УДК 629.7.05

А.И. Ткаченко

О РЕДУКЦИИ В ЗАДАЧЕ ПОЛЕТНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ

Рассматриваются особенности реализации двух алгоритмов полетной геометрической калибровки.

Настоящая заметка инициирована публикацией [1], в которой предлагается прием редукции вектора состояния в задаче полетной геометрической калибровки съемочного комплекса космического аппарата (КА). Цель заметки — дополнить и уточнить некоторые сведения из [1].

Обычным образом примем, что в некоторой точке O низкоорбитального КА установлены съемочная камера, звездный датчик и приемная антенна GPS. Определим, как в [2], ортонормированные координатные базисы: $\mathbf{I}$ — геоцентрический инерциальный, $\mathbf{J}$ — связанный с Землей, $\mathbf{K}$ — связанный с камерой, $\mathbf{E}$ — связанный со звездным датчиком, последние два с началом в точке O. Представление физического вектора в одном из этих базисов отмечаем соответствующим нижним индексом.

В идеализированной ситуации базисы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{K}$ совмещены. На практике имеет место незначительная неопределенность взаимного углового положения этих базисов в корпусе КА. Это ограничивает возможности точной координатной привязки неизвестных наземных объектов по космических снимкам, на которых запечатлены эти объекты [1]. Для оценки и компенсации упомянутой неопределенности реализуется на орбите процедура полетной геометрической калибровки (далее — калибровки) по наблюдениям наземных ориентиров, здесь — заданных в базисе $\mathbf{J}$ [3].

В [1] предложен алгоритм калибровки с формированием искусственных объектов — виртуальных ориентиров. По сути, удачно использован элементарный факт: $\mathbf{a}^{\mathrm{T}}[\mathbf{b}\times(\mathbf{a}+\mathbf{c})]=\mathbf{a}^{\mathrm{T}}(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$, где $\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}$ — ненулевые векторы, T — символ транспонирования. Воспроизведем этот подход. Обозначим $\mathbf{r}_J$ заданный геоцентрический радиус-вектор наземного точечного ориентира M, $\mathbf{R}_J$ — геоцентрический радиус-вектор точки O, определенный по сообщению GPS в момент съемки ориентира M; C_{EK} — неизвестную матрицу преобразования координат из базиса $\mathbf{K}$ в $\mathbf{E}$; C_{EK}^* — заданную аппроксимацию матрицы C_{EK}; $C_{EK}^*\approx[E_3+\Phi(\boldsymbol{\theta}_E)]C_{EK}$; E_3 — единичную (3×3)-матрицу; $\Phi(\boldsymbol{\theta}_E)$ — матрицу оператора векторного умножения; $\boldsymbol{\theta}_E=[\theta_1\ \theta_2\ \theta_3]^{\mathrm{T}}=\mathrm{const}$ — неизвестный малый вектор, характеризующий угловое рассогласование базисов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{K}$; $\mathbf{e}_J$ — еди-

© А.И. ТКАЧЕНКО, 2017

ничный вектор направления MO, найденный путем нормирования вектора $\mathbf{R}_J - \mathbf{r}_J$; $\mathbf{e}_E^* = C_{EK}^* \mathbf{e}_K \approx \mathbf{e}_E + \Phi(\boldsymbol{\theta}_E)\mathbf{e}_E$ — модельную аппроксимацию вектора $\mathbf{e}_E$, найденную по показаниям камеры и звездного датчика; $\mathbf{e}_J^* = C_{JE}\mathbf{e}_E^*$; C_{JE} — матрицу преобразования координат из базиса $\mathbf{E}$ в $\mathbf{J}$; $\mathbf{b}_n$ — векторы, которые ставятся в соответствие конкретному вектору $\mathbf{e}_J$, не коллинеарны ему и отличны от нуля, а в остальном произвольны. В первом приближении относительно $\boldsymbol{\theta}_E$ справедливо представление $\mathbf{e}_J^* = \mathbf{e}_J + G\boldsymbol{\theta}_E$, где $G = -C_{JE}\Phi(\mathbf{e}_E)$. Поэтому в первом приближении

$$\mathbf{e}_J^{\mathrm{T}}(\mathbf{b}_n \times \mathbf{e}_J^*) = \mathbf{e}_J^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{b}_n)\,G\boldsymbol{\theta}_E. \tag{1}$$

Цель калибровки состоит в уточнении матрицы C_{EK}^* по результатам съемки вышеупомянутых наземных ориентиров с орбиты КА. Промежуточная цель — оценка вектора угловой ошибки $\boldsymbol{\theta}_E$ — достигается путем решения системы доступных уравнений (1), например методом наименьших квадратов. Полученная оценка $\boldsymbol{\theta}_E^*$ вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ принимается в качестве корректирующей поправки. Затем искомые параметры взаимной ориентации базисов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{K}$ уточняются, как в [1, 2], по формуле первого приближения $C_{EK} \approx [E_3 - \Phi(\boldsymbol{\theta}_E^*)]C_{EK}^*$.

Анализ наблюдаемости вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ по измерениям (1) выполним с использованием методики работы [4]. В рамках анализа примем, что матрица C_{JE} близка к единичной. Запишем $\mathbf{e}_J = [e_1\, e_2\, e_3]^{\mathrm{T}}$. Обычно вследствие узкого поля зрения камеры оказывается $|e_1| << 1, |e_2| << 1, |e_3| \approx 1$. При этом $\mathbf{e}_J^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{b}_n)\boldsymbol{\theta}_E \approx$ $\approx \mathbf{b}_n^{\mathrm{T}}[e_1\theta_3 - \theta_1, e_2\theta_3 - \theta_2, e_1\theta_1 + e_2\theta_2]^{\mathrm{T}}$ с точностью до проигнорированных величин второго порядка малости относительно e_1, e_2. Отсюда следует, что независимо от $\mathbf{b}_n$ левая часть уравнения (1) весьма мала при относительно больших значениях $|\theta_3|$, т.е. координата θ_3 слабо наблюдаема. Обычно последняя оценивается с большой ошибкой.

В [1, с. 124] сказано: «…специфика съемочной аппаратуры КА наблюдения Земли приводит к тому, что погрешность $\delta\theta_3$ оценки координаты θ_3 вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ не играет решающей роли в формировании погрешности координатной привязки снимка». Публикация этого утверждения в [1] не оригинальна. Близкие по смыслу формулировки и результаты были обоснованы автором настоящей заметки в [2, 5, 6]. Процитированный фрагмент не представляется и вполне строгим. А именно, тот факт, что точность координатной привязки наземного объекта менее чувствительна к большим ошибкам θ_3, чем к относительно малым ошибкам θ_1, θ_2, имеет место при условии, что изображение объекта на снимке достаточно близко к главной точке снимка. Напротив, аномально большие ошибки θ_3 играют «решающую роль» в ухудшении точности координатной привязки объектов, удаленных от точки пересечения оптической оси камеры с поверхностью Земли [2]. Вышеупомянутый факт, позволяющий рассматривать координату θ_3 как второстепенную, использован в [1] для редукции — отказа от оценивания θ_3.

В [7, 8] указано, что «редукция слабо наблюдаемой динамической системы — сокращение ее размерности путем отказа от оценки некоторых второстепенных координат вектора состояния — в определенных условиях может привести к улучшению наблюдаемости учитываемых координат и повышению точности их оценивания» [8, с. 33, 34]. В [1] редукция используется на основе аргументации из [9]. Применение редукции к уравнениям инерциальной навигации исследовано Н.А. Парусниковым [10]. Как сказано в [1, с. 126], «для тех переменных состояния, которые могут быть оценены с удовлетворительной точностью, целесообразно строить отдельно алгоритмы их оценки». Однако в [1] нет внятного пояснения, в чем состоит эта целесообразность и на чем она основана. Она состоит, в частности, в улучшении наблюдаемости «тех переменных состояния», а эффект, на котором она основана, отмечен в воспроизведенном выше фрагменте из [8].

Ниже по аналогии с [1] для реализации редукции решаем систему уравнений (1) относительно вектора $\boldsymbol{\theta}_E^{\$} = [\theta_1\ \theta_2]^{\mathrm{T}}$, игнорируя координату θ_3, а при уточнении взаимной ориентации базисов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{K}$ принимаем в составе вектора корректирующей поправки $\theta_3 = 0$.

Сопоставим формулу (1) с алгоритмом, основанным на векторном согласовании [6]:

$$\mathbf{e}_J^* - \mathbf{e}_J = G\boldsymbol{\theta}_E. \tag{2}$$

Умножив векторно слева обе части уравнения (2) на $\mathbf{e}_J$ и обе части полученного уравнения скалярно на $\mathbf{b}_n$, придем к (1). Очевидно, при этом наблюдаемость и точность оценки $\boldsymbol{\theta}_E$ по меньшей мере не улучшаются. Редукция уравнения (2) производится так же, как в случае (1).

Компьютерное моделирование калибровки — вспомогательная, но обязательная часть исследований — проводилось для экспериментальной проверки и иллюстрации охарактеризованных свойств алгоритмов (1) и (2) в исходной форме или с дополняющим приемом редукции. Моделирование выполнялось по схеме работы [2], но с условиями, приближенными к работе [1]. Предполагалось, что КА находится на слабоэллиптической околоземной орбите высотой около 670 км. Координаты наземных ориентиров задавались как случайные величины, равномерно распределенные в прямоугольнике 1×2 км. Последний при съемке находится вблизи подспутниковой точки. Высота ориентира равномерно распределена в пределах $\pm$ 50 м. В качестве $\mathbf{I}$ принят базис правой ортогональной геоцентрической инерциальной системы координат $\xi\eta\varsigma$ с осью η, направленной по угловой скорости суточного вращения Земли, и осью ς, ориентированной в точку весеннего равноденствия. За базис $\mathbf{J}$ без ущерба для достоверности моделирования принималось фиксированное в теле Земли положение базиса $\mathbf{I}$ в момент начала калибровки. Характеристики случайных возмущений соответствуют варианту I из [1]. Так, ошибки звездного датчика вводились как гауссовы шумы со среднеквадратическими отклонениями 2, 2 и 20 с дуги; ошибки GPS — как гауссовы шумы со среднеквадратическими отклонениями 15 м. Размер пиксела камеры $9\cdot10^{-6}$ м. Фокусное расстояние камеры 2,5 м.

При калибровке обрабатывается единственный снимок с двумя ориентирами для оценки вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ или с одним ориентиром — при оценивании $\boldsymbol{\theta}_E^{\$}$. При имитации алгоритма (1) каждому ориентиру ставился в соответствие набор из пяти различных векторов $\mathbf{b}_n$ с координатами в базисе $\mathbf{J}$, равномерно распределенными в пределах $\pm$ 5000 м. Среднеквадратические отклонения остаточных ошибок $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ после калибровки и коррекции оценивались значениями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ в секундах дуги, рассчитанными путем статистической обработки результатов калибровки серии моделирования, состоящей из 100 вариантов счета. Серии различались формулами алгоритма калибровки и использованием или игнорированием редукции, варианты каждой серии — заданием координат исходного вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ как нормально распределенных случайных величин со среднеквадратическими отклонениями 10 мин дуги. Результаты отдельных серий моделирования калибровки показаны в строках табл. 1, где D (от dimension) — размерность оцениваемого вектора ($D=3$ для $\boldsymbol{\theta}_E$ или $D=2$ для $\hat{\theta}_E$). Редукция действительно позволяет выполнить калибровку по съемкам единственного ориентира и улучшает точность алгоритма (1) в оценивании координат θ_1, θ_2 при сделанных предположениях, однако эта улучшенная точность не превосходит точности алгоритма (2). Уменьшение значений θ_3 при $D=2$ по сравнению со значениями при $D=3$ в табл. 1 связано с упомянутым обнулением координаты θ_3 в векторе корректирующей поправки. При таком же обнулении в случае $D=3$ в данном примере имел место аналогичный эффект.

При моделировании координатной привязки с использованием результатов калибровки применялась методика привязки из [6]: неизвестный точечный объект на земной поверхности локализуется как место пересечения линий его визирования из нескольких точек орбиты. Оценивались координаты девяти «неизвестных» наземных объектов, расположенных в узлах равномерной квадратной сетки в квадрате со стороной 20 км. При съемках объектов привязки оптическая ось камеры наводилась на центр квадрата, т.е. главная точка снимка совпадала с изображением центра квадрата. Выполнялось шесть снимков квадрата с интервалом 7 с. При этом угол тангажа КА изменялся от 25 до -25°. Каждой строке табл. 1 соответствовали 100 вариантов моделирования координатной привязки с использованием результатов калибровки из названной строки. По результатам счета находились значения $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$ — среднеквадратические отклонения ошибок оценивания координат каждого из девяти объектов в базисе $\mathbf{J}$. Полученные характеристики точности привязки представлены в табл. 2 в виде наименьшего и наибольшего значений $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$ среди девяти объектов. В первых двух столбцах табл. 2 указаны реквизиты соответствующей строки табл. 1. Заметны установленные в [2] особенности влияния остаточных ошибок калибровки на точность координатной привязки. Так, весьма большие остаточные значения θ_3 порождают значительные ошибки привязки объектов, находящихся на периферии квадрата, тогда как ошибки привязки объектов, расположенных вблизи центра квадрата — точки пересечения оптической оси камеры с земной поверхностью — и особенно в самом центре, относительно невелики. При умеренно большом значении θ_3 ошибки позиционирования всех девяти объектов относительно невелики и мало различаются между собой.

Таблица 1

Формула	D	σ_1	σ_2	σ_3
(1)	3	10,8	7,9	3472
(1)	2	6,5	6,5	610
(2)	3	6,7	6,2	1599
(2)	2	6,3	5,9	624

Таблица 2

Формула	D	σ_X, м	σ_Y, м	σ_Z, м
(1)	3	23–241	17–60	22–239
(1)	2	21–49	17–21	22–49
(2)	3	19–114	19–27	19–112
(2)	2	19–46	19–22	18–47

По-видимому, в ситуациях, подобных рассмотренному примеру, алгоритм (2) сам по себе обеспечивает такую точность оценивания координат θ_1, θ_2, какой алгоритм (1) достигает с помощью редукции.

Выводы из результатов моделирования, представленные в [1], характерны для оговоренных там условий и не универсальны. В частности, если для калибровки используются снимки наземных ориентиров, достаточно удаленных от точки пересечения оптической оси камеры с поверхностью Земли, то наблюдаемость вектора $\boldsymbol{\theta}_E$ улучшается и редукция теряет эффект и смысл.

О.І. Ткаченко

ПРО РЕДУКЦІЮ У ЗАДАЧІ ПОЛЬОТНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО КАЛІБРУВАННЯ

Розглядаються особливості реалізації двох алгоритмів польотного геометричного калібрування.

A.I. Tkachenko

ON THE REDUCTION IN THE PROBLEM OF IN-FLIGHT GEOMETRIC CALIBRATION

Realization peculiarities of two algorithms of in-flight geometric calibration are considered.

1. *Лебедев Д.В.* О привязке космических снимков по орбитальным данным // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2016. — № 6. — С. 120–132.
2. *Ткаченко А.И.* Координатная привязка наземных объектов по неточным космическим снимкам // Там же. — 2016. — № 4. — С. 116–123.
3. *Radhadevi P.V.* In-flight geometric calibration of fore and aft cameras of Cartosat-1. — http://www.isprs.org/proceedings/2008/euroCOW08/euroCOW08_files/papers/21.pdf
4. *Potapenko Ye.M.* Simplified linear-system restorability and controllability criteria and their application in robotics // J. of Automation and Information Sciences. — 1996. — **27**, N 5&6. — P. 146–151.
5. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов. — Киев : Наук. думка, 2006. — 298 с.
6. *Ткаченко А.И.* О координатной привязке наземных объектов по космическим снимкам // Космічна наука і технологія. — 2015. — **21**, № 2. — С. 65–72.
7. *Ткаченко А.И.* Оценивание координат решения нормальных уравнений задачи наименьших квадратов // Проблемы управления и информатики. — 1995. — № 2. — С. 27–35.
8. *Лебедев Д.В., Ткаченко А.И.* Информационно-алгоритмические аспекты управления подвижными объектами. — Киев : Наук. думка, 2000. — 310 с.
9. *Голован А.А., Парусников Н.А.* Математические основы навигационных систем. Часть II: Приложение методов оптимального оценивания к задачам навигации. 2-е изд. — М. : МАКС Пресс, 2012. — 172 с.
10. *Парусников Н.А., Морозов В.М., Борзов В.И.* Задача коррекции в инерциальной навигации. — М. : Изд-во МГУ, 1982. — 174 с.

Получено 15.02. 2017
После доработки 30.06. 2017