УДК 519.216

Т.А. Алиев, Н.Ф. Мусаева, Б.И. Газызаде

АЛГОРИТМЫ ПРИМЕНЕНИЯ МОМЕНТОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ПОЛЕЗНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ КАК ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ПРИЗНАКА ИЗМЕНЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

Введение

Известно, что основной задачей диагностирования технического состояния объектов, оборудования, приборов, механизмов, двигателей, насосов, моторов и т.д. является обеспечение безопасности, надежности и эффективности, что создает условия для бесперебойной работы, уменьшает простои в результате отказов и затраты на ремонт [1–3]. В этом случае система диагностирования выполняет такие функции, как оценка технического состояния объекта, обнаружение неисправностей, мониторинг текущего состояния объекта.

При этом известно, что объект приходит в неисправное состояние при наличии дефекта или в результате появления повреждения. Причем неисправным состоянием объекта считается состояние, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической документации [1–3]. В то же время при эксплуатации объекта может появиться несколько повреждений.

Кроме того, при функционировании объекта также могут возникнуть изменения, которые не называются «неисправностями», но могут отразиться на ходе процесса. К таким изменениям относятся непредвиденные и недопустимые отклонения параметров топлива, химических продуктов, материалов, например увеличение или уменьшение подачи газа, повышение или уменьшение температуры, расхода и т.д.

Часто, будучи в неработоспособном состоянии, объект может продолжать находиться в состоянии правильного функционирования, т.е. в состоянии, при котором объект в текущий момент времени может выполнять предписанные функции [1–3]. Это возможно в том случае, когда повреждение или изменение появилось в той части объекта, которая в данный момент не участвует в функционировании системы в целом. Однако длительное продолжение подобного состояния в конечном итоге может привести к предельному состоянию, при котором дальнейшая эксплуатация объекта недопустима и восстановление его работоспособности не представляется возможным. Поэтому при оценке технического состояния объекта необходимо уметь распознать истинное состояние объекта и суметь классифицировать его как исправное, работоспособное или правильно функционирующее в определенном режиме.

Существует множество методов диагностирования: виброакустические, спектрометрические, рентгеноскопические, визуальные, вероятностно-статистические, статистический анализ и т.д. Так как в настоящее время повсеместно используются компьютерные технологии, то вероятностно-статистические методы оказались наиболее эффективными для контроля технического состояния промышленных объектов и мониторинга отклонений в работе оборудования [1–3].

В этих случаях устанавливаются датчики в информативных местах объекта, а затем полученная информация о техническом состоянии объекта преобразовывается и обрабатывается. По результатам наблюдений определяются причины улучшения либо ухудшения технического состояния объекта либо отмечается стабильность технологического оборудования. Причем под стабильностью подразумевается постоянство распределений вероятностей исследуемых параметров в течение заданного интервала времени без вмешательства извне [4].

Однако эти методы позволяют зафиксировать наличие явной формы неисправности. Для более эффективного диагностирования технического состояния объекта необходимо определить:

1) скрытый период изменения технического состояния объекта исследования, т.е. момента появления неисправностей, а также недопустимых отклонений основных параметров от заданных, например топлива, химических продуктов, материалов и т.д.;

2) динамику развития скрытой неисправности.

В работах [5–12] показано, что скрытый период появления неисправности сопровождается появлением помехи $\mathrm{E}(t)$, которая накладывается на полезный сигнал $X(t)$, поступающий от соответствующих датчиков. При традиционном подходе обрабатывается зашумленный сигнал $G(t) = X(t) + \mathrm{E}(t)$. Однако в работах [5–12] отмечено, что изменение характеристик полезной составляющей свидетельствует о появления новой неисправности либо изменении состояния объекта в результате отклонения параметров материалов, топлива, химических продуктов и т.д. Изменение характеристик помехи свидетельствует о динамике, глубине развития неисправности.

В данной работе для выявления скрытого периода появления неисправности, а также изменения значений недопустимых отклонений основных параметров от заданных предлагается технология вычисления характеристик высоких порядков полезной составляющей $X(t)$, которую невозможно выделить из зашумленного сигнала $G(t)$.

1. Постановка задачи

На временном интервале $0 \le t \le T$ наблюдается непрерывный случайный стационарный эргодический зашумленный процесс $G(t)$, состоящий из суммы случайной полезной составляющей $X(t)$ и случайной помехи $\mathrm{E}(t)$, которые также являются стационарными эргодическими и их невозможно выделить из $G(t)$. Случайный процесс $G(t)$ несет в себе информацию об одном исследуемом технологическом параметре и может подчиняться различным законам распределения. Полезная составляющей $X(t)$ подчиняется нормальному закону распределения, а распределение помехи неизвестно, и она имеет нулевое среднее $m_\varepsilon = 0$.

Для случайного процесса $G(t)$ можно вычислить выборочные оценки таких характеристик как математическое ожидание m_g, дисперсия D_g, среднеквадратическое отклонение σ_g, корреляционная функция $R_{gg}(\tau)$ по формулам:

$$m_g = \frac{1}{T}\int_0^{\mathrm{T}} G(t)dt\,, \tag{1}$$

$$D_g = \frac{1}{T}\int_0^{\mathrm{T}} (G(t) - m_g)^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^{\mathrm{T}} \overset{\circ}{G}{}^2(t)dt\,, \tag{2}$$

$$\sigma_g = \sqrt{D_g}\,, \tag{3}$$

$$R_{gg}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^{T} \overset{\circ}{G}(t)\overset{\circ}{G}(t+\tau)dt\,, \tag{4}$$

где $\overset{\circ}{G}(t) = G(t) - m_g$, m_g — математическое ожидание $G(t)$, $\tau = 0$, Δt, $2\Delta t$, $3\Delta t$, … — временной сдвиг.

При этом известно, что функция плотности распределения случайного параметра является наиболее исчерпывающей характеристикой, а моменты высоких порядков, в частности центральный момент четвертого порядка (эксцесс), используют для обнаружения зарождающихся неисправностей [13]. Так как эксцесс определяет высоту и степень островершинности распределения, то его считают наиболее чувствительной из общеизвестных вероятностных характеристик. Коэффициент эксцесса часто используют в качестве диагностического признака изменения технического состояния подшипников качения, скольжения, зубчатых передач и других пар трения узлов машин [13]. Однако при нормальном законе распределения эксцесс равен нулю, и его невозможно использовать как диагностический признак. Поэтому возникает задача вычисления моментов более высокого порядка.

В работах [5–12] показано, что появление помехи $\mathrm{E}(t)$ свидетельствует о наличии неисправности, а характеристики помехи позволяют определить степень развития этой неисправности. В связи с этим были разработаны алгоритмы вычисления дисперсии, среднеквадратического отклонения, функции плотности распределения полезной составляющей $X(t)$ и моментов высоких порядков помехи $\mathrm{E}(t)$, которые невозможно отделить от зашумленного сигнала $G(t)$.

В то же время характеристики полезной составляющей $X(t)$ позволяют судить о появлении новой неисправности или об изменении состояния объекта в результате отклонения параметров материалов, топлива, химических продуктов и т.д.

Однако моменты высоких порядков для полезной составляющей $X(t)$, которые можно использовать в качестве диагностического признака изменения технического состояния в результате отклонения параметров материалов, топлива, химических продуктов и т.д., не были вычислены. Поэтому ниже этот вопрос будет рассмотрен более подробно.

Известно, что начальные ν_{xq} и центральные моменты q-го порядка стационарной эргодической полезной составляющей $X(t)$ можно вычислить соответственно по выражениям [14, 15]:

$$\nu_{xq} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^q f(x)dx, \tag{5}$$

$$\mu_{xq} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^q f(x)dx, \tag{6}$$

где $f(x)$ — функция плотности распределения полезной составляющей $X(t)$.

При этом известно, что начальный момент первого порядка — математическое ожидание m_x, центральный момент второго порядка — дисперсия D_x полезной составляющей $X(t)$, среднеквадратическое отклонение [14, 15]:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}. \tag{7}$$

Среди моментов высоких порядков особое значение имеют нормированные центральные моменты третьего и четвертого порядков μ_{x3}, μ_{x4}, которые используются соответственно для характеристики асимметрии распределения (коэффициент асимметрии A_x) и островершинности или плосковершинности распределения (эксцесс E_x) [14, 15].

Однако формулы (5)–(7) непригодны для практического применения, так как аналитическое выражение функции плотности распределения полезной составляющей неизвестно. В то же время априори известно, что полезная составляющая подчинена нормальному закону распределения $N(x, m_x, \sigma_x)$ [14, 15]. Тогда вероятность того, что амплитуда выброса превысит значение утроенной величины среднего квадратического отклонения, мала. Так как стационарная случайная полезная составляющая $X(t)$ эргодическая, то ее математическое ожидание m_x и среднеквадратическое отклонение σ_x имеют одно и то же значение для любой из случайных функций, входящих в совокупность. Поэтому функцию плотности нормального распределения $N(x; m_x, \sigma_x) = N(x)$ полезной составляющей представим в виде

$$N(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}. \quad (8)$$

Тогда очевидно, что начальные и центральные моменты высоких порядков полезной составляющей можно вычислить соответственно по выражениям

$$\nu_{xq} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^q N(x)\, dx, \quad (9)$$

$$\mu_{xq} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^q N(x) dx. \quad (10)$$

При этом известно, что коэффициенты асимметрии A_x и эксцесса E_x, а также нечетные центральные моменты нормального распределения равны нулю [15]. Однако четные моменты полезной составляющей можно использовать в качестве диагностического признака изменения технического состояния в результате отклонения параметров материалов, топлива, химических продуктов и т.д. Поэтому ниже предлагаются алгоритмы вычисления моментов высоких порядков полезной составляющей $X(t)$. Из формул (9), (10) очевидно, что для вычисления моментов высоких порядков полезной составляющей, в первую очередь, необходимо определить ее функцию плотности распределения $N(x)$.

2. Технология вычисления функции плотности распределения полезной составляющей зашумленного сигнала

Известно, что нормальное распределение $N(x)$ полезной составляющей $X(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$ характеризуется математическим ожиданием m_x и среднеквадратическим отклонением $\sigma_x = \sqrt{D_x}$. Вычислим сначала момент второго порядка — дисперсию D_x. Для этого воспользуемся выражением (4) для вычисления корреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала $G(t)$.

Учитывая, что полезный сигнал $X(t)$ и помеха $\mathrm{E}(t)$ некоррелированы [7–12]

$$R_{x\varepsilon}(\tau) = 0, \; R_{\varepsilon x}(\tau) = 0, \quad (11)$$

можно записать

$$R_{gg}(\tau) = R_{xx}(\tau) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau), \quad (12)$$

где $R_{xx}(\tau)$, $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau)$ — корреляционные функции соответственно полезного сигнала $X(t)$ и помехи $\mathrm{E}(t)$.

При этом на практике для инфранизкочастотных медленно протекающих технологических процессов, когда $\tau = \Delta t$ многократно мало по сравнению с вре-

 ISSN 0572-2691

менем наблюдения T, помеха $\mathrm{E}(t)$ формируется из высокочастотных спектров в результате возникновения неисправностей и имеет более высокий спектр, чем сама полезная составляющая $X(t)$. Значение же полезной составляющей за промежуток времени Δt не успевает измениться, и $X(t+\Delta t)$ совпадает со значением $X(t)$, т.е.

$$X(t+\Delta t) = X(t). \tag{13}$$

Это равенство выполняется для случаев, когда T составляет, например, 10–20 часов, а Δt — секунды или минуты (в зависимости от специфики исследуемого процесса). В этом случае шаг дискретизации Δt выбирается, исходя из частотной полосы спектра помехи $\mathrm{E}(t)$, а не полезной составляющей $X(t)$, т.е. $\Delta t = 1/(2f_\varepsilon)$, где f_ε — частота среза помехи, герц.

Очевидно, что такое строгое равенство справедливо не для всех реальных процессов, а для таких, как нефтепереработка, нефтехимия. Для остальных технологических процессов допустимо приближенное равенство. Тогда для указанных производственных объектов при выполнении условия (13) отношение $\dfrac{R_{xx}(\Delta t)}{R_{xx}(0)}$ равно единице, т.е. $R_{xx}(\Delta t) = R_{xx}(0)$.

В то же время в силу того, что для случайного процесса $G(t)$ шаг дискретизации Δt выбран, исходя из спектра помехи, корреляционную функцию $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau)$ можно представить в виде [5–12]

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) = \begin{cases} R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) & \text{ïðè} \quad \tau = 0, \\ 0 & \text{ïðè} \quad \tau \ge \Delta t. \end{cases} \tag{14}$$

Поэтому, если по формуле (4) вычислить оценки корреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала при $\tau = 0$ и достаточно малом $\tau = \Delta t$ временном сдвиге, равном времени корреляции τ_{end} помехи, и найти их разницу, то получим

$$R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t) = R_{\varepsilon\varepsilon}(0). \tag{15}$$

Тогда оценку момента второго порядка — дисперсию D_ε^* помехи $\mathrm{E}(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$ — можно вычислить:

$$D_\varepsilon^* = R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t). \tag{16}$$

Однако в работах [5–12] выведена более общая формула вычисления момента второго порядка (дисперсии) помехи для реальных технологических процессов:

$$D_\varepsilon^* = R_{\varepsilon\varepsilon}(0) = R_{gg}(0) - 2R_{gg}(\Delta t) + R_{gg}(2\Delta t). \tag{17}$$

Отсюда следует, что дисперсию D_ε^* помехи $\mathrm{E}(t)$ можно вычислить для идеального и реального случаев соответственно по выражениям [5–12]:

$$D_\varepsilon^* = \begin{cases} R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t) & \text{äëÿ èäåàëüíîãî} \quad \text{ñëó÷àÿ}, \\ R_{gg}(0) - 2R_{gg}(\Delta t) + R_{gg}(2\Delta t) & \text{äëÿ ðåàëüíîãî} \quad \text{ñëó÷àÿ}. \end{cases} \tag{18}$$

Учитывая, что

$$R_{gg}(0) = R_{xx}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) = D_x + D_\varepsilon,$$

дисперсию полезной составляющей $X(t)$ можно вычислить по выражению

$$D_x^* = D_g - D_\varepsilon^*, \tag{19}$$

а среднеквадратическое отклонение будет: $\sigma_x^* = \sqrt{D_x^*}$.

Для вычисления математического ожидания m_x примем во внимание, что при сложении двух случайных функций $X(t)$ и $\mathrm{E}(t)$ их математические ожидания складываются [14]. Тогда можно записать $m_g = m_x + m_\varepsilon$. Учитывая, что математическое ожидание m_g зашумленного стационарного эргодического процесса $G(t)$ на интервале наблюдения T всегда можно вычислить, а математическое ожидание помехи $m_\varepsilon = 0$, получаем

$$m_x^* = m_g = \frac{1}{T}\int_0^T G(t)dt \,. \tag{20}$$

Таким образом, определены значения параметров нормального распределения $N(x)$ полезной составляющей $X(t)$, т.е. значения среднеквадратического отклонения σ_x^* и математического ожидания m_x^*. Тогда функцию плотности нормального распределения $N(x, m_x, \sigma_x)$ полезной составляющей $X(t)$ с учетом формулы (8) можно найти по выражению [7–12]

$$N^*(x) = \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} \,. \tag{21}$$

3. Алгоритмы вычисления моментов высоких порядков полезной составляющей

Покажем, как вычислить моменты высоких порядков полезной составляющей $X(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$, используя выражение (21) функции плотности распределения $N^*(x)$.

Второй момент, т.е. дисперсия D_x^* полезной составляющей, вычисляется по выражению (19).

С учетом формул (9), (10) в общем виде получаем следующие выражения для вычисления начальных и центральных моментов полезной составляющей $X(t)$: $\nu_{xq}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^q N^*(x)dx$, $\mu_{xq}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x^*)^q N^*(x)dx$ или согласно формуле (21) вычисления функции плотности распределения полезной составляющей имеем

$$\nu_{xq}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^q \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx \,, \tag{22}$$

$$\mu_{xq}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(x - m_x^*\right)^q \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx \tag{23}$$

или

$$\mu_{xq}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(x - \frac{1}{T}\int_0^T G(t)dt \right)^q \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx \,.$$

 ISSN 0572-2691

4. Цифровые алгоритмы вычисления моментов высокого порядка полезной составляющей

Предположим, что от датчика поступает зашумленный цифровой сигнал $G(\Delta t)$, состоящий из полезного сигнала $X(\Delta t)$ и аддитивной помехи $\mathrm{E}(\Delta t)$. Сигнал $G(\Delta t)$ дискретизирован шагом Δt, выбранным в соответствии с условием $\Delta t = 1/(2 f_\varepsilon)$, где f_ε — частота среза помехи. Тогда интервал времени T состоит из N весьма малых интервалов Δt, т.е. $T = N \cdot \Delta t$, и сигнал $X(t)$ мало изменяется на протяжении интервала $t + \Delta t$. Если придать t и τ дискретные значения, кратные Δt, т.е. $t = \nu \cdot \Delta t$, ν = 1, 2, ...; $\tau = \mu \cdot \Delta t$, μ =0, 1, ..., и для оценок корреляционных функций ввести обозначения $R_{gg}(\mu\Delta t) = R_{gg}(\mu)$; $R_{xx}(\mu\Delta t) = R_{xx}(\mu)$, $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu\Delta t) = R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$, то алгоритм вычисления начальных и центральных моментов высоких порядков ν^*_{xq}, μ^*_{xq} полезной составляющей $X(t)$ представляется следующим образом.

1. Вычисляются оценки автокорреляционной функции при μ = 0, Δt, $2\Delta t$; дисперсии D_g и математического ожидания m_g зашумленного сигнала $G(t)$:

$$R_{gg}(0) = D_g = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \overset{\circ}{G}(i\Delta t)\overset{\circ}{G}(i\Delta t),$$

$$R_{gg}(\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \overset{\circ}{G}(i\Delta t)\overset{\circ}{G}((i+1)\Delta t),$$

$$R_{gg}(2\Delta t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \overset{\circ}{G}(i\Delta t)\overset{\circ}{G}((i+2)\Delta t),$$

$$m_g = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} G(i\Delta t),$$

где $\overset{\circ}{G}(t) = G(t) - m_g$.

2. Вычисляется дисперсия помехи $\mathrm{E}(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$:

$$D^*_\varepsilon = \begin{cases} R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t) & \text{äëÿ èäåàëüíîãî ñëó÷àÿ}, \\ R_{gg}(0) - 2R_{gg}(\Delta t) + R_{gg}(2\Delta t) & \text{äëÿ ðåàëüíîãî ñëó÷àÿ}. \end{cases} \tag{24}$$

3. Вычисляется дисперсия и среднеквадратическое отклонение полезной составляющей зашумленного сигнала $G(t)$:

$$D^*_x = D_g - D^*_\varepsilon, \tag{25}$$

$$\sigma^*_x = \sqrt{D^*_x}. \tag{26}$$

4. Вычисляется математическое ожидание полезной составляющей $X(t)$:

$$m^*_x = m_g = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} G(i\Delta t). \tag{27}$$

5. Учитывая, что для нормально распределенного случайного параметра отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не превышает утроенного среднеквадратического отклонения, дискретные значения функции

плотности распределения $N^*(x)$ полезной составляющей $X(t)$ вычисляются в интервале $\pm 3\sigma_x^*$. Для этого:

• вычисляются минимальное и максимальное значения $X(t)$: $x_{\min} = -3\sigma_x^*$; $x_{\max} = +3\sigma_x^*$;

• с определенным шагом Δx задается последовательность возможных значений $X(t)$ в порядке возрастания от $x_{\min}$ до $x_{\max}$: $x(1) = x_{\min}$, $x(i+1) = x(i) + \Delta x, \ldots$ …, $x_{\max}$;

• формируется последовательность возможных значений полезной составляющей $x(1)$, $x(2)$, $x(3)$, $x(4)$, …, $x_{\max}$, для которой выполняется условие $x(i-1) < x(i)$.

Затем в точках $x(1)$, $x(2)$, $x(3)$, $x(4)$, …, $x_{\max}$ вычисляется функция плотности нормального распределения:

$$N^*(x(i)) = \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x(i)-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}}.$$

6. Выбирается значение порядка q = 1, 2, 3, 4,5, 6, 7, 8, … и с учетом формул (22), (23) вычисляются соответственно начальные моменты:

$$\nu_{x1}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \quad (28)$$

$$\nu_{x2}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \quad (29)$$

$$\nu_{x3}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^3 \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \quad (30)$$

$$\nu_{x4}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^4 \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \quad (31)$$

$$\nu_{x5}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^5 \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \quad (32)$$

$$\nu_{x6}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^6 \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \quad (33)$$

$$\nu_{x7}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^7 \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \quad (34)$$

$$\nu_{x8}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} x^8 \frac{1}{\sigma_x^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx \text{ и т.д.} \quad (35)$$

 ISSN 0572-2691

и центральные моменты высоких порядков:

$$\mu_{x3}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m_x^*)^3 \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \tag{36}$$

$$\mu_{x4}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m_x^*)^4 \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \tag{37}$$

$$\mu_{x5}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m_x^*)^5 \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \tag{38}$$

$$\mu_{x6}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m_x^*)^6 \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \tag{39}$$

$$\mu_{x7}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m_x^*)^7 \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx, \tag{40}$$

$$\mu_{x8}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-m_x^*)^8 \frac{1}{\sigma_x^*\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x^*)^2}{2(\sigma_x^*)^2}} dx \text{ и т.д.} \tag{41}$$

5. Технология проведения вычислительных экспериментов

Для проверки достоверности алгоритма вычисления начальных и центральных моментов высоких порядков ν_{xq}^*, μ_{xq}^* полезной составляющей $X(t)$ зашумленного сигнала $G(t)$ были проведены вычислительные эксперименты с использованием средства компьютерной математики MATLAB и MATCAD.

Сначала формировался полезный сигнал $X(t)$. Известно, что любой стационарный случайный процесс $X(t)$ на бесконечном интервале T можно сколь угодно точно аппроксимировать линейной комбинацией гармонических колебаний со случайной амплитудой и фазой [7–12]. В общем виде совокупность функций [7–12]

$$X_k(t) = \sum_{\nu=1}^{n}\left(a_{\nu k} \cos\left(\frac{2\pi\nu}{T}t + \varphi_{1\nu k}\right) + b_{\nu k} \sin\left(\frac{2\pi\nu}{T}t + \varphi_{2\nu k}\right)\right)$$

характеризует случайный процесс, если известны функции распределения вероятности коэффициентов $a_{\nu k}$, $b_{\nu k}$ и фаз $\varphi_{\nu k}$, $\varphi_{1\nu k}$, $\varphi_{2\nu k}$. Поэтому при проведении вычислительных экспериментов формировались полезные сигналы $X(t)$ в виде суммы гармонических колебаний. Допускалось, что полезный сигнал — стационарный эргодический процесс и $X(t)$ — одна из его реализаций.

Затем для каждого сформированного полезного сигнала $X(t)$ по критерию согласия χ^2 Пирсона $\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(m_i - Np_i)^2}{Np_i}$ проверялась гипотеза H_0, что он подчиняется нормальному закону распределения (8). Для проверки гипотезы вычислялись эмпирические частоты l_i. Для этого вся область изменения полезного сигнала $X(i\Delta t)$, состоящая из N отсчетов, разбивалась на n интервалов:

$\Delta_1, \Delta_2, ..., \Delta_n$, подсчитывалось количество значений l_i, попавших в каждый из интервалов Δ_i, и строилась гистограмма. Использовалась стандартная функция в MATLAB [l, *x*out] = hist (*x*, *n*), которая подсчитывает число попаданий $X(i\Delta t)$ в интервалы с серединой *xout*. Затем вычислялись теоретические частоты $N \cdot p_i$ попадания в интервалы Δ_i, где p_i — вероятность попадания полезного сигнала $X(i\Delta t)$ в интервал Δ_i. Теоретическая вероятность p_i в MATLAB вычислялась с помощью стандартной функции normcdf (нормальное распределение). После этого выбирался уровень значимости критерия α и определялось табличное значение критерия согласия Пирсона $\chi^2_{k;\,\alpha}$, где число степеней свободы $k = (n - r - 1)$, r — число параметров распределения. Если $\chi^2 > \chi^2_{k;\,\alpha}$, то гипотеза H_0 отвергалась, если $\chi^2 \le \chi^2_{k;\,\alpha}$, то гипотеза о нормальном законе распределения полезного сигнала принималась.

После этого с помощью генератора случайных чисел формировалась помеха $\mathrm{E}(i\Delta t)$ с различными законами распределения. Предполагалось, что это истинная помеха. Формировались зашумленные сигналы $G(i\Delta t) = X(i\Delta t) + \mathrm{E}(i\Delta t)$. Суть экспериментов сводилась к тому, что вычислялись начальные и центральные моменты высоких порядков полезного сигнала $X(t)$ по разработанным алгоритмам (28)–(35) и (36)–(41) с использованием значений сформированного зашумленного сигнала $G(i\Delta t)$. Полученные значения моментов высоких порядков сравнивались со значениями моментов, вычисленных по традиционным алгоритмам с использованием сгенерированных дискретных значений полезного сигнала $X(i\Delta t)$. Затем проводился сравнительный анализ. Для этого были определены величины относительных погрешностей начальных и центральных моментов высоких порядков полезного сигнала по выражениям:

$$\Delta\nu_{xq} = \left|\nu_{xq} - \nu^*_{xq}\right| \Big/ \left|\nu_{xq}\right| \cdot 100\%,$$

$$\Delta\mu_{xq} = \left|\mu_{xq} - \mu^*_{xq}\right| \Big/ \left|\mu_{xq}\right| \cdot 100\%.$$

6. Результаты вычислительных экспериментов и сравнительного анализа

Ниже приводятся результаты одного из множества проведенных вычислительных экспериментов. Смоделирован полезный случайный сигнал $X(t) = \sum_{kk} a_{kk} \cdot \sin\left(2\pi \frac{(k \cdot \omega_{kk})^n}{T} + \varphi\right) + b$ в виде возмущенной гармонической дискретной функции с начальной фазой φ, которая имеет равномерное распределение вероятностей, где $k \in [0, K]$, K = 2400 — показатель степени n = 1,5; период сигнала T = 600; начальная фаза φ задается в виде rand (size(*k*))*pi / 3 [12], где функция rand (size(k)) формирует вектор, соразмерный с вектором k, элементами которого являются случайные величины, распределенные по равномерному закону в интервале (0, 1).

Первый эксперимент. Коэффициенты a_{kk} и частоты ω_{kk} выбраны следующим образом:

$X(t)$ = 40*sin(*z**(*k**0,2).^*n* + ksi) + 50*sin(*z**(*k**0,1).^*n* + ksi) +

+ 30*sin(*z**(*k**0,3).^*n* + ksi) + 20*sin(*z**(*k**0,4).^*n* + ksi) +

+ 60*sin(*z**(*k**0,6).^*n* + ksi) + 70*sin(*z**(*k**0,7).^*n* + ksi) +

+ 80*sin(*z**(*k**0,1).^*n* + ksi) + 90*sin(*z**(*k**0,5).^*n* + ksi) +

ISSN 0572-2691

+ 100*sin(z*(k*0,5).^n + ksi) + 110*sin(z*(k*1,4).^n + ksi) + 200.

Для проверки гипотезы H_0, подчиняется ли полезный сигнал $X(t)$ нормальному закону распределения, вычисляются расчетное и табличное значения критерия Пирсона. При этом табличное значение критерия согласия Пирсона $\chi^2_{k;\,\alpha}$ при уровне значимости α = 0,95 и числе степеней свободы $k = (n - r - 1)$ = 400 – 2 – 1 = 397 составило $\chi^2_{k;\,\alpha}$ = 444,46. Расчетное значение критерия согласия Пирсона составило χ^2 = 387,7. Так как $\chi^2 \le \chi^2_{k;\,\alpha}$, гипотеза о нормальном законе распределения полезного сигнала принимается.

Затем формируется помеха $\mathrm{E}(t)$, которая подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием $m_\varepsilon \approx 0$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_\varepsilon \approx 100$.

Результаты вычислений полезного сигнала представлены в таблице.

Таблица

Характеристики	Заданные характеристики	Вычисленные характеристики	Относительные погрешности, %
Математическое ожидание	$\nu_{x1} = m_x$ =224,97	m_x^* =224,97	Δm_x =0,0
Среднеквадратическое отклонение	$\sigma_x = \sqrt{D_x}$ =202,91	$\sigma_x^* = \sqrt{D_x^*}$ =208,77	$\Delta\sigma_x$ =2,884
Дисперсия	$D_x = \mu_{x2}$ =41174	$D_x^* = \mu_{x2}^*$ =43583	ΔD_x =5,8516
Начальные моменты			
Порядок момента	ν_{xi}	ν_{xi}^*	$\Delta\nu_{xi}$
первый	ν_{x1} = 224,363	ν_{x1}^* = 224,172	$\Delta\nu_{x1}$ = 0,0
второй	ν_{x2} = 90441,35	ν_{x2}^* = 92417,176	$\Delta\nu_{x2}$ = 2,185
третий	ν_{x3} = 38329113,064	ν_{x3}^* = 39681929,802	$\Delta\nu_{x3}$ = 3,529
четвертый	ν_{x4} = 19222061526,797	ν_{x4}^* = 20256356652,127	$\Delta\nu_{x4}$ = 5,381
пятый	ν_{x5} = 10221870329404,738	ν_{x5}^* =10927540063626,576	$\Delta\nu_{x5}$ = 6,904
шестой	ν_{x6} = 5887037077311291	ν_{x6}^* = 6384795522533081	$\Delta\nu_{x6}$ = 8,455
седьмой	ν_{x7} = 3550478493703974500	ν_{x7}^* =3899282376720929000	$\Delta\nu_{x7}$ = 9,824
восьмой	ν_{x8} = 2242593011965534000000	ν_{x8}^* = 2491459426462450500000	$\Delta\nu_{x8}$ = 11,097
Центральные моменты			
Нечетные			
Порядок момента	μ_{xi}	μ_{xi}^*	$\Delta\mu_{xi}$
первый	μ_{x1} = 5,964*10^-15	μ_{x1}^* = 1,265*10^-14	$\Delta\mu_{x1}$ = 0,0
третий	μ_{x3} = 1,249*10^-9	μ_{x3}^* = 1,468*10^-9	$\Delta\mu_{x3}$ = 0,0
пятый	μ_{x5} = 1,477*10^-4	μ_{x5}^* = 1,503*10^-4	$\Delta\mu_{x5}$ = 0,0
седьмой	μ_{x7} = -0,228	μ_{x7}^* = -0,237	$\Delta\mu_{x7}$ = 3,811
Четные			
второй	μ_{x2} = 39966,49	μ_{x2}^* = 41985,238	$\Delta\mu_{x2}$ = 5,051
четвертый	μ_{x4} = 4530868825,704	μ_{x4}^* = 4954305241,987	$\Delta\mu_{x4}$ = 9,346
шестой	μ_{x6} = 782406571377865	μ_{x6}^* = 881247619370702	$\Delta\mu_{x6}$ = 12,633
восьмой	μ_{x8} = 169790638622842130000	μ_{x8}^* = 195339775232711080000	$\Delta\mu_{x8}$ = 15,047

Второй эксперимент. Полезный сигнал тот же. Помеха $\mathrm{E}(t)$ подчиняется экспоненциальному закону распределения с математическим ожиданием $m_\varepsilon \approx 0$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_\varepsilon \approx 10$.

Третий эксперимент. Смоделирован полезный сигнал, аналогичный первому, для которого коэффициенты a_{kk} и частоты ω_{kk} выбраны следующим образом:

$X(t)$ = x0 = 40*sin(z*(k*0,2).^n + ksi) + 50*sin(z*(k*0,1).^n + ksi) +

+ 30*sin(z*(k*0,3).^n + ksi) + 20*sin(z*(k*0,4).^n + ksi) + 60*sin(z*(k*0,6).^n + ksi) +

+ 70*sin(z*(k*0,7).^n + ksi) + 80*sin(z*(k*0,1).^n + ksi) + 90*sin(z*(k*0,5).^n + ksi) +

+ 100*sin(z*(k*0,5).^n + ksi) + 10*sin(z*(k*0,005).^n + ksi) + 400.

Помеха $\mathrm{E}(t)$ подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием $m_\varepsilon \approx 0$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_\varepsilon \approx 90$.

Для второго и третьего экспериментов получены аналогичные результаты. После анализа полученных результатов сделаны следующие выводы.

1. Во всех экспериментах заданные σ_x и вычисленные σ_x^* по формуле (26) оценки среднеквадратических отклонений полезных сигналов практически совпадают (см. таблицу, строка 2): $\sigma_x \approx \sigma_x^*$, и величина относительной погрешности $\Delta\sigma_x$ составляет 2,8842 %.

2. Во всех экспериментах заданные D_x и вычисленные D_x^* по формуле (25) оценки дисперсий (центральных моментов второго порядка) полезных сигналов практически совпадают (см. таблицу, строка 3): $D_x \approx D_x^*$, и величина относительной погрешности ΔD_x составляет 5,85%.

3. Во всех экспериментах начальные моменты порядка от одного до восьми, вычисленные по традиционной формуле (5), и моменты, вычисленные по предложенным формулам (28)–(35), практически совпадают (см. таблицу, строки 4–11): $\nu_{x1} \approx \nu_{x1}^*$, $\nu_{x2} \approx \nu_{x2}^*$, $\nu_{x3} \approx \nu_{x3}^*$, $\nu_{x4} \approx \nu_{x4}^*$, $\nu_{x5} \approx \nu_{x5}^*$, $\nu_{x6} \approx \nu_{x6}^*$, $\nu_{x7} \approx \nu_{x7}^*$, $\nu_{x8} \approx \nu_{x8}^*$, и величины относительных погрешностей составляют от $\Delta\nu_{x1} = 0{,}0$ до $\Delta\nu_{x8} = 11{,}097$ %.

4. Во всех экспериментах центральные моменты нечетного порядка полезного сигнала, вычисленные по традиционной формуле (6), и моменты, вычисленные по предложенным формулам (36)–(41), равны нулю (см. таблицу, строки 12–15): $\mu_{x1} \approx \mu_{x1}^* \approx 0$, $\mu_{x3} \approx \mu_{x3}^* \approx 0$, $\mu_{x5} \approx \mu_{x5}^* \approx 0$, $\mu_{x7} \approx \mu_{x7}^* \approx 0$, и величины относительных погрешностей также равны нулю: $\Delta\mu_{x1} \approx 0$, $\Delta\mu_{x3} \approx 0$, $\Delta\mu_{x5} \approx 0$, $\Delta\mu_{x7} \approx 0$.

5. Во всех экспериментах центральные моменты четного порядка полезного сигнала, вычисленные по традиционной формуле (6), и моменты, вычисленные по формулам (36)–(41), практически совпадают (см. таблицу, строки 16–19): $\mu_{x2} \approx \mu_{x2}^*$, $\mu_{x4} \approx \mu_{x4}^*$, $\mu_{x6} \approx \mu_{x6}^*$, $\mu_{x8} \approx \mu_{x8}^*$, и величины относительных погрешностей составляют $\Delta\mu_{x2} = 5{,}051$ % до $\Delta\mu_{x8} = 15{,}047$ %.

Таким образом, вычислительные эксперименты показали, что значения моментов высоких порядков полезного сигнала, вычисленные с использованием разработанной технологии, практически совпадают со значениями моментов, вычисленных по традиционным формулам.

В то же время исследования показали, что с увеличением порядка момента резко увеличиваются сами значения моментов, например, при проведении вычислительных экспериментов для начальных моментов они изменялись от трехзначного до девятнадцатизначного числа. Причем каждый раз при увеличении порядка момента на одну единицу значение самого момента увеличивалось на 2–4 порядка. Для центральных моментов при увеличении порядка от одного до восьми значения самих моментов увеличивались от пятизначного числа до двадцатиоднозначного числа. Эта особенность моментов делает их весьма чувствительными к изменению технического состояния объекта. Если, например, техническое состояние объекта изменилось, но при этом дисперсия полезной составляющей изменилась незначительно, и оператор не может сделать однозначный вывод, то он вычисляет начальные и центральные моменты более высоких порядков и по динамике их изменения делает соответствующие выводы.

Заключение

Проведенные исследования показали, что моменты высоких порядков полезной составляющей можно использовать как диагностический индикатор изменения технического состояния исследуемого объекта. Для этого необходимо определить диагностические параметры и для них создать множества, состоящие из значений моментов высоких порядков. После соответствующего обучения значения моментов высоких порядков можно использовать как симптомы, посредством которых проявляется каждая неисправность. Это позволит определить ранний скрытый период перехода объекта из исправного в неисправное, неработоспособное или неправильно функционирующее состояние. Использование этих характеристик в системе диагностирования позволяет решать такие основные задачи, как оперативность и достоверность получения информации [16, 17], что позволяет свести к минимуму внезапные остановки оборудования, увеличить время между капитальными ремонтами, повысить безопасность эксплуатации.

Т.А. Алієв, Н.Ф. Мусаєва, Б.І. Газизаде

АЛГОРИТМИ ЗАСТОСУВАННЯ МОМЕНТІВ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ КОРИСНОЇ СКЛАДОВОЇ ЯК ДІАГНОСТИЧНОЇ ОЗНАКИ ЗМІНИ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ

Розроблено алгоритми обчислення моментів високого порядку корисної складової зашумлених сигналів. Проведено обчислювальні експерименти. Показано, що значення цих моментів можна використовувати як діагностичний індикатор зміни скритого періоду технічного стану досліджуваного об'єкта.

T.A. Aliev, N.F. Musaeva, B.I. Gazizade

ALGORITHMS OF APPLICATION OF HIGH-ORDER MOMENTS OF THE USEFUL COMPONENT AS A DIAGNOSTIC INDICATOR OF CHANGES IN THE TECHNICAL STATE

Algorithms for calculating high-order moments of the useful component of noisy signals are developed. Computational experiments are carried out. It is shown that the values of these moments can be used as a diagnostic indicator of changes in the latent period of the technical state of an object under investigation.

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%85%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B4%D0%B8%D0%B0%D0%B3%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0
2. https://sites.google.com/site/spovts/vidy-tehniceskogo-sostoania-obekta
3. http://enciklopediya-tehniki.ru/promyshlennost-nadezhnost-i-diagnostika/tehnicheskoe-sostoyanie-obekta.html
4. *Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. — М. : Наука, 1969. — 512 с.
5. *Aliev T.A. , Musaeva N.F.* An algorithm for eliminating microerrors of noise in the solution of statistical dynamics problems // Automation and Remote Control. — 1998. — **59** (2), N 5. — P. 679–688.
6. *Musaeva N.F.* Robust method of estimation with “contaminated” coarse errors // Automatic Control and Computer Sciences. — 2003. — **37**, N 6. — P. 50–63.
7. *Aliev T.A., Musaeva N.F., Suleymanova M.T., Gazizade B.I.* Analytic representation of the density function of normal distribution of noise // Journal of Automation and Information Sciences. — 2015. — **47**(8), N 4. — P. 24–40.
8. *Aliev T.A., Musaeva N.F., Suleymanova M.T., Gazizade B.I.* Technology for calculating the parameters of the density function of normal distribution of the useful component in a noisy process // Ibid. — 2016. — **48,** N 4. — P. 35–55.
9. *Aliev T.A., Musaeva N.F., Suleymanova M.T.* Density function of noise distribution as an indicator for identifying the degree of fault growth in sucker rod pumping unit (SRPU) // Ibid. — 2017. — **49,** N 4. — P. 1–11.
10. *Aliev T.A., Musaeva N.F., Gazizade B.I.* Algorithms of building a model of the noisy process by correction of the law of its distribution // Ibid. — 2017. — **49,** N 9. — P. 61–75.
11. *Алиев Т.А., Мусаева Н.Ф., Сулейманова М.Т., Газызаде Б.И.* Чувствительные алгоритмы выявления степени развития неисправности штанговой глубинной насосной установки // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2017. — **18**, № 2. — С. 94–102.
12. *Aliev T.A., Musaeva N.F., Suleymanova M.T.* Algorithms for indicating the beginning of accidents based on the estimate of the density distribution function of the noise of technological parameters // Automatic Control and Computer Science. — 2018. — **52**, N 3. — P. 231–242.
13. https://studref.com/386010/tehnika/statisticheskie_metody_otsenki_tehnicheskogo_sostoyaniya_obekta_diagnostirovaniya.
14. *Техническая* кибернетика. Книга 2. / Под ред. В.В. Солодовникова. — М. : Машиностроение, 1967.
15. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. — 5-е изд. — М. : КНОРУС, 2013. — 448 с.
16. *Abbasov A.M., Mamedova M.H., Orujov G.H.Aliyev H.B.* Synthesis of the methods of subjective knowledge representations in problems of fuzzy pattern recognition // Mechatronics. — 2001. — N 11. — P. 439–449.
17. http://electricalschool.info/main/ekspluat/1735-tekhnicheskaja-diagnostika-i-metody.html.

Получено 07.08.2018