 0$ и $\mathbf{K}_2(s) = 0$.

Для получения математического описания расширенного объекта управления необходимо учесть весовые передаточные функции, математическое описание эталонной модели и дополнить соотношения (16) уравнениями состояния расширенного объекта управления и эталонной модели. От описания системы с помощью передаточной функции можно перейти к эквивалентному описанию в пространстве состояний. При этом реализация матрицы передаточных функций расширенного объекта управления в пространстве состояний принимает вид [10, с. 21]

$$\mathbf{G}_{s}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s} & \mathbf{B}_{s} \\ \mathbf{C}_{s} & \mathbf{D}_{s} \end{bmatrix}.$$
 (18)

Выражение (18) означает, что математическое описание системы $y_s(s) = G_s(s)u_s(s)$ эквивалентно описанию $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t)$, y(t) = Cx(t) + Du(t) и при этом $H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ [10].

Минимальная реализация объекта управления в пространстве состояний (18) после левой взаимно простой факторизации определяется следующим образом [5, 11]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{s}(s) & \mathbf{M}_{s}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s} + \mathbf{H}\mathbf{C}_{s} & \mathbf{B}_{s} + \mathbf{H}\mathbf{D}_{s} & \mathbf{H} \\ \mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{C}_{s} & \mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{D}_{s} & \mathbf{R}^{-1/2} \end{bmatrix},$$
(19)

здесь $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_s + \mathbf{H}\mathbf{C}_s]$; $\mathbf{B} = [\mathbf{B}_s + \mathbf{H}\mathbf{D}_s \quad \mathbf{H}]$; $\mathbf{C} = [\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{C}_s]$; $\mathbf{D} = [\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{D}_s \quad \mathbf{R}^{-1/2}]$; $\mathbf{H} = -(\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}} + \mathbf{Z}\mathbf{C}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{R}^{-1}$; $\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{D}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}}$, а матрица Z представляет собой единственное положительно определенное решение алгебраического уравнения Риккати [5, 11]

$$(\mathbf{A}_{s} - \mathbf{B}_{s}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{D}_{s}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{s})\mathbf{Z} + \mathbf{Z}(\mathbf{A}_{s} - \mathbf{B}_{s}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{D}_{s}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}_{s})^{\mathrm{T}} - \mathbf{Z}\mathbf{C}_{s}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}_{s}\mathbf{Z} + \mathbf{B}_{s}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{B}_{s}^{\mathrm{T}} = 0, (20)$$

где $\mathbf{S} = \mathbf{I} + \mathbf{D}_{s}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}_{s}.$

В некоторых случаях необходимо определять описание в пространстве состояний для обратной передаточной функции объекта управления $\mathbf{G}_{s}^{-1}(s)$. Для объекта, описываемого квадратной матрицей, математическое описание в пространстве состояний принимает вид [5, 11]

$$\mathbf{G}_{s}^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s} - \mathbf{B}_{s} \mathbf{D}_{s}^{-1} \mathbf{C}_{s} & \mathbf{B}_{s} \mathbf{D}_{s}^{-1} \\ -\mathbf{D}_{s}^{-1} \mathbf{C}_{s} & \mathbf{D}_{s}^{-1} \end{bmatrix},$$
(21)

Международный научно-технический журнал

[«]Проблемы управления и информатики», 2016, № 6

где матрица \mathbf{D}_s — несингулярна, здесь $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{D}_s^{-1} \mathbf{C}_s]; \mathbf{B} = [\mathbf{B}_s \mathbf{D}_s^{-1}];$ $\mathbf{C} = [-\mathbf{D}_s^{-1} \mathbf{C}_s]; \mathbf{C} = [\mathbf{D}_s^{-1}].$

Для объекта, который описывается неквадратной матрицей и имеет матрицу \mathbf{D}_s с полным рангом, правая или левая инверсия матрицы передаточных функций $\mathbf{G}_s(s)$ может быть определена за счет замены матрицы \mathbf{D}_s^{-1} матрицей \mathbf{D}_s^f , которая представляет собой псевдоинверсию \mathbf{D}_s [5, 11].

Реализация матрицы передаточных функций эталонной модели в пространстве состояний может быть представлена следующим образом:

$$\mathbf{\Gamma}_{ref}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r & \mathbf{B}_r \\ \mathbf{C}_r & \mathbf{D}_r \end{bmatrix}.$$
 (22)

На основании реализаций передаточных функций в пространстве состояний (19), (21) можно определить матрицы $\mathbf{D}_{M_s^{-1}}$, $\mathbf{B}_{M_s^{-1}}$. Из выражения (19) следует, что $\mathbf{D}_{M_s} = \mathbf{R}^{-1/2}$. Тогда матрица $\mathbf{D}_{M_s^{-1}}$ в соответствии с выражением (21) определяется как $\mathbf{D}_{M_s^{-1}} = (\mathbf{R}^{-1/2})^{-1} = \mathbf{R}^{1/2}$. На основании матрицы $\mathbf{B}_{M_s} = \mathbf{H} = -(\mathbf{B}_s \mathbf{D}_s^{\mathrm{T}} + \mathbf{Z}_s \mathbf{C}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{R}^{-1}$, входящей в выражение (19), с учетом выражения (21) можно определить соотношение $\mathbf{B}_{M_s^{-1}} = \mathbf{H}(\mathbf{R}^{-1/2})^{-1} = -(\mathbf{B}_s \mathbf{D}_s^{\mathrm{T}} + \mathbf{Z}_s \mathbf{C}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{R}^{-1}\mathbf{R}^{1/2}$. Тогда с учетом выражений (17), (22) реализация матрицы передаточных функций обобщенного объекта управления в пространстве состояний принимает вид

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{B}_{1} & \mathbf{B}_{2} \\ \mathbf{C}_{1} & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_{2} & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{d} & \mathbf{0} & (\mathbf{B}_{s}\mathbf{D}_{s}^{\mathsf{T}} + \mathbf{Z}_{s}\mathbf{C}_{s}^{\mathsf{T}})\mathbf{D}_{M_{s}} & \mathbf{B}_{s} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{r} & \mathbf{B}_{r} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_{s} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{M_{s}^{-1}} & \mathbf{D}_{s} \\ \mathbf{\rho}\mathbf{C}_{s} & -\mathbf{\rho}^{2}\mathbf{C}_{r} & -\mathbf{\rho}^{2}\mathbf{D}_{r} & \mathbf{\rho}\mathbf{D}_{d} & \mathbf{0} & \mathbf{\rho}\mathbf{D}_{M_{s}^{-1}} & \mathbf{\rho}\mathbf{D}_{s} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{\rho}\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{s} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d} & \mathbf{I} & \mathbf{D}_{M_{s}^{-1}} & \mathbf{D}_{s} \end{bmatrix}$$
(23)

Решение задачи синтеза оптимального регулятора с учетом действия возмущений существенным образом зависит от специфики объекта управления и природы действующих на него возмущений. Так, для системы наведения и стабилизации платформ с оборудованием, эксплуатируемых на наземных подвижных объектах, типичными возмущениями являются момент неуравновешенности и влияние неровностей рельефа дорог и местности.

Следует отметить, что в общем случае существует три способа задания возмущения, действующего на объект управления [12], а именно: в виде силы, момента и угловой скорости. Первый способ не распространен в проектировании подвижных платформ с полезной нагрузкой, поскольку для его реализации необходима модель поворотного устройства платформы. При втором способе возмущение задается как переменный момент, действующий на привод системы. Этот момент суммируется с моментом неуравновешенности и моментом управления. Такая модель целесообразна, если математическое описание системы включает как модель привода, так и модель объекта стабилизации. Третий способ задания возмущения целесообразно использовать в виде отсутствия раздельных моделей привода и объекта стабилизации. Для платформ с оборудованием, предназначенных для эксплуатации на наземных подвижных объектах, момент неуравновешенности считается постоянным и определяется на основании эксплуатационного опыта. Следует учитывать, что в процессе эксплуатации этот момент может изменяться в значительных пределах. Что касается воздействия неровностей рельефа дороги и местности, то оценка соответствующей угловой скорости может быть выполнена на основании выражений для спектральных плотностей возмущений упомянутого вида для дорог и местности разного типа [13]. Конечно, такая оценка возможна лишь для конкретных типов дорог или местности. При этом для оценки возмущения следует учитывать наиболее жесткие условия эксплуатации. На основании этих соображений оценку возмущений вследствие угловой скорости объекта-носителя целесообразно представить в виде моментов.

Математическое описание обобщенного объекта управления (23) может быть использовано в алгоритме H_{∞} -синтеза, который поддерживается средствами автоматизированного оптимального проектирования [5]. Использование алгоритма H_{∞} -синтеза для проектирования регулятора системы с двумя степенями свободы характеризуется некоторыми особенностями. Во многих прикладных применениях количество измеряемых выходов объекта управления может превышать количество наблюдаемых выходов, которые поступают на регулятор обратной связи. Такая ситуация учитывается использованием селективной матрицы \mathbf{W}_0 [5], предназначенной для выбора наблюдаемых выходов. Что касается постановки проблемы, проиллюстрированной рис. 2, то селективная матрица вводится между вектором наблюдаемых выходных сигналов объекта управления $\mathbf{y}(t)$ и сумматором. Эта матрица влияет на уравнение ошибки $\mathbf{e}(t)$. Для модели обобщенного объекта управления введение этой матрицы приводит к замене составляющих $\rho \mathbf{C}_s$, $\rho \mathbf{R}_s^{1/2}$ на составляющие $\rho \mathbf{W}_0 \mathbf{C}_s$ и $\rho \mathbf{W}_0 \mathbf{R}_s^{1/2}$.

В прикладных приложениях для обеспечения устойчивости синтезированной системы необходимо вводить согласованный коэффициент усиления [5]. Для этого командные сигналы $\mathbf{r}(t)$ масштабируются числовой матрицей \mathbf{W}_i , которая обеспечивает согласование замкнутого контура от командного сигнала $\mathbf{r}(t)$ до управляемого выхода $\mathbf{W}_0 \mathbf{y}(t)$ с эталонной моделью в установившемся состоянии. Такое согласование необходимо, поскольку основной целью H_{∞} -синтеза является минимизация ошибки слежения. Коэффициент масштабирования определяется следующим образом [5]:

$$\mathbf{W}_{i} = \{\mathbf{W}_{0}[\mathbf{I} - \mathbf{G}_{s}(0)\mathbf{K}_{2}(0)]^{-1}\mathbf{G}_{s}(0)\mathbf{K}_{1}(0)\}^{-1}\mathbf{T}_{ref}(0).$$
(24)

Следует отметить, что в выражении (24) $\mathbf{W}_0 = \mathbf{I}$ при условии совпадения количества наблюдаемых и управляемых выходных сигналов. Окончательно матрица передаточных функций регулятора системы определяется следующим образом: $\mathbf{K}(s) = [\mathbf{K}_1(s)\mathbf{W}_i\mathbf{K}_2(s)].$

Алгоритм синтеза регулятора робастной системы с двумя степенями свободы с учетом воздействия координатных возмущений и помех измерений может быть составлен на основании подхода, изложенного в [3], алгоритма робастной стабилизации подвижной платформы [14], предназначенной для эксплуатации на наземных подвижных объектах, и представленных в статье предложений. Алгоритм состоит из следующих шагов.

[«]Проблемы управления и информатики», 2016, № 6

1. Составление полного математического описания системы наведения и стабилизации подвижных платформ с полезной нагрузкой с максимально возможным учетом нелинейностей, присущих реальной системе.

2. Линеаризация полной математической модели.

3. Создание математической модели в пространстве состояний.

4. Формирование обобщенного объекта управления и определение соответствующих матриц в пространстве состояний.

5. Оценка основных внешних возмущений, действующих на исследуемую систему.

6. Выбор желаемой передаточной функции $\mathbf{T}_{ref}(s)$ от командного сигнала до управляемых выходов.

7. Определение скалярного параметра ρ, который для системы исследуемого типа обычно находится в пределах 1...5 [5].

8. Определение матрицы передаточных функций расширенного объекта управления

$$\mathbf{G}_{s}(s) = \mathbf{W}_{2}(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{W}_{1}(s),$$

где $\mathbf{W}_1(s) = \mathbf{W}_p(s)\mathbf{W}_a(s)\mathbf{W}_g(s), \ \mathbf{W}_2(s) = 1.$

Выбор весовых передаточных функций требует эвристических подходов и связан с необходимостью учета особенностей объекта управления и требований к качеству управления. Весовая передаточная функция $\mathbf{W}_p(s)$ влияет на динамические

характеристики системы. Так, выбор интегрального звена обеспечивает качество управления на низких частотах. Опережение по фазе уменьшает спад амплитудночастотной характеристики на частоте среза. Запаздывание по фазе повышает спад амплитудночастотной характеристики на высоких частотах. Желаемая частота пропускания обеспечивается выбором весовой передаточной функции $W_a(s)$. Весовая передаточная функция $W_g(s)$ должна выбираться такой, чтобы сигналы исполнительного механизма не превышали заданные командные сигналы и случайные возмущения [5].

9. Решение проблемы H_{∞} -синтеза для расширенного объекта управления, описываемого матрицей передаточных функций $\mathbf{G}_{s}(s) = \mathbf{W}_{2}(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{W}_{1}(s)$, с учетом воздействия возмущений, желаемой реакции системы, которая формируется с помощью матрицы передаточных функций $\mathbf{T}_{ref}(s)$, и скалярного параметра ρ . Синтез основан на реализации матрицы передаточных функций обобщенного объекта управления $\mathbf{P}(s)$ в пространстве состояний в соответствии с выражением (23). В результате определяется регулятор, описываемый матрицей передаточных функций $\mathbf{K}(s) = [\mathbf{K}_{1}(s)\mathbf{K}_{2}(s)]$ и соответствующий уравнениям (8), (9). В случае необходимости используется селективная матрица \mathbf{W}_{0} .

10. Замена префильтра с матрицей передаточных функций $\mathbf{K}_1(s)$ взвешенным префильтром с матрицей передаточных функций $\mathbf{K}_1(s)\mathbf{W}_i$ в целях подбора коэффициента усиления системы в установившемся состоянии. При этом обеспечивается выполнение условия (12).

11. Анализ полученных результатов и в случае необходимости повторение процедуры проектирования регулятора после введения новых значений ρ , матриц весовых передаточных функций $\mathbf{W}_{1}(s)$ и желаемых передаточных функций $\mathbf{T}_{ref}(s)$.

Структурная схема системы с синтезированным регулятором представлена на рис. 3 [9].



Для прикладных приложений актуально использование дискретных регуляторов. Существует два подхода к созданию дискретных регуляторов [15]. При первом подходе выполняется дискретизация модели объекта управления, включая весовые

передаточные функции. Далее осуществляется *w*-преобразование, собственно структурный синтез и получение *z*-представления регулятора с помощью обратного *w*-преобразования. Все эти действия могут быть выполнены с помощью функции dhinfopt, входящей в состав расширенного пакета прикладных программ Robust Control. При втором подходе проектирование робастного регулятора осуществляется известными средствами H_{∞} -синтеза непрерывных систем. Дискретный регулятор определяется на основании непрерывного с помощью *z*-преобразования. При этом должны выполняться некоторые требования. Во-первых, в качестве метода дискретизации должен быть выбран метод билинейного преобразования Тастина, поскольку при его использовании H_{∞} -норма системы остается неизменной. Во-вторых, частота дискретизации должна в несколько раз превышать полосу пропускания системы.

3. Результаты синтеза

Для исследуемой системы целесообразно выбрать эталонную модель, описываемую передаточной функцией $k/(T^2s + 2\xi Ts + 1)$, где k = 1; T = 0,2; $\xi = 0,7$. Конструктивный параметр ρ был принят максимальным из рекомендуемого диапазона 1...5 [5]. Выбор передаточных функций пре- и посткомпенсаторов является сложным процессом, поскольку основывается на методе проб и ошибок. В данном случае, исходя из общепринятых рекомендаций [5], $W_2(s) = 1$. Что касается передаточной функции прекомпенсатора $W_1(s)$, то здесь, во-первых, необходимо учесть передаточную функцию усилителя напряжения, во-вторых, необходимо учесть, что в простейшем случае коэффициент усиления прекомпенсатора должен равняться отношению коэффициентов усиления передаточных функций возмущения и объекта управления. Особенностью проведения процедуры H_{∞} -синтеза системы исследуемого типа является необходимость определения минимальной реализации модели объекта управления. После этого формируется расширенный объект посредством введения пре- и посткомпенсаторов $G_s(s) = W_2(s)G(s)W_1(s)$, где $W_2(s) = 1$, $W_1(s) = W_p(s)W_a(s)W_g(s)$, здесь $W_p(s) = \frac{0,15}{0,1s+1}$, $W_a(s) = 10\frac{0,4s+25}{s+25}$;

 $W_g(s) = 1$. Далее осуществляется представление передаточной функции обобщенного объекта управления в пространстве состояний и реализуется алгоритм H_{∞} -синтеза. В результате его выполнения определяется робастный дискретный регулятор (Ts = 0,0025 c), структура которого после понижения порядка с 10 до 7 может быть представлена четверкой матриц в пространстве состояний:

Международный научно-технический журнал

«Проблемы управления и информатики», 2016, № 6

$$\mathbf{A}_{p} = \begin{bmatrix} 1,032 & 0,086 & 0,013 & -0,109 & -0,009 & 0,037 & 0,008 \\ -0,028 & 0,627 & -0,048 & 0,669 & -0,197 & 0,025 & -0,009 \\ 0,044 & 0,044 & 1,007 & -0,052 & -0,021 & 0,035 & 0,007 \\ -0,256 & 0,245 & -0,083 & 0,215 & 0,196 & -0,252 & -0,001 \\ 0,333 & 0,344 & 0,185 & -0,321 & 1,033 & 0,166 & 0,049 \\ -0,097 & -0,203 & -0,052 & 0,247 & -0,046 & 0,828 & -0,013 \\ 0,193 & 0,376 & 0,106 & -0,072 & 0,165 & 0,398 & 0,769 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_{p}^{T} = \begin{bmatrix} 0,324 & 0,246 & -0,272 & -0,517 & 0,621 & -0,287 & 0,7 \\ -23,28 & -8,63 & -20,75 & 108,3 & -111,7 & 51,9 & -107,4 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_{p} = \begin{bmatrix} 0,006 & 0,008 & 0,003 & -0,01 & 0,004 & 0,002 & 0,001 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}_{p} = \begin{bmatrix} 0,009 & -1,659 \end{bmatrix}.$$

Подробный вывод математической модели объекта стабилизации в пространстве состояний для системы, предназначенной для эксплуатации на наземных подвижных объектах, и математическая модель системы стабилизации, реализованная с помощью пакета Simulink (MatLab), представлены в работе [16]. Результаты моделирования синтезированной системы для номинального и возмущенного случаев, показанные на рис. 4, более эффективны по сравнению с результатами, полученными в [16], где использовался функционал [5] без учета внешних возмущений.



ISSN 0572-2691

На рис. 4 представлены результаты моделирования системы наведения и стабилизации подвижной платформы с аппаратурой наблюдения, предназначенной для эксплуатации на наземных транспортных средствах. При этом на рис. 4, *a*, *б* показаны переходные процессы по угловой скорости при изменении момента инерции объекта стабилизации ±50% и момента неуравновешенности ±30%. Рис. 4, *в*, *г* демонстрируют переходные процессы по угловой скорости в условиях внешних возмущений, а именно: при воздействии рельефа дороги с длинными неровностями и пересеченной местности с кочками. Полученная номинальная система характеризуется нормами $H_2 = 0,476$ и $H_{\infty} = 0,325$.

Заключение

В данной статье решена задача H_{∞} -синтеза робастной системы с двумя степенями свободы с учетом воздействия внешних координатных возмущений и помех измерений. Введен новый функционал качества с учетом функций чувствительности по координатным возмущениям и помехам измерений. Предложен алгоритм проектирования робастной системы с двумя степенями свободы на примере системы стабилизации платформы с оборудованием, предназначенным для эксплуатации на наземных подвижных объектах. Приведены результаты моделирования синтезированной системы, подтверждающие ее робастность. Полученные результаты могут быть использованы в проектировании систем стабилизации платформ с полезной нагрузкой, эксплуатируемых на подвижных объектах широкого класса (морские подвижные объекты, беспилотные летательные аппараты и т.д.).

О.А. Сущенко

РОБАСТНЕ КЕРУВАННЯ КУТОВИМ РУХОМ ПЛАТФОРМ З КОРИСНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ НА ОСНОВІ H_{∞} -СИНТЕЗУ

Досліджено основні принципи структурного синтезу робастних систем керування кутовим рухом платформ з корисним навантаженням на основі H_{∞} -синтезу. Враховано необхідність оптимального керування процесами стабілізації та наведення, що забезпечується за рахунок використання префільтра і регулятора зворотного зв'язку. Запропоновано новий функціонал якості для систем такої конфігурації, який, на відміну від відомих, враховує функції чутливості за координатними збуреннями та завадами вимірювань.

O.A. Sushchenko

ROBUST CONTROL OF ANGULAR MOTION OF PLATFORMS WITH PAYLOAD BASED ON H_{∞} -SYNTHESIS

Basic principles of structural synthesis of the robust systems for control by angular motion of platforms with payload based on H_{∞} -synthesis are investigated. The necessity to implement control of stabilization and tracking processes by means of usage of the pre-filter and feedback controller is taken into consideration. The new quality functional for systems of such configuration which unlike the known ones takes into account the functions of sensitivity by the coordinate disturbances and measurement noise is proposed.

- 1. *Franklin G.F. Powell J.D., Emami-Naeini A.* Feedback control of dynamic systems. Boston : Addision-Wesley, 1994. 778 p.
- 2. *Zhou K., Doyle J., Glover K.* Robust and optimal control. New Jersey : Prentice-Hall, 1996. 596 p.
- Francis B.A., Helton J.W., Zames G. H_∞-optimal Feedback controller for linear multivariable systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1984. 29. P. 888–900.
- 4. Zhou K., Doyle J. Essentials of robust control. New Jersey : Prentice Hall, 1999. 425 p.
- Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable feedback control. New York : Jonh Wiley and Sons, 2001. — 572 p.
- 6. Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-space solutions to standard H_2 and H_{∞} control problems // IEEE Transac. on Automat. Control. 1989. **34**, N 8. P. 831–847.
- 7. Burns R.S. Advanced control engineering. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2001. 450 p.
- Zames G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverses // IEEE Transac. on Automat. Control. — 1981. — N 25. — P. 301–320.
- Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 280 с.
- 10. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М. : Наука, 2002. 303 с.
- Glover K., McFarlane D. Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with H_∞ bounded uncertainty // IEEE Transac. on Automat. Control. — 1989. — 34, N 8. — P. 821–830.
- Gawronski W. Modeling and control of antennas and telescopes. New York : Springer, 2008. — 235 p.
- Динамика системы-шина-автомобиль-водитель / Под. ред. А.А. Хачатурова. М. : Машиностроение, 1976. — 536 с.
- 14. Sushchenko O. A. Algorithm for ground vehicle stabilizer optimal synthesis // Proceedings of the National Aviation University. 2009. N 4. P. 23–28.
- Zames G., Francis B.A. Feedback, Minimax sensitivity and optimal robustness // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1983. — 28. — N 5. — P. 585–601.
- 16. Сущенко О.А. Синтез регулятора з двома ступенями вільності для стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв // Вісник Національного авіаційного університету. 2012. № 1. С. 46–55.

Получено 07.06.2016 После доработки 04.07.2016