

## О ПРИВЯЗКЕ КОСМИЧЕСКИХ СНИМКОВ ПО ОРБИТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

### Введение

Функционирование спутников наблюдения Земли по назначению происходит тогда, когда выполненные ими снимки интересующих районов земной поверхности могут быть привязаны по данным бортовых источников информации космического аппарата (КА) — орбитальным данным — с точностью, позволяющей проводить дальнейшую обработку изображений. Упомянутая обработка может включать и процедуры доведения точности координатной привязки объектов съемки до уровня, заявленного в требованиях к конечному продукту.

Базовая точность координатной привязки изображений для таких космических аппаратов, как Cartosat-1 и Cartosat-2, составляла 200 м [1], а КА Сіс-2 — 250–2000 м [2]. Точность же определения плановых координат точек только по орбитальным данным спутника GeoEye-1 — около 3 м [3] (такой уровень точности позволяет создавать и обновлять карты вплоть до масштаба 1:5000 без опорных точек [3]).

Естественно, что при той точности привязки снимков по данным с борта КА, которую обеспечивали спутники наблюдения Земли Cartosat-1, Cartosat-2 или Сіс-2, дальнейшая обработка изображений без уточнения орбитальных данных становится проблематичной.

Повышению уровня точности геодезической привязки снимков в этой ситуации способствует, в первую очередь, уточнение остаточной неопределенности взаимной ориентации съемочной камеры и звездного датчика — источника информации об ориентации КА в инерциальном пространстве [4]. Процедура уточнения остаточной неопределенности реализуется за счет полетной геометрической калибровки, выполняемой, например, с привлечением системы наземных точечных ориентиров (как топографически привязанных, так и априори неизвестных). В задачу полетной калибровки может входить также уточнение значений и ряда других параметров, например фокусного расстояния съемочной аппаратуры КА [1, 5].

Учитывая приоритетную роль полетной геометрической калибровки в процедуре привязки снимков из космоса, а также немаловажные факторы оперативности и трудоемкости выполнения этой калибровки (в том числе и затраты бортовых источников энергии при управлении ориентацией КА в процессе съемки), в данной работе основное внимание уделяется обоснованию методики и алгоритмов калибровки при минимальном числе топографически привязанных точечных ориентиров и кадров съемки подспутникового полигона.

Для демонстрации возможностей предлагаемых алгоритмических решений приводятся оценки точности полетной калибровки и координатной привязки объектов съемки, выполняемой после уточнения взаимного углового положения звездного датчика и съемочной камеры.

### 1. Системы координат. Постановка задачи

Рассматривается спутник наблюдения Земли, обращающийся по орбите, близкой к круговой. На спутнике установлены съемочная камера высокого разрешения, звездный датчик и GPS-приемник. В дальнейшем, не нарушая строгости, будем считать, что упомянутая аппаратура установлена в центре масс КА.

© Д.В. ЛЕБЕДЕВ, 2016

Введем используемые далее правые ортогональные координатные трехгранники (системы координат): инерциальный  $I(X_I Y_I Z_I)$  с вершиной в центре Земли, осью  $Z_I$ , ориентированной по оси мира в сторону Полярной звезды, и осью  $X_I$ , направленной в точку весеннего равноденствия; гринвичский геодезический трехгранник  $G(X_G Y_G Z_G)$ , который вращается относительно инерциального трехгранника  $I$  с угловой скоростью вращения Земли;  $E(123)$  — трехгранник, связанный со звездным датчиком таким образом, что ось 3 коллинеарна оптической оси датчика и направлена в сторону звездного неба;  $K(X_K Y_K Z_K)$  — трехгранник, связанный со съемочной камерой так, что его вершина находится в центре проекции камеры, ось 1 направлена по оптической оси камеры в сторону, противоположную объекту съемки, и перпендикулярна плоскости светочувствительных элементов ПЗС-матрицы (называемой далее плоскостью изображений). Вершина топоцентрического трехгранника  $T(X_T Y_T Z_T)$  находится в точке земной поверхности с координатами  $\varphi_*$  и  $\lambda_*$  (широта и долгота соответственно), ось  $Y_T$  совпадает с касательной к меридиану и направлена на север, а ось  $Z_T$  направлена вертикально вверх.

Системам координат  $I, G, E, K, T$  соответствуют ортонормированные базисы  $\mathbf{I}, \mathbf{G}, \mathbf{E}, \mathbf{K}, \mathbf{T}$ . Связь между указанными базисами задается матрицами направляющих косинусов  $C_{ij}$  ( $i, j = I, G, E, K, T$ ), осуществляющих преобразование векторов из базиса  $i$  в базис  $j$ , и иллюстрируется схемой на рис. 1.

Задачу привязки снимка из космоса сформулируем следующим образом. Располагая синхронно полученной информацией от GPS-приемника, звездного датчика и съемочной камеры о местонахождении КА, его ориентации в инерциальном пространстве и координатах некоторой точки  $m$  на плоскости изображений камеры, определить местоположение прообраза  $M$  этой точки в системе координат, связанной с Землей.

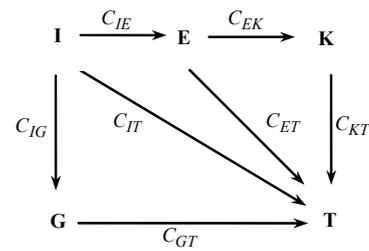


Рис. 1

## 2. Факторы, влияющие на точности координатной привязки снимка. Оценка точности привязки

К возмущающим факторам, снижающим точность координатной привязки, следует отнести погрешности определения положения КА и ориентации аппаратуры наблюдения Земли, нестабильность углового положения КА во время съемки (при использовании в съемочной аппаратуре ПЗС-матриц, работающих по технологии временной задержки и накопления сигналов), дисторсию оптической системы съемочной аппаратуры, атмосферную рефракцию, старение материалов в условиях космического полета и другие возмущения.

Из перечисленных возмущающих факторов наибольшее влияние на точность определения пространственных координат объектов съемки оказывает остаточная неопределенность взаимной ориентации базисов  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{E}$  съемочной камеры и звездного датчика.

На плоскости изображений камеры зафиксируем две точки:  $m'$  и  $m''$ . Первая из них — отображение точки  $M$ , находящейся на земной поверхности, при отсутствии возмущающих факторов, искажающих положение этой точки, вторая — при наличии такого рода возмущений. Пусть  $\mathbf{e}'$  и  $\mathbf{e}''$  — орты направлений на

точки  $m'$  и  $m''$  из центра проектирования  $O$  съёмочной камеры. Тогда угол  $\rho$  между этими векторами — один из основных источников погрешности координатной привязки снимка.

Как было отмечено, наибольшее влияние на точность определения пространственных координат объектов съёмки оказывает остаточная неопределённость взаимной ориентации базисов  $K$  и  $E$  съёмочной камеры и звездного датчика. Применительно к этому возмущающему фактору приведем аналитические выражения оценки погрешности топографической привязки космического изображения в системе координат  $X_G Y_G Z_G$  (или в плоскости  $Z_T = 0$  топоцентрической системы координат), когда привязка любой точки  $M$  снимка сводится к вычислению координат точки пересечения линии визирования  $OM$  с эллипсоидом вращения, аппроксимирующим форму земной поверхности (или с плоскостью  $Z_T = 0$ ).

Введенный выше орт  $e''$  в системе координат, связанной с камерой, запишем в виде  $e_K = [e_{1K} e_{2K} e_{3K}]^T$ . Представление  $e_E(\theta_E)$  орта  $e_K$  в базисе  $E$  зададим приближенным соотношением

$$e_E(\theta_E) \cong [E_3 + \Phi(\theta_E)]e_K = e_K - \Phi(e_K)\theta_E, \quad (1)$$

где  $\theta_E = [\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T = \text{const}$  — вектор малого поворота, характеризующий взаимное угловое положение базисов  $K$  и  $E$ ;  $\Phi(\theta_E)$  — кососимметрическая  $(3 \times 3)$ -матрица оператора векторного умножения;  $E_3$  — единичная матрица третьего порядка; символ  $T$  означает транспонирование.

С учетом формулы (1) и равенства  $e_E(0) = e_K$  имеют место следующие соотношения:

$$e_E(0) \times e_E(\theta) = e_K \times e_E(\theta_E) = -\Phi^2(e_K)\theta_E, \quad \|e_E(\theta_E)\| = \sqrt{1 - \theta_E^T \Phi^2(e_K)\theta_E}.$$

Отсюда угол  $\rho$  между векторами  $e_K$  и  $e_E(\theta_E)$  находим из равенств

$$\sin \rho = \frac{\|\Phi^2(e_K)\theta_E\|}{\sqrt{1 - \theta_E^T \Phi^2(e_K)\theta_E}} \approx \|\Phi^2(e_K)\theta_E\|. \quad (2)$$

Оценим величину угла  $\rho$  при малом угле зрения съёмочной камеры, типичном для съёмочной аппаратуры КА высокого и сверхвысокого разрешения.

В рассматриваемом случае для координат орта  $e_K$  выполняется система неравенств  $|e_{3K}| \gg |e_{1K}|$ ,  $|e_{3K}| \gg |e_{2K}|$ . Кроме того, анализ точности полетной геометрической калибровки по алгоритмам, сформированным по различным схемам использования фотограмметрических условий коллинеарности и компланарности (см., например, [5–9]), свидетельствует о плохой оцениваемости координаты  $\theta_3$  вектора  $\theta_E$ . Вследствие этого погрешности  $\delta\theta_3$  оценки координаты  $\theta_3$  существенно превосходят по модулю погрешности  $\delta\theta_1$  и  $\delta\theta_2$  оценок координат  $\theta_1$  и  $\theta_2$  вектора  $\theta_E$  малого поворота:  $|\delta\theta_3| \gg |\delta\theta_1|$ ,  $|\delta\theta_3| \gg |\delta\theta_2|$ .

Принимая во внимание структуру матрицы  $\Phi^2(e_K)$  в равенствах (2) и введенные выше неравенства для координат векторов  $e_K$  и  $\delta\theta_E = [\delta\theta_1 \delta\theta_2 \delta\theta_3]^T$ , угол  $\rho$  между ортами  $e_K$  и  $e_E(\theta_E)$  вычисляем по формуле

$$\rho \cong \sum_{i=1}^3 \sqrt{1 - e_{iK}^2} |\delta\theta_i| \cong |\delta\theta_1| + |\delta\theta_2| + \sqrt{e_{1K}^2 + e_{2K}^2} |\delta\theta_3|. \quad (3)$$

Если известен угол  $\rho$ , то нетрудно оценить погрешность  $\delta R$  определения координат точки  $M$  в плоскостях  $X_G Y_G$  или  $Z_T = 0$ . Действительно, пусть космический аппарат фотографирует земную поверхность в режиме трассовой съемки при угле крена  $\gamma = \gamma_* = \text{const}$  и нулевых значениях углов тангажа  $\vartheta$  и рысканья  $\psi$ . Тогда координаты  $X_M$  и  $Y_M$  точки  $M$  на плоскости  $X_T Y_T$  топоцентрической системы координат вычисляются по формулам

$$X_M = X_O - Z_O e_{1T} / e_{3T}, \quad Y_M = Y_O - Z_O e_{2T} / e_{3T}, \quad (4)$$

где  $X_O, Y_O$  и  $Z_O$  — координаты центра проекции оптической системы в момент съемки;  $e_{1T}, e_{2T}, e_{3T}$  — координаты орта  $\mathbf{e}_T$  направления  $OM$  из центра проекции камеры на точку  $M$ , связанные с координатами  $e_{1K}, e_{2K}, e_{3K}$  вектора  $\mathbf{e}_K$  равенствами

$$e_{1T} = e_{1K}, \quad e_{2T} = e_{2K} \cos \gamma_* - e_{3K} \sin \gamma_*, \quad e_{3T} = e_{2K} \sin \gamma_* + e_{3K} \cos \gamma_*.$$

Параметризуем координаты орта  $\mathbf{e}_K$  углами  $\alpha$  и  $\beta$  таким образом, что выполняются следующие соотношения:

$$e_{1K} = \cos \alpha \cos \beta, \quad e_{2K} = \sin \alpha \cos \beta, \quad e_{3K} = \sin \beta. \quad (5)$$

Варьируем равенства (4) с учетом формул (5). Поскольку при малом угле зрения съемочной камеры угол  $\beta \approx 270^\circ$ , результаты варьирования приводим к виду

$$\delta X_M \cong \frac{\cos \alpha}{\cos \gamma_*} Z_O \delta \beta, \quad \delta Y_M \cong \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \gamma_*} Z_O \delta \beta.$$

Принимая  $\delta \beta = \rho$ , получаем следующую оценку погрешности привязки точки  $M$  на плоскости  $Z_T = 0$ :

$$\delta R_M \cong \sqrt{(\delta X_M)^2 + (\delta Y_M)^2} = \frac{Z_O}{\cos^2 \gamma_*} \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^2 \gamma_*} \rho \leq \frac{Z_O}{\cos^2 \gamma_*} \rho. \quad (6)$$

Если для оценки влияния вариаций  $\delta \theta_3$  угла  $\theta_3$  на погрешность  $\delta R_M$  топографической привязки точки  $M$  использовать функцию чувствительности

$$\frac{\partial \delta R_M}{\partial |\delta \theta_3|} = \frac{Z_O}{\cos^2 \gamma_*} \frac{\partial \rho}{\partial |\delta \theta_3|} = \frac{Z_O}{\cos^2 \gamma_*} \sqrt{e_{1K}^2 + e_{2K}^2},$$

то нетрудно определить вклад в величину  $\delta R_M$  остаточной неопределенности  $\delta \theta_3$  значения угла  $\theta_3$ , имеющей место после реализации процедуры полетной калибровки.

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда съемка полигона размером  $1000 \times 2000$  м производится с круговой орбиты высотой 680 км в режиме, при котором подспутниковая точка совпадает с вершиной топоцентрической системы координат. Пусть все ориентиры полигона попадают в кадр съемки, а КА стабилизирован в орбитальной системе координат ( $\vartheta = \psi = \gamma = 0$ ). Тогда соотношение (3) принимает вид

$$\rho \leq |\delta \theta_1| + |\delta \theta_2| + 1,64 \cdot 10^{-3} |\delta \theta_3|.$$

Из этого неравенства и формулы (6) следует, что в условиях рассматриваемого примера погрешность координатной привязки снимка примерно в 610 раз ме-

нее чувствительна к вариациям координаты  $\theta_3$  вектора  $\theta_E = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$  по сравнению с вариациями остальных координат этого вектора.

Упомянутая специфика съемочной аппаратуры КА наблюдения Земли приводит к тому, что погрешность  $\delta\theta_3$  оценки координаты  $\theta_3$  вектора  $\theta_E$  не играет решающей роли в формировании погрешности координатной привязки снимка. При этом возрастает требование к способности алгоритмов полетной калибровки минимизировать остаточную неопределенность значений координат  $\theta_1$  и  $\theta_2$  вектора  $\theta_E$  взаимной ориентации базисов **E** и **K**.

### 3. Калибровка с использованием системы виртуальных ориентиров

Пусть на трассе полета КА (или вблизи ее) находится подспутниковый полигон с координатно привязанными ориентирами. Далее, пусть, пролетая над полигоном, съемочная аппаратура спутника формирует  $k$  ( $k = \overline{1, S}$ ) кадров съемки этого полигона.

Из  $n$  известных точек (ориентиров) в топоцентрической системе координат  $O_T X_T Y_T Z_T$  выберем точку  $M_i$ , затем произвольную точку  $V_j$  ( $j = \overline{1, m}$ ), координаты которой в этой же системе координат можно задавать произвольным образом, — виртуальную точку (рис. 2).

При известных векторах  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}_{M_i}$  и  $\mathbf{r}_{V_j}$  (см. рис. 2) вычислим орты  $\mathbf{e}_{M_i}$ ,  $\mathbf{e}_{V_j}$  направлений  $OM_i$  и  $OV_j$ , а также вектор  $\Delta\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_{V_j} - \mathbf{r}_{M_i}$ . В основу алгоритма уточнения значения матрицы  $C_{EK}$  положим условие компланарности векторов  $\Delta\mathbf{r}_{ij}$ ,  $\mathbf{e}_{M_i}$  и  $\mathbf{e}_{V_j}$ :

$$\Delta\mathbf{r}_{ij}^T (\mathbf{e}_{V_j} \times \mathbf{e}_{M_i}) = 0. \quad (7)$$

Запишем условие (7) в системе координат  $O_T X_T Y_T Z_T$ . Из показаний камеры  $x_i, y_i$  и известного фокусного расстояния  $F$  оптической системы сформируем единичный вектор  $\mathbf{e}_{M_i K}$  направления на  $i$ -й ориентир. Как следует из схемы на рис. 1, в топоцентрической системе координат он определяется соотношением

$$\mathbf{e}_{M_i T} = C_{KT} \mathbf{e}_{M_i K}. \quad (8)$$

Из этой же схемы находим выражения, необходимые для вычисления матрицы  $C_{KT}$ :

$$C_{KT} = C_{ET} C_{EK}^T, \quad C_{ET} = C_{IT} C_{IE}^T.$$

Тогда равенство (8) с учетом формулы  $C_{EK} = E_3 - \Phi(\theta_E)$  можно записать в виде

$$\mathbf{e}_{M_i T} = C_{ET} (E_3 + \Phi(\theta_E)) \mathbf{e}_{M_i K}. \quad (9)$$

При известных векторах  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}_{V_j}$  орт  $\mathbf{e}_{V_j}$  направления из точки  $O$  на выбранную виртуальную точку  $V_j$  вычисляется по формуле

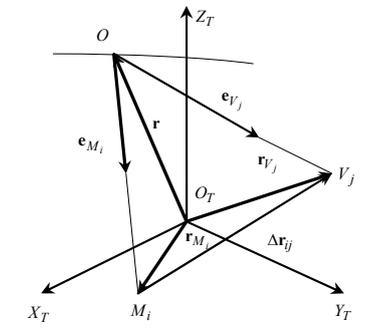


Рис. 2

$$\mathbf{e}_{V_j} = (\mathbf{r}_{V_j} - \mathbf{r}) / \|\mathbf{r}_{V_j} - \mathbf{r}\|. \quad (10)$$

Векторное произведение в условии (7) с учетом равенств (9) и (10) определяется соотношением

$$\mathbf{e}_{V_j} \times \mathbf{e}_{M_i} = \Phi(\mathbf{e}_{V_j}) C_{ET} \mathbf{e}_{M_i K} - \Phi(\mathbf{e}_{V_j}) C_{ST} \Phi(\mathbf{e}_{M_i K}) \boldsymbol{\theta}_E,$$

которое позволяет записать условие компланарности векторов  $\Delta \mathbf{r}_{ij}$ ,  $\mathbf{e}_{M_i}$  и  $\mathbf{e}_{V_j}$  в форме

$$\mathbf{B} \boldsymbol{\theta}_E = \mathbf{q}, \quad (11)$$

где введены следующие обозначения:

$$\mathbf{B} = \Psi \Phi(\mathbf{e}_{M_i K}), \quad \mathbf{q} = \Psi \mathbf{e}_{M_i K}, \quad \Psi = \Delta \mathbf{r}_{ij}^T \Phi(\mathbf{e}_{V_j}) C_{ET}.$$

При обработке информации обо всех априори известных и виртуальных ориентирах число уравнений типа (11) равно  $mn$ . В результате имеем переопределенную систему линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{P} \boldsymbol{\theta}_E = \mathbf{Q} \quad (12)$$

с матрицей  $\mathbf{P}$  размером  $mn \times 3$  и  $mn$  — мерным вектором  $\mathbf{Q}$ .

Оценку искомых значений координат вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$  получаем из решения системы уравнений (12).

Таким образом, процедура уточнения взаимной ориентации базисов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{K}$  звездного датчика и съемочной камеры сводится к решению линейной задачи наименьших квадратов.

При наличии нескольких кадров съемки подспутникового полигона для каждого кадра целесообразно использовать свою систему виртуальных ориентиров, формируемых случайным образом из заданного диапазона изменений их координат; затем по приведенной выше схеме вычислить значения векторов  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{E,k} (k = \overline{1, S})$ . Тогда в качестве оценки  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_E$  текущего рассогласования базисов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{K}$  принимается среднее значение оценок  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{E,k} (k = \overline{1, S})$ :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_E = \{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3\} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^S \hat{\boldsymbol{\theta}}_{E,k}.$$

Рассмотрим некоторые вычислительные аспекты решения системы алгебраических уравнений (12).

Недостатком удобного в вычислительном плане метода нормальных уравнений решения линейной задачи наименьших квадратов является плохая обусловленность получаемой системы уравнений [10]. Действительно, числа обусловленности матрицы  $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$  нормальных уравнений и матрицы  $\mathbf{P}$  системы уравнений (12) ( $\text{cond}(\mathbf{P}^T \mathbf{P})$  и  $\text{cond}(\mathbf{P})$  соответственно) связаны равенством  $\text{cond}(\mathbf{P}^T \mathbf{P}) = \text{cond}^2(\mathbf{P})$ . Тем не менее использование нормальных уравнений при малой размерности вектора искомых переменных дает удовлетворительное по точности решение [10]. Этот метод решения системы уравнений (12) используется ниже при моделировании алгоритма калибровки, рассматриваемого в качестве базового алгоритма полетной геометрической калибровки.

В работе [11] отмечено, что сингулярные числа матрицы линейной переопределенной системы алгебраических уравнений могут служить количественными мерами оцениваемости соответствующих переменных. Если сингулярное число

мало, то имеет смысл в качестве оценки соответствующей переменной принять нуль, выполнив тем самым редукцию — понижение размерности вектора оцениваемых параметров. Там же указано, что для тех переменных состояния, которые могут быть оценены с удовлетворительной точностью, целесообразно строить отдельно алгоритмы их оценки.

Если отказаться от оценки координаты  $\theta_3$  вектора  $\theta_E$  из-за несущественного влияния погрешности ее оценки на точность координатной привязки изображений (см. разд. 2), то для оценки координат  $\theta_1$  и  $\theta_2$  указанного вектора необходимо найти решение следующей системы алгебраических уравнений:

$$\tilde{\mathbf{P}}\tilde{\theta}_E = \mathbf{Q}, \quad (13)$$

где  $(mn \times 2)$ -матрица  $\tilde{\mathbf{P}}$  получена из матрицы  $\mathbf{P}$  в алгоритме (12) вычеркиванием третьего столбца, а вектор  $\tilde{\theta}_E$  содержит две координаты  $\theta_1$  и  $\theta_2$ :

$$\tilde{\theta}_E = [\theta_1 \ \theta_2]^T.$$

Условимся далее называть процедуры полетной геометрической калибровки по алгоритмам (12) и (13) соответственно В- и R-калибровкой.

#### 4. Описание и результаты моделирования

Цель компьютерного моделирования — анализ точности привязки спутниковых изображений, реализуемой с использованием В- и R-калибровок и данных, полученных только от бортовых источников информации.

При моделировании исследовалось влияние числа  $N_3$  топографически привязанных ориентиров, числа  $N_K$  кадров съемки подспутникового полигона, а также характеристик точности GPS-приемника, звездного датчика и топопривязки наземных ориентиров на точность полетной калибровки и привязки космических снимков.

Наибольший интерес представляли характеристики точности привязки изображений, выполненной с учетом результатов В- и R-калибровок при минимальном числе  $N_3$  контрольных точек на подспутниковом полигоне и единственном кадре его съемки. (При реализации В-калибровки минимальное значение  $N_3$  равно двум, при R-калибровке — единице.) Отметим, что для обеих процедур калибровки число  $N_V$  виртуальных ориентиров должно быть не менее двух (моделирование выполнялось при  $N_V = 5$ ).

**Система параметрических возмущений.** Моделирование процессов калибровки оптико-электронного комплекса КА и координатной привязки снимков проводилось при наличии системы параметрических возмущений, формируемых в виде нормально распределенных центрированных случайных величин с соответствующими среднеквадратическими отклонениями. Система возмущений включала следующие параметры: аддитивные погрешности  $\xi_X, \xi_Y, \xi_Z$  со среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_X = \sigma_Y = \sigma_Z = \sigma_{GPS}$ , возникающие при формировании координат центра масс КА по информации от системы глобального позиционирования; погрешности звездного датчика  $\delta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) (среднеквадратические отклонения  $\sigma_i$ ), которые соответствуют поворотам базиса  $\mathbf{E}$  вокруг осей 1, 2, 3 в его расчетном положении; погрешность  $\delta F$  фокусного расстояния

съемочной камеры; погрешности топографической привязки наземных ориентиров со среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_T$ ; ошибки считывания координат  $x_k, y_k$   $k$ -го ориентира на плоскости изображения камеры из-за их пиксельного представления. Они подчиняются равномерному закону распределения.

Координаты вектора  $\theta_*$ , характеризующие начальную неопределенность взаимной ориентации базисов **E** и **K**, — центрированные нормально распределенные случайные величины с одинаковыми среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_{\theta_*}$ .

**Полетная калибровка.** Рассматривается полет спутника по круговой орбите со следующими параметрами: высота орбиты — 680 км, наклонение орбиты —  $98^\circ$ , долгота восходящего узла —  $142^\circ$ .

Наземный полигон размером  $1000 \times 2000$  м располагается по трассе полета КА. На нем размещены топографически привязанные ориентиры, высота которых находится в диапазоне  $\pm 50$  м. Географические координаты центра полигона — вершины  $O_T$  топоцентрической системы координат —  $\varphi_* = 50^\circ, \lambda_* = 30,5^\circ$ .

Виртуальные точки с координатами  $X_T$  и  $Y_T$  в пределах  $\pm 5000$  м выбираются на плоскости  $O_T X_T Y_T$ . Координаты  $n$  известных и  $m$  виртуальных ориентиров формируются с использованием системы псевдослучайных равномерно распределенных чисел.

Параметры съемочной аппаратуры спутника наблюдения Земли: фокусное расстояние —  $F = 2,25$  м, его среднеквадратическое отклонение —  $\sigma_F = 0,0075$  м; размер пиксела —  $8,5 \times 8,5$  мкм.

Моделирование выполняется при наличии одного или трех снимков наземного полигона. Одиночный снимок формируется, когда подспутниковая точка совпадает с точкой  $O_T$  — вершиной топоцентрической системы координат. При трех кадрах съемки полигона упомянутый снимок дополняется двумя снимками, отстоящими во времени от момента прохождения подспутниковой точки через точку  $O_T$  на величины  $\tau_1 = -10$  с и  $\tau_2 = 10$  с соответственно. Система управления ориентацией КА функционирует при этом в режиме стабилизации линии визирования в направлении на точку  $O_T$ , обеспечивая стабилизацию со среднеквадратическим отклонением, равным  $0,05^\circ$  по каждой из степеней свободы спутника.

Схема моделирования такова: предварительно в топоцентрической координатной системе генерируются координаты местоположения заданного числа точечных ориентиров (или задаются — при заранее известных координатах последних), расположенных на подспутниковом полигоне, и задаются значения координат вектора  $\theta_E$ , которые остаются постоянными в процессе каждого варианта калибровки. Затем с помощью последовательности псевдослучайных чисел формируются значения параметров системы возмущений и координаты виртуальных ориентиров и рассчитываются направления на выбранные ориентиры. Далее по алгоритму калибровки (12) (либо (13)) определяется оценка  $\hat{\theta}_E$  искомого вектора  $\theta_E$ , характеризующего угловое рассогласование между базисами **E** и **K**.

Для оценки точности процедуры полетной калибровки по предлагаемому алгоритму описанная схема моделирования повторяется для 45000 вариантов формирования рассогласования между базисами **E** и **K**, расположения известных и

виртуальных точечных ориентиров и рассматриваемой системы возмущающих факторов. (Как показано в [6], приведенное число вариантов статистических испытаний с вероятностью 0,9973 позволяет оценить среднеквадратическую погрешность оцениваемого параметра с относительной ошибкой, не превосходящей 1 %.)

Математические ожидания и среднеквадратические отклонения погрешностей оценки координат вектора  $\theta_E$  определяются путем обработки статистической информации, полученной в ходе вычислительного эксперимента.

**Координатная привязка снимка.** Она трактуется как процедура обработки изображения фрагмента земной поверхности, которая каждой точке на снимке ставит в соответствие ее прообраз в системе координат  $G$ , связанной с вращающейся Землей.

Выберем на снимке некоторую точку  $p$  с координатами  $x, y$  и оценим координаты прообраза  $P$  этой точки в базе  $G$ , т.е. осуществим ее привязку.

Из координат точки  $p$  и фокусного расстояния  $F$  съёмочной камеры сформируем вектор  $e_p = \{x, y, -F\}$  и его орт  $e_K$ . С учетом результатов полетной калибровки орт  $e_G$  направления  $OP$  из точки съёмки  $O$  на точку  $P$ , представленный в базе  $G$ , определяется равенством (см. рис. 1)

$$e_G = C_{KG}e_K = C_{EG}(E_3 + \Phi(\hat{\theta}))e_K.$$

Местонахождение точки  $P$  оценивается координатами точки пересечения прямой, проходящей через точку съёмки  $O$  параллельно направляющему вектору  $e_G$ , с эллипсоидом вращения с параметрами, принятыми, например, в системе WGS-84, или со сферой (при сферической модели Земли).

Для каждого из 45000 вариантов полетной калибровки оценивается точность топопривязки 14 контрольных точек в топоцентрической системе координат. Координаты этих точек принимают случайные значения с равномерным законом распределения из диапазонов  $\pm 5500$  м для координат  $X_T$  и  $Y_T$  и  $\pm 20$  м — для координаты  $Z_T$  и считаются известными.

Оценки координат контрольных точек при наличии описанной выше системы параметрических возмущений выполняются по приведенной схеме и сравниваются с их точными значениями.

**Результаты моделирования.** Моделирование выполнялось для начального углового рассогласования базисов  $E$  и  $K$  (координаты вектора малого поворота  $\theta_*$  — случайные нормально распределенные числа с одинаковыми среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_{\theta_*} = 10'$ ) и трех вариантов задания параметров в системе возмущающих факторов:

вариант I:  $\sigma_{GPS} = 15$  м,  $\sigma_\delta = \{2'', 2'', 20''\}$ ,  $\sigma_T = 2$  м;

вариант II:  $\sigma_{GPS} = 5$  м,  $\sigma_\delta = \{1'', 1'', 10''\}$ ,  $\sigma_T = 1$  м;

вариант III:  $\sigma_{GPS} = 1$  м,  $\sigma_\delta = \{1'', 1'', 10''\}$ ,  $\sigma_T = 0,5$  м.

Анализируя результаты моделирования, отметим, что для случая, когда геометрическая калибровка в полетном задании спутника не предусмотрена, среднеквадратические погрешности  $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$  координатной привязки снимков для варианта I задания параметров возмущений характеризуются следующими величинами:

$$\sigma_X = 1644,1 \text{ м}, \quad \sigma_Y = 1881,4 \text{ м}, \quad \sigma_Z = 1256,3 \text{ м}.$$

Они уменьшаются вдвое, если  $\sigma_{\theta_3} = 5'$ .

Для всех вариантов моделирования процедуры полетной калибровки, реализуемой с использованием алгоритма (12), значения сингулярного числа  $s_3$  матрицы  $\mathbf{P}$ , соответствующего координате  $\theta_3$  вектора  $\theta_E$ , на три порядка меньше значений сингулярных чисел  $s_1$  и  $s_2$ , отвечающих координатам  $\theta_1$  и  $\theta_2$  упомянутого вектора. Это дает возможность использовать процедуру редукции при синтезе алгоритма калибровки и формировании алгоритма (13).

Данные моделирования полетной калибровки и координатной привязки изображений приведены в табл. 1, где  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — среднеквадратические отклонения ошибок оценок координат вектора  $\theta_E$ , имеющих место после выполнения соответствующей калибровки.

Таблица 1

| Варианты    | Алгоритмы калибровки | $N_3$ | $N_K$ | $\sigma_1$ | $\sigma_2$ | $\sigma_3$ | $\sigma_X$ | $\sigma_Y$ | $\sigma_Z$ |
|-------------|----------------------|-------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|             |                      |       |       | угл. с     |            |            | м          |            |            |
| Вариант I   | В                    | 2     | 1     | 11,53      | 10,02      | 2963,3     | 54,41      | 57,25      | 39,59      |
|             |                      | 2     | 3     | 5,86       | 6,39       | 1853,9     | 32,29      | 37,48      | 25,56      |
|             |                      | 5     | 1     | 5,44       | 5,42       | 414,4      | 21,01      | 23,88      | 15,99      |
|             | R                    | 1     | 1     | 5,07       | 5,07       | 599,3      | 21,09      | 23,96      | 16,10      |
|             |                      | 1     | 3     | 2,92       | 2,91       | 602,3      | 17,74      | 20,17      | 13,54      |
|             |                      | 5     | 1     | 5,02       | 5,01       | 600,2      | 20,97      | 23,89      | 15,98      |
| Вариант II  | В                    | 2     | 1     | 6,36       | 5,21       | 1786,6     | 29,78      | 32,63      | 22,21      |
|             | R                    | 1     | 1     | 2,00       | 1,96       | 599,3      | 10,76      | 12,28      | 8,20       |
| Вариант III | В                    | 2     | 1     | 3,78       | 3,77       | 1067,1     | 18,04      | 20,42      | 13,90      |
|             | R                    | 1     | 1     | 1,30       | 1,24       | 599,3      | 9,05       | 10,34      | 6,88       |

Из табл. 1 следует, что для варианта I задания системы параметрических возмущений при минимальном числе наземных ориентиров и одном кадре съемки полигона R-калибровка обеспечивает точность координатной привязки изображений, примерно в 2,5 раза превосходящую точность привязки при В-калибровке.

Увеличение числа кадров съемки полигона до трех при тех же условиях сопровождается более заметным повышением точности топопривязки для В-калибровки по сравнению с R-калибровкой. Однако R-калибровка обеспечивает приблизительно в 1,9 раза большую точность привязки снимка.

Характерная особенность полетной R-калибровки — практически одинаковая точность оценки координат  $\theta_1$  и  $\theta_2$  вектора  $\theta_E$ , независимо от количества топографически привязанных ориентиров на наземном полигоне. Учитывая, что в этом варианте алгоритма калибровки координата  $\theta_3$  вектора  $\theta_E$  не оценивается и  $\sigma_3 = \sigma_{\theta_3} = \text{const}$ , примерно с одинаковой точностью реализуется и координатная привязка снимков.

В диапазоне изменения  $N_3$  от 1 до 10 для вариантов I — III параметрических возмущений погрешности калибровки и топопривязки изображений характеризуются следующими величинами:

вариант I:  $\sigma_1 \approx \sigma_2 = 5,0''$ ;  $\sigma_X \approx 21,0$  м,  $\sigma_Y \approx 23,9$  м,  $\sigma_Z \approx 16,0$  м ;

вариант II:  $\sigma_1 \approx \sigma_2 = 1,9''$ ;  $\sigma_X \approx 10,7$  м,  $\sigma_Y \approx 12,2$  м,  $\sigma_Z \approx 8,2$  м ;

вариант III:  $\sigma_1 \approx \sigma_2 = 1,2''$ ;  $\sigma_X \approx 9,0$  м,  $\sigma_Y \approx 10,3$  м,  $\sigma_Z \approx 6,9$  м .

Из приведенных данных видно, что переход к бортовым датчикам и топопривязке наземных ориентиров с характеристиками точности варианта II, в два раза превосходящими соответствующие характеристики варианта I, примерно в два раза повышается точность координатной привязки объектов космической съемки.

Несколько иная картина наблюдается при координатной привязке снимков, когда выполняется полетная В-калибровка. Точность оценки координаты  $\theta_3$  вектора  $\theta_E$ , предусмотренной в этом алгоритме, существенно возрастает с увеличением числа  $N_3$  контрольных точек на полигоне и с переходом к бортовым датчикам и топопривязке наземных ориентиров с улучшенными характеристиками точности. Это, в свою очередь, сопровождается уменьшением погрешностей привязки изображений.

Так, для варианта II точности бортовых датчиков и наземных ориентиров среднеквадратическая ошибка  $\sigma_3$  оценки координаты  $\theta_3$  уменьшается с 1787" при  $N_3 = 2$  до 149" для  $N_3 = 10$  (число обусловленности  $\text{cond}(\mathbf{P})$  матриц  $\mathbf{P}$  в алгоритме (12) сокращается при этом примерно в 2,6 раза: с 3812 до 1459).

Для варианта I, одного снимка полигона и  $N_3 = 5$  точности координатной привязки изображений практически идентичны для обоих алгоритмов калибровки. Дальнейшее увеличение количества ориентиров сопровождается незначительным повышением точности топопривязки.

Для бортовой аппаратуры и топопривязки контрольных точек с улучшенными характеристиками (варианты II и III) при  $N_3 \geq 5$  точность привязки изображений, выполненной по результатам В-калибровки, уже существенно превосходит точность координатной привязки снимков по данным R-калибровки. Об этом свидетельствуют данные табл. 2. (Учитывая отмеченное выше слабое влияние числа ориентиров на подспутниковом полигоне на точность топопривязки по данным R-калибровки, в табл. 2 приводятся усредненные значения стандартных отклонений  $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$  ошибок координатной привязки объектов съемки, выполненной с учетом R-калибровки в диапазоне изменения  $N_3$  от 1 до 10.)

Таблица 2

| Варианты    | Алгоритмы калибровки | $N_3$ | $\sigma_X, \text{ м}$ | $\sigma_Y, \text{ м}$ | $\sigma_Z, \text{ м}$ |
|-------------|----------------------|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Вариант I   | R                    | 1–10  | 20,95                 | 23,87                 | 16,02                 |
|             | B                    | 5     | 21,07                 | 23,88                 | 15,99                 |
|             |                      | 10    | 20,28                 | 23,17                 | 15,54                 |
| Вариант II  | R                    | 1–10  | 10,71                 | 12,20                 | 8,17                  |
|             | B                    | 5     | 9,39                  | 10,68                 | 7,14                  |
|             |                      | 10    | 8,85                  | 10,12                 | 6,77                  |
| Вариант III | R                    | 1–10  | 9,01                  | 10,25                 | 6,86                  |
|             | B                    | 5     | 6,92                  | 7,88                  | 5,26                  |
|             |                      | 10    | 6,54                  | 7,46                  | 4,98                  |

### Заключение

Применительно к съемочной аппаратуре с узким полем зрения, свойственной для спутников наблюдения Земли с высоким и сверхвысоким разрешением, исследована задача точной координатной привязки космических снимков только по орбитальным данным.

Анализ выражения (3), устанавливающего связь между погрешностью топосвязки кадра съемки и параметрами взаимной ориентации базисов **E** и **K** звездного датчика и съемочной аппаратуры (координатами вектора  $\theta_E$ ), позволяет, с одной стороны, оценить вклад каждой компоненты вектора  $\theta_E$  в ошибку привязки объектов съемки, а с другой — обосновать возможность корректного построения алгоритма полетной геометрической калибровки для тех координат вектора  $\theta_E$ , которые хорошо оцениваемы.

Предложено два варианта процедуры полетной геометрической калибровки: так называемые В- и R-калибровки. Первый вариант (базовый) предусматривает построение алгоритма оценки всех координат вектора  $\theta_E$ , второй — редуцированного алгоритма, уточняющего значения только координат  $\theta_1$  и  $\theta_2$  указанного вектора. Оба варианта калибровки базируются на фотограмметрическом условии компланарности и системе известных наземных ориентиров и ориентиров, выбираемых произвольным образом, — виртуальных ориентиров.

Точная привязка снимков по орбитальным данным возможна на основе R-калибровки, выполненной по информации о положении единственного наземного ориентира на одном снимке подспутникового полигона. Достижимая при этом точность координатной привязки объектов съемки для различных вариантов задания численных значений параметров в системе возмущающих факторов существенно превосходит точность привязки, получаемой при тех же условиях по результатам В-калибровки и двух наземных ориентирах.

При одном снимке полигона повышение точности привязки по данным В-калибровки возможно в том случае, если найдется такое количество  $N_3 > 2$  наземных ориентиров, обработка информации о которых гарантирует оценку координаты  $\theta_3$  вектора  $\theta_E$  со стандартным отклонением  $\sigma_3$ , существенно меньшим  $\sigma_{\theta_*}$ .

*Д.В. Лебедев*

## ПРО ПРИВ'ЯЗКУ КОСМІЧНИХ ЗНІМКІВ ЗА ОРБІТАЛЬНИМИ ДАНИМИ

Досліджено задачу координатної прив'язки об'єктів зйомки з космосу тільки за орбітальними даними. Показано можливість точної прив'язки космічних зображень за інформацією про мінімальну кількість координатних прив'язаних орієнтирів, розташованих на єдиному знімку підспутникового полігону. Комп'ютерне моделювання ілюструє ефективність запропонованих алгоритмічних рішень.

*D.V. Lebedev*

## ON THE COORDINATE DETERMINATION OF SPACE IMAGES BY ORBITAL DATA

The problem of coordinate determination of objects located on space images by orbital data only has been investigated. Possibility of exact space images coordinate determination using single image with the minimum known ground polygon point landmarks has been testified. Computer modeling illustrates efficiency of the proposed algorithmic solutions.

1. *In-flight* geometric calibration — an experience with Cartsat-1 and Cartsat-2 // Srinivasan T.P., Islam B., Singh S.K., Copala Crishna B., Srivastava P.K. //Archives of the Photogrammetry and Remote Sensing and Spatial Information Sciences. — 2008, — 37, Part B1. Beijing. — P. 83–88.
2. *Кравченко О.М., Лавренюк М.С., Кусскуль Н.М.* Алгоритм географічної прив'язки знімків супутника «Січ-2». — Наукові праці ДонНТУ. Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». — 2013. — № 2(18). — С. 71–79.
3. <http://www.gisa.ru/54663.html>.
4. *Самойлов С.Ю.* Способы уменьшения погрешности географической привязки снимков с космических аппаратов дистанционного зондирования Земли // Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина. — 2012. — № 2. — С. 19–22
5. *Ткаченко А.И.* О полетной юстировке оптико-электронного комплекса космического аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 6. — С. 122–130.
6. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Параметрическая юстировка комплекса «камера и звездный датчик», установленного на низкоорбитальном космическом аппарате // Там же. — 2012. — № 2. — С. 153–165.
7. *Лебедев Д.В.* Полетная геометрическая калибровка оптико-электронной аппаратуры космического аппарата наблюдения Земли по неизвестным ориентирам // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 114–125.
8. *Ткаченко А.И.* О координатной привязке наземных объектов по космическим снимкам // Космічна наука і технологія. — 2015. — 21, № 2. — С. 65–72.
9. *Ткаченко А.И.* Алгоритмы согласования ориентации звездного датчика и камеры космического аппарата // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2015. — № 3. — С. 116 — 126.
10. *Белов С.А., Золотых Н.Ю.* Численные методы линейной алгебры. Лабораторный практикум. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2005. — 264 с.
11. *Голован А.А., Парусников Н.А.* Математические основы навигационных систем. Часть II: Приложение методов оптимального оценивания к задачам навигации. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: МАКС Пресс, 2012. — 172 с.

*Получено 06.05.2016*

*После доработки 14.06.2016*