УДК 519.87

Е.В. Ивохин, М.Ф. Махно

О ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ СТРУКТУРИРОВАННЫХ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕЧЕТКОГО ОТСЧЕТА ВРЕМЕНИ

Введение

Как известно, эмоции в человеческих организмах выполняют функцию локального критерия управления, подсказывая организму, что хорошо и что плохо в конкретных условиях, т.е. эмоция играет роль «пеленга», который подсказывает организму, двигается ли он к цели или от цели. В первом случае эмоция позитивна («удовольствие»), во втором — негативна («страдание»). При формализации эмоций можно опираться на введенный Г.А. Голицыным принцип максимума взаимной информации между условиями среды и реакциями системы [1]. Согласно этому принципу эмоции рассматриваются как средства квазиоптимального управления поведением системы (субъекта), которые направляют ее на достижение максимума ее целевой функции (максимума взаимной информации между условиями среды и реакциями системы).

Увеличение некоторой целевой функции L сопровождается позитивными эмоциями, уменьшение — негативными. Поскольку L зависит от некоторых переменных $x=(x_1,..., x_n)$ (факторов влияния на эмоции), характер изменения эмоций определяется в результате изменений этих параметров x_j, $j=\overline{1, n}$.

Более того, эмоции, в сущности, можно считать результатом интегральной оценки ситуации не по всем факторам, которые описывают ее (таких параметров может оказаться очень много), а лишь по нескольким наиболее важным характеристикам. Соответственно, эмоции могут «запускать» поведение, не обязательно оптимальное в конкретной недостаточно изученной ситуации, но такое, которое в наибольшей степени позволит избежать (может, и с большими потерями) катастрофических последствий превышения некоторого важного (например, временного) ресурса.

Существует гипотеза [2], что модели эмоций реализуются у человека на основе нейроподобных распределенных вычислительных структур, задание которых — оперировать оценками (в области как материальных, так и нематериальных благ).

Однако целью построения и развития теоретико-множественных подходов в сфере моделирования человеческого поведения всегда было желание адаптировать математические модели к реальной жизни, получить возможность органически совмещать потенциал вычислительных методов со спецификой человеческого мышления. Поэтому в качестве самых простых подходов к формированию пове-

 ISSN 0572-2691

денческих моделей используется процесс формализации на основе применения нечетких множеств, в рамках которого интуитивно выбираются объекты и понятия, с интерпретацией которых приходится часто иметь дело.

При этом необходимо также отметить, что особенное внимание в сфере анализа социальных ресурсов, определяющих поведение человека, уделяется времени. Например, можно сформулировать нечеткие множества на основе выражений, которые определяют течение времени в виде нечетких лингвистических термов «быстрое реагирование», «обычный часовой отсчет» или «длительное ожидание». Соответственно, при решении конкретных задач, в которых возникает необходимость в реализации нечетких вербальных термов для описания часового отсчета, нужно учитывать такую неравномерность течения времени. Формализация нечетких термов определяется с помощью конкретных функций принадлежности определенных нечетких множеств, которые строятся на основе совокупности знаний, полученных из хранилища данных или в результате обработки экспертной информации.

Нечеткие числа и их использование для построения структурированных нечетких числовых множеств

Определение 1 [3]. Нечетким множеством $\widetilde{A}$ в универсальном пространстве X называется совокупность пар вида $\{(x, \mu_{\widetilde{A}}(x))\}$, где $x \in X$, а $\mu_{\widetilde{A}}(x): X \to [0, 1]$ — функция принадлежности нечеткого множества $\widetilde{A}$.

В случае $X \subseteq R^1$ нечеткое множество $\widetilde{A}$ содержит совокупность пар, которые состоят из двух скалярных значений $x \in R^1$ и $\mu_{\widetilde{A}}(x)$. Тогда можно говорить, что задано нечеткое множество в R^1 или нечеткое число. Будем считать, что каждое из таких чисел имеет треугольный вид, т.е. $\widetilde{A} = (a, b, c)$, $a \le b \le c$, с линейными функциями принадлежности $\mu_{\widetilde{A}}(x)$ вида

$$\begin{aligned}
&1.\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = \frac{x-a}{b-a},\ x \in (a, b];\\
&2.\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = \frac{c-x}{c-b},\ x \in [b, c);\\
&3.\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = 0,\ x \notin (a, c).
\end{aligned} \qquad (1)$$

Нечеткое треугольное число вида (a, b, b) называется левым нечетким треугольным числом, которое характеризуется функцией принадлежности

$$\mu_{\widetilde{A}}(x) = 0,\ x \le a;\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = \frac{x-a}{b-a},\ x \in (a, b];\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = 1,\ x > b, \qquad (2)$$

а нечеткое треугольное число вида (b, b, c) — правым нечетким треугольным числом, которое характеризуется функцией принадлежности

$$\mu_{\widetilde{A}}(x) = 1,\ x < b;\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = \frac{c-x}{c-b},\ x \in [b, c);\ \mu_{\widetilde{A}}(x) = 0,\ x \ge c. \qquad (3)$$

Важной характеристикой нечеткого множества является понятие носителя. Носителем нечеткого множественного числа $\widetilde{A}$ называют обычное множество $\operatorname{supp} \widetilde{A} = \{x \in X : \mu_{\widetilde{A}}(x) > 0\}$, что содержит те и только те элементы универсального пространства нечеткого множества, для которых значения функции принадлежности этого нечеткого множества отличаются от нуля. Для рассмотренного выше нечеткого числа носителем является интервал. При этом для нечеткого треугольного числа $\widetilde{A}=(a,b,c)$ носителем будет интервал (a,c), для правого нечеткого треугольного — интервал $(-\infty,c)$, для левого нечеткого треугольного — интервал $(a,+\infty)$.

Над нечеткими множествами определены все операции, характерные для традиционной теории четких множеств, но, естественно, со своей спецификой, которая задается самой сущностью нечетких множеств. Операции пересечения, объединения, дополнения и другие для нечетких множественных чисел определяются известными соотношениями [4], но не могут полностью обеспечить ряд полезных свойств нечетких чисел, которые обобщают и расширяют операции с обычными (четкими) числами.

Определение 2. Нечеткое треугольное число $\widetilde{E}[u,v]$ с носителем, который задается числовым интервалом $[u,v]$, будем называть нечетким оригиналом.

Нечеткий оригинал $\widetilde{E}(u,v]$ назовем правым, если носитель соответствующего нечеткого числа задается интервалом $(u,v]$, а нечеткий оригинал $\widetilde{E}[u,v)$ — левым, если носитель задается интервалом $[u,v)$.

Исходя из этого заметим, что произвольное правое нечеткое треугольное число (b, b, c) можно рассматривать как правый нечеткий оригинал с соответствующими значениями $u=-\infty, v=c$, а левое нечеткое треугольное число (a, b, b) — как левый нечеткий оригинал с $u=a,\ v=+\infty$.

Очевидно, можно положить $u=0, v=1$. Тогда нечеткий оригинал $\widetilde{E}[0,1]=\widetilde{E}$ назовем нечетким единичным оригиналом и, соответственно, $\widetilde{E}(0,1]$ — правым нечетким единичным оригиналом, $\widetilde{E}[0,1)$ — левым нечетким единичным оригиналом. Нечеткий оригинал $\widetilde{E}[0,v]$ с носителем $[0,v]$ будем называть начальным.

Название введенного понятия объясняется тем, что на основе заданного нечеткого оригинала можно строить новые нечеткие числовые множества структурированного вида с некоторыми специфическими свойствами.

Определение 3. Нечеткое числовое множество $\widetilde{R}\ [s,t]$ с носителем, который задается числовым интервалом $[s,t]$, будет репликацией нечеткого оригинала, если выполняется условие $|v-u|=|t-s|$.

Необходимо заметить, что функция принадлежности, которая определена на нечетком оригинале, не обязательно должна совпадать с функцией принадлежности репликации $\widetilde{R}\ [s,t]$. В случае $|t-s|=1$ множество $\widetilde{R}\ [s,t]$ является репликацией нечеткого единичного оригинала. Понятно также, что при дополнительном условии $[s,t]\cap[u,v]=\varnothing$ оригинал и репликация не пересекаются, а в случае $[s,t]\cap[u,v]\neq\varnothing$ — частично или полностью перекрываются.

Определение 4. Нечеткое числовое множество $\widetilde{R}=\bigcup\limits_{i=1}^{n}\widetilde{R}_i\ [s_i,t_i]$, где $\widetilde{R}_i[s_i,t_i]$, $i=\overline{1,n}$, являются репликациями нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u,v]$ с носителями, заданными числовыми интервалами $[s_i,t_i]$, $i=\overline{1,n}$, $\bigcap\limits_{i=1}^{n}[s_i,t_i]=\varnothing$, будем называть n-кратной репликацией нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u,v]$.

При этом допускается частичное пересечение оригинала с не более чем двумя репликациями или полное перекрытие с одной из репликаций. Кратность репликации может быть бесконечной, такую репликацию, соответственно, будем называть репликацией нечеткого оригинала бесконечной кратности.

Определение 5. Нечеткое числовое множество $\widetilde{R} = \bigcup_{i=1}^{n} \widetilde{R}_i \, [s_i, s_{i+1}]$, где $\widetilde{R}_i[s_i, s_{i+1}]$, $i = \overline{1, n}$, являются репликациями нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u, v]$ с носителями, заданными числовыми интервалами $[s_i, s_{i+1}]$, $i = \overline{1, n}$, будем называть n-кратной последовательной репликацией нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u, v]$.

В точках соединения репликаций $s_2, s_3, ..., s_n$ значения функции принадлежности получаем в виде $\mu_{\widetilde{R}}(s_{i+1}) = \max\{\mu_{R_i}(s_{i+1}), \mu_{R_{i+1}}(s_{i+1})\}$, $i = \overline{1, n-1}$.

Далее рассмотрим случай репликаций, для которых полностью сохраняются величины функций принадлежности элементов нечеткого оригинала.

Определение 6. Нечеткую репликацию $\widetilde{C}\,[s, t]$ заданного оригинала $\widetilde{E}[u, v]$ назовем копией, если для всех $x = u + \delta$, $y = s + \delta$, $0 \le \delta \le \Delta$, $\Delta = v - u = t - s$, выполняется условие $\mu_{\widetilde{C}}(y) = \mu_{\widetilde{E}}(x)$.

Определение 7. Нечеткую репликацию $\widetilde{C} = \bigcup_{i=1}^{n} \widetilde{C}_i \, [s_i, t_i]$, где $\widetilde{C}_i[s_i, t_i]$, $i = \overline{1, n}$, являются копиями нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u, v]$ с носителями, заданными числовыми интервалами $[s_i, t_i]$, $i = \overline{1, n}$, $\bigcap_{i=1}^{n} [s_i, t_i] = \varnothing$, будем называть n-кратной копией нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u, v]$.

Определение 8. Нечеткую репликацию $\widetilde{C} = \bigcup_{i=1}^{n} \widetilde{C}_i \, [s_i, s_{i+1}]$, где $\widetilde{C}_i[s_i, s_{i+1}]$, $i = \overline{1, n}$, являются копиями нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u, v]$ с носителями, заданными числовыми интервалами $[s_i, s_{i+1}]$, $i = \overline{1, n}$, будем называть n-кратной последовательной копией нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u, v]$.

Как и ранее, в случае бесконечной кратности копии будем называть копиями нечеткого оригинала бесконечной кратности.

Изложенный подход к формированию нечетких репликаций и копий на основе заданного оригинала $\widetilde{E}[u, v]$ позволяет формализовать новые свойства и уточнять отдельные понятия в теории нечетких множеств.

Одним из таких понятий есть нечеткая последовательность. Достаточно часто нечеткую последовательность определяют как пронумерованное счетное множество нечетких чисел [5]. Исходя из того, что нечеткое число является по своей сути множеством, такое определение кажется не совсем корректным.

Очевидно, под нечеткой числовой последовательностью следует понимать конечное или бесконечное множество элементов n-кратной последовательной репликации конкретного нечеткого оригинала $\widetilde{E}[u, v]$. Как уже было сказано выше, в качестве оригинала, не ограничивая общности, можно рассматривать нечеткий единичный оригинал $\widetilde{E}$.

Каждый элемент полученного множества представляет собой пару $(x, \mu_{\widetilde{R}_i}(x))$, где $x \in \operatorname{supp} \widetilde{R}_i[s_i, t_i]$, $i \in I$, I — множество индексов репликаций.

Пронумеруем выбранные элементы, поставив в соответствие каждому из них номер $k \in N$. Тогда, в случае конечной мощности множества элементов получаем конечную нечеткую последовательность $\{(x_k, \mu(x_k)\}$, $x_k \in \operatorname{supp} \widetilde{R}_i[s_i, t_i]$, $i \in I$, $k \in \overline{1, n}$, а в случае бесконечной мощности — бесконечную нечеткую последовательность $\{(x_k, \mu(x_k)\}$, $x_k \in \operatorname{supp} \widetilde{R}_i[s_i, t_i]$, $i \in I$, $k \in N$.

Данный подход позволяет рассматривать различные числовые последовательности и исследовать характерные для них свойства. Очевидно, несложно сформулировать понятия постоянной, монотонной, сходящейся и других последовательностей, определяя набор нечетких элементов из совокупности репликаций единичного оригинала $\widetilde{E}$. Следует отметить, что получаемая в результате последовательность формируется на основе конкретной репликации или копии нечеткого оригинала $\widetilde{E}$. В случае необходимости переопределения мер принадлежности используемых в последовательности элементов требуется построение новой репликации или копии. Следовательно, каждая нечеткая последовательность характеризуется своим набором величин мер принадлежности отдельных элементов. Кроме того, если строить нечеткие последовательности на основе n-кратной последовательной репликации нечеткого оригинала с заданным порядком индексов $k \in \overline{1, n}$ в виде $\{(x_k, \mu(x_k)\}$, $x_k \in \operatorname{supp} \widetilde{R}_k[s_k, t_k]$, $k \in \overline{1, n}$, то каждая из полученных совокупностей элементов будет составным нечетким числом [6].

Применение нечетких чисел к измерению отсчета времени

Еще одним, более важным, способом использования нечетких структурированных числовых множеств является описание с их помощью неопределенности в длительности временных интервалов, заданных в лингвистической форме. Восприятие субъектом отрезка времени, как отмечалось в самом начале, подвергается эмоциональному влиянию специфических условий, связанных с режимом отслеживания времени. Известно, что дефицит времени, возникающий в ситуациях с оперативным принятием решений, скоростного тестирования, различных соревнований с ограничением времени, приводит к его «ускорению». Соответственно, при избытке времени и отсутствии процессов, «потребляющих» его (ожидание событий, длительная бездеятельность и т.д.), течение времени замедляется. Другими словами, измерение отсчета времени в различных ситуациях определяется субъективной оценкой, которую можно описать нечеткой величиной треугольного вида.

Предположим, что время измеряется с помощью интервалов одной длительности (такими интервалами можно считать любую единицу времени, например секунду, день или год, в зависимости от процесса). Для отслеживания нечеткого отсчета времени интуитивно оцениваем промежуток, остающийся до окончания каждого интервала времени. В этом случае «быстрое» течение единицы времени может быть задано правым нечетким треугольным числом с носителем, длина которого меньше длительности временного интервала, а «медленное» — такого же вида нечетким числом с носителем, длина которого больше длительности интервала. Очевидно, что если время «течет» естественным образом, то величина носителя данного нечеткого числа по длине совпадает с величиной единичного временного интервала.

Таким образом, имея образец отсчета измерения интервала времени в виде левого начального оригинала $\widetilde{E}[0, v)$, можно определить нечеткую n-кратную последовательную копию на его основе, которая будет описывать динамику изменения времени на определенном временном промежутке.

Пусть $\widetilde{E}^Q[0, v_Q)$ — левый нечеткий оригинал в форме треугольного числа с линейной убывающей функцией принадлежности, который определяет «быстрый» единичный промежуток времени $(v_Q < 1)$, а $\widetilde{E}^D[0, v_D)$ — аналогичный нечеткий оригинал, определяющий «медленный» единичный промежуток $(v_D > 1)$. Определим $\widetilde{C}^Q = \bigcup_{i_Q=1}^{n_Q} \widetilde{C}^Q_{i_Q}\ [s_{i_Q}, s_{i_Q+1}]$ как нечеткую n_Q-кратную последовательную копию оригинала $\widetilde{E}^Q[0, v_Q)$, описывающую «быстрое» изменение времени на промежутке $[s_{i_Q}, s_{i_Q+1}]$, и $\widetilde{C}^D = \bigcup_{i_D=1}^{n_D} \widetilde{C}^D_{i_D}\ [s_{n_Q+i_D}, s_{n_Q+i_D+1}]$ — нечеткую n_D-кратную последовательную копию оригинала $\widetilde{E}^D[0, v_D)$, определяющую «медленное» изменение времени на промежутке $[s_{n_Q+i_D}, s_{n_Q+i_D+1}]$. Здесь $\widetilde{C}^Q_{i_Q}[s_{i_Q}, s_{i_Q+1}]$, $i_Q = \overline{1, n_Q}$, $\widetilde{C}^D_{i_D}[s_{n_Q+i_D}, s_{n_Q+i_D+1}]$, $i_D = \overline{1, n_D}$, — копии левых нечетких оригиналов $\widetilde{E}^Q[0, v_Q)$ и $\widetilde{E}^D[0, v_D)$ соответственно с носителями, заданными числовыми интервалами заданной длины v_Q и v_D.

Тогда нечеткое числовое множество вида $\widetilde{C}^Q \cup \widetilde{C}^D$ будет описывать отсчет времени на промежутке $[s_1, s_{n_Q+n_D+1}]$. Этот отсчет состоит из двух фаз: быстрого изменения времени на $[s_1, s_{n_Q+1}]$ и медленного — на $[s_{n_Q+1}, s_{n_Q+n_D+1}]$. Очевидно, что, изменяя характер отсчета времени на промежутках и объединяя полученные нечеткие копии, можно построить нечеткое числовое множество, которое отражает нечеткость в течении времени. Кроме этого, получаемое нечеткое числовое множество может быть дополнено копией единичного оригинала $\widetilde{E}$, определяющего естественный отсчет времени.

Нужно отметить, что «быстрый» или «медленный» отсчет времени характерен не только для человеческого восприятия, но и для различных процессов в технических системах. Скорость функционирования технического устройства достаточно часто определяется частотой (количеством в единицу времени) тактовых импульсов, поступающих на вход. Увеличение частоты в пределах допустимого интервала позволяет выполнить одну и ту же работу быстрее. Низкая частота тактовых импульсов фактически определяет «быстрое» течение времени, а высокая частота — наоборот, его «медленное» течение. Таким образом, это еще раз подтверждает, что нечеткое оценивание скорости изменения отсчета времени можно получить на основе базового нечеткого оригинала, описывающего вербальный терм «остаток до конца» единицы времени.

Примеры оптимизационных задач, использующих нечеткое измерение отсчета времени

Использование нечеткого измерения отсчета времени рассматривалось в различных математических оптимизационных задачах, возникающих при определении очередности выполнения заданий с учетом или без учета каких-либо дополнительных ограничений и целевых функций, которые связаны с процессом обработки заданий.

Пусть имеется M задач (работ или заданий, подлежащих выполнению) Z_i, $i=\overline{1, M}$, каждая из которых характеризуется временем решения T_i, $i=\overline{1, M}$. Возможно, что для переключения с одного задания на другое необходим временной промежуток (называемый временем переналадки) π_{ij}, $i=\overline{1, M}$, $j=\overline{1, M}$, $i \neq j$. Предполагается, что выполнение задач проводится одним исполнителем (человеком, машиной, арифметико-логическим устройством и т.п.). Время на выполнение всех заданий ограничено некоторой величиной $\overline{T}$.

Задача эффективного использования времени $\overline{T}$ может рассматриваться как одна из классических задач распределения ресурсов заданного объема по множеству категорий (работ) [7]. При условии, что интервалы времени на переналадку не учитываются или не являются существенными и при наличии дефицита времени, т.е. $\sum_{i=1}^{M} T_i \geq \overline{T}$, проблему наиболее эффективного использования временного ресурса можно сформулировать как общую задачу булевого программирования вида

$$W=\sum_{i=1}^{M} T_i x_i \rightarrow \max, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{M} T_i x_i \leq \overline{T}, \tag{5}$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i=\overline{1, M}, \tag{6}$$

решением которой будет множество индексов $I=\{i_1, \ldots, i_K\}$ выполненных работ Z_s, $s=\overline{i_1, i_K}$, где $1 \leq i_k \leq M$, $k=\overline{1, K}$, $x_i \in \{0, 1\}$, $i=\overline{1, M}$, — переменные, значения которых определяют выполнение и невыполнение работы.

Если учитывать время переналадки при переключении с одной работы на другую, становится важным порядок выполнения работ. Это усложняет получаемые задачи, что приводит к необходимости использования методов комбинаторной оптимизации. Например, нетрудно заметить, что решением задачи оптимального использования времени $\overline{T}$ будет перестановка $P=(p_1, \ldots, p_K)$, $K \leq M$, $p_k \in \overline{1, M}$, $k=\overline{1, K}$, определяющая порядок выполнения работ и являющаяся решением оптимизационной задачи, аналогичной (4)–(6):

$$W=\sum_{i=1}^{M} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{M} (T_i+\pi_{ij}) x_{ij} \rightarrow \max, \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{M} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{M} (T_i+\pi_{ij}) x_{ij} \leq \overline{T}. \tag{8}$$

Здесь $x_{ij} \in \{0, 1\}$ — переменные, характеризующие порядок выполнения работ (при единичном значении работа i выполняется непосредственно перед работой j, 0 — в остальных случаях), $i, j=\overline{1, M}$, $i \neq j$.

 ISSN 0572-2691

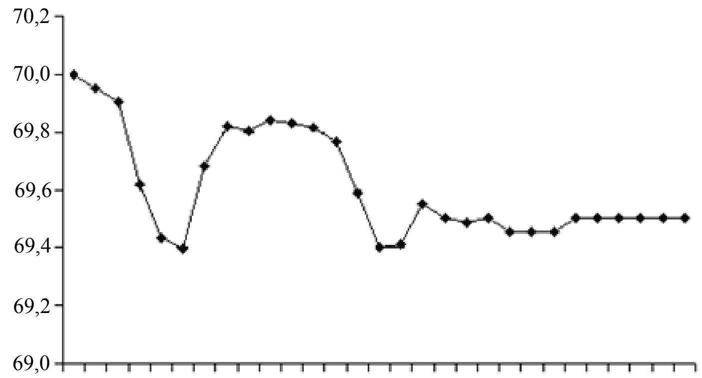
Если предположить далее, что своевременное выполнение отдельных заданий может оказать позитивное влияние на выполнение последующих заданий комплекса, а невыполнение или задержка завершения работ замедляет решение всей совокупности задач, возникают оптимизационные задачи эффективного использования времени $\overline{T}$ вида (4)–(6) и (7)–(8) с учетом нечеткого отсчета времени.

Для того чтобы проанализировать влияние динамики отсчета времени на получаемые решения, проведем численные эксперименты. В таблице приведены результаты решения задачи (7)–(8) для следующих параметров: $M = 10$, $\overline{T} = 100$, $T_i, i = \overline{0, 9}$; 20,0; 20,0; 12,885; 12,741875; 9,53875; 9,5375; 3,33875; 2,635; 1,134375; 0,64125. Формализация нечеткого течения времени осуществлялась по упрощенной схеме. Выполнение или невыполнение задания проводилось случайным образом. Выполнение очередного задания «замедляло» темп уменьшения времени, а невыполнение — наоборот, «ускоряло». Изменение скорости в процессе вычислений фиксировалось в виде соответствующих модификаций выделенного на выполнение всех заданий времени $\overline{T}$: величина увеличивалась пропорционально времени выполненного текущего задания (эффект замедления темпа течения времени) и уменьшалась при невыполнении текущего задания (эффект ускорения).

Таблица

Заданное время выполнения $\overline{T}$	Время выполнения без учета коррекции темпа	Время рекомбинации	Время на выполнение с учетом коррекции темпа	Модифицированное время выполнения $\overline{T}$	Последовательность решения задач (нерешенные задачи)
60	50,173122	11	53,173122	60,362801	4, 0, 9, 2, 8, 6, 7 (1, 3, 5)
70	46,825626	23	60,825623	69,501183	0, 5, 7, 9, 4, 8, 6 ()
80	69,113754	12	77,113754	80,177444	9, 1, 7, 2, 4, 3, 8, 5 (0, 6)
90	82,915001	8	87,915001	90,501381	2, 9, 4, 8, 1, 6, 3, 0, 7 (5)
100	79,567497	20	91,567497	99,338676	5, 7, 8, 3, 9, 0, 6, 1, 4 (2)

На рисунке приведен график поэтапного (с учетом выполнения/невыполнения заданий) изменения времени выполнения всех заданий для исходного значения $\overline{T} = 70$.



Результаты практических расчетов показали, что использование описанной выше методики нечеткого подхода к представлению изменения времени позволяет улучшить результаты, не учитывающие специфики отсчета временных интервалов. При этом, однако, следует отметить, что для поиска решений в оптимизационных задачах использовались приближенные методы. Это связано с неудовлетворительным состоянием развития точных методов решения комбинаторных задач. Большинство приближенных методов позволяет получать приемлемые решения при сравнительно небольших затратах времени и средств. Среди них, в первую очередь, выделяют эвристические методы, суть которых состоит в снижении требований к получаемым решениям на основе отказа от поиска оптимального решения за приемлемое время. Как правило, при этом используются различные рациональные соображения без достаточно строгих обоснований [8], что, к сожалению, позволяет получать лишь допустимые решения (перестановки), близкие к оптимальным.

Заключение

В данной работе рассмотрен подход к построению нечетких структурированных числовых множеств, в основу которого положен принцип задания нечеткого оригинала с последующей репликацией его на числовой оси. Формализация нечеткого оригинала состоит в задании нечеткого треугольного числа с заданным носителем.

Предложенная методика позволяет формализовать задачу нечеткого описания и измерения динамики отсчета времени. Рассмотрен вариант построения нечетких числовых множеств, формализующих «быстрое» и «медленное» течение времени. Описан способ построения нечеткого множества, сочетающего различные фазы отсчета времени.

Приведены примеры использования нечеткого описания динамики отсчета времени в форме различных постановок математических оптимизационных задач, возникающих при определении состава и порядка выполнения некоторой совокупности заданий в пределах заданного временного промежутка с учетом или без учета дополнительных ограничений и для различных целевых функций.

Є.В. Івохін, М.Ф. Махно

ПРО ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ СТРУКТУРОВАНИХ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОПИСУ НЕЧІТКОГО ВІДЛІКУ ЧАСУ

Розглянуто підхід до побудови нечітких структурованих числових множин, в основу якого покладено принцип формування нечіткого оригіналу з наступною реплікацією його на числовій вісі. Формалізація нечіткого оригіналу полягає у визначенні нечіткого трикутного числа з відповідним носієм. Запропонована методика дозволяє формалізувати задачу нечіткого опису та вимірювання динаміки відліку часу. Розглянуто варіант побудови нечітких числових множин, що формалізують «швидкий» та «повільний» плин часу. Наведено приклади застосування нечіткого опису динаміки відліку часу у формі різних постановок математичних оптимізаційних задач, що виникають при визначенні складу та порядку виконання деякої сукупності завдань в межах заданого часового проміжку з урахуванням або без урахування додаткових обмежень і для різних цільових функцій.

E.V. Ivokhin, M.F. Makhno

ON THE APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF STRUCTURED FUZZY SETS AND THEIR USE TO DESCRIBE FUZZY TIMING

The approach to the construction of fuzzy structured sets of numbers is considered. It is based on the principle of assignment of the fuzzy original set and its replication on the number line. The formalization of fuzzy original set consists in the determination of the fuzzy triangular number with a given support set. The proposed method allows to formalize the problem of fuzzy description and measurement of the timing dynamics. The approach to the construction of fuzzy numeral sets, formalizing "fast" and "slow" period of time, is proposed. The examples of the use of a fuzzy description of the timing dynamics in the form of various formulations of mathematical optimization problems are viewed. They are arising in determining the composition and the order of execution of some set of tasks within a given time period with or without additional constraints and for different objective functions.

1. *Анохин П.К.* Эмоции // Большая медицинская энциклопедия. — М. : Медгиз, 1964. — **35**. — С. 339–341, 354–357.
2. *Голицын Г.А., Петров В.М.* Информация. Поведение. Язык. Творчество. — М. : Изд-во ЛКИ, 2007. — 224 с.
3. *Golitsyn G.A., Petrov V.M.* Information and creation: integrating the «two cultures». — Basel; Boston; Berlin: Birkhauser Verlag, 1995. — 176 p.
4. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets // Information and Control. — 1965. — **8**. — P. 338–353.
5. *Поспелов Д.А.* Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. — М. : Наука, 1986. — 312с.
6. *Івохін Є.В., Апанасенко Д.В.* Про застосування методів кластеризації нечітких даних спеціального вигляду // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Сер. ФМН. — 2013. — № 1. — С. 167–171.
7. *Вентцель Е.С.* Исследование операций. — М. : «Советское радио», 1972. — 552 с.
8. *Івохін Є.В., Махно М.Ф.* Про один підхід до розв'язання нечіткої задачі рекомбінації // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Сер. ФМН. — 2016. — № 2. — С. 90–93.

Получено 13.02.2017.
После доработки 29.05.2017