

УДК 531.8

В.Б. Ларин

О НАВИГАЦИИ ТРАНСПОРТНОГО РОБОТА
С ДВУМЯ РУЛЕВЫМИ КОЛЕСАМИ

Введение

В последнее время, кроме общих вопросов теории управления и навигации (см. [1–5], где есть дальнейшие ссылки), значительное внимание уделяется задачам построения навигационных систем, не использующих датчики угловой скорости (см. [6], где есть дальнейшие ссылки). К этому классу можно отнести и задачи навигации без использования как датчиков угловой скорости, так и акселерометров [7, 8].

Ниже рассматривается задача навигации колесного транспортного робота с двумя рулевыми колесами. Задача решается без использования акселерометров и датчиков угловой скорости, только путем измерения кинематических параметров движения. Предполагается, что датчики углов поворотов рулевых колес имеют систематические ошибки, которые необходимо компенсировать. Коррекция навигационных параметров осуществляется с помощью сигналов GPS. Подробно рассмотрен случай, когда систематическую погрешность имеет только один из датчиков углов поворотов рулевых колес. Излагаемый подход базируется на том, что колесный робот рассматривается как система с неголономными связями. Эффективность функционирования такой навигационной системы демонстрируется на примере.

1. Уравнения движения

Найдем уравнения движения для колесного транспортного робота (ТР) с двумя рулевыми колесами (рис. 1). Предполагается, что $|AO| = 2L - \ell$, $|BO| = \ell$, ψ_1, ψ_2 — углы поворота переднего и заднего рулевого колеса соответственно, θ — угол, который образует корпус аппарата с осью x .

Полагая известными углы ψ_1, ψ_2 и скорость точки $B(V_B)$, согласно плану скоростей (рис. 1) (точка C — мгновенный центр скоростей) запишем следующее выражение для угловой скорости $\dot{\theta}$:

$$\dot{\theta} = \frac{V_B \sin(\psi_1 - \psi_2)}{2L \cos \psi_1}. \quad (1)$$

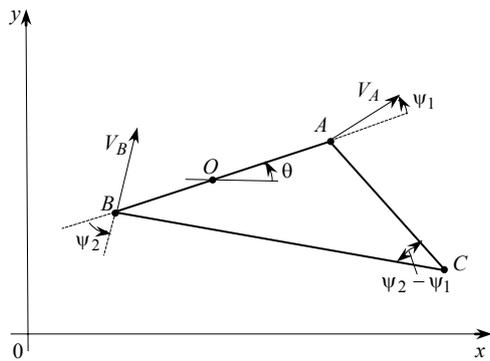


Рис. 1

Обозначив $\dot{x}_0 = V_{x0}$, $\dot{y}_0 = V_{y0}$ проекции на оси x и y скорости точки O , запишем соотношения

$$\frac{V_{y0} + (2L - \ell) \cos \theta \dot{\theta}}{V_{x0} - (2L - \ell) \sin \theta \dot{\theta}} = \operatorname{tg}(\psi_1 + \theta), \quad \frac{V_{y0} - \ell \cos \theta \dot{\theta}}{V_{x0} + \ell \sin \theta \dot{\theta}} = \operatorname{tg}(\psi_2 + \theta),$$

которые можно переписать в виде

$$V_{x0} \sin(\psi_2 + \theta) - V_{y0} \cos(\psi_2 + \theta) + \ell \dot{\theta} \cos \psi_2 = 0,$$

$$V_{x0} \sin(\psi_1 + \theta) - V_{y0} \cos(\psi_1 + \theta) - (2L - \ell) \ell \dot{\theta} \cos \psi_2 = 0$$

или в матричной форме

$$A \begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \end{bmatrix} = b, \quad A = \begin{bmatrix} \sin(\psi_2 + \theta) - \cos(\psi_2 + \theta) \\ \sin(\psi_1 + \theta) - \cos(\psi_1 + \theta) \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -\ell \dot{\theta} \cos \psi_2 \\ (2L - \ell) \dot{\theta} \cos \psi_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Решение системы (2) имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \end{bmatrix} = A^{-1} b = \frac{\dot{\theta}}{\sin(\psi_1 - \psi_2)} A_s \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}, \quad A_s = \begin{bmatrix} A_s(1,1) & A_s(1,2) \\ A_s(2,1) & A_s(2,2) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$A_s(1,1) = (L - \ell) \sin(\psi_1 - \psi_2) - L \sin(\psi_1 + \psi_2),$$

$$A_s(1,2) = 2L \cos \psi_1 \cos \psi_2,$$

$$A_s(2,1) = A_s(1,2), \quad A_s(2,2) = -A_s(1,1)$$

или с учетом (1)

$$\begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \end{bmatrix} = \frac{V_B}{2L \cos \psi_1} A_s \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (4)$$

При $\ell = L$ эти соотношения можно представить в таком виде [9]:

$$V_{x0} = \frac{\dot{\theta} L}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} (-2 \cos \psi_1 \cos \psi_2 \cos \theta + \sin(\psi_1 + \psi_2) \sin \theta),$$

$$V_{y0} = \frac{\dot{\theta} L}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} (-2 \cos \psi_1 \cos \psi_2 \sin \theta - \sin(\psi_1 + \psi_2) \cos \theta).$$

Отметим, что в случае $\ell = 0$ соотношения (4) с учетом (1) принимают следующий вид:

$$\begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \end{bmatrix} = V_B \begin{bmatrix} -\sin \psi_2 & \cos \psi_2 \\ \cos \psi_2 & \sin \psi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Если $\ell = 0$, $\psi_2 = 0$, то согласно (5) выражения для V_{x0} , V_{y0} совпадают с приведенными в [7]:

$$\begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \end{bmatrix} = V_B \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}.$$

Таким образом, соотношения (1), (3) являются уравнениями (в кинематическом приближении) движения ТР с двумя рулевыми колесами. Однако если

известны $V_B, V_{xo}, V_{yo}, \psi_1, \psi_2$, то величины $\sin \theta, \cos \theta$, а следовательно, и угол θ определяются соотношением (4). Поэтому эти соотношения можно использовать в навигационной задаче [7, 8] определения величины θ по результатам измерений V_{xo}, V_{yo} , например, приемником GPS, установленным в точке O .

2. Навигация ГР

Рассмотрим возможность построения навигационного комплекса ГР без использования акселерометров и датчиков угловой скорости. Предполагается, что фигурирующая в (1) скорость V_B может быть получена в результате регистрации угловой скорости задних колес ГР. Как следует из соотношения (1), при известной величине V_B угловая скорость $\dot{\theta}$ определяется величиной углов поворота рулевых колес (величиной ψ_1, ψ_2). В этой ситуации можно путем интегрирования V_{xo}, V_{yo} (которые определяются (4)) и величины $\dot{\theta}$, определяемой (1), находить как функции времени координаты точки O объекта (x, y) и ориентацию объекта (угол θ). Предполагая, что регистрация значений V_B, ψ_1, ψ_2 происходит в дискретные моменты времени, для получения оценок текущих значений x, y, θ можно использовать ту или иную аппроксимацию. Так, пусть измерение параметров V_B, ψ_1, ψ_2 происходит через равные интервалы времени d , т.е. $t_{k+1} = t_k + d$, $k = 0, 1, 2, \dots$, где t_k — момент k -го измерения.

Обозначим u_k вектор навигационных параметров в этот же момент времени:

$$u_k = [x_k \ y_k \ \theta_k]^T.$$

Здесь и далее верхний индекс «Т» означает операцию транспонирования.

Полагая, что скорость изменения θ существенно меньше скорости изменения x, y , далее будем использовать следующую аппроксимацию, которая определяет последовательность векторов u_k :

$$u_k = u_{k-1} + d(5w_k + 8w_{k-1} - w_{k-2})/12, \quad (6)$$

$$w_k = [\bar{V}_{xok} \ \bar{V}_{yok} \ \dot{\theta}_k]^T,$$

$$\bar{\theta}_k = \bar{\theta}_{k-1} + d\dot{\theta}_k, \quad \dot{\theta}_k = \frac{V_{Bk} \sin(\psi_{1k} - \psi_{2k})}{2L \cos \psi_{1k}},$$

здесь $\bar{V}_{xok}, \bar{V}_{yok}$ определяются соотношением (4), где принимается, что $\psi_1 = \psi_{1k}, \psi_2 = \psi_{2k}, V_B = V_{Bk}, \theta = \bar{\theta}_k$.

Отметим, что соотношения (6) можно рассматривать как аналог соотношения (2) [7].

Вопросы о точностных характеристиках такой аппроксимации рассматривались в [7].

3. Уравнения фильтра

Обозначим $\delta\mu = [\delta x \ \delta y \ \delta\theta \ \delta\psi_1 \ \delta\psi_2]^T$ вектор погрешностей определения навигационных параметров для системы, движение которой описывается уравнениями (1), (4). Предполагая, что скорость V_B регистрируется точно, а погрешности датчиков углов поворота рулевых колес $\delta\psi_1, \delta\psi_2$ постоянны, можно записать

уравнения изменения ошибок навигационной системы, использующей в качестве исходной информации кинематические параметры системы (1), (4) (аналог уравнения (3.1) [5]):

$$\delta\dot{\mu} = F\delta\mu + \eta, \quad (7)$$

η — вектор шумов измерений, ненулевые элементы матрицы F (размера 5×5) имеют следующий вид:

$$F_{13} = V_B \frac{\ell}{2L} \cos \theta (\sin \psi_2 - \cos \psi_2 \operatorname{tg} \psi_1) - V_B \sin(\psi_2 + \theta),$$

$$F_{14} = -V_B \frac{\ell}{2L} \frac{\cos \psi_2 \cdot \sin \theta}{(\cos \psi_1)^2},$$

$$F_{15} = V_B \frac{\ell}{2L} \sin \theta (\cos \psi_2 - \operatorname{tg} \psi_1 \sin \psi_2) - V_B \sin(\psi_2 + \theta),$$

$$F_{23} = V_B \frac{\ell}{2L} \sin \theta (\sin \psi_2 - \operatorname{tg} \psi_1 \cos \psi_2) + V_B \cos(\psi_2 + \theta),$$

$$F_{24} = V_B \frac{\ell}{2L} \frac{\cos \theta \cdot \cos \psi_2}{(\cos \psi_1)^2},$$

$$F_{25} = -V_B \frac{\ell}{2L} \cos \theta (\cos \psi_2 + \operatorname{tg} \psi_1 \sin \psi_2) + V_B \cos(\psi_2 + \theta),$$

$$F_{34} = \frac{V_B}{2L} \frac{\cos \psi_2}{(\cos \psi_1)^2},$$

$$F_{35} = -\frac{V_B}{2L} \frac{\cos(\psi_2 - \psi_1)}{\cos \psi_1}.$$

В качестве дискретного аналога (7), т.е. соотношения, связывающего изменение ошибок через малый интервал времени d , принимается следующее уравнение (аналог уравнения (3.2) [5]):

$$\delta\mu_{k+1} = \Phi_k \delta\mu_k + n_k, \quad (8)$$

$$\Phi = I + dF,$$

n_k — вектор случайных помех. Здесь и далее I — единичная матрица соответствующего размера. Пусть на k -м такте работы системы имеет место следующий процесс наблюдений:

$$z_k = H\delta\mu_k + \xi_k, \quad (9)$$

ξ_k — погрешность измерений.

Отметим, что GPS-приемник, установленный в точке O (рис. 1), позволяет, кроме координат x_0, y_0 точки O , определить и скорость этой точки, т.е. V_{x0}, V_{y0} . Используя эту информацию, можно согласно (4) находить оценку угла θ . Другими словами, можно считать, что GPS-приемник, располагаемый в точке O , дает информацию о координатах x, y и угле θ . Отметим, что GPS-приемник не дает

информацию о величине систематических погрешностей $\delta\psi_1, \delta\psi_2$. Поэтому можно считать, что матрица H в (9) имеет следующую структуру:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Таким образом, используя соотношения (9), (10), задачу коррекции навигационной системы (НС) можно формулировать как задачу оптимальной фильтрации. Известно (см., например, [10, п.12.4]), что решение этой задачи имеет вид

$$\begin{aligned} \delta\mu_k &= \delta\bar{\mu}_k + K_k(z_k - H\delta\bar{\mu}_k), \\ \delta\bar{\mu}_k &= \Phi_k\delta\mu_k. \end{aligned} \quad (11)$$

Матрица коэффициентов усиления фильтра (K_k), генерирующего вектор оптимальной оценки $\delta\mu_k$, определяется следующим образом (уравнения фильтра):

$$K_k = M_k H^T (H M_k H^T + R_k)^{-1}. \quad (12)$$

$$M_{k+1} = \Phi_k S_k \Phi_k^T + Q_k, \quad (13)$$

$$S_k = M_k - K_k (H M_k H^T + R_k) K_k^T. \quad (14)$$

Здесь матрицы Q_k, R_k являются ковариационными матрицами шумов n_k, ξ_k , которые фигурируют в (8), (9). Матрица M_0 — ковариационная матрица начальной оценки вектора $\delta\mu$; считается заданной. Отметим, что обычно коррекция ошибок НС происходит через $j > 1$ тактов. В этом случае в промежутках между моментами коррекции изменение ошибок НС происходит в соответствии с уравнением (8), а изменение их корреляционной матрицы — в соответствии с (13) (можно полагать, что на этих тактах $H = 0$, т.е. фигурирующая в (12) матрица $K = 0$). На такте, на котором осуществляется коррекция, изменения корреляционной матрицы описываются уравнением (14).

Далее будет рассматриваться упрощенный вариант задачи коррекции, т.е. предполагается, что систематическая погрешность присутствует только в одном датчике. Известно, какой датчик обладает систематической погрешностью, которую надо компенсировать. Очевидно, что в этом случае вектор $\delta\mu$ содержит 4 компоненты и матрица H имеет следующий вид:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Соотношения, определяющие матрицу F , могут быть получены из приведенных выше общих соотношений. Так, если отсутствует систематическая погрешность $\delta\psi_2$ ($\delta\psi_2 = 0$), т.е. вектор $\delta\mu = [\delta x \ \delta y \ \delta\theta \ \delta\psi_1]^T$, то соответствующая матрица F (размера 4×4) получается путем вычеркивания в матрице, фигурирующей в (7), последней строки и последнего столбца, т.е. в этом случае ненулевые элементы матрицы F имеют такой вид:

$$F_{13} = V_B \frac{\ell}{2L} \cos \theta (\sin \psi_2 - \cos \psi_2 \operatorname{tg} \psi_1) - V_B \sin(\psi_2 + \theta),$$

$$F_{14} = -V_B \frac{\ell}{2L} \frac{\cos \psi_2 \cdot \sin \theta}{(\cos \psi_1)^2},$$

$$F_{23} = V_B \frac{\ell}{2L} \sin \theta (\sin \psi_2 - \operatorname{tg} \psi_1 \cos \psi_2) + V_B \cos(\psi_2 + \theta),$$

$$F_{24} = V_B \frac{\ell}{2L} \frac{\cos \theta \cdot \cos \psi_2}{(\cos \psi_1)^2},$$

$$F_{34} = \frac{V_B}{2L} \frac{\cos \psi_2}{(\cos \psi_1)^2}.$$

Отметим, что при $\psi_2 = 0$, $\ell = 0$ выражения для матрицы F совпадают с (3.1) [5].

Аналогичным образом может быть записано выражение для матрицы F и в случае $\delta\psi_1 = 0$. В этом случае в матрице F , определяемой (7), необходимо вычеркнуть 4-й столбец и 4-ю строку.

Применительно к случаю $\delta\psi_2 = 0$, опишем процедуру коррекции. Коррекция систематической погрешности $\delta\psi_1$ происходит следующим образом. Полученная в результате коррекции (11) на такте, когда $H \neq 0$, оценка $\delta\tilde{\psi}_1$ систематической погрешности $\delta\psi_1$ (четвертая компонента вектора $\delta\mu_k$) вычитается из показаний датчика угла поворота рулевого колеса (до следующего момента коррекции, при котором $H \neq 0$).

Так, пусть t_n — моменты коррекции (моменты, когда $H \neq 0$). Обозначим $\delta\psi_{1, n-}$, $\delta\psi_{1, n+}$ значения систематической погрешности $\delta\psi_1$ до и после t_n , а $\delta\tilde{\psi}_{1, n}$ — оценку систематической погрешности в момент t_n . В этом случае

$$\delta\psi_{1, n+} = \delta\psi_{1, n-} - k\delta\tilde{\psi}_{1, n}. \quad (16)$$

Выбором величины, фигурирующего в (16) коэффициента k , можно влиять как на быстроту затухания переходного процесса, так и на флуктуацию значений $\delta\tilde{\psi}_{1, n+}$ после окончания переходного процесса (рис. 2).

Для повышения точности вычислительных процедур в такого рода задачах обычно используются алгоритмы, позволяющие вычислять множители Холецкого соответствующих ковариационных матриц. Ниже будет описан алгоритм [11], базирующийся на QR-разложении матрицы. Предполагается, что матрица R_k обратима. Общий случай см. в [11].

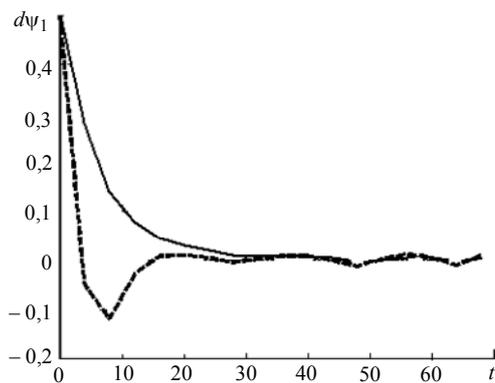


Рис. 2

4. Вычисление множителей Холецкого

Пусть m_k, p_k, q_k, r_k — множители Холецкого матриц M_k, S_k, Q_k, R_k соответственно, т.е.

$$M_k = m_k m_k^T, \quad S_k = p_k p_k^T, \quad Q_k = q_k q_k^T, \quad R_k = r_k r_k^T. \quad (17)$$

В рассматриваемом случае обратимости матрицы R_k соотношение (14) можно переписать в следующем виде:

$$p_k p_k^T = m_k (I + m_k^T H^T R_k^{-1} H m_k)^{-1} m_k^T. \quad (18)$$

Представим выражение в скобках в виде произведения двух прямоугольных матриц

$$I + m_k^T H^T R_k^{-1} H m_k = N_k N_k^T,$$

$$N_k = [I \quad m_k^T H^T R_k^{-1}].$$

С помощью ортогональной матрицы U , используя алгоритм QR-разложения, преобразуем матрицу N_k^T следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \Lambda_k \\ 0 \end{bmatrix} = U_k N_k^T, \quad (19)$$

где Λ_k — обратимая матрица.

Итак, согласно (18), (19) имеем

$$p_k = m_k \Lambda_k^{-1}. \quad (20)$$

Аналогично представим правую часть (13) в виде произведения двух прямоугольных матриц и используем QR-разложение этих матриц, которое осуществляет ортогональная матрица Z_k .

$$m_{k+1} m_{k+1}^T = T_k T_k^T,$$

$$T_k = [\Phi_k p_k \quad q_k], \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} X_k^T \\ 0 \end{bmatrix} = Z_k T_k^T, \quad (22)$$

$$m_{k+1} = X_k. \quad (23)$$

Таким образом, по заданным m_k, r_k согласно (19), (20) вычисляется множитель p_k , а далее согласно (21)–(23) находится множитель m_{k+1} .

Пример. ТР (рис. 1), расстояние между осями которого $|AB| = 2L = 1$ м, $\ell = L$, движется по окружности, радиус которой $R = 10$ м (радиус движения точек A, B), с постоянной скоростью $V = 1$ м/с. Согласно рис. 1 $\sin \psi_1 = \frac{L}{R} = 5 \cdot 10^{-2}$.

Измерения параметров движения происходят с частотой 50 Гц, т.е. $d = 0,02$ с. Принимаются следующие гипотезы о погрешностях измерений кинематических параметров ТР: скорость V_B регистрируется без помех, измерения угла поворота рулевого колеса ψ_1 сопровождаются аддитивными погрешностями. Погрешность измерений угла поворота $\delta\psi_1 = m + n$ содержит систематическую погрешность m и случайную n , которая моделируется последовательностью случайных чисел n_k с равномерным распределением, нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma = 0,03$. Интервал времени, на котором проводилось моделирование,

принят равным 68 с. В начальный момент точка O ТР имеет координаты: $x = \sqrt{R^2 - \ell^2}$, $y = 0$. Угол θ при $t = 0$ принят равным $\frac{\pi}{2}$.

Проиллюстрируем возможность использования сигналов GPS для коррекции НС. Частота коррекции принимается равной $\frac{1}{4}$ Гц. Систематические погрешности измерения углов поворота рулевых колес следующие: $\delta\psi_1 = 0,5$, $\delta\psi_2 = 0$. Погрешность $\delta\psi_1$ компенсируется в соответствии с соотношением (16). Матрица H задается соотношением (15). Определим фигурирующие в (18) множители Холецкого.

Полагаем, что матрицы q_k, r_k не зависят от k , т.е. $q_k = q$, $r_k = r$, $k = 0, 1, \dots$. Выберем следующие значения для этих матриц

$$q = 10^{-2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad \eta = 0,2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}.$$

Определяющая ковариационную матрицу начальной оценки вектора $\delta\mu$, матрица p_0 принимается в виде $p_0 = 10^{-3} I$. Для определения навигационных параметров использовалось соотношение (6).

Результаты моделирования работы описанного алгоритма НС приведены на рис. 2–4.

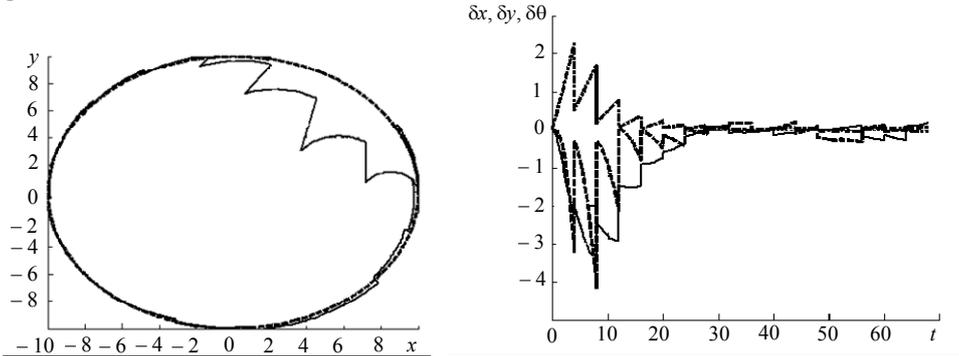


Рис. 3

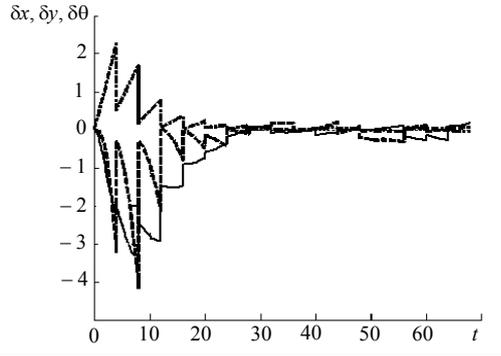


Рис. 4

Изменение систематической погрешности $\delta\psi_1$ (сплошная линия соответствует $k = 1$ в (16), штриховая — $k = 0,4$) приведено на рис. 2. На рис. 3 показаны графики оценки траектории движения ТР (сплошная линия) и фактическая траектория (пунктирная линия). На рис. 4 приведены графики погрешностей определения координат и угла поворота ТР (сплошная линия соответствует δx , пунктирная — δy , штрих-пунктирная — $\delta\theta$).

Отметим, что результаты, приведенные на рис. 3, 4, соответствуют значению $k = 0,4$ в (16).

Судя по результатам, приведенным на этих графиках, описанный алгоритм НС позволяет компенсировать значительные систематические погрешности датчика.

Заключение

Рассмотрена задача навигации колесного транспортного робота с двумя рулевыми колесами. Задача решается без использования акселерометров и датчиков угловой скорости, только путем измерения кинематических параметров движения. Предполагается, что датчики углов поворотов рулевых колес имеют системати-

ческие ошибки, которые необходимо компенсировать. Коррекция навигационных параметров осуществляется с помощью сигналов GPS. Подробно рассмотрен случай, когда систематическую погрешность имеет только один из датчиков углов поворотов рулевых колес. Излагаемый подход базируется на том, что колесный робот рассматривается как система с неголономными связями. Эффективность функционирования такой навигационной системы демонстрируется на примере.

В.Б. Ларин

ПРО НАВИГАЦИЮ ТРАНСПОРТНОГО РОБОТА З ДВОМА РУЛЬОВИМИ КОЛЕСАМИ

Розглянуто задачу навігації колісного транспортного робота з двома рульовими колесами. Задача розв'язується без використання акселерометрів і датчиків кутової швидкості тільки шляхом вимірювання кінематичних параметрів руху. Передбачається, що датчики кутів поворотів рулевих коліс мають систематичні похибки, які необхідно компенсувати. Корекція навігаційних параметрів здійснюється за допомогою сигналів GPS. Детально розглянуто випадок, коли систематичну похибку має тільки один з датчиків кутів поворотів рулевих коліс. Запропонований підхід базується на тому, що колісний робот розглядається як система з неголономними зв'язками. Ефективність функціонування такої навігаційної системи демонструється на прикладі.

V.B. Larin

ON NAVIGATION OF THE TRANSPORT ROBOT WITH TWO STEERING WHEELS

The problem of navigation of the wheeled transport robot with two steering wheels is considered. The problem is solved without the use of accelerometers and gyroscopes, but only by measurement of kinematic parameters of movement. It is supposed, that sensors of angles of turns of steering wheels have regular errors which it is necessary to compensate. Correction of navigating parameters is carried out by signals of GPS. The case when only one of the sensors of angles of turns of steering wheels has a regular error is considered in detail. The stated approach is based on the treatment of the wheeled robot as a system with nonholonomic constraints. Efficiency of algorithm of such navigating system is shown on the example.

1. *Martynyk A.A.* Elements of a theory of stability of motion for hybrid systems (review) // *Int. Appl. Mech.* — 2015. — **51**, N 3. — P. 3–66.
2. *Larin V.B., Tunik A.A.* On improving the quality of tracking the program trajectory by aircraft // *Ibid.* — 2015. — **51**, N 5. — P. 137–144.
3. *Larin V.B., Tunik A.A.* Fault-tolerant strapdown inertial navigation systems with external corrections // *Appl. and Comp. Math.* — 2015. — **14**, N 1. — P. 23–37.
4. *Larin V.B., Tunik A.A.* Software algorithms for low-cost strapdown inertial navigation systems of small UAV // *TWMS J. Pure Appl. Math.* — 2016. — **7**, N 2. — P. 146–166.
5. *Larin V.B.* On navigation sensor error correction // *Int. Appl. Mech.* — 2016. — **52**, N 1. — P. 90–95.
6. *Larin V.B., Tunik A.A.* On inertial-navigation system without angular-rate sensor // *Ibid.* — 2013. — **49**, N 4. — P. 488–500.
7. *Ларин В.Б.* О навигации колесного транспортного робота // *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. — 2014. — № 4. — С. 89–95.
8. *Larin V.B.* Navigation of the wheeled transport robot under measurement noise // *TWMS J. Pure Appl. Math.* — 2016. — **7**, N 1. — P. 20–27.
9. *Fazal-ur-Rehman.* steering of nonholonomic mobile robots by using differential geometric approach // *Appl. Comput. Math.* — 2002. — **1**, N 2. — P. 131–141.
10. *Bryson A.E. Jr., Ho-Yu-Chi.* Applied optimal control. optimization, estimation and control. — Massachusetts, Waltham : Braisdell Publishing Company. — 1969. — 544 p.
11. *Larin V.B.* Attitude-determination problems for a rigid body // *Int. Appl. Mech.* — 2001. — **37**, N 7. — P. 870–898.

Получено 20.12.2016