А.И. Ткаченко

УСТРАНЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ОШИБОК ПОЛЕТНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ

Ключевые слова: полетная геометрическая калибровка, космический аппарат, съемочная камера, звездный датчик, наземные маркеры, размытый наблюдатель, цикл, сходимость оценок.

Введение

Полетная геометрическая калибровка (далее — калибровка) здесь рассматривается как процедура уточнения параметров взаимной ориентации бортовой съемочной камеры и звездного датчика космического аппарата. Задача калибровки решается по наблюдениям координатно привязанных наземных ориентиров (маркеров) с орбиты. Упомянутой процедуре обычно предшествует предполетная калибровка, выполняемая в лабораторных или производственных условиях на надлежащем оборудовании и относительно сложная технологически. Потребность в полетной геометрической калибровке имеет место, например, если предполетная калибровка не обеспечивает приемлемой точности координатной привязки наземных объектов по космическим снимкам, полученным с помощью оптико-электронного комплекса, либо если неопределенность углового положения камеры относительно звездного датчика накапливается в процессе эксплуатации космического аппарата на орбите. Повидимому, в общем случае приходится принимать во внимание возможность появления недопустимо больших неизвестных ошибок в доступных оценках параметров взаимной ориентации камеры и звездного датчика.

Обычно построение уравнений измерения для калибровки сопровождается линеаризацией последних. Проигнорированные нелинейные эффекты могут жестко ограничивать достижимую точность калибровки вне области сходимости оценок, если имеют место весьма большие начальные ошибки. В подобных ситуациях желательно применять методику выявления и исключения неприемлемо больших ошибок калибровки.

Варианты такого назначения рассматриваются в данной работе. Они основаны на двух эффектах: высоких характеристиках сходимости собственно алгоритма оценивания — размытого наблюдателя состояния — и последовательности расчетов, при которой каждое уравнение измерения вместо неизменной исходной угловой ошибки учитывает и оценивает ее остаток после обработки предыдущих измерений. Такая последовательность уменьшает неучтенную нелинейную составляющую ошибки и таким образом улучшает сходимость оценок.

После обработки всех доступных измерений и коррекции искомых параметров повторяются циклы обработки тех же измерений с использованием уточненных параметров. На основании сравнения результатов предыдущего и последующего циклов составляется заключение об уровне исходной ошибки и сходимости оценки.

Постановка задачи

Способ оценивания параметров взаимной ориентации камеры и звездного датчика космического аппарата (КА) по наблюдениям координатно привязанных маркеров с орбиты известен по публикациям, например, [1, 2]. Он предусматривает формирование уравнений измерения относительно параметров калибровки по информации от камеры, звездного датчика и аппаратуры GPS и решение сфор-

© А.И. ТКАЧЕНКО, 2019

мированных уравнений (условно — обработку уравнений) методом наименьших квадратов. Основные предположения и обозначения при постановке задачи калибровки и описании ее решения — те же, что в [3]. Все упоминаемые координатные базисы ортонормированные; \mathbf{J} — геоцентрический базис, связанный с Землей; \mathbf{K} и \mathbf{E} — базисы, связанные соответственно с камерой и звездным датчиком. Представления векторов в конкретном базисе отмечаются соответствующим нижним индексом.

Преобразование координат векторов из базиса ${\bf K}$ в базис ${\bf J}$ характеризуем матрицей направляющих косинусов $C_{JK}=C_{JE}C_{EK}$, где C_{EK} — матрица преобразования координат из базиса ${\bf K}$ в базис ${\bf E}$. Матрица C_{JE} , задающая преобразование из базиса ${\bf E}$ в ${\bf J}$, вычисляется по показаниям звездного датчика и бортового хронометра. Фактически на момент начала съемок в целях калибровки вместо матрицы C_{EK} задана ее модельная линеаризованная аппроксимация

$$C_{EK}^* \approx [E_3 + \Phi(\mathbf{\theta}_E)]C_{EK}, \qquad (1)$$

где Φ — матрица оператора векторного умножения в конкретном базисе; E_3 — единичная 3×3 -матрица (индекс T — символ транспонирования). Неизвестный вектор малого поворота $\mathbf{\theta}_E = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = \mathrm{const}$ характеризует неточность задания матрицы C_{EK}^* . Задача калибровки — по снимкам маркеров, выполненным камерой и переданным на Землю вместе с сопровождающей информацией, оценить элементы вектора $\mathbf{\theta}_E$ с точностью на уровне нескольких секунд дуги. Итог калибровки — откорректированная на основе (1) аппроксимация матрицы C_{EK} в виде матрицы $C_{EK}^\circ = [E_3 - \Phi(\mathbf{\theta}_E)]C_{EK}^*$. Новое значение $\mathbf{\theta}_E$, соответствующее уточненной матрице C_{EK}° , рассматриваем как остаточную ошибку калибровки.

Обоснование решения задачи

По снимку наземного маркера, выполненному камерой, рассчитывается единичный вектор \mathbf{e}_{iK} — направляющий вектор прямой, соединяющей наблюдаемый наземный маркер с местонахождением КА в момент съемки t_i . Из сказанного выше следует, что $\mathbf{e}_{iJ} = C_{JE}C_{EK}\mathbf{e}_{iK}$. Фактически вместо \mathbf{e}_{iJ} вычисляется вектор $\mathbf{e}_{iJ}^* = C_{JE}C_{EK}^*\mathbf{e}_{iK} \approx \mathbf{e}_{iJ} + G_i\mathbf{0}_E$, где $G_i = -C_{JE}\Phi(\mathbf{e}_{iE})$. Вектор измерения подразумевается в виде

$$\mathbf{e}_{iJ}^* - \mathbf{e}_{iJ}^{\circ} = G_i \mathbf{\theta}_E, \tag{2}$$

где \mathbf{e}_{iJ}° — представление вектора \mathbf{e}_{iJ} в базисе \mathbf{J} , вычисленное по известным координатам маркера и КА в базисе \mathbf{J} в момент t_i и не зависящее от $\mathbf{\theta}_E$.

При обработке уравнений (2) предлагается использовать размытый наблюдатель состояния (далее — наблюдатель). Он представлен формулой (9) из [3]. Там же дано описание порядка и особенностей реализации наблюдателя. В рассматриваемом приложении наблюдатель реализуется как рекуррентный процесс согласно схеме

$$\mathbf{K} = \frac{P^{-}\mathbf{g}}{\alpha + \mathbf{g}^{\mathrm{T}}P^{-}\mathbf{g}}, \quad \gamma_i^2 = \frac{w_i z^2}{\beta + \mathbf{g}^{\mathrm{T}}P^{-}\mathbf{g}}, \quad i = 1, 2, 3,$$
(3)

$$\Gamma = \operatorname{diag} \{ \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \}, \ P^+ = \Gamma(P^- - \mathbf{Kg}^T P^-) \Gamma,$$
$$\Delta \mathbf{\theta}_E = \mathbf{K} z, \ \mathbf{\theta}_E := \mathbf{\theta}_E + \Delta \mathbf{\theta}_E.$$

В (3) ${\bf g}^{\rm T}$ — одна из строк матрицы G_i , в соответствии с принятой очередностью обработки скалярных уравнений в составе векторного уравнения (2); z — скалярный элемент вектора ${\bf e}_{iJ}^* - {\bf e}_{iJ}^\circ$ с тем же номером, что строка ${\bf g}^{\rm T}$; ${\bf K} \in R^3$, в отличие от установленного ранее обозначения базиса, есть векторный коэффициент наблюдателя; α , β , w_i — положительные параметры, которые могут быть различными для разных уравнений и разных шагов рекуррентного счета; P^- — (3×3) -матрица, известная в начале очередного шага; P^+ — (3×3) -матрица, вычисленная на очередном шаге. Параметры α , β , w_i и начальное значение P^- уточняются путем предварительной настройки наблюдателя. Знак := в (3) подразумевает, что значение, вычисленное в соответствии с левой частью, подставляется на место величины, указанной в правой части. Поскольку ${\bf \theta}_E = {\bf const.}$, этап прогноза, традиционный для такого рода алгоритмов оценивания, заменяется операцией пересылки $P^- = P^+$ по окончании очередной итерации вычислений по формулам (3). При программировании алгоритма (3) удобно применить технику U-D-факторизации, как это изложено в [4] по аналогии с [5].

Высокие конвергентные возможности наблюдателя особенно уместны в условиях угрозы аномально больших ошибок предполетной калибровки. Нелинейные члены, не учтенные при линеаризации выражения для C_{EK}^* , могут вывести аномальное значение θ_E из области сходимости оценки. Некритичными считаем векторы θ_E с координатами θ_1, θ_2 на уровне 10'-20'. Аномально большой параметр θ_3 не считается проблемным: он не влияет на поведение θ_1, θ_2 и практически не искажает результаты координатной привязки наземных объектов по космическим снимкам. С увеличением начальных абсолютных значений θ_1, θ_2 от 20' и выше возрастают остаточные ошибки калибровки.

Чтобы усугубить сходимость, прибегнем к рекуррентной схеме оценивания, характерной для такого рода алгоритмов. Предположим, что после обработки n-го уравнения получена оценка решения $\mathbf{\theta}_E^{(n)}$. Следующее уравнение измерения решается относительно поправки $\Delta \mathbf{\theta}_F^{(n)}$:

$$\mathbf{e}_{iJ}^* - \mathbf{e}_{iJ}^{\circ} - G_i \mathbf{\theta}_E^{(n)} = G_i \Delta \mathbf{\theta}_E^{(n)}. \tag{4}$$

Очередная поправка оценивается с применением наблюдателя (3). Затем оценка $\mathbf{\theta}_E^{(n+1)} = \mathbf{\theta}_E^{(n)} + \Delta \mathbf{\theta}_E^{(n)}$, составленная по правилу суммирования векторов малых поворотов, используется для коррекции матрицы C_{EK}^* и векторы \mathbf{e}_{iJ}^* , соответствующие неучтенным маркерам и снимкам, пересчитываются по формуле $\mathbf{e}_{iJ}^* = C_{JE}C_{EK}^*\mathbf{e}_{iK}$. Такие операции повторяются после учета каждого последующего уравнения (4) в соответствии с хронологией получения снимков и назначенным порядком обработки координат изображения каждого маркера на очередном снимке. Обработку такой совокупности снимков и уравнений условно считаем циклом. Вообще, уравнения (4) реализуются как векторные, и поправка $\Delta \mathbf{\theta}_E^{(n)}$ находится как сумма поправок, соответствующих скалярным уравнениям системы (4).

В результате обработки всех доступных измерений и коррекции искомых параметров остаточная ошибка определения взаимной ориентации камеры и звездного датчика уменьшается, а вместе с ней уменьшаются неучтенные нелинейности. Имеет смысл повторить цикл обработки тех же измерений с использованием результатов коррекции. При необходимости такие последовательные уточняющие циклы калибровки по одним и тем же снимкам можно повторять нужное число раз. Этот прием и дополняющие его вспомогательные показатели — существенное отличие настоящей работы от [3].

Моделирование

Тестирование изложенной схемы преодоления сложностей калибровки, связанных с аномальными исходными ошибками, выполнялось посредством компьютерного моделирования в условиях, близких к тем, что оговорены в [3]. Воспроизводилось движение КА по слабоэллиптической орбите высотой около 670 км. Вектор θ_E оценивался решением всех доступных уравнений (4) с привлечением наблюдателя (3).

Моделирование реализовалось как серии счета по 100 вариантов в каждой. Серии различались заданием L_c — числа повторяющихся циклов счета в поясненном выше смысле. В начале очередного варианта значения θ_1 , θ_2 , θ_3 задавались как нормально распределенные центрированные случайные величины со среднеквадратическими отклонениями 60'. Случайные ошибки звездного датчика — центрированные гауссовы шумы со среднеквадратическими отклонениями 5, 5 и 12 с дуги. Имитировалось использование трех звездных датчиков с осреднением их синхронных показаний, как в [2]. Гауссовым шумам GPS приписывалось среднеквадратическое отклонение 3 м. Размер пиксела камеры $9\cdot 10^{-6}$ м. Модельная аппроксимация фокусного расстояния камеры содержала нормально распределенную относительную ошибку со среднеквадратическим отклонением 0,25 %. Предполагалось, что при $\theta_E = 0$ базисы ${\bf K}$ и ${\bf E}$ были бы совмещены.

При калибровке использовалось два снимка участка с двумя маркерами, отстоящими друг от друга на 7 км. При экспонированиях оптическая ось камеры наводилась на точку земной поверхности, находящуюся посредине между обоими маркерами, со случайной ошибкой, распределенной по нормальному закону со среднеквадратическим отклонением 10 м. По результатам каждой серии вариантов рассчитывались характеристики точности калибровки: $M_{\theta 1}, M_{\theta 2}, M_{\theta 3}$ — оценки математических ожиданий остаточных значений координат $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ в секундах дуги после коррекции; $\sigma_{\theta 1}, \sigma_{\theta 2}, \sigma_{\theta 3}$ — оценки среднеквадратических отклонений тех же координат в секундах дуги.

Некоторые результаты моделирования калибровки по двум снимкам, выполненным при углах тангажа 2.5° и -2.5° , представлены в табл. 1. Видно, что остаточные ошибки калибровки, нежелательно большие при реализации только одного цикла обработки снимков, по мере увеличения L_c уменьшаются до уровня насыщения, связанного прежде всего со случайными ошибками звездных датчиков. Установка иных значений тангажа при экспонированиях не сказывалась заметным образом на точности калибровки. Для сравнения в строке МНК (метод наименьших квадратов) показаны характеристики точности калибровки при обработке двух снимков двух маркеров с помощью двух последовательных итераций метода наименьших квадратов, как это обосновано в [6]. В целом, точность калибровки в этой серии несколько ниже, чем полученная с использованием наблюдателя при L_c =20. Третья итерация этого рода, как и в [6], не способствовала повышению точности калибровки.

L_c	$M_{ \Theta 1}$	$M_{\theta 2}$	$M_{\theta 3}$	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{ heta 2}$	$\sigma_{ heta 3}$
1	0,2	- 1,9	64,5	10,7	10,2	693
2	-0,1	- 0,5	22,0	4,5	4,7	265
5	-0,2	-0,1	5,5	2,8	3,2	113
10	-0,2	0,	0,	2,6	3,0	92,1
20	- 0,2	0,1	- 3,2	2,5	2,9	101
40	- 0,2	0,1	- 5,2	2,5	2,9	108
МНК	0,1	- 0,3	- 2,9	3,7	3,2	39,3

Очевидно, решение двух уравнений (2), соответствующих изображениям двух маркеров с неколлинеарными векторами ${\bf e}_{iJ}$ на единственном снимке, вполне наблюдаемо, хотя наблюдаемость в общем случае может снижаться вследствие сужения пучка линий визирования по сравнению со случаем двух снимков. В табл. 2 выведены характеристики остаточных ошибок калибровки по единственному снимку двух маркеров. Как и следовало ожидать, точность калибровки, показанная во всех сериях табл. 2, несколько ниже, чем в табл. 1. Однако характер сходимости оценок сохраняется как в обычном смысле, так и по отношению к параметру $L_{\rm c}$.

Таблица 2

L_c	$M_{\theta 1}$	$M_{\theta 2}$	$M_{\theta 3}$	$\sigma_{\theta 1}$	$\sigma_{ heta 2}$	$\sigma_{ heta 3}$
1	3,5	- 4,4	577	59,0	69,6	3396
2	0,4	- 1,9	71,2	10,1	9,6	665
5	0,1	- 0,7	17,0	4,1	4,7	199
10	0,1	- 0,5	6,1	3,5	4,2	105
20	0,1	- 0,4	1,2	3,3	4,1	70,0
40	0,1	- 0,3	- 1,1	3,3	4,1	58,9
МНК	0,5	0,1	- 3,4	5,0	4,8	53,7

Оценка исходных ошибок и характеристик сходимости

Отдельный интерес может составить оценка исходных ошибок перед началом калибровки. Полагаясь на обоснованные и продемонстрированные выше свойства сходимости алгоритма (4), примем в качестве такой оценки поправку $\Delta\theta_E^{(1)}$, найденную как результат обработки самого первого уравнения (4) в первом цикле. В табл. 3 показаны оценки исходных ошибок в нескольких вариантах одной из серий моделирования при обстоятельствах, принятых в табл. 2 (один снимок двух маркеров). В заглавной строке табл. 3 N_v — номер представленного варианта в серии, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ — собственно вышеупомянутые исходные ошибки в секундах дуги, $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3$ — оценки этих ошибок в тех же единицах. Видно, что предложенный прием правильно определяет порядок и два первых десятичных знака исходных ошибок θ_1, θ_2 . Неточность оценивания параметра θ_3 объясняется, по-видимому, слабой наблюдаемостью этого параметра.

Таблица 3

N_{v}	θ_1	θ_2	θ_3	$\Delta\theta_1$	$\Delta\theta_2$	$\Delta\theta_3$
1	- 3008	- 8335	1921	- 3052	- 8337	- 5176
20	490,1	3411	881,2	493,9	3408	- 90,2
40	- 1091	392	3617	- 1101	385	2,2
60	- 6527	- 2098	- 2694	- 6547	- 2066	- 1485
80	- 5117	433	715	- 5121	436	- 399
100	- 4271	- 4209	- 1955	- 4237	- 4221	- 872

Характеристики сходимости оценок при калибровке в зависимости от числа циклов L_c в конкретной серии моделирования определяем следующим образом. В каждом из 100 вариантов серии счета, предусматривающей L_c циклов, найдем $C_{EK}^{\circ}(L_c-1)$ и $C_{EK}^{\circ}(L_c)$ — соответственно уточненные матрицы C_{EK}° по результатам предпоследнего и последнего циклов. Аппроксимация $C^{\circ}_{FK}(L_{c})$ предполагается более точной, чем $C^{\circ}_{EK}(L_{c}-1)$. Аналогично тому, как формула (1) ставит в соответствие матрицам C_{EK}^* и C_{EK} вектор $\mathbf{\theta}_E$, из представления $C_{EK}^{\circ}(L_c-1)=[E_3+\Phi(oldsymbol{eta})]C_{EK}^{\circ}(L_c)$ найдем вектор $oldsymbol{eta}$ как показатель повышения точности оценки в последующем цикле по сравнению с предыдущим. По результатам всех 100 вариантов серии рассчитаем математические ожидания q_1, q_2, q_3 и среднеквадратические отклонения $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ координат векторов β в секундах дуги. Результаты расчета таких характеристик для нескольких серий моделирования при конкретных значениях L_c с использованием одного снимка двух маркеров содержатся в табл. 4. Видно, что на первых циклах повторной обработки уравнений (4) значения вектора β довольно велики, т.е. точность оценивания и коррекции быстро возрастает. С увеличением номера очередного цикла вектор В уменьшается и его координаты θ_1, θ_2 становятся весьма малыми по мере того, как точность коррекции приближается к насыщению.

Таблица 4

L_c -1, L_c	q_1	q_2	q_3	κ_1	κ_2	κ_3
1, 2	- 2,63	- 2,07	506	13,4	14,2	2988
2, 3	- 0,21	- 0,07	36,1	1,4	0,9	319
4, 5	-0,022	0,0013	6,14	0,16	0,14	57
9, 10	- 0,0047	0,0034	1,13	0,015	0,020	10,7
19, 20	- 0,00014	0,00012	0,25	0,0014	0,0012	2,4
39,40	- 0,000032	0,000029	0,06	0,0001	0,0001	0,57

Заключение

Техника устранения аномальных исходных ошибок порядка 1°, встроенная в процедуру полетной геометрической калибровки, позволяет уменьшить остаточные ошибки до уровня нескольких секунд дуги, сопоставимого с характери-

стиками результатов калибровки при некритичных исходных условиях. При этом точность калибровки с использованием двух снимков близка к точности, полученной в [3] с 12 снимков. Есть основания ожидать, что этот прием позволит существенно упростить предполетную калибровку и снизить требования к ее точности и стоимости.

О.І. Ткаченко

УСУНЕННЯ АНОМАЛЬНИХ ПОХИБОК ПОЛЬОТНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО КАЛІБРУВАННЯ

Польотне геометричне калібрування (далі — калібрування) розглядається як процедура уточнення параметрів взаємної орієнтації бортової знімальної камери і зоряного датчика космічного апарата. Задача калібрування розв'язується за спостереженнями координатно прив'язаних наземних орієнтирів (маркерів) з орбіти. Згаданій процедурі зазвичай передує передпольотне калібрування, яке виконується у лабораторних або виробничих умовах на належному обладнанні і відносно складне технологічно. Потреба у польотному геометричному калібруванні має місце, наприклад, якщо передпольотне калібрування не забезпечує прийнятну точність координатної прив'язки наземних об'єктів за космічними знімками, отриманими за допомогою оптико-електронного комплексу, або якщо невизначеність кутового положення камери відносно зоряного датчика накопичується у процесі експлуатації космічного апарата на орбіті. Очевидно, в загальному випадку доводиться брати до уваги можливість появи неприпустимо великих невідомих похибок у доступних оцінках параметрів взаємної орієнтації камери і зоряного датчика. Зазвичай побудова рівнянь вимірювання для калібрування супроводжується лінеаризацією останніх. Проігноровані нелінійні ефекти можуть жорстко обмежувати досяжну точність калібрування поза областю збіжності оцінок, якщо мають місце вельми великі початкові похибки. У подібних ситуаціях бажано застосовувати методику виявлення і виключення неприйнятно великих похибок калібрування. Варіанти такого призначення розглядаються у даній роботі. Вони грунтуються на високих характеристиках збіжності алгоритму оцінювання — розмитого спостережника стану — і послідовності розрахунків, за якої кожне рівняння вимірювання замість незмінної вихідної кутової похибки враховує і оцінює її залишок після обробки попередніх вимірювань. Така послідовність зменшує невраховану нелінійну складову похибки і таким чином поліпшує збіжність оцінок. Після обробки усіх доступних вимірювань і корекції шуканих параметрів повторюються цикли обробки тих самих вимірювань з використанням відкоригованих параметрів. На підставі порівняння результатів попереднього і наступного циклів складається висновок про рівень вихідної похибки і збіжність оцінок.

Ключові слова: польотне геометричне калібрування, космічний апарат, знімальна камера, зоряний датчик, наземні маркери, розмитий спостережник, цикл, збіжність оцінок.

A.I. Tkachenko

REMOVAL OF THE ANOMALOUS ERRORS OF IN-FLIGHT GEOMETRIC CALIBRATION

An in-flight geometric calibration (further — calibration) is considered here as procedure of refining mutual attitude parameters of the onboard imaging camera and star tracker. The problem of calibration is solved with using of observations of georeferenced landmarks from the orbit. Usually above-mentioned procedure is preceded by preflight calibration which is performed in lab or in industrial conditions with

proper equipment and is relatively complicated technologically. A necessity of inflight geometric calibration takes place for instance when preflight calibration does not ensure acceptable accuracy of ground objects geo-referencing by means of space snapshots received with use of optical-electronic complex, or if indefiniteness of camera's angular attitude relatively to star tracker accumulates in a process of exploiting of the spacecraft on the orbit. Obviously in common case it is necessary to take into account a possibility of appearance of inadmssibly big errors in accessible estimations of camera and star tracker mutual attitude parameters. Usually construction of measuring equations is accompanied with linearization of them. Omitted nonlinear effects may strictly limit attainable calibration accuracy out of convergence domain for estimations if highly big initial errors take place. In such situations it is desirable to apply a method of revealing and exclusion of unacceptably big calibraton errors. A version of methods to be applied with such purpose is developed in this work. They are based on two effects: high convergence characteristics of estimation algorithm — fuzzy state observer — and succession of calculations in which each measuring equation, instead of invariable initial angular error, takes into account and estimates its remainder after processing of previous measurings. This the second effect diminishes the omitted nonlinear component of the error and in such a way improves the convergence of estimates. After processing of all accessible measurings and correction of the searched parameters, the cycles of processing of the same measurings are repeated with use of corrected parameters. On the basis of comparison of previous and following cycles, the conclusion about the level of initial error and convergence of the estimation is made.

Keywords: in-flight geometric calibration, spacecraft, imaging camera, star tracker, landmarks, fuzzy observer, cycle, convergence of estimates.

- Лебедев Д.В. О привязке космических снимков по орбитальным данным. Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». 2016. № 6. С. 120–132.
- Ткаченко А.И. Алгоритмы согласования ориентации звездного датчика и камеры космического аппарата Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». 2015. № 3. С. 116–126.
- 3. Ткаченко А.И. «Размытое» оценивание параметров полетной геометрической калибровки. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2019. № 2. С. 121–129.
- 4. Лебедев Д.В., Ткаченко А.И. Информационно-алгоритмические аспекты управления подвижными объектами. Киев: Наукова думка, 2000. 310 с.
- Голован А.А., Мироновский Л.А. Алгоритмический контроль фильтра Калмана. Автоматика и телемеханика. 1993. № 7. С. 173–185.
- Ткаченко А.И. Итерационное решение задачи полетной геометрической калибровки. Космічна наука і технологія. 2017. 23, № 6. С. 21–24.

Получено 10.07.2019 После доработки 05.08.2019