

УДК 629.7.05

*А.И. Ткаченко*

**УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ  
ПОЛЕТНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕИЗВЕСТНЫХ ОРИЕНТИРОВ**

Полетную геометрическую калибровку оптико-электронного комплекса космического аппарата (КА) рассматриваем как совокупность операций для уточнения приближенно заданных параметров взаимной ориентации бортовой съемочной камеры и звездного датчика по наблюдениям наземных ориентиров с орбиты. Обычно местонахождение таких ориентиров предполагается заданным в системе координат, связанной с Землей [1, 2], с точностью до 1 м и выше.

Специфический, пока не получивший серьезного применения способ полетной геометрической калибровки предусматривает использование только наземных объектов-ориентиров, расположенных неизвестным образом в земной системе координат (далее — неизвестных ориентиров). Принципиальная возможность реализации такого способа, особенности получения и обработки результатов съемки неизвестных наземных ориентиров в целях полетной геометрической калибровки установлены в [3].

Варианты методики и алгоритмов уточнения взаимной ориентации камеры и звездного датчика в корпусе КА по наблюдениям неизвестных ориентиров, достоинства такого подхода сформулированы в [4]. Иная схема решения задачи полетной геометрической калибровки по неизвестным ориентирам изложена в [5].

Результаты компьютерного моделирования, приведенные в [4] как демонстрация возможности реализации представленных там методик и алгоритмов калибровки, получены применительно к условиям, несколько смягченным по сравнению с требованиями практики. Принят нереально широкий диапазон варьирования тангажа КА в процессе съемки ориентиров. Предусмотренное количество неизвестных наземных ориентиров, одновременно попадающих в поле зрения камеры, не всегда может быть обеспечено. Задавалось неоправданно короткое время сканирования снимаемой сцены; за счет этого число снимков, выполненных за время прохождения КА над участком с неизвестными ориентирами, оказывалось неправдоподобно большим. Точность звездного датчика, предусмотренная в [4], несколько завышена по сравнению с данными из [6]. Реалистичное ужесточение условий моделирования приводило к снижению точности полетной геометрической калибровки. Очевидна потребность в более точных алгоритмах полетной геометрической калибровки по неизвестным ориентирам, а также необходимость формулирования и проверки моделированием тактики съемки и обработки результатов измерений с учетом реальных характеристик аппаратуры и возможных движений КА. Этим вопросам посвящена настоящая работа.

© А.И. ТКАЧЕНКО, 2017

## Постановка задачи полетной геометрической калибровки

Космический аппарат, оснащенный камерой, звездным датчиком и аппаратурой потребителя GPS, движется по околоземной орбите над участком земной поверхности, на котором находятся визуально выразительные точечные ориентиры. При этом камера выполняет несколько (не менее двух) снимков этого участка. Сведения о местонахождении ориентиров, пригодные для непосредственного использования при калибровке, недоступны, но координаты изображений ориентиров на чувствительной площадке камеры считываются с высокой точностью. Строго говоря, далее подразумевается, что местонахождение объектов-ориентиров в земной системе координат известно с точностью до километров или сотен метров. Этого, по-видимому, достаточно, чтобы направлять оптическую ось камеры на участок с ориентирами в режиме управления ориентацией КА так, чтобы ориентиры оказывались в поле зрения камеры, и отслеживать это направление в течение 1–2 минут.

Свяжем со звездным датчиком ортонормированный базис  $O123$  (далее — базис  $\mathbf{E}$ ) с началом в месте нахождения перечисленных приборов — точке  $O$  объекта, направив ось 3 по оптической оси датчика в сторону звездного неба. С камерой свяжем ортонормированный базис  $Oxyz$  (иначе — базис  $\mathbf{K}$ ) с осью  $z$ , направленной по оптической оси камеры в сторону, противоположную объекту съемки. Синхронно с получением снимков с помощью камеры в моменты  $t_i$  звездный датчик определяет ортогональную матрицу направляющих косинусов  $C_{Ei}$  или иные параметры, характеризующие ориентацию базиса 123 относительно ортонормированного геоцентрического инерциального базиса  $\mathbf{I}$ , а аппаратура GPS предоставляет координаты точки  $O$  в ортонормированном геоцентрическом базисе  $\mathbf{J}$ , связанном с Землей. Представления физического вектора в каком-либо из перечисленных координатных базисов отмечаем соответствующим нижним индексом. Взаимная ориентация базисов  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{I}$  в любой момент съемки  $t_i$ , характеризуемая ортогональной матрицей направляющих косинусов  $C_{Ji}$ , известна с точностью, достаточно высокой для непосредственного использования этих данных в полетной калибровке. Фактическую ориентацию базиса  $\mathbf{E}$  относительно  $\mathbf{K}$  охарактеризуем матрицей направляющих косинусов  $C_{EK}$ , задающей преобразование координат произвольного вектора  $\mathbf{r} \in R^3$  по формуле  $\mathbf{r}_E = C_{EK} \mathbf{r}_K$ . На практике вследствие неточной установки приборов в корпусе КА взаимная ориентация базисов  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{E}$  известна с неопределенной ошибкой. Последняя характеризуется неизвестным малым вектором  $\boldsymbol{\theta}_E = [\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T = \text{const}$ , фигурирующим в представлении

$$C_{EK}^* \approx [E_3 + \Phi(\boldsymbol{\theta}_E)] C_{EK}, \quad (1)$$

где  $C_{EK}^*$  — модельное (приближенно известное) значение матрицы  $C_{EK}$ ;  $E_3$  — единичная  $(3 \times 3)$ -матрица и  $\Phi(\boldsymbol{\theta}_E) \mathbf{v}_E = (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{v})_E$  — запись векторного произведения для произвольного вектора  $\mathbf{v} \in R^3$ . Считаем, что элементы вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$ , соответствующие заданному значению  $C_{EK}^*$ , имеют порядок десятков минут дуги. Если получена оценка  $\boldsymbol{\theta}_E^*$  вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$  с точностью до десятков угловых секунд, то уточненное значение матрицы  $C_{EK}$  находится по обращенной формуле (1):  $C_{EK} \approx [E_3 - \Phi(\boldsymbol{\theta}_E^*)] C_{EK}^*$ . Этим достигается цель полетной геометрической калибровки.

### Основной алгоритм калибровки

Пусть  $O_i, O_j$  — два различных положения точки  $O$  на орбите. Обозначим  $\mathbf{r}_J$  геоцентрический радиус-вектор неизвестного точечного ориентира  $M$ ;  $\mathbf{R}_{iJ}, \mathbf{R}_{jJ}$  — геоцентрические радиусы-векторы соответственно точек  $O_i, O_j$ , найденные с использованием GPS;  $\mathbf{e}_{iJ}, \mathbf{e}_{jJ}$  — соответственно единичные векторы направлений  $MO_i, MO_j$

$$\mathbf{e}_{vJ} = C_{JN}C_{IEv}C_{EKv}\mathbf{e}_{vK}, \quad v = i, j. \quad (2)$$

Единичные векторы  $\mathbf{e}_{iK}, \mathbf{e}_{jK}$  находятся по координатам изображения ориентира  $M$  на чувствительной площадке камеры. Уравнения прямых  $MO_i, MO_j$  при  $\boldsymbol{\theta}_E = 0$  представим в виде

$$\mathbf{e}_{iJ} \times (\mathbf{r}_J - \mathbf{R}_{iJ}) = 0, \quad \mathbf{e}_{jJ} \times (\mathbf{r}_J - \mathbf{R}_{jJ}) = 0. \quad (3)$$

Если  $\mathbf{R}_{iJ} \neq \mathbf{R}_{jJ}$ , то уравнения (3) совместны и имеют единственное решение относительно  $\mathbf{r}_J$ . Введем обозначения  $\mathbf{e}_{vJ} = [e_{vX} \ e_{vY} \ e_{vZ}]^T, v = i, j$ ,  $\mathbf{R}_{vJ} = [X_{0v} \ Y_{0v} \ Z_{0v}]^T, \mathbf{r}_J = [X \ Y \ Z]^T = \text{const}$ . Индекс Т указывает на транспонирование. Решение системы (3) определяет единственную точку пересечения прямых  $MO_i$  и  $MO_j$ . Координаты этой точки в силу фотограмметрического условия коллинеарности [7] должны при  $\boldsymbol{\theta} = 0$  удовлетворять системе линейных уравнений, извлеченных из (3):

$$\begin{aligned} e_{iZ}(X - X_{0i}) &= e_{iX}(Z - Z_{0i}), \\ e_{iZ}(Y - Y_{0i}) &= e_{iY}(Z - Z_{0i}), \\ e_{jY}(X - X_{0j}) &= e_{jX}(Y - Y_{0j}). \end{aligned} \quad (4)$$

Если ее определитель  $e_{iZ}(e_{iX}e_{jY} - e_{jX}e_{iY})$  не равен нулю, что весьма вероятно, то система (4) имеет единственное решение относительно координат ориентира  $X, Y, Z$ . В противном случае можно выделить из (3) иную невырожденную подсистему трех скалярных уравнений, подобную (4).

Так как на практике в операциях (2) при  $\boldsymbol{\theta} \neq 0$  вместо  $C_{EK}$  используется матрица  $C_{EK}^*$ , то вместо  $\mathbf{e}_{vJ}$  находится модельный вектор  $\mathbf{e}_{vJ}^* = \mathbf{e}_{vJ} + \delta\mathbf{e}_{vJ}$ . Символ-префикс  $\delta$  отмечает ошибку соответствующего модельного параметра. Учитывая (1), (2), находим в первом приближении относительно  $\boldsymbol{\theta}$

$$\delta\mathbf{e}_{vJ} = A_v\boldsymbol{\theta}_E, \quad A_v = -C_{JN}C_{IEv}\Phi(\mathbf{e}_{vE}), \quad v = i, j. \quad (5)$$

Для  $(3 \times 3)$ -матрицы  $A_v$  введем представление  $A_v^T = [\mathbf{a}_{vX} \ \mathbf{a}_{vY} \ \mathbf{a}_{vZ}]$ , где  $\mathbf{a}_{vX}, \dots, \mathbf{a}_{vZ}$  — трехмерные столбцы.

Вместо  $\mathbf{r}_J$  в результате численного решения уравнений (4), возмущенных вследствие фактора (5), находится вектор  $\mathbf{r}_{1J}^* = \mathbf{r}_J + \delta\mathbf{r}_1$ . Составим уравнения в вариациях для системы (4):

$$S_1\delta\mathbf{r}_1 = H_1\boldsymbol{\theta}_E, \quad (6)$$

где  $S_1, H_1$  — следующие  $(3 \times 3)$ -матрицы:

$$S_1 = \begin{bmatrix} e_{iZ} & 0 & -e_{iX} \\ 0 & e_{iZ} & -e_{iY} \\ -e_{jY} & e_{jX} & 0 \end{bmatrix}, \quad H_1 = \begin{bmatrix} (Z - Z_{0i}) \mathbf{a}_{iX}^T - (X - X_{0i}) \mathbf{a}_{iZ}^T \\ (Z - Z_{0i}) \mathbf{a}_{iY}^T - (Y - Y_{0i}) \mathbf{a}_{iZ}^T \\ (Y - Y_{0j}) \mathbf{a}_{jX}^T - (X - X_{0j}) \mathbf{a}_{jY}^T \end{bmatrix}.$$

Подставим в (6) вместо  $X, Y, Z$  координаты вектора  $\mathbf{r}_1^*$  и, приняв во внимание невырожденность системы (3), найдем

$$\delta \mathbf{r}_1 = \Psi_1 \boldsymbol{\theta}_E, \quad \Psi_1 = S_1^{-1} H_1. \quad (7)$$

Три скалярных уравнения системы (3), не включенные в (4), составляют вторую невырожденную систему, подобную (4). Модельным (приближенным) решением этой системы, возмущенной фактором (5), оказывается вектор  $\mathbf{r}_{2j}^* = \mathbf{r}_j + \delta \mathbf{r}_2$ , где по аналогии с (6), (7)

$$\delta \mathbf{r}_2 = \Psi_2 \boldsymbol{\theta}_E, \quad \Psi_2 = S_2^{-1} H_2. \quad (8)$$

Матрицы  $S_2, H_2$  получаются путем взаимной замены индексов  $i, j$  в выражениях для  $S_1, H_1$ . Из (7), (8) следует

$$\mathbf{r}_1^* - \mathbf{r}_2^* = (\Psi_1 - \Psi_2) \boldsymbol{\theta}_E. \quad (9)$$

Оценка вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$  получается путем решения системы доступных уравнений измерения (9) методом наименьших квадратов. Дополнительные приемы, способствующие повышению точности полетной геометрической калибровки на основе уравнений (9), сформулированы в [4].

Метод векторного согласования, широко используемый в теории инерциальной навигации [8, 9], обычно реализует сравнение модельных (возмущенных) выражений, содержащих оцениваемые параметры, с идеальными (невозмущенными) аналогами упомянутых выражений. Вместо этого в рассматриваемых здесь задачах практикуется сопоставление двух разных модельных выражений, включающих искомые параметры [3, 4].

Запишем  $\mathbf{e}_{vE} = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ . В условиях узкого поля зрения камеры, очевидно,  $|e_1| \ll |e_3|, |e_2| \ll |e_3|$ . Это означает, что координата  $\theta_3$  вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$  учитывается в (4), (5) с весьма малыми коэффициентами и потому слабо наблюдаема. Из сказанного выше следует, что для удовлетворительной координатной привязки наземных объектов по космическим снимкам высокая точность оценивания координаты  $\theta_3$  и не требуется.

### Использование компланарных векторов

Векторное произведение нормальных векторов двух пересекающихся плоскостей есть вектор, коллинеарный линии пересечения этих плоскостей. Нормальные векторы более двух различных плоскостей, пересекающихся по одной прямой, компланарны.

Пусть по указанной выше схеме из трех различных точек орбиты  $O_i, O_j$  и  $O_l$  выполнены съемки наземного участка, содержащего неизвестные ориентиры  $M$  и  $N$ . Сформируем векторные произведения  $\mathbf{g}_{vK} = \mathbf{e}_{Mv,K} \times \mathbf{e}_{Nv,K}$  ( $v = i, j, l$ ). Смысл обозначений векторов-сомножителей в выражении для  $\mathbf{g}_{vK}$  очевиден. Выполним преобразования

$$\mathbf{g}_{vJ} = C_{Jv} C_{IEv} C_{EKv} \mathbf{g}_{vK} \quad (v = i, j, l). \quad (10)$$

Каждый вектор  $\mathbf{g}_{vJ}$  перпендикулярен некоторой плоскости, содержащей отрезок  $MN$ . Из сказанного выше следует, что все такие векторы компланарны, так что

$$s_{ikl} = \mathbf{g}_{iJ}^T (\mathbf{g}_{iJ} \times \mathbf{g}_{jJ}) \equiv 0. \quad (11)$$

Реально в (10) вместо  $C_{EK}$  используется матрица  $C_{EK}^*$  и при  $\boldsymbol{\theta}_E \neq 0$  вычисляются по формулам (10) модельные значения  $\mathbf{g}_{vJ}^* \neq \mathbf{g}_{vJ}$ . Поэтому по формуле (11) вместо скаляра  $s_{ikl} = 0$  находится величина

$$s_{ikl}^* = \mathbf{g}_{iJ}^{*T} (\mathbf{g}_{iJ}^* \times \mathbf{g}_{jJ}^*) \approx (\mathbf{p}_{ijJ}^T F_l + \mathbf{p}_{jlJ}^T F_i + \mathbf{p}_{li,J}^T F_j) \boldsymbol{\theta}_E, \quad (12)$$

где

$$\mathbf{p}_{ijJ} = \mathbf{g}_{iJ} \times \mathbf{g}_{jJ} \quad (ijl) \quad (13)$$

(в скобках указан символ циклической перестановки индексов для получения недостающих выражений);  $\mathbf{g}_{vJ}^* \approx \mathbf{g}_{vJ} + F_v \boldsymbol{\theta}_E$ ,  $F_v = -C_{JN} C_{IEv} \Phi(\mathbf{g}_{vE})$  ( $v = i, j, l$ ).

Выражения (12) могут использоваться совместно с (9) как дополнительные уравнения измерений. При включении измерения (12) в систему уравнений, решаемых методом наименьших квадратов, оно умножается на весовой коэффициент  $Q_{12}$ .

Покажем, опираясь на методику анализа наблюдаемости из [10], что величина  $s_{ikl}^*$  весьма мала, если в процессе съемок участок с неизвестными ориентирами находится на трассе полета и при этом вектор 2 базиса  $\mathbf{E}$  стабилизируется в направлении, перпендикулярном плоскости орбиты. Для упрощения анализа примем, что при  $\boldsymbol{\theta} = 0$  трехгранники  $xyz$  и  $123$  совмещены. Введем упрощающие предположения, вообще не вполне оправданные, но допустимые при анализе наблюдаемости. Пусть участок местности с неизвестными ориентирами расположен по трассе полета. В моменты собственно съемки ось  $z$  посредством изменения тангажа направляется на некоторую точку участка, лежащую в плоскости орбиты, а ось  $y$  и близкая к ней ось 2 стабилизируются практически перпендикулярно плоскости орбиты.

В рамках анализа наблюдаемости игнорируем прецессию орбиты и смещения участка с ориентирами относительно плоскости орбиты вследствие вращения Земли. Тогда в процессе съемки ориентиров ориентация трехгранника  $123$  относительно снимаемой сцены в последовательные моменты экспонирования различается поворотом вокруг направления, перпендикулярного плоскости орбиты.

Положим

$$\boldsymbol{\theta}_E = [0 \ \theta_2 \ 0]^T, \quad \theta_2 \neq 0. \quad (14)$$

Тогда при сделанных предположениях вектор  $\boldsymbol{\theta}$  (14) в моменты экспонирования  $t_i, t_j, t_l$  перпендикулярен плоскости орбиты и имеет одинаковую ориентацию относительно базиса  $\mathbf{J}$  и одинаковые представления в этом базисе.

Используя свойства смешанного произведения векторов, приведем (12) к виду

$$s_{ikl}^* = \boldsymbol{\theta}_{Jl}^T \Phi(\mathbf{g}_{iJ}) \Phi(\mathbf{g}_{iJ}) \mathbf{g}_{jJ} + \boldsymbol{\theta}_{Ji}^T \Phi(\mathbf{g}_{iJ}) \Phi(\mathbf{g}_{jJ}) \mathbf{g}_{lJ} + \boldsymbol{\theta}_{Jj}^T \Phi(\mathbf{g}_{jJ}) \Phi(\mathbf{g}_{lJ}) \mathbf{g}_{iJ}, \quad (15)$$

где, например,  $\boldsymbol{\theta}_{Ji} = C_{JN} C_{IEv} \boldsymbol{\theta}_E$  — представление вектора  $\boldsymbol{\theta}$  в базисе  $\mathbf{J}$  в момент  $t_i$ . Из (15), расписав двойные векторные произведения и учтя  $\boldsymbol{\theta}_{Ji} = \boldsymbol{\theta}_{Jj} = \boldsymbol{\theta}_{Jl}$ , находим  $s_{ikl}^* = 0$ . Это означает, что вектор  $\boldsymbol{\theta}_E$  вида (14) есть ненаблюдаемое состояние и всякий другой вектор  $\boldsymbol{\theta}_E$  имеет ненаблюдаемую координату  $\theta_2$ .

Фактически вследствие условности упрощений, принятых при анализе, координата  $\theta_2$  слабо наблюдаема по снимкам ориентиров, расположенных на трассе полета. Поэтому при оговоренных предположениях о расположении участка с ориентирами и характере угловой стабилизации КА величина  $s_{ikl}^*$  действительно мала и измерение (12) не оказывает заметного влияния на точность калибровки.

Напротив, в отмеченных ниже проблемных условиях, когда участок с ориентирами во время съемок заметно смещен в сторону от трассы полета, вклад измерений (12) в точность полетной геометрической калибровки при надлежащем выборе коэффициента  $Q_{12}$  оказывается значительным. Объяснение этого факта состоит в том, что вектор  $\mathbf{2}$  поворачивается относительно плоскости орбиты в процессе наведения оптической оси камеры на участок с ориентирами, смещенный в сторону от трассы полета, векторы  $\boldsymbol{\theta}_{Ji}, \boldsymbol{\theta}_{Jk}, \boldsymbol{\theta}_{Jl}$  существенно различны, величина  $s_{ikl}^*$  не столь мала, как в предыдущей ситуации, и вектор  $\boldsymbol{\theta}_E$  вполне наблюдаем.

Еще один способ повышения точности полетной геометрической калибровки, подобный изложенному выше, состоит в следующем. Пусть  $\mathbf{e}_{kJ}$  — единичный вектор линии визирования неизвестного наземного точечного объекта  $M$  в момент экспонирования  $t_k$ ;  $\mathbf{i}_k$  — единичный вектор геоцентрической вертикали в месте нахождения КА в момент  $t_k$ . Для всех моментов  $t_k$  векторы вида  $\mathbf{b}_k = \mathbf{i}_k \times \mathbf{e}_{kJ}$  перпендикулярны геоцентрической вертикали в точке  $M$  и, следовательно, компланарны. Для результатов съемки участка с ориентирами в различные моменты  $t_k, t_m, t_n$ , используя выражение  $\mathbf{b}_{nJ}^T (\mathbf{b}_{kJ} \times \mathbf{b}_{mJ}) \equiv 0$ , подобное (11), находим по аналогии с (12) уравнение измерений

$$\mathbf{b}_{nJ}^{*T} (\mathbf{b}_{kJ}^* \times \mathbf{b}_{mJ}^*) \approx (\mathbf{q}_{kmJ}^{*T} \Gamma_n + \mathbf{q}_{mnJ}^{*T} \Gamma_k + \mathbf{q}_{nk,J}^{*T} \Gamma_m) \boldsymbol{\theta}_E. \quad (16)$$

Звездочкой отмечены модельные (вычисленные) значения параметров;  $\mathbf{q}_{kmJ} = \mathbf{b}_{kJ} \times \mathbf{b}_{mJ}$  ( $kmn$ );  $\Gamma_k = \Phi(\mathbf{i}_k) A_k$  ( $kmn$ ); матрица  $A_k$  определена, как выше. Уравнения (16), учитываемые совместно с (9), умножаются на весовой коэффициент  $Q_{16}$ . Тожество, из которого получено уравнение (16), можно трактовать как условие компланарности линии визирования неизвестного ориентира из точки  $O$ , геоцентрического радиуса-вектора точки  $O$  в момент съемки и геоцентрического радиуса-вектора неизвестного ориентира. Поскольку направление последнего радиуса-вектора принадлежит плоскостям, перпендикулярным  $\mathbf{b}_{kJ}$  и  $\mathbf{b}_{mJ}$ , оно указывается вектором  $\mathbf{b}_{kJ} \times \mathbf{b}_{mJ}$ . Из сказанного следует, что уравнение (16) должно вырождаться, если в один из моментов съемки  $t_k, t_m, t_n$  неизвестный ориентир оказывается в подспутниковой точке. Напротив, уравнение (12) не вырождается ни при каких обстоятельствах.

Еще один алгоритм калибровки, родственный (12), также основан на использовании выражений (13). Выполнив необходимые измерения и съемки, вычислим векторы  $\mathbf{p}_{ijJ}$  и  $\mathbf{p}_{klJ}$ , где все индексы  $i, j, k, l$  различны. Так как вычисленные векторы коллинеарны отрезку  $MN$ , формально

$$\mathbf{p}_{ijJ} \times \mathbf{p}_{klJ} = 0. \quad (17)$$

Заменяв идеальные значения параметров, фигурирующие в (17), модельными аппроксимациями, получим по аналогии с (12), (16) еще одну форму уравнений измерения, которые могут быть учтены с заранее рассчитанным коэффициентом  $Q_{17}$  в дополнение к (9).

Алгоритм, структурно и методически подобный (17), получается путем обобщения такого же подхода применительно к (16) как модельная реализация соотношения

$$\mathbf{q}_{ijJ} \times \mathbf{q}_{klJ} = 0. \quad (18)$$

Модельные уравнения, соответствующие (18), учитываются с весовым коэффициентом  $Q_{18}$ .

### Моделирование

В целях проверки и демонстрации достижимой точности усовершенствованных алгоритмов полетной геометрической калибровки моделирование выполнялось по схеме, представленной в [4], со следующими особенностями. Четыре неизвестных наземных ориентира размещались в вершинах квадратного участка со стороной 20 км. В процессе съемки участок находится на трассе полета либо смещен в сторону от нее на расстояние  $S$ . Длительность сеанса съемки одного участка составляла 95 с. За это время выполнялось четырнадцать снимков с интервалом 7 с. Предполагалось, что наведение оптической оси камеры на участок с ориентирами производится в режиме управления ориентацией КА, как оговорено выше, путем варьирования тангажа от  $30^\circ$  в начале сеанса съемки до  $-30^\circ$  — в конце сеанса. Ошибки звездного датчика вводились как гауссовы шумы со средними квадратическими отклонениями 5, 5 и 12 с дуги [6]; ошибки GPS — как гауссовы шумы со средними квадратическими отклонениями 15 м. Размер пиксела камеры  $9 \cdot 10^{-6}$  м. Фокусное расстояние камеры 2,5 м. При таких характеристиках камеры ее разрешение в угловой мере [7] составляет 0,7 с дуги. Неблагоприятное влияние такого разрешения камеры на точность полетной калибровки незначительно по сравнению с влиянием охарактеризованных выше ошибок звездного датчика.

При каждой реализации формулы (12) или (16) использовалось по одному снимку от каждой из трех непересекающихся групп, на которые разбивались все полученные снимки. При имитации алгоритмов (17), (18) все снимки разделялись на четыре непересекающиеся группы.

Моделирование выполнялось сериями по 100 вариантов в каждой. Серии различались значениями  $S$  и элементами методики полетной геометрической калибровки, варианты — реализациями случайных возмущений. В частности, в начале каждого варианта координаты вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$  задавались как нормально распределенные центрированные случайные величины со средними квадратическими отклонениями 10 мин. дуги. В конце счета каждого варианта производилась коррекция матрицы  $Q^*$ , как сказано выше, и находилось остаточное значение  $\boldsymbol{\theta}_E^\circ$  вектора  $\boldsymbol{\theta}_E$ , характеризующее достигнутое значение точности полетной геометрической калибровки. По результатам каждой серии вычислялись в секундах дуги оценки средних квадратических отклонений координат вектора  $\boldsymbol{\theta}_E^\circ$  — скаляры  $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}, \sigma_{\theta_3}$  — и характеристика  $\sigma_s = (\sigma_{\theta_1}^2 + \sigma_{\theta_2}^2 + \sigma_{\theta_3}^2)^{1/2}$ .

В табл. 1 представлены результаты моделирования ситуации, когда при решении задачи полетной геометрической калибровки используются съемки единственного участка с неизвестными ориентирами. Алгоритм из [4] был реализован сам по себе (формально — при  $Q_{12} = Q_{16} = Q_{17} = Q_{18} = 0$ ) либо в различных сочетаниях с охарактеризованными выше уточняющими приемами. Видно, что в соответствии со сказанным выше точность полетной геометрической калибровки

с использованием только уравнений (9) тем ниже, чем дальше отстоит участок с наблюдаемыми ориентирами в процессе съемок от трассы полета. Это особенно характерно для параметра  $\theta_3$ . Отмеченный эффект сохраняется с использованием обоснованных выше дополнительных приемов, но при этом точность калибровки повышается. Наиболее эффективным средством повышения точности калибровки оказалось использование уравнений (12), в частности, в критической ситуации  $S=300$  км. В последнем случае наведение оптической оси камеры на участок с ориентирами выполняется с варьированием крена КА в пределах  $22^\circ-26^\circ$ . При использовании других дополнительных средств — учет уравнений (16)–(18) — наблюдается менее значительное повышение точности калибровки. Видно, что в результате выполненной калибровки исходная (предполетная) неопределенность взаимной ориентации камеры и звездного датчика порядка десятков минут дуги уменьшается более чем на порядок.

Таблица 1

$S$ , км	$Q_{12}$	$Q_{16}$	$Q_{17}$	$Q_{18}$	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$	$\sigma_S$
0	0	0	0	0	15,6	13,9	50,2	54,3
0	$4 \cdot 10^{10}$	0	$5 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^9$	15,6	14,2	31,6	38,0
– 100	0	0	0	0	17,5	16,6	51,5	56,8
– 100	$4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^9$	17,3	14,6	31,4	38,7
300	0	0	0	0	15,9	22,6	64,3	69,9
300	$4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^9$	15,5	20,3	38,7	46,2

Иная схема полетной геометрической калибровки включала последовательное (неодновременное) наблюдение трех наземных участков определенного выше типа с четырьмя неизвестными ориентирами на каждом. Один из участков в ходе съемки находился на трассе полета, другой — на расстоянии 300 км от трассы, третий — на расстоянии –100 км. Результаты такого моделирования показаны в табл. 2. Из строки табл. 2 с параметрами  $Q_{12} = Q_{16} = Q_{17} = Q_{18} = 0$  видно, сколь благоприятно увеличение числа наблюдаемых участков с неизвестными ориентирами для точности полетной калибровки на основании метода (9). На этом фоне основной уточняющий эффект от применения сформулированных выше дополнительных приемов обеспечивают уравнения (12) и (17). В частности, точность полетной калибровки, показанная в табл. 2, существенно выше точности результатов для  $S=300$  км, представленных в табл. 1. Относительно слабое уточняющее влияние приемов (16) и (18) объясняется тем, что пучок геоцентрических радиусов-векторов неизвестных ориентиров, расположенных в пределах одного участка, довольно узок.

Таблица 2

$Q_{12}$	$Q_{16}$	$Q_{17}$	$Q_{18}$	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{\theta 2}$	$\sigma_{\theta 3}$	$\sigma_S$
0	0	0	0	11,5	12,0	36,5	40,1
$4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^9$	10,4	9,7	19,7	24,3

Вообще, эффект от наблюдения неизвестных ориентиров на нескольких участках при полетной геометрической калибровке может оказаться разным в зависимости от расположения участков по трассе и относительно трассы в процессе съемок. Как иллюстрация приводится табл. 3. В ее строках 1 и 2 даны результаты моделирования полетной геометрической калибровки по результатам съемки неизвестных ориентиров в вершинах трех квадратных участков охарактеризованного выше типа, находящихся на трассе полета. В строках 3 и 4 показаны результа-

ты калибровки в условиях, когда один из трех наблюдаемых участков в процессе съемки находится на трассе полета, а два других смещены в сторону от трассы на расстояния соответственно 300 и – 300 км. При этом результаты калибровки оказались более точными, чем в предыдущем случае. В строках 5 и 6 представлены результаты моделирования ситуации, в которой первый участок находится на трассе КА, а два остальных смещены относительно трассы на 300 км. В этом варианте моделирования точность полетной геометрической калибровки намного ниже, чем в двух предыдущих. В трех воспроизведенных ситуациях расположения участков с ориентирами применение усовершенствованных алгоритмов показало заметное повышение точности полетной калибровки.

Таблица 3

Строка	$Q_{12}$	$Q_{16}$	$Q_{17}$	$Q_{18}$	$\sigma_{\theta_1}$	$\sigma_{\theta_2}$	$\sigma_{\theta_3}$	$\sigma_S$
1	0	0	0	0	11,2	10,9	34,5	37,9
2	$4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^9$	11,7	10,9	24,0	28,9
3	0	0	0	0	10,3	9,5	26,4	29,9
4	$4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^9$	11,0	9,8	21,6	26,2
5	0	0	0	0	24,3	19,6	46,0	55,6
6	$4 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^9$	24,3	17,5	36,0	46,8

Моделирование полетной геометрической калибровки дополнялось моделированием координатной привязки неизвестных наземных объектов по методике из [11]. Неизвестный точечный объект локализуется как место пересечения линий его визирования из разных точек орбиты с учетом результатов полетной калибровки. При использовании параметров ориентации КА, уточненных на уровне результатов полетной калибровки из табл. 1, местонахождение наземных объектов, подлежащих координатной привязке, определялось с точностью 50–60 м. При использовании параметров ориентации, соответствующих по точности результатам из последней строки табл. 2, точность координатной привязки составляла 25–30 м. При комплектовании алгоритма полетной геометрической калибровки следует учитывать, что неблагоприятное влияние больших значений  $|\theta_3|$  на точность координатной привязки не столь существенно, как влияние намного меньших значений  $|\theta_1|, |\theta_2|$  [11].

### Заключение

Введенные усовершенствования позволяют согласовать методику и алгоритмическое обеспечение полетной геометрической калибровки съемочного комплекса КА по наблюдениям неизвестных наземных ориентиров с требованиями к точности калибровки, возможностями используемой аппаратуры и допустимыми движениями объекта. Установлено, что точность полетной геометрической калибровки на основе метода (9) по наблюдениям неизвестных ориентиров, находящихся на одном участке, тем ниже, чем дальше отстоит наблюдаемый участок в процессе съемки от трассы полета. Повышению точности калибровки способствует сочетание метода (9) с уравнениями (12), (16)–(18). Эффективное средство достижения высокой точности полетной геометрической калибровки состоит в наблюдении неизвестных ориентиров на нескольких наземных участках при соблюдении определенных требований к расположению участков относительно трассы полета КА. Результаты работы приближают пока еще экзотический метод полетной геометрической калибровки по неизвестным ориентирам к потребностям и возможностям практики.

*О.І. Ткаченко*

## УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ ПОЛЬОТНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО КАЛІБРУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕВІДОМИХ ОРІЄНТИРІВ

Запропоновано удосконалення процедури польотного геометричного калібрування знімального комплексу космічного апарата з використанням невідомих наземних орієнтирів. Метою таких удосконалень є підвищення точності та узгодження методики калібрування з можливостями об'єкта і чутливих елементів.

*A.I. Tkachenko*

## PERFECTION OF THE PROCEDURE OF IN-FLIGHT GEOMETRIC CALIBRATION WITH USE OF UNKNOWN LANDMARKS

Perfections of a procedure of in-flight geometric calibration of the spacecraft's imaging complex with use of unknown landmarks is proposed. A purpose of such perfections is accuracy improvement and concordance of a calibration method with the vehicle and sensors possibilities.

1. *Multi-Angle Imaging Spectro Radiometer (MISR). Level 1. In-flight geometric calibration algorithm theoretical basis.* JPL, California Institute of Technology. 1999. [http://eosps.nasa.gov/ftp\\_ATBD/REVIEW/MISR/atbd-misr-04.pdf](http://eosps.nasa.gov/ftp_ATBD/REVIEW/MISR/atbd-misr-04.pdf)
2. *Radhadevi P.V.* In-flight geometric calibration of fore and aft cameras of Cartosat-1. [http://www.isprs.org/proceedings/2008/euroCOW08/euroCOW08\\_files/papers/21.pdf](http://www.isprs.org/proceedings/2008/euroCOW08/euroCOW08_files/papers/21.pdf)
3. *Пятак И.А.* Выбор принципов координатной привязки космических снимков // Космическая техника. Ракетное вооружение. Научно-технич. сборник. — Днепропетровск : ГП «КБ «Южное». — 2010. — Вып. 2. — С. 100–107.
4. *Ткаченко А.И.* О полетной юстировке оптико-электронного комплекса космического аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 6. — С. 122–130.
5. *Лебедев Д.В.* Полетная геометрическая калибровка оптико-электронной аппаратуры космического аппарата наблюдения Земли по неизвестным ориентирам // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2013. — № 5. — С. 114–125.
6. *Основные характеристики звездных координаторов БОКЗ.* [http://www.iki.rssi.ru/fof/bokz\\_spec.html](http://www.iki.rssi.ru/fof/bokz_spec.html)
7. *Лобанов А.Н.* Фотограмметрия. — М. : Недра. — 1984. — 552 с.
8. *Липтон А.* Выставка инерциальных систем на подвижном основании. — М. : Наука, 1971. — 167 с.
9. *Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. — М. : Изд-во МГУ, 1982. — 174 с.
10. *Potapenko Ye.M.* Simplified linear-system restorability and controllability criteria and their application in robotics // Journal Automation and Information Sciences. — 1996. — 27, N 5, 6. — P. 146–151.
11. *Ткаченко А.И.* О координатной привязке наземных объектов по космическим снимкам // Космічна наука і технологія. — 2015. — 21, № 2. — С. 65–72.

*Получено 28.09.2016*

*После доработки 26.12.2016*