УДК 681.51

В.Л. Тимченко, О.А. Ухин, Д.О. Лебедев

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ МОРСКИМИ ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Введение

Снижение транспортных затрат морского флота оптимизацией систем управления судами при движении по заданным траекториям, увеличение рабочего времени функционирования морского технологического оборудования и повышение надежности управления специализированными судами с системами динамического позиционирования в критических переходных режимах при воздействии значительных внешних возмущений требуют совершенствования и практической реализации принципов робастно-оптимального управления [1], которое обеспечивает решение соответствующих функциональных задач в режиме реального времени.

Модели динамики морского подвижного объекта, как твердого тела, функционирующего на границе раздела воздушной и жидкостной сред, достаточно изучены [2–4] и описываются многомерными нелинейными стохастическими дифференциальными системами уравнений. Полное и точное описание динамики морского подвижного объекта под воздействием случайных возмущений крайне затруднено из-за неполной определенности параметров динамической модели в силу невозможности физически сформировать и математически описать все факторы, которые влияют на значение или описывающую функцию параметра модели объекта, а также невозможности измерить некоторые составляющие внешних возмущений (пульсации ветра, нерегулярное волнение). Основные общеприменяемые упрощения для рассматриваемых функциональных задач управления морскими подвижными объектами включают: стационарность внешних случайных возмущений, горизонтальную плоскость динамических колебаний объекта и ряд других допущений [3].

С учетом многомерной нелинейной модели управляемого объекта значительная вычислительная сложность решения краевых задач для синтеза программного управления и матричных уравнений Риккати при построении оптимального регулятора ограничивает применение классических методов оптимального управления. Квадратичные критерии оптимальности требуют формализации матриц весовых коэффициентов на основе дополнительных процедур вычислений [5] или эмпирических расчетов. Развитие фундаментального принципа управления на основе обратных связей [6] базируется на широком применении для синтеза оптимального управления статических обратных связей [7, 8], линейных матричных неравенств с учетом действия произвольных ограниченных возмущений [9], однако, применяемых в основном для линейных или эквивалентных линейных моделей [7, 10] управляемых систем, в том числе, например, морских подвижных объектов [11, 12].

Альтернативные подходы, например, основанные на принципах решения обратных задач динамики и структурного синтеза [13], не всегда позволяют оптимизировать параметры программных (назначенных) траекторий.

Неполная определенность параметров динамической модели морского подвижного объекта и окружающей среды, а также в задаче управления в реальном времени приводит к необходимости применения принципов робастного управле-© В.Л. ТИМЧЕНКО, О.А. УХИН, Д.О. ЛЕБЕДЕВ, 2017

Международный научно-технический журнал

«Проблемы управления и информатики», 2017, № 4

ния. Использование, например, эффективных для определенного (реактивного) типа движителей систем с переменной структурой [14] требует повышенных расходов энергии управления и частых переключений, что может снижать работоспособность управления морским подвижным объектом.

Реализовать высокотехнологические функциональные требования при маневрировании и позиционировании морских подвижных объектов можно с помощью прикладных систем управления с переменной структурой на основе специальных переключающихся обратных связей. Эти системы обеспечивают минимизацию энергозатрат или максимальное быстродействие для конкретной функциональной задачи управления морским подвижным объектом (соответственно, рабочего технологического или переходного критического режимов) с требуемой точностью управления и достаточной инвариантностью к неопределенности объектов и окружающей среды [15, 16].

Таким образом, развитие инженерных аспектов принципа робастно-оптимального управления представляется перспективным направлением совершенствования систем автоматического управления подвижными объектами. Робастно-оптимальное управление предполагает оптимальную систему управления как эталонную модель, сформированную на основе априорной информации о параметрах объекта и контролируемых (измеряемых) возмущениях. Робастное управление обеспечивает компенсацию отклонения физического объекта от оптимальной траектории, возникающей вследствие рассогласования параметров модели и физического объекта и влияния неконтролируемых возмущений.

Оптимизация нелинейных систем переменной структуры

Предлагаемый подход базируется на использовании обратных связей с переменной структурой и включает следующие основные этапы: планирование оптимальной траектории; определение моментов переключения управляющих функций в цепях обратной связи объекта; синтез управляющих функций в соответствующих цепях обратной связи многомерного объекта, изложенные для линейных моделей в работах [15, 16].

Планирование траектории динамического объекта, в общем случае нелинейного нестационарного вида, для заданных критериев оптимальности и граничных условий заключается в определении необходимого количества отрезков траектории с постоянными значениями соответствующих производных координат состояния, а также моментов времени переключения управляющих функций в цепях обратных связей при переходе с начального отрезка на заданный отрезок траектории.

Переключение управляющих функций изменяет структурную конфигурацию обратных связей и решает задачу обеспечения оптимальной траектории объекта с требуемым порядком производной координаты состояния с соответствующим позитивным или негативным постоянным значением.

Синтез управляющих функций определяется на основе уравнений соответствующего баланса сил (моментов) и их производных, при которых на определенных отрезках траектории выполняются условия постоянства соответствующих производных координат состояния. При этом можно сделать обобщенный вывод относительно прямых условий оптимальности для практического построения траекторий морского подвижного объекта в координатной форме при позитивных значениях производных вектора координат состояния. Траектория для заданных граничных условий будет оптимальной по быстродействию при движении с максимальным количеством возможных максимальных значений производных вектора координат состояния, определяемых ограничениями на управляющее воздействие, это будет траектория с наибольшим расходом энергии. Моменты переключения управляющих функций в обратных связях рассчитываются решением системы алгебраических уравнений, составленных на основе вида планируемых оптимальных траекторий с учетом ограничений на управляющее воздействие и заданных граничных условий [15].

При решении практических задач динамического позиционирования необходимо компенсировать отклонение морского подвижного объекта от центра позиционирования за минимальный интервал времени. Переход динамического объекта из начального отрезка на заданный отрезок траектории с учетом требований физической реализуемости управляющих воздействий описывается следующими уравнениями:

$$V(t_{i}^{s}) = V(t_{i-1}^{s}) + \dots + \overset{(m-1)}{V}(t_{i-1}^{s}) \frac{(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s})^{m-1}}{(m-1)!} \pm \overset{(m)}{V}(t_{i-1}^{s}) \frac{(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s})^{m}}{m!},$$

$$\dot{V}(t_{i}^{s}) = \dot{V}(t_{i-1}^{s}) + \dots + \overset{(m-1)}{V}(t_{i-1}^{s}) \frac{(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s})^{m-2}}{(m-2)!} \pm \overset{(m)}{V}(t_{i-1}^{s}) \frac{(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s})^{m-1}}{(m-1)!},$$
 (1)

$$\overset{(m-1)}{\mathbf{V}} (t_i^s) = \overset{(m-1)}{\mathbf{V}} (t_{i-1}^s) \overset{(m)}{\pm} \overset{(m)}{\mathbf{V}} (t_{i-1}^s) (t_i^s - t_{i-1}^s).$$

.....

Здесь $V(t_i^s)$ — вектор координат морского подвижного объекта, t_i^s — момент переключения управляющих функций на *i*-м отрезке траектории.

Введение ограничений на управляющее воздействие ограничивает количество возможных производных управляемой координаты, что влияет на вид оптимальной траектории и значительно усложняет ее расчет. Для заданных граничных условий и значений производных вектора координат объекта, определенных с учетом ограничений на управление, на основе решения систем алгебраических уравнений вида (1) разработаны алгоритмы, включающие для многомерной системы введение ведущих, субведущих и ведомых переменных (leading, subleading, driven coordinates соответственно), формирование последовательности моментов времени переключения управляющих функций в обратных связях объекта управления [16]. Например, для систем четвертого порядка применяется разделение координат на ведущие и ведомые по следующему принципу: ведущей координатой будет координата, которой потребуется наименьшее время для перехода в контрольную точку. Рассмотрим линейную систему, которая описывает в переменных состояния движение судна с малыми скоростями и постоянным углом курса, соответствующего по диаметральной плоскости судна направлению действия основных возмущений, в горизонтальной плоскости:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v_x(t), \\ \dot{v}_x(t) &= a_{11}v_x(t) + a_{12}v_y(t) + b_{11}T_x(t), \\ \dot{y}(t) &= v_y(t), \end{aligned} \tag{2}$$

$$\dot{v}_y(t) &= a_{21}v_x(t) + a_{22}v_y(t) + b_{22}T_y(t), \\ \left| v_x(t) \right| &\leq \dot{v}_{x\max}, \ \left| \dot{v}_y(t) \right| &\leq \dot{v}_{y\max}. \end{aligned}$$

Здесь x(t), y(t) — продольная и поперечная координаты судна, $v_x(t)$, $v_y(t)$ — продольная и поперечная скорости, $T_x(t)$, $T_y(t)$ — продольный и поперечный упор движителей, a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} , b_{11} , b_{22} — параметры объекта управления.

Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики», 2017, № 4

107

Изменения управляемых координат на *i*-м отрезке траектории с учетом ограничений системы (2) описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x(t_{i}^{s}) &= x(t_{i-1}^{s}) + \dot{x}(t_{i-1}^{s})(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s}) + \ddot{x}(t_{i-1}^{s})\frac{(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s})^{2}}{2}, \\ \dot{x}(t_{i}^{s}) &= \dot{x}(t_{i-1}^{s}) + \ddot{x}(t_{i-1}^{s})(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s}). \\ \ddot{x}(t_{i-1}^{s}) &= \text{const}, \\ y(t_{i}^{s}) &= y(t_{i-1}^{s}) + \dot{y}(t_{i-1}^{s})(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s}) + \ddot{y}(t_{i-1}^{s})\frac{(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s})^{2}}{2}, \\ \dot{y}(t_{i}^{s}) &= \dot{y}(t_{i-1}^{s}) + \ddot{y}(t_{i-1}^{s})(t_{i}^{s} - t_{i-1}^{s}), \\ \ddot{y}(t_{i-1}^{s}) &= \text{const}. \end{aligned}$$
(3)

Для построения оптимальной по быстродействию траектории перехода объекта управления из начальной точки в заданную с учетом ограничений на управляющее воздействие предлагается следующая алгоритмическая процедура.

1. Определение требуемого времени для перехода в заданное значение для каждой фазовой координаты на основе решения системы уравнений движения, представленных в координатной форме и описываемых для *i*-го отрезка с соответствующей нулевой производной вектора координат уравнениями вида (3), предполагая, что каждая из фазовых координат независимая.

2. Определение значений координат контрольной точки, через которую должны проходить траектории управляемых фазовых координат для попадания в заданную конечную точку. Для этого сравниваются полученные из уравнений (3) значения требуемого времени для каждой фазовой координаты. Если $t_x > t_{\dot{x}}$, контрольная точка находится в области x < |x(0)|, при $t_x < t_{\dot{x}}$ — в области x > |x(0)|. Если при переходе в контрольную точку пересекается ось абсцисс траектории фазовых координат, то точка смещается в место пересечения; аналогично и для второй управляемой координаты.

3. При определении ведущей и ведомой координат ведущая координата определяется по наименьшему требуемому времени перехода в заданное положение. Соответственно, ведомой будет координата, для которой требуется большее количество времени для перехода в заданное положение.

4. Если заданные конечные значения производных ведущей координаты нулевые, то переход в заданные точки управляемыми координатами выполняется по следующей процедуре:

1) параллельный перевод ведущей и ведомой координат в контрольные точки;

 при достижении ведущей координатой контрольной точки осуществляется переход на следующий отрезок траектории; аналогично и для ведомой координаты;

 фиксация ведущей координаты при достижении заданного конечного значения;

4) перевод ведомой координаты в заданное конечное состояние.

5. Если заданные конечные значения производных ведущей координаты не являются нулевыми, то переход в заданные точки управляемыми координатами выполняется по следующей процедуре:

1) перевод ведущей координаты в контрольную точку x_{k1} (при этом ведомая координата перемещается в точку y_{k1});

2) фиксация ведущей координаты;

3) определение второй контрольной точки для ведомой координаты. Определение требуемого времени для перехода ведущей координаты из контрольной точки x_{k1} в конечную. Определение точки y_{k2} для ведомой координаты, чтобы время, потраченое на переход из точки y_{k2} в конечную точку, было равно времени перехода ведущей координаты из точки x_{k1} в конечную точку;

4) перевод ведомой координаты в контрольную точку у_{k2};

5) перевод обеих координат в заданную конечную точку. СТОП.

В результате применения предложенной алгоритмической процедуры формирования оптимальной по быстродействию траектории движения судна на плоскости с постоянным углом курса получены: зависимость управляемых координат (рис. 1, *a*), зависимость управляемых координат с учетом временной оси (рис. 1, *б*), зависимости переменных состояния управляемых координат (рис. 2, *a*, *б*). Траектория стабилизации имеет три точки переключения, что соответствует теореме Фельдбаума о числе переключений [17].



Рис. 2

Динамику морского подвижного объекта в наиболее обобщенном виде для систем динамического позиционирования с учетом общепринятых допущений о колебаниях в горизонтальной плоскости можно представить в векторно-матричной форме [3, 16]

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{V})\mathbf{V}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{V})\mathbf{U}(t) + \mathbf{CF}(t), \tag{4}$$

где V(t) = $[v_x(t) v_y(t) \omega(t)]^T$ — вектор координат состояния; U(t) = $[f_x(t) f_y(t) f_\omega(t)]^T$ — вектор управляющих сил и момента, F(t) = $[f_x(t) f_y(t) f_\omega(t)]^T$ — вектор сил и мо-

Международный научно-технический журнал

«Проблемы управления и информатики», 2017, № 4

мента внешних возмущений, A(V) =
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\omega & a_{13}\omega \\ a_{21}\omega & a_{22} & a_{23} \\ a_{31}v_y & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$
, B(V) = $\begin{vmatrix} b_{11}(v_x) & 0 & 0 \\ 0 & b_{21}(v_y) & 0 \\ 0 & b_{32}(v_y) & b_{31}(\omega) \end{vmatrix}$,

 $C = \begin{vmatrix} 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} \end{vmatrix}$ — матрицы параметров, зависящих от инерционных и аэрогид-

родинамических коэффициентов, а для матриц A(V), B(V) — также от значений соответствующих координат.

Будем предполагать, что измеряемые ветровое воздействие и течение компенсируются соответствующим дополнительным каналом управления, а компенсация неизмеряемого морского волнения будет рассмотрена ниже при синтезе корректирующего канала управления.

Для формирования управляющих функций сформируем уравнения баланса сил (моментов) второй и третьей производных координат состояния для нелинейных стационарных моделей морских подвижных объектов (4) в виде

$$\ddot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{V})\dot{\mathbf{V}}(t) + \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{V})\mathbf{V}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{V})\dot{\mathbf{U}}(t) + \dot{\mathbf{B}}(\mathbf{V})\mathbf{U}(t),$$

$$\ddot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{V})\ddot{\mathbf{V}}(t) + 2\dot{\mathbf{A}}(\mathbf{V})\dot{\mathbf{V}}(t) + \ddot{\mathbf{A}}(\mathbf{V})\mathbf{V}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{V})\ddot{\mathbf{U}}(t) + 2\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{V})\dot{\mathbf{U}}(t) + \ddot{\mathbf{B}}(\mathbf{V})\mathbf{U}(t).$$
(5)

Векторно-матричные преобразования системы (5) (опуская аргумент V для матриц A и B) дают выражения управлений для нулевых векторов соответствующих производных координат состояния

$$B\dot{U}(t) + (AB + \dot{B})U(t) = -(\dot{A} + A^{2})V(t),$$

$$B\ddot{U}(t) + (AB + 2\dot{B})\dot{U}(t) + (A^{2} + 2\dot{A}B + A\dot{B} + \ddot{B})U(t) = -(A^{3} + 2\dot{A}A + A\dot{A} + \ddot{A})V(t).$$
(6)

Таким образом, уравнения (6) формируют управление и определяют баланс приведенных сил (моментов) управления и демпфирования (т.е. балансировочный режим) для движения по соответствующим отрезкам траекторий с нулевыми значениями вектора координат $\ddot{V}(t) = 0$ и $\ddot{V}(t) = 0$ соответственно.

Моменты переключения управляющих функций являются статическими точками, для которых конечные значения переменных состояния для *i*-го отрезка траектории определяют совместно с новым значением высшей производной координаты, определенным на основе сформированных отрезков оптимальной траектории, начальные значения (*i*+1)-го отрезка траектории. Необходимые начальные значения управляющих функций для обеспечения движения морского подвижного объекта с заданными начальными условиями (V(t_i^s), $\dot{V}(t_i^s)$) по соответствующему отрезку траектории получим из следующих алгебраических соотношений:

$$U(t_{i}^{s}) = B^{-1}[\dot{V}(t_{i}^{s}) - AV(t_{i}^{s})],$$

$$\dot{U}(t_{i}^{s}) = B^{-1}[\ddot{V}(t_{i}^{s}) - A\dot{V}(t_{i}^{s}) - \dot{A}V(t_{i}^{s}) - \dot{B}U(t_{i}^{s})],$$

$$\ddot{U}(t_{i}^{s}) = B^{-1}[\ddot{V}(t_{i}^{s}) - A\ddot{V}(t_{i}^{s}) - 2\dot{A}\dot{V}(t_{i}^{s}) - \ddot{A}V(t_{i}^{s}) - 2\dot{B}\dot{U}(t_{i}^{s}) - \ddot{B}U(t_{i}^{s})],$$

$$(7)$$

где t_i^s — *i*-й момент переключения.

С учетом заданных ограничений на управляющее воздействие максимальными, физически реализуемыми начальными значениями управляющих функций, максимальное начальное значение первой и второй производной вектора координат состояния морского подвижного объекта будет иметь вид

$$\dot{\mathbf{V}}(t_i^s) = \mathbf{A}\mathbf{V}(t_i^s) + \mathbf{B}\mathbf{U}_{\max}(t_i^s),$$
$$\ddot{\mathbf{V}}(t_i^s) = (\mathbf{A}^2 + \dot{\mathbf{A}})\mathbf{V}(t_i^s) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{U}}_{\max}(t_i^s) + (\mathbf{A}\mathbf{B} + \dot{\mathbf{B}})\mathbf{U}_{\max}(t_i^s).$$

ISSN 0572-2691

Для рассматриваемых задач динамики морского подвижного объекта [3] принимают B = const, тогда уравнения (5) реализуют систему, представленную на рис. 3 (МПО — морской подвижный объект, БКП — блок ключей переключения):

$$\begin{split} & \mathrm{B}\dot{\mathrm{U}}(t) + \mathrm{A}\mathrm{B}\mathrm{U}(t) = -(\dot{\mathrm{A}} + \mathrm{A}^2)\mathrm{V}(t),\\ & \mathrm{B}\ddot{\mathrm{U}}(t) + \mathrm{A}\mathrm{B}\dot{\mathrm{U}}(t) + (\mathrm{A}^2\mathrm{B} + 2\dot{\mathrm{A}}\mathrm{B})\mathrm{U}(t) = -(\mathrm{A}^3 + 2\dot{\mathrm{A}}\mathrm{A} + \mathrm{A}\dot{\mathrm{A}} + \ddot{\mathrm{A}})\mathrm{V}(t), \end{split}$$

где A = A(V).





Пример моделирования

Для оценки эффективности предложенного подхода рассмотрим моделирование процесса стабилизации угла курса судна, управляемого пером руля при положительной угловой скорости [2, 15]

$$\ddot{\omega}(t) + a_1 \dot{\omega}(t) + a_2 \omega^2(t) = b_1 \dot{\alpha}(t) + b_2 \alpha(t),$$

$$\dot{\psi}(t) = \omega(t),$$
(8)

где α — угол перекладки руля, ω — угловая скорость, $\psi(t)$ — угол курса, $a_1 = 0,084, a_2 = 0,001, b_1 = 0,0063$, $b_2 = 0,0002$ — приведенные коэффициенты, заданные для конкретной модели судна.

Сформируем траектории стабилизации судна при нулевой производной $\ddot{\omega}$ ($\ddot{\omega}$ (t) = = ± const) для граничных условий $\psi(0) = 0$, $\omega(0) = 0$, $\dot{\omega}(0) = 0$, $\ddot{\omega}(0) = 2 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-3}$; $\psi(T) = \psi_{\text{giv}} = 12$ град, $\omega(T) = 0$, $\dot{\omega}(T) = 0$, $\ddot{\omega}(t_i^s) = \pm 2 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-3}$:

• первый отрезок траектории:

$$\Psi(t_1^s) = 2 \cdot 10^{-6} \frac{(t_1^s)^3}{6}, \ \omega(t_1^s) = 2 \cdot 10^{-6} \frac{(t_1^s)^2}{2}, \ \dot{\omega}(t_1^s) = 2 \cdot 10^{-6} t_1^s;$$
(9)

Международный научно-технический журнал

«Проблемы управления и информатики», 2017, № 4

111

• второй:

$$\begin{aligned} \psi(t_2^s) &= \psi(t_1^s) + \omega(t_1^s)(t_2^s - t_1^s) + \dot{\omega}(t_1^s) \frac{(t_2^s - t_1^s)^2}{2} - 2 \cdot 10^{-6} \frac{(t_2^s - t_1^s)^3}{6}, \\ \omega(t_2^s) &= \omega(t_1^s) + \dot{\omega}(t_p)(t_2^s - t_1^s) - 2 \cdot 10^{-6} \frac{(t_2^s - t_1^s)^2}{2}, \\ \dot{\omega}(t_2^s) &= \dot{\omega}(t_1^s) - 2 \cdot 10^{-6} (t_2^s - t_1^s); \end{aligned}$$
(10)

• третий:

$$\psi(t_{2}^{s}) + \omega(t_{2}^{s})(T - t_{2}^{s}) + \dot{\omega}(t_{2}^{s})\frac{(T - t_{2}^{s})^{2}}{2} + 2 \cdot 10^{-6} \frac{(T - t_{2}^{s})^{3}}{6} = \psi_{3a\partial},$$

$$\omega(t_{2}^{s}) + \dot{\omega}(t_{2}^{s})(T - t_{2}^{s}) + 2 \cdot 10^{-6} \frac{(T - t_{2}^{s})^{2}}{2} = 0,$$

$$\dot{\omega}(t_{2}^{s}) + 2 \cdot 10^{-6}(T - t_{2}^{s}) = 0.$$

(11)

где t_1^s, t_2^s — моменты переключений, T — момент окончания переходного процесса.

Решение уравнений (9)–(11) определяет моменты времени переключения управляющих функций $t_1^s = 37,41$ с, $t_2^s = 112,23$ с и окончания переходного процесса T = 149,64 с. Управляющие функции в цепи обратной связи определятся на основе выражений вида (6). Значения угловой скорости перекладки руля в момент переключения управляющей функции $\dot{\alpha}(t_i^s)$ примут вид: на первом участке траектории — $\dot{\alpha}(0) = 3,174 \cdot 10^{-4}$ рад/с, на втором — $\dot{\alpha}(t_1^s) = 4,6 \cdot 10^{-5}$ рад/с и на третьем — $\dot{\alpha}(t_2^s) = -1,232 \cdot 10^{-4}$ рад/с.

Уравнение для определения управляющих функций при условии $\ddot{\omega}(t) = 0$ запишем

$$b_1\ddot{\alpha}(t) + (b_2 - a_2b_1)\dot{\alpha}(t) - a_1b_2\alpha(t) = (2a_2\omega(t) - a_1^2)\dot{\omega}(t) - a_1a_2\omega^2(t).$$

Результаты моделирования (рис. 4) для систем с переменной структурой (сплошная линия) и оптимизированного пропорционально-интегрально-дифференцирующего (ПИД) регулятора (штриховая линия) показывают временные (a - для угла курса $\psi(t)$; δ — угловой скорости $\omega(t)$; e — углового ускорения $\dot{\omega}(t)$; z — угла перекладки руля $\alpha(t)$; ∂ — фазовые $\omega(\psi)$; e — $\dot{\omega}(\psi)$; \mathcal{H} — $\dot{\omega}(\omega)$; s — $\dot{\omega}(\omega, t)$ характеристики, демонстрирующие для систем с переменной структурой значительно более низкие затраты энергии (указанные на рис. 4, z в приведенных единицах).



ISSN 0572-2691



Рассмотрим уравнение движения судна для произвольных значений угловой скорости [2]:

$$\ddot{\omega}(t) + a_1 \dot{\omega}(t) + a_2 \omega(t) \left| \omega(t) \right| = b_1 \dot{\alpha}(t) + b_2 \alpha(t),$$
$$\dot{\psi}(t) = \omega(t).$$

Управляющие функции оптимальной по быстродействию системы (рис. 5), обеспечивающие движение по отрезкам траектории вида (9)–(11), будут определяться из выражения

$$b_{1}\ddot{\alpha}(t) + (b_{2} - a_{2}b_{1})\dot{\alpha}(t) - a_{1}b_{2}\alpha(t) = (2a_{2}|\omega(t)| - a_{1}^{2})\dot{\omega}(t) - a_{1}a_{2}|\omega(t)|\omega(t).$$
(12)

Международный научно-технический журнал

[«]Проблемы управления и информатики», 2017, № 4



Синтез робастного корректирующего управления

К основным неопределенностям при управлении морским подвижным объектом относятся:

1) разброс параметров математической модели и физического объекта;

- 2) неконтролируемые (неизмеряемые) внешние возмущения;
- 3) параметрические шумы измерений.

Решение задачи робастного управления морского подвижного объекта в условиях неполной определенности базируется на использовании системы переменной структуры, которая формирует оптимальную (эталонную) модель управляемого движения объекта с учетом контролируемых внешних возмущений. Управляющий сигнал с оптимальной модели поступает на вход физического морского подвижного объекта (рис. 6), затем в контуре робастного управления формируется корректирующий сигнал на основе сравнения сигнала с выхода оптимальной модели с сигналом на выходе физического объекта управления.

На основе анализа функций чувствительности ошибки системы к определенным интервалам разброса параметров, к действию параметрических шумов и ограниченных внешних возмущений в [15] показано, что использование сигнала оптимального управления $U_m(t)$, сформированного в оптимальной модели, обеспечивает требуемую инвариантность системы для ограниченных значений рассогласования параметров без значительного коэффициента усиления в робастном контуре.

Предлагаемый подход для допустимого упрощения синтеза робастного корректирующего управления предполагает линеаризацию полученных уравнений для вектора ошибки в целях применения принципа суперпозиции для получаемых линейных уравнений. При этом оптимальные управление и траектории, как описано выше, формируются с учетом нелинейности модели, а невязку, возникающую вследствие линеаризации, следует отнести к дополнительной неопределенности, требующей коррекции при управлении.



Рис. 6

Дифференциальное уравнение (4) с учетом робастного контура примет вид

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{A}^* \mathbf{V}(t) + \mathbf{B}[\mathbf{U}_m(t) + \mathbf{U}_k(t)],$$
 (13)

где A^* — матрица, полученная из матрицы A(V) линеаризацией в окрестностях начального значения V(0).

Для оптимальной модели запишем

$$\mathbf{V}_m(t) = \mathbf{A}^* \mathbf{V}_m(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}_m(t).$$
(14)

При определении корректирующего сигнала на основе уравнений (13), (14) получим приближенное выражение для вектора ошибок E(t):

$$\mathbf{E}(t) \approx \mathbf{A}^* \mathbf{E}(t) - \mathbf{B} \mathbf{U}_k(t). \tag{15}$$

При условии для вектора ошибок $G_1E(t) + \dot{E}(t) = 0$ и положительно-определенной симметричной матрице весовых коэффициентов G_1 для корректирующего управления с учетом (15) получим

1

$$U_k(t) = B^{-1}(A^* + G_1)]E(t).$$
 (16)

115

Условие для вектора ошибок $G_2E(t) + G_1\dot{E}(t) + \ddot{E}(t) = 0$ и положительно-определенных симметричных матрицах весовых коэффициентов G_1 И G_2 формирует корректирующее управление вида

$$BU_{k}(t) + (G_{1} + A^{*})BU_{k}(t) = [(A^{*})^{2} + G_{1}A^{*} + G_{2})]E(t).$$
(17)

Международный научно-технический журнал

[«]Проблемы управления и информатики», 2017, № 4

Результаты моделирования процесса стабилизации судна на основе модели (12) с учетом воздействия неконтролируемого нерегулярного волнения, формируемого соответствующим фильтром [3] для балльности волнения с дисперсией волновых ординат $\sigma = 0,143 \text{ м}^2$, рассогласованием параметров математической модели и физического судна, задаваемым в пределах 15 %, а также влияния параметрического шума заданной интенсивности, представлены на рис. 7.



Графики изменения выходной величины курса судна (a — конечное значение ошибки 2 %) и управляющего воздействия (δ — штриховая линия — оптимальное управление) при корректирующем сигнале, сформированном на основе выражения (16); ошибки по углу курса (a — конечное значение менее 0,1 %) и управляющего воздействия (z — штриховая линия — оптимальное управление) для управления вида (17) показывают достаточные робастные свойства системы управления судном.

Заключение

На основе систем с переменной структурой обратных связей предложена процедура синтеза управляющих функций для многомерных нелинейных систем, описывающих динамику морских подвижных объектов, которая позволяет решать задачи оптимизации процессов стабилизации для максимального быстродействия. Введение дополнительных условий для переменных состояния объекта управления в виде назначения ведущих, субведущих и ведомых координат для моделей до шестого порядка формирует требуемые отрезки оптимальных траекторий стабилизации с учетом ограничений на высшие производные координат объекта, в свою очередь определяемые ограничениями на управляющие воздействия. Формирование балансировочных уравнений сил и моментов, действующих на объект, а также их производных позволяет синтезировать требуемые управляющие воздействия. Обеспечение требуемого уровня инвариантности управления в условиях неполной информативности модели объекта управления, обусловленной недостаточной априорной информацией о параметрах объекта, параметрическими шумами и действием неконтролируемых внешних возмущений, осуществляется робастным корректирующим управлением, удерживающим траекторию стабилизации морского подвижного объекта с необходимой точностью в окрестностях сформированной оптимальной траектории.

Приведенные результаты моделирования демонстрируют эффективность предложенного подхода по показателям расхода энергии и значениям ошибок управления при сравнительном анализе с широко применяемыми системами управления, построенными на основе оптимизированных ПИД-регуляторов. При использовании полученных результатов предполагаются дальнейшие исследования как по созданию судовых робастных авторулевых систем и систем динамического позиционирования, так и по применению результатов исследования в управлении подвижными объектами других типов и другого назначения, например беспилотных летательных объектов.

В.Л. Тимченко, О.О. Ухін, Д.О. Лебедєв

ОПТИМІЗАЦІЯ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ЗМІННОЇ СТРУКТУРИ ДЛЯ КЕРУВАННЯ МОРСЬКИМИ РУХОМИМИ ОБ'ЄКТАМИ

Розглянуто нелінійні моделі систем керування морськими рухомими об'єктами на основі змінних структур зворотних зв'язків. Синтезовано керування, що забезпечує рух за визначеними оптимальними траєкторіями за максимальною швидкодією, зокрема для моделей з суттєвою нелінійністю. Наведено результати моделювання процесу стабілізації судна, які демонструють ефективність запропонованого підходу за витратами енергії та точністю керування.

V.L. Timchenko, O.A. Ukhin, D.O. Lebedev

OPTIMIZATION OF NONLINEAR SYSTEMS OF VARIABLE STRUCTURE FOR CONTROL OF MARINE VEHICLES

The nonlinear models of the marine vehicles control systems are considered on the basis of variable structure of feedbacks. A control which provides motion on the formed optimal trajectories with maximal speed stabilization is synthesized, including for models with essential non-linearity. Modelling examples of ship's stabilization demonstrate the effectiveness of the approach in terms of energy consumption and the value of the control deviations error's values.

- Кунцевич В.М. Синтез робастно-оптимальных систем управления нестационарными объектами при ограниченных возмущениях // Проблемы управления и информатики. — 2004. — № 2. — С. 19–31.
- 2. *Соболев Г.В.* Управляемость корабля и автоматизация судовождения. Л. : Судостроение, 1976. 478 с.
- Лукомский Ю.А., Чугунов В.С. Системы управления морскими подвижными объектами. Л.: Судостроение, 1988. — 272 с.
- 4. *Fossen T.I., Perez T.* Kinematic models for maneuvering and seakeeping of marine vessels // Journal of Modeling, Identification and Control. 2007.— 28, N 1. P. 19–30.

Международный научно-технический журнал

«Проблемы управления и информатики», 2017, № 4

- 5. *Ларин В.Б.* Об обращении проблемы аналитического конструирования регуляторов // Проблемы управления и информатики. 2004. № 1. С. 17–25.
- 6. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратной связи. М. : Наука, 1997. 352 с.
- Banos A., Horowitz I.M. Nonlinear quantitative stability // Int. Journal of Robust and Nonlinear Control. — 2004. — 14. — P. 289–306.
- Comasòlivas R., Escobet T., Quevedo J. Automatic design of robust PID controllers based on QFT specifications // Proceeding of IFAC Conference on Advances in PID Control. — 2012. — P. 715–720.
- Хлебников М.В., Поляк Б.Т., Кунцевич В.М. Оптимизация линейных систем при ограниченных внешних возмущениях (техника инвариантных эллипсоидов) // Автоматика и телемеханика, — 2011. — Вып. 11. — С. 9–59.
- Balashevich N.V., Gabasov R., Kalinin A.I., Kirillova F.M. Optimal control of nonlinear systems // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2002. — 2, N 7. — P. 931–956.
- Fossen T.I., Grovlen A. Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 1998. 6, N 1. P. 121–129.
- 12. *Johansen T.A., Fossen T.I.* Control allocation a survey // Automatica. 2013. **49**, N 5. P. 1087–1103.
- 13. *Крутько П.Д*. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М. : Машиностроение, 2004. 576 с.
- Емельянов С.В. Системы автоматического управления переменной структуры: синтез скалярных и векторных систем по состоянию и по выходу // Нелинейная динамика и управление. 2007. Вып. 5. С. 5–24.
- 15. Тимченко В.Л., Кондратенко Ю.П. Робастная стабилизация морских подвижных объектов на основе систем с переменной структурой обратных связей // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». 2011. № 3. С. 79–92.
- 16. *Тимченко В.Л., Ухин О.А.* Оптимизация процессов стабилизации морского подвижного объекта в режиме динамического позиционирования // Там же. — 2014. — № 4. — С. 77–88.
- Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М.: Наука, 1963. — 552 с.

Получено 28.11.2016 После доработки 06.02.2017